PUCRS

ESCOLA POLITÉCNICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
DOUTORADO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

JULIANA BATISTA PEREIRA DOS SANTOS

ETNOMATEMÁTICA & HISTÓRIA DA MATEMÁTICA: MOVIMENTOS DE CONTRACONDUTA NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Porto Alegre
2020

PÓS-GRADUAÇÃO - *STRICTO SENSU*

AD VERVM DVCIT

Pontifícia Universidade Católica
do Rio Grande do Sul

JULIANA BATISTA PEREIRA DOS SANTOS

ETNOMATEMÁTICA & HISTÓRIA DA MATEMÁTICA: movimentos de contraconduta na Educação Básica

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, como requisito para obtenção do título de Doutora em Educação em Ciências e Matemática.

Orientadora: Dra. Isabel Cristina Machado de Lara

Porto Alegre
2020

Ficha Catalográfica

S237e Santos, Juliana Batista Pereira dos

Etnomatemática & História da Matemática : movimentos de contraconduta na Educação Básica / Juliana Batista Pereira dos Santos . – 2020.
304 f.
Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, PUCRS.

Orientadora: Profa. Dra. Isabel Cristina Machado de Lara.

1. Etnomatemática. 2. História da Matemática. 3. Propostas de Ensino. 4. Michel Foucault. 5. Ludwig Wittgenstein. I. Lara, Isabel Cristina Machado de. II. Título.

Elaborada pelo Sistema de Geração Automática de Ficha Catalográfica da PUCRS
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).
Bibliotecária responsável: Clarissa Jesinska Selbach CRB-10/2051

JULIANA BATISTA PEREIRA DOS SANTOS

ETNOMATEMÁTICA & HISTÓRIA DA MATEMÁTICA: movimentos de contraconduta na Educação Básica

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, como requisito para obtenção do título de Doutora em Educação em Ciências e Matemática.

Aprovada em: 28 de abril de 2020

BANCA EXAMINADORA:

____
Dra. Isabel Cristina Machado de Lara (Orientadora - PUCRS)

____
Dra. Andréia Dalcin (UFRGS)

____
Dra. Fernanda Wanderer (UFRGS)

____
Dra. Márcia Souza da Fonseca (UFPel)

Porto Alegre
2020

Dedico este estudo aos estudantes e professores da Educação Básica que acreditam e se empenham para um ensino de Matemática mais significativo, humanista, crítico, articulado com as realidades e criativo.

A educação, embora seja de direito, o
instrumento graças ao qual todo indivíduo, em
uma sociedade como a nossa, pode ter acesso a
qualquer tipo de discurso, é bem sabido que
segue, em sua distribuição, no que permite e
no que impede, as linhas que estão marcadas
pela distância, pelas oposições e lutas sociais.
(Michel Foucault, *A ordem do discurso*).

AGRADECIMENTOS

Ao concluir esta etapa tão importante na minha vida, necessito registrar minha gratidão às pessoas sem as quais esse processo de doutoramento poderia ser mais difícil ou até inviável.

À Deus, por tudo, mas especialmente pela oportunidade de realizar esse doutoramento, sinto-me abençoada por alcançar mais esse sonho em minha vida.

Ao meu companheiro da vida, meu marido Ricardo, por ouvir minhas angústias e inseguranças, quase diárias, de modo tão paciente, por dizer as palavras certas nos momentos certos, pelo apoio, suporte, motivação, confiança, por ajudar a me manter sã e saudável nos dias intensos de estudo.

À minha mãe Heloisa e aos meus pais, Jair e João, pelo incentivo nas minhas escolhas e por todo apoio, desde quando eu era uma estudante da Educação Básica e nem sabia qual profissão gostaria de seguir.

À professora Isabel, não só pela orientação, disponibilidade constante e ajuda nos mínimos detalhes, mas pela amizade, pelo carinho, pelos puxões de orelha, pela confiança no meu trabalho e no meu potencial.

À minha irmã Mirela, pela torcida e pelas palavras de apoio e motivação em resposta às minhas angustias.

Aos colegas de doutorado, em especial os amigos Denise, Deise e Emerson, e aos colegas do GEPEPUCRS, em especial Gisella e Luciane, pela companhia e amizade ao longo desses anos, por ouvirem minhas angustias, pelos momentos de aprendizagem, trocas de experiências e incentivo.

Às amigas Angela, Inês, Núbia, Priscila e Rosangela, por torcerem por mim desde o processo seletivo, pelas trocas de experiência e pela presença constante em minha vida.

Aos demais familiares e amigos, pelas orações, torcida e palavras motivadoras, mas principalmente, pela compreensão nos momentos de ausência.

Às professoras da banca, Andréia, Fernanda e Márcia pela leitura e avaliação do trabalho, mas especialmente, pelas valiosas contribuições para qualificação deste estudo. Os momentos de qualificação e defesa foram de muita aprendizagem, e me fizeram crescer enquanto professora e pesquisadora.

Às duas escolas nas quais a pesquisa se realizou, às professoras que cederam suas turmas e, principalmente, aos estudantes participantes do estudo, pela confiança, entrega, participação e avaliação.

Aos professores do PPGEDUCEM pelas aulas, discussões, reflexões e aprendizagens, e à secretária do programa, Luciana, pela sua disponibilidade e eficiência em sanar minhas dúvidas.

A PUCRS, por oferecer condições para a realização do meu estudo, por meio dos laboratórios e bibliotecas.

A CAPES pela bolsa integral de doutorado, que além de arcar com as mensalidades da universidade, me possibilitou a aquisição de livros e a participação em eventos científicos da área.

RESUMO

Esta tese insere-se em duas temáticas de pesquisa presentes na Educação Matemática: Etnomatemática e História da Matemática. Das possíveis articulações entre ambas, a tese preocupa-se com aquelas que contribuem para refletir acerca dos processos de ensino e de aprendizagem de Matemática, com o objetivo de categorizar ações pedagógicas emergentes da articulação da Etnomatemática e da História da Matemática e analisar de que modo tais ações contribuem para que os estudantes da Educação Básica compreendam a hegemonização dos jogos de linguagem presentes na Matemática Escolar. Como suporte teórico, ancora-se nas teorizações pós-estruturalistas dos filósofos Michel Foucault, em especial nos conceitos de poder, saber e contraconduta, e de Ludwig Wittgenstein, em relação aos conceitos de jogo de linguagem e formas de vida. Metodologicamente, apresenta e analisa, por meio de questionários com respostas abertas, sete propostas de ensino realizadas com 210 estudantes de ensino Fundamental e Médio, das cidades de Porto Alegre e Rio Grande, ambas no estado do Rio Grande do Sul. Para analisar os resultados obtidos utilizou-se como método a análise genealógica discursiva, que se preocupa em analisar quais as condições de possibilidade para que certos discursos venham à tona. Como resultados, delineiam-se algumas ações pedagógicas: iniciar um conceito com resolução de problemas históricos; apresentar aspectos históricos relacionados ao conceito estudado; motivar a criação de um modo próprio de resolver os exercícios; oportunizar a resolução de exercícios sem privilegiar um único jogo de linguagem; solicitar a realização de pesquisas sobre a História da Matemática, destacando as contribuições de distintas civilizações; utilizar um material histórico para abordar um conceito ou parte dele; apresentar distintos modos de matematizar, pautados em regras e jogos de linguagem diferentes dos escolares; oportunizar a operacionalização com distintos modos de matematizar; discutir sobre as semelhanças e diferenças entre os diversos modos de matematizar; comparar os jogos de linguagem de distintos modos de matematizar; relacionar os distintos modos de matematizar aos seus aspectos históricos, geográficos e sociais; entre outras. Os efeitos produzidos por essas ações pedagógicas legitimaram o processo de categorização e possibilitaram a construção de três categorias. A análise realizada evidencia que os resultados possibilitam defender a tese de que A Etnomatemática articulada com a História da Matemática pode ser vista como uma contraconduta em relação à hegemonização dos jogos de linguagem presentes na Matemática Escolar, contribuindo para a aprendizagem de Matemática.

Palavras-chave: Etnomatemática. História da Matemática. Propostas de Ensino. Michel Foucault. Ludwig Wittgenstein.

ABSTRACT

This thesis is part of two research themes present in the Mathematical Education: Ethnomathematics and History of Mathematics. Of the possible articulations between both, the thesis is concerned with those that contribute to reflect on the teaching and learning processes of Mathematics, in order to categorize pedagogical actions emerging from the articulation of the Ethnomathematics and the History of Mathematics and to analyze how such actions contribute for Basic Education students to understand the hegemonization of language games present in School Mathematics. As a theoretical support, it is anchored in the post-structuralist theorizations of the philosophers Michel Foucault, especially in the concepts of power, knowledge and conter-conduct, and Ludwig Wittgenstein, in relation to the concepts of language games and forms of life. Methodologically, it presents and analyzes, through open-ended questionnaires, seven teaching proposals carried out with 210 elementary and high school students from the cities of Porto Alegre and Rio Grande, both in the state of Rio Grande do Sul. To analyze the results obtained, the discursive genealogical analysis was used as a method, which is concerned with analyzing the conditions of possibility for certain speeches to come to the fore. As some results, some pedagogical actions are outlined: to start a concept with the resolution of historical problems; to present historical aspects related with the studied concept; to motivate the creation of the own way of solving exercises; to provide the opportunity to solve exercises without privileging a single language game; to request the research on the History of Mathematics highlighting the contributions of different civilizations; to use the historical material to approach a concept or part of it; to present different ways of mathematizing based on rules and language games that are different from school; to make the operationalization possible with the different ways of mathematizing; to discuss the similarities and differences between the different ways of mathematizing; to compare language games in the different ways of mathematizing; to relate the different ways of mathematizing their historical, geographical and social aspects; among others. The effects produced by these pedagogical actions legitimized the categorization process and enabled the construction of three categories. The analysis carried out shows that the results make it to be possible to defend the thesis that Ethnomathematics articulated with the History of Mathematics can be seen as a conter-conduct in relation to the hegemonization of language games present in School Mathematics, contributing to the learning of Mathematics.

Palavras-chave: Ethnomathematics. History of Mathematics. Propostas de Ensino. Michel Foucault. Ludwig Wittgenstein.

LISTA DE APÊNDICES

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE QUADROS

LISTA DE GRÁFICOS

LISTA DE SIGLAS

BDTD	Biblioteca Digital Brasileira de Dissertações e Teses
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Ensino Superior
CPE	Com proposta de ensino
GEPEPUCRS	Grupo de Estudos e Pesquisas em Etnomatemática da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul
ENADE	Exame Nacional de Desempenho dos Estudantes
ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio
HM	História da Matemática
INEP	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira
OBEDUC	Observatório da Educação
PA	Progressão Aritmética
PG	Progressão Geométrica
PIBID	Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência
PPGEDUCEM	Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática
PUCRS	Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul
SAEB	Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica
SPE	Sem proposta de ensino
UFRGS	Universidade Federal do Rio Grande do Sul
VEG	Voices and Echoes Games

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO

Este relatório de tese se organiza em seis capítulos, estruturados do seguinte modo. Iniciando a escrita, no capítulo *Contextualizando a trajetória acadêmica e a pesquisa*, apresenta-se a trajetória acadêmica e profissional da pesquisadora, destacando os personagens, cenários e enredos de sua história de vida. Mais do que isso, evidencia por meio de um mapeamento teórico, que as pesquisas que articulam Etnomatemática e História da Matemática em propostas de ensino na Educação Básica são escassas, em especial se pensadas à luz das filosofias pós-estruturalistas de Foucault e Wittgenstein.

No segundo capítulo, *Problematização e Procedimentos metodológicos*, a tese é problematizada, evidenciando-se as hipóteses assumidas e os objetivos, geral e específicos, da pesquisa. Ademais, são descritos os procedimentos metodológicos empregados, as sete propostas de ensino realizadas junto aos 210 estudantes da Educação Básica, os instrumentos para coleta de dados e a metodologia analítica utilizada.

O terceiro capítulo, *Delineando os Referenciais Teóricos*, apresenta os referenciais teóricos que embasaram o desenvolvimento da tese. A primeira seção trata dos subsídios teóricos iniciais, aqueles que serviram como lentes para se olhar os demais. São eles, os conceitos foucaultianos de poder e saber, e os conceitos wittgensteinianos de jogo de linguagem e formas de vida. Na segunda seção do capítulo, a Etnomatemática é abordada de modo aprofundado, destacando seus precursores, bem como, suas possíveis articulações às filosofias já mencionadas. A terceira seção do capítulo 3, refere-se à História da Matemática, destacando, além das articulações possíveis às filosofias wittgensteiniana e foucaultiana, as suas relações com o ensino da Matemática.

No quarto capítulo, *Primeiras propostas: vislumbrando ações emergentes*, são apresentadas as primeiras propostas de ensino realizadas, pensadas à luz das teorizações foucaultiana e wittgensteiniana, com o objetivo de articular Etnomatemática e História da Matemática. Os temas escolhidos foram: Progressões Aritméticas; Logaritmos; Técnicas para multiplicar. Além de uma discussão sobre a realização de cada proposta, realiza-se a análise dos dados, destacando-se quais as ações emergentes em cada proposta de ensino e os efeitos produzidos nos estudantes.

De modo semelhante, no quinto capítulo, *Novas propostas: em busca de outras ações*, novas propostas de ensino são apresentadas e discutidas, com os seguintes temas: Progressões Aritméticas; Trigonometria; Teorema de Tales; Técnicas para multiplicar. Novamente, cada proposta de ensino há uma subseção que descreve como se deu a concretização da proposta, realizando-se a análise dos dados oriundos dos ditos dos estudantes. Por fim, destaca-se as ações emergentes de cada proposta de ensino e os efeitos por elas produzidos ao grupo de estudantes participantes.

Finalizando a escrita do relatório, no sexto capítulo, *Articulando as ações emergentes*, aprofunda-se a reflexão acerca das ações e seus efeitos. Para tal estabelece-se uma categorização para as ações emergentes a partir das suas semelhanças e diferenças, em especial em relação ao papel que exercem dentro de cada proposta de ensino. Com isso, responde-se ao problema de pesquisa e cria-se condições de possibilidade para a defesa do argumento final.

1 CONTEXTUALIZANDO A TRAJETÓRIA ACADÊMICA E A PESQUISA

“Ensinar mais matemática sem a linguagem matemática.”. A frase com que abro esta tese foi escrita por uma estudante do 2º ano do Ensino Médio, quando questionada acerca da proposta de ensino utilizada, em sala de aula, para tratar do conceito de Progressões Aritméticas. Ao propor algumas questões para reflexão, posteriores a realização da proposta, abri um campo final que intitulei “sugestões e comentários”, com a intenção de proporcionar aos estudantes um espaço para o apontamento de outras reflexões. E, nesse singelo espaço, sem maiores explicações ou justificativas, a frase foi escrita.

Uma interpretação otimista para o pedido da estudante seria de que sua sugestão carrega consigo, implicitamente, o seu entendimento de que é possível ensinar e aprender Matemática por meio de mais de uma linguagem. Se esses ditos ocorressem no momento em que modelos pedagógicos formalistas ou tecnicistas tivessem em hegemonia, certamente não fariam sentido. Contudo, a partir dos estudos dos filósofos pós-estruturalistas, entre eles Michel Foucault e Ludwig Wittgenstein, criaram-se condições que possibilitam pensar em diferentes linguagens. Ambos filósofos apresentam aproximações em seus estudos, especificamente no que se refere à concepção de linguagem adotadas, conforme destaca Veiga-Neto: “Cada um ao seu modo, movimentando-se em campos filosóficos distintos e com propósitos inteiramente diferentes, Foucault e Wittgenstein não se interessam pela analítica formal [da linguagem], mas por uma analítica pragmática.” (VEIGA-NETO, 2014, p. 91).

Nessa perspectiva, Wittgenstein propõe o termo jogo de linguagem, com o intuito de “[...] salientar que o falar da linguagem é uma parte de uma atividade ou de uma forma de vida.” (WITTGENSTEIN, 1979, p. 18, §23). Assim, utilizando-se de lentes pós-estruturalistas, é possível compreender que, quando a estudante supracitada menciona ‘linguagem matemática’, está se referindo à linguagem matemática utilizada nas escolas e nos livros didáticos, caracterizada pelo uso de fórmulas e termos técnicos, ou seja, a linguagem da Matemática Escolar.

Nesta tese, a Matemática Escolar é compreendida em consonância ao pensamento de Wanderer (2007), como os conhecimentos transmitidos nas escolas, expressos nos livros didáticos com uma linguagem particular e diferente da linguagem da Matemática Acadêmica. Já por Matemática Acadêmica, entende-se o conjunto de conhecimentos frutos de estudos e pesquisas realizadas por matemáticos da academia, nas universidades ou nos centros de pesquisa. Em outros termos, segundo a autora, a Matemática Escolar é fruto de um processo de recontextualização do discurso da Matemática Acadêmica.

A partir do contexto em que tais reflexões foram suscitadas, pode-se afirmar que a proposta de ensino realizada criou condições que possibilitaram a estudante refletir acerca da possibilidade de ensinar e aprender Matemática de outro modo ou, nas palavras da estudante, com outra linguagem. Diante disso, o contexto que criou as condições de possibilidade para que a estudante refletisse acerca da linguagem, bem como os efeitos desse contexto na aprendizagem dos estudantes, é o que narro ao longo desta tese. Para tal, neste capítulo, apresento a constituição histórica desta pesquisa, em particular, os caminhos percorridos e as escolhas assumidas, de modo que, início narrando minha trajetória acadêmica e profissional, destacando questionamentos, angústias, personagens e os enredos que conduziram minhas escolhas.

1.1 Os enredos e as múltiplas faces da personagem

Ao propor esta tese, requisito para a obtenção do título de Doutora em Educação Ciências e Matemática, percebo que é relevante olhar para o caminho que percorri até aqui, pois foi a partir dele que esta tese se constituiu. Afinal, como bem afirma Tardif (2014), nos constituímos professores a partir da combinação plural entre os saberes da formação profissional, disciplinares, curriculares e os experienciais, de modo que as angústias e incertezas que permearam minha trajetória, bem como, as escolhas que fiz, foram fundamentais para me constituir enquanto professora e pesquisadora.

A história inicia com minha opção por cursar Licenciatura em Matemática, que se deu mais pela minha paixão pela matéria que conheci na escola, do que pela vontade de ser professora. Paixão esta instigada pela facilidade com que eu tinha de, além de compreender o conteúdo a partir da explicação dos professores, aplicar os conhecimentos aprendidos na resolução dos exercícios propostos. Me encantava o modo metódico de calcular, baseado em uma sequência lógica de passos e, consequentemente, a segurança que esse processo me proporcionava. Os modos pelos quais os professores ensinavam a Matemática sempre foram suficientes para minha aprendizagem. Efeito disso, fui moldada pela escola entendendo que existe um único modo de operacionalizar matematicamente, além de supor que as dificuldades docentes poderiam ser resumidas nas questões comportamentais dos estudantes, ou ainda, em questões salariais.

Como muitos dos meus colegas de profissão, ainda no Ensino Médio já auxiliava meus amigos e colegas da Educação Básica em suas dificuldades em Matemática. No entanto, até a metade da graduação eu não tinha certeza acerca da profissão escolhida e, em meio às inúmeras dúvidas havia a insatisfação diante das possibilidades que o curso oferecia para complementar minha formação. A chegada do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID) em 2009 foi o ápice da história da minha graduação, pois proporcionou a mim e aos acadêmicos daquela época, um alento e uma motivação, não apenas para seguir com a formação, mas para aprofundar os estudos relacionados à profissão professor.

Até o fim da graduação, no ano de 2010, tive a oportunidade de participar do PIBID e, com isso, vivenciar a realidade das escolas, conhecer sua dinâmica, praticar ações planejadas para a sala de aula, interagir com os estudantes da Educação Básica e com os futuros colegas de formação. Concomitantemente, foram proporcionadas diversas leituras, discussões e trocas de experiências, permitindo assim um reconhecimento acerca das possibilidades e desafios que permeavam a profissão professor. As vivências do PIBID, aliada às experiências dos estágios docentes obrigatórios, iniciaram um processo de mudança naquela estudante de Ensino Médio que relacionava as dificuldades docentes a questões financeiras e comportamentais.

Em 2010, obtive o título de Licenciada em Matemática, formada pela Universidade Federal de Pelotas. Para muitos a história poderia terminar ali, afinal já era a realização de um sonho ter um diploma e uma profissão, motivos suficientes para final feliz. Contudo, motivada por uma temática que emergiu das vivências do PIBID, decidi iniciar um novo capítulo da minha história e prosseguir com os estudos. Em 2011 ingressei no curso de Especialização em Educação Matemática na Universidade Federal de Santa Maria, onde procurei estudar sobre as dificuldades de aprendizagem manifestadas pelos estudantes. Ao longo do curso busquei compreender o que são as Dificuldades e os Distúrbios de Aprendizagem, suas diferenças e influências nos processos de ensino e aprendizagem.

Foi neste momento que ingressei no Projeto de Pesquisa em Rede “Desempenho Escolar Inclusivo na Perspectiva Multidisciplinar”, atendendo ao Edital 038/2010/CAPES/INEP/Observatório da Educação (OBEDUC). Os objetivos do Projeto eram distribuídos em quatro eixos: aferir a influência dos Distúrbios de Aprendizagem nos índices de Desempenho Escolar; analisar a influência da tecnologia digital em testes padronizados de desempenho; investigar a relação entre o Desempenho Escolar e o Livro Didático; e produzir materiais instrucionais e formativos sobre Dificuldades e Distúrbios de Aprendizagem.

Concomitantemente, em 2012, ingressei, pela mesma Universidade, no Mestrado em Educação em Ciências, dando continuidade aos estudos realizados no Projeto. Até essa parte da história, a personagem protagonista da minha vida era a estudante, interessada em aprender mais e mais, porém apenas a partir de leituras e discussões propiciadas por meio das cadeiras do curso de mestrado. No entanto, uma importante parte da minha história aconteceu quando percebi que meus conhecimentos a respeito da escola, das particularidades dos estudantes e da didática da sala de aula, não eram suficientes.

Surge então a segunda face da personagem dessa história, a professora e, desde sua chegada, assumiu o protagonismo. Ainda no primeiro semestre de 2012 passei a lecionar, como professora temporária, em uma escola estadual com turmas do Ensino Médio. O ano de 2012 me trouxe importantes aprendizagens, tanto no âmbito dos saberes da formação profissional - enquanto cursava as cadeiras do curso de Mestrado e participava do Projeto OBEDUC - quanto no âmbito dos saberes experienciais, advindos da prática docente.

Naquele ano tomei consciência de que ambas personagens eram mutuamente dependentes: para uma formação profissional mais realista, os estudos eram fundamentais; e para um olhar mais crítico nas leituras e discussões propiciadas pelo curso de Mestrado, a prática docente era insubstituível. Dissociar teoria e prática é um dos equívocos apontados por Veiga-Neto (2014) em relação ao uso das teorizações foucaultiana, visto que: "A própria teoria é indissociável da prática, ou talvez seja melhor dizer: a teoria já é uma prática." (p. 20). Isso pois, as teorizações foucaultianas são um modo de ver o mundo, são lentes que se utiliza para enxergar os problemas à nossa volta. Posto isso, surge a terceira face dessa personagem: a professora-pesquisadora.

A conclusão do curso de Mestrado no início de 2014 coincidiu com minha nomeação na Rede Estadual de Educação e com minha mudança para Porto Alegre. Em abril de 2014 conheci a escola estadual que foi meu local de trabalho até fevereiro de 2018 e, na qual, algumas propostas de ensino aqui relatadas, foram realizadas. Diante da minha necessidade de associar teoria e prática, pesquisei entre as Universidades da região os possíveis cursos de Pós-Graduação para realizar o doutoramento.

Dentre as opções, uma certeza: o doutorado deveria ser na área da Educação Matemática, de modo que escolhi o Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática (PPGEDUCEM) da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul (PUCRS). Essa certeza resultava da minha conscientização de que a díade teoria e prática deveriam caminhar juntas e, em meu entendimento, o melhor lugar para aprofundar as discussões relacionadas ao ensino da Matemática seria em um programa dessa natureza. Após a escolha, pesquisei entre os docentes do Programa, o professor cujos estudos e pesquisas mais se aproximavam dos meus interesses, de modo que ingressei no Grupo de Estudos e Pesquisas em Etnomatemática (GEPEPUCRS), coordenado pela profa. Dra. Isabel Cristina Machado de Lara.

Pertencer a esse grupo fez com que meus referenciais teóricos, até então tidos como verdadeiros, fossem postos sob suspeita, uma vez que as discussões do grupo estavam voltadas para o estudo de distintos grupos culturais e os processos de ensino e aprendizagem da Matemática nesses grupos específicos. Até o momento não fazia parte das minhas reflexões as implicações das diferentes formas de vida nos processos de ensino e aprendizagem e, ainda que eu me questionasse acerca das dificuldades de aprendizagem, não se passava pela minha cabeça a possibilidade de algumas dessas estarem relacionadas a dicotomia entre o modo de matematizar pertencente à forma de vida do estudante e a Matemática aprendida na escola. Tal dicotomia pode ser percebida nos jogos de linguagem utilizados nesses contextos, uma vez que distintos jogos são percebidos por meio das diferentes regras que os regulam.

As discussões no grupo de pesquisa, cuja temática central é a Etnomatemática, foram além, abordando aspectos históricos e filosóficos da Matemática. Efeito disso, com as leituras dos filósofos pós-estruturalistas Ludwig Wittgenstein e Michel Foucault[1], oportunizadas pela participação nos encontros do GEPEPUCRS, passei a refletir acerca dos distintos jogos de linguagem matemáticos, presentes em diferentes formas de vida, e as potencialidades que o reconhecimento de tais jogos podem trazer aos processos de ensino e aprendizagem. Ao mesmo tempo que passei a refletir acerca dos processos de hegemonização dos jogos de linguagem presentes na Matemática Escolar, bem como, as relações de poder, presentes ao longo da História da Matemática, que contribuíram para esses processos.

Constitui-se assim uma temática de pesquisa de meu interesse, no entanto, emerge a necessidade de compreender quais possíveis articulações já foram produzidas a partir do entrelaçamento entre Etnomatemática e História da Matemática. Mais do que isso, quais articulações foram produzidas no espaço escolar, com vistas à aprendizagem matemática dos estudantes.

1.2 Percebendo lacunas e procurando alternativas

Os resultados das avaliações nacionais em larga escala, realizadas com estudantes da Educação Básica, criam condições que possibilitam inferir sobre diferentes aspectos desta etapa de ensino. Pode-se considerar tais resultados, apesar das possíveis críticas relativas ao modo

[1] Aspectos sobre a vida e a obra destes filósofos são abordados no terceiro capítulo.

como se realizam tais avaliações, como um retrato das dificuldades enfrentadas ao longo dos processos de ensino e aprendizagem. Os resultados obtidos em avaliações de desempenho, nacionais e internacionais, realizadas no Brasil pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), evidenciam um baixo desempenho por parte dos estudantes brasileiros.

Entre essas avaliações há o Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB), que avalia bianualmente o desempenho dos estudantes de 5º e 9º anos do Ensino Fundamental e 3º ano do Ensino Médio, em Língua Portuguesa e Matemática. A partir dos microdados publicados pelo INEP, referentes aos desempenhos dos estudantes ao longo dos anos de 2005 a 2015 nessa avaliação, Santos e Tolentino-Neto (2015) verificaram que as médias de proficiência em Matemática, especificamente no Ensino Médio, não apresentaram progressos consideráveis. Entre 2005 e 2009, houve um crescimento pequeno, variando de 271 a 275 pontos, em 2011 o resultado permaneceu em 275 e, desde então, apresentou um declínio, chegando a 267 na edição de 2015. Segundo os autores, ao interpretar tais resultados a partir da Escala de Proficiência, instrumento em que são apresentadas as habilidades matemáticas esperadas em cada média de proficiência, foi possível constatar que os estudantes brasileiros se encontram no estrato mais baixo da escala para o Ensino Médio.

Ainda de acordo com Santos e Tolentino-Neto (2015), em termos de habilidades matemáticas equivale dizer que os estudantes que concluem o Ensino Médio dominam o conceito de Progressão Aritmética e a interpretação de tabelas que apresentem dupla entrada de valores reais. Ou seja, ao comparar a média de proficiência com a escala de proficiência, os autores identificaram que a maioria dos estudantes conclui essa etapa de ensino sem resolver problemas para calcular o valor numérico de uma função; calcular a probabilidade de um evento; identificar, a partir do gráfico de uma função, o seu comportamento; utilizar o conceito de Progressão Geométrica; operar com o plano cartesiano a fim de encontrar a intersecção entre duas retas; calcular distâncias a partir de razões trigonométricas; calcular de volume; operar com polinômios na sua forma fatorada; reconhecer a equação de uma circunferência; entre outros.

Por outro lado, o estudo das proficiências médias do Ensino Fundamental evidencia que desde 2005, tanto as notas dos anos inicias como dos anos finais só aumentaram. Esse fato permite refletir e questionar: o que acontece, ao longo do Ensino Médio, para que o desempenho caia de tal modo? Portanto, as avaliações nacionais criaram condições que possibilitaram evidenciar lacunas existentes nos processos de ensino e de aprendizagem de Matemática.

Entretanto, tais lacunas já eram percebidas por educadores e pesquisadores, que passaram a se dedicar na busca por metodologias, métodos e estratégias que minimizassem, de algum modo, as dificuldades encontradas ao longo dos processos de ensino e aprendizagem. Tais preocupações estão inseridas dentro de um campo de estudos amplo, intitulado Educação Matemática, que para Fiorentini e Lorenzato é a "[...] área de conhecimento das ciências sociais ou humanas, que estuda o ensino e a aprendizagem da matemática" (FIORENTINI; LORENZATO, 2009, p. 5). Segundo Miorim e Miguel (2001) já se percebia, no final do século XVIII, com os estudos de Rousseau, preocupações relativas aos processos de ensino e aprendizagem da Matemática.

A partir dos sistemas escolares nacionais, propostos no século XIX, a Matemática passou a figurar como uma disciplina, criando condições que possibilitaram que a Educação Matemática passasse a ser vista como um campo profissional específico (KILPATRICK, 1998; MIORIM, MIGUEL, 2001). Ao constituir-se disciplina, a Matemática adquire o poder de atribuir *status* de verdadeiro ou falso a práticas matemáticas, e consequentemente, excluindo para fora de seus limites, aquelas que não se adequarem ao seu discurso. Como destaca Foucault (2014, p. 34): "A disciplina é um princípio de controle da produção do discurso. Ela lhe fixa os limites pelo jogo de uma identidade que tem a forma de uma reatualização permanente das regras". Efeito disso, práticas matemáticas ditas falsas são marginalizadas, como "teratologias do saber" (FOUCAULT, 2014, p. 31).

Ainda nas primeiras décadas do século XIX, passou-se a se preocupar com métodos de ensino para tópicos específicos da Matemática e, de acordo com Kilpatrick (1998), além das preocupações relativas ao como ensinar, educadores e matemáticos questionaram-se acerca do que ensinar.

Ao final do século XIX, universidades de vários países passaram a se dedicar em cursos que proporcionassem uma formação docente mais aprofundada, que além dos conhecimentos matemáticos, abrangesse questões pedagógicas. Como destacou Kilpatrick (1998), o foco desses novos cursos que surgiam estava no treinamento de professores e na comparação de diferentes métodos de ensino para um mesmo conceito. Segundo o mesmo autor, com o avançar dos anos outras temáticas foram se tornando pauta das discussões dentro do campo da Educação Matemática, como: a questão curricular do que se deve ensinar; as relações entre a prática docente e as concepções dos professores; o emprego das tecnologias no processo de ensino e aprendizagem; práticas de avaliação da aprendizagem; a influência do contexto social e dos saberes dos estudantes nos processos de ensino e aprendizagem; entre outros (KILPATRICK, 1998).

Essa multiplicidade de focos de pesquisa dentro do campo da Educação Matemática relaciona-se ao que D'Ambrosio (1998) intitulou como o caráter holístico da Educação Matemática, que trata desde a aprendizagem e a cognição, passando por questões filosóficas, de estrutura e funcionamento da escola, formação de professores, metodologias, até questões específicas de conteúdo. Com uma visão mais ampla, Knijnik (2014) afirma que a Educação Matemática é o campo de estudos que tem como foco os diversos processos educativos, que envolvem práticas matemáticas, e se realizam dentro ou fora dos espaços educativos. Nas palavras da autora, esta significação "[...] tiene como supuesto que niños, jóvenes y adultos aprenden a "matematizar" no solamente en las instituciones oficialmente destinadas a la transmisión de los saberes y conocimientos matemáticos."(KNIJNIK, 2014, p. 147).

Dentro do campo da Educação Matemática diferentes tendências pedagógicas emergiram para dar conta das demandas na área do ensino e da aprendizagem em Matemática, ao longo de século XX. Fiorentini (1995) refaz o percurso das principais tendências pedagógicas relacionadas ao ensino de Matemática no Brasil: formalista clássica; empírico-ativista; formalista moderna; tecnicista; construtivista; sócioetnocultural. Em um estudo de viés foucaultiano, Lara (2011) põe sob suspeição os discursos disseminados ao longo dessas tendências pedagógicas e investiga os efeitos das mesmas na constituição dos sujeitos, dado que os sujeitos são produtos de práticas discursivas.

As tendências apresentadas e discutidas por Fiorentini (1995) e Lara (2011) não correspondem à totalidade das tendências pedagógicas, contudo os autores limitam suas análises e problematizações até a tendência socioetnocultural. Posteriormente, outras tendências emergiram, entre elas a histórico-crítica e a sociointeracionista-semântica. No entanto, para este estudo que pretende discutir questões relacionadas à Etnomatemática, as demais tendências, anteriores e posteriores a socioetnocultural, não serão exploradas.

De acordo com Fiorentini (1995), os modelos ou tendências pedagógicas se constituem a partir de algumas instâncias: papel do professor; papel do estudante; concepção sobre a própria disciplina escolar Matemática; concepção de ensino; concepção de pesquisa. Contudo, para Lara (2011) tais contribuições são possibilitadas por relações de poder e práticas discursivas tidas como verdadeiras em um determinado momento e não em outro.

Conforme Fiorentini (1995), o modelo socioetnocultural emergiu quando se constatou que a aprendizagem de alguns estudantes de classes social menos favorecidas não seguiram os padrões pré-estabelecidos. Segundo o autor, por algum tempo acreditou-se que as carências culturais e financeiras desses estudantes seriam um impedimento para a sua aprendizagem. Contudo, evidenciou-se que as crianças de classe econômica baixa que apresentavam dificuldades na Matemática da escola, utilizavam esses mesmos conceitos no seu dia-a-dia de forma satisfatória (FIORENTINI, 1995).

Enquanto os modelos anteriores ao socioetnocultural priorizavam a homogeneização do pensamento matemático, a emergência da Etnomatemática priorizava a diversidade de formas de pensar (LARA, 2011). Nesse sentido, os casos de insucesso escolar não recaem mais apenas sobre os estudantes, mas sobre a escola e a sala de aula. Isso é consequência de que a finalidade do ensino da Matemática nessa tendência está na desmistificação da realidade dos estudantes para que essa seja considerada o ponto de partida dos processos de ensino e aprendizagem. Para Fiorentini (1995) a tendência socioetnocultural tem fortes relações com a Etnomatemática, proposta por D'Ambrosio como as múltiplas técnicas para explicar ou conhecer os diversos contextos sociais e culturais.

Outra diferença em relação às tendências anteriores está no entendimento acerca da Matemática, que não está dada *a priori* à espera de ser descoberta, nem é resultado da construção humana, mas como um constructo determinado socioculturalmente e, por isso, só adquire significado imerso em um grupo cultural, como uma turma de estudantes ou uma comunidade científica (FIORENTINO, 1995). Assim, o conhecimento matemático "[...] passa a ser visto como um saber prático, relativo, não-universal e dinâmico, produzido histórico-culturalmente nas diferentes práticas sociais [...]" (FIORENTINI, 1995, p. 26).

A partir dessa interpretação para a Matemática há uma modificação em relação à concepção de currículo. De acordo com Fiorentini, a tendência socioetnocultural não assume um currículo pré-estabelecido, dado que esse é definido a partir do cotidiano e da cultura dos estudantes. Como afirma Lara (2011) essas diferentes visões de Matemática e currículo acabam por modificar as formas de exercer os processos de ensino e aprendizagem, ou seja, emergem novos modos de subjetivação dos sujeitos.

A autora afirma que a diversidade cultural presente na tendência socioetnocultural pode ser interpretada como uma das condições que possibilitaram a emergência de uma sociedade para além da disciplinar, onde o caráter holístico se faz presente (LARA, 2011). No entanto, como destacou a autora, há no discurso uma vontade de poder que, embora não queira, acaba por reforçar um conhecimento universal, visto que o holismo pressupõe uma ampla totalidade. Para Lara (2011), os efeitos da Etnomatemática na constituição do sujeito, ou ainda, da tendência socioetnocultural, são "[...] um sujeito multicultural do qual se possa extrair o máximo de energias inteligentes, indo, assim, ao encontro das exigências da sociedade do controle." (p. 111).

A respeito das tendências apresentadas por Fiorentini (1995) e Lara (2011), o autor destaca que não se trata de filiar-se acriticamente a uma tendência, mas refletir acerca das potencialidades de cada uma e, a partir de sua visão de educação e ensino, aprofunda-se naquela que melhor se adequa às suas concepções. Além disso, a construção de um ideário pedagógico pode ser dinâmica e dialética, pois

> [...] se estamos permanentemente refletindo sobre nossa prática pedagógica, se discutimos com nossos pares, se pesquisamos e buscamos continuamente novas fontes teóricas e novas alternativas de ação em sala de aula... então, é de se esperar que nosso ideário também esteja em permanente mutação. (FIORENTINI, 1995, p. 29).

Com o aporte de Kilpatrick (1998), Fiorentini e Lorenzato (2009) listam algumas das temáticas de pesquisa no campo da Educação Matemática, que segundo os autores podem ser interpretadas como linhas de pesquisa internacionais: Resolução de Problemas; uso de tecnologias nos processos de ensino e aprendizagem; desenvolvimento curricular; Formação de Professores; História e Filosofia da Matemática; Modelagem Matemática; Etnomatemática; entre outras (FIORENTINI; LORENZATO, 2009, p. 53). Dos possíveis aprofundamentos teóricos para essas linhas, vários pesquisadores têm dedicado seus estudos para compreender de que modo é possível articulá-las aos processos de ensino e aprendizagem na Educação Básica.

Por exemplo, Lévy (1999), defende que o uso das tecnologias multimídias na educação vai além das discussões entre ensino presencial e à distância, pois, por meio da navegação, oferece aos estudantes a possibilidade de trocas de saberes, além de aprendizagens cooperativas. Além disso, o autor evidencia que a hipertextualidade oferece uma aprendizagem personalizada e permanente.

Em relação à Resolução de Problemas, Onuchic (1999) afirma que essa precisa ser compreendida como um ponto de partida nas aulas de Matemática. A autora defende que essa tendência seja um caminho para a aprendizagem, e não a aplicação de um conceito já consolidado. Em suma, por meio dessa vertente, Onuchic acredita que os processos de ensino e aprendizagem permitem uma maior compreensão e torna-se mais significativo aos estudantes.

Sobre o uso da Etnomatemática no ensino, Ferreira (2003) afirma que a Etnomatemática pode ser compreendida como uma teoria educacional, ou ainda, um recurso pedagógico. Para tal, faz-se necessário seguir alguns passos que, como argumenta o autor, são os passos para a aprendizagem. São eles: contexto social; etnografia; etnologia; modelo; solução/não-solução; validação; ação. Em síntese, estudantes e professores identificam no contexto social da comunidade escolar anseios que podem tornar-se temas de estudo para, em seguida, realizar-se a etnografia, ou seja, pesquisas de campo para que se busquem possíveis soluções ao tema selecionado. Em seguida, há a etnologia, que consiste no estudo das soluções apontadas, momento em que os conhecimentos matemáticos são postos em prática. Assim, elabora-se um modelo matemático que é avaliado em função das suas potencialidades para solução ou não do problema emergente da comunidade escolar. Finaliza-se o processo com a validação das soluções e o delineamento de ações para serem propostas à comunidade (FERREIRA, 2003).

Já em relação à Modelagem Matemática como estratégia na Educação, Biembengut (2014) defende que a transposição dessa vertente para as salas de aula requer adaptações, uma vez que para a autora a Modelagem é considerada um processo de pesquisa. Assim, Biembengut apresenta a Modelação Matemática como proposta à articulação entre Modelagem e Educação. A autora sugere que a atividade desenvolvida a partir da Modelação perpasse três etapas, que são: Percepção e apreensão; Compreensão e explicitação; Significação e expressão. Em suma, o processo de Modelação Matemática consiste em

> [...] ensinar ao estudante os conteúdos do programa curricular da disciplina (e não curricular), a partir de um tema/assunto e, ao mesmo tempo, sob a forma de projeto, orientá-lo à pesquisa nos limites do processo educacional e na estrutura escola. (BIEMBENGUT, 2014, p. 202).

Em relação às possibilidades de usos da História da Matemática nas salas de aula, Miguel (1993) sugere que as atividades sejam propostas a partir de problemas, intitulados pelo pesquisador como “história-problema”, evitando apenas a exposição estritamente factual da história. Mais do que isso, o autor propõe que as atividades sejam elaboradas de modo a permitir a superação dialética de “dissonâncias cognitivas”[2] , que, por sua vez, motivam o estudante na busca de soluções, gerando assim aprendizagens.

Além disso, outros autores identificaram que, para fins pedagógicos, torna-se possível estabelecer articulações entre essas linhas de pesquisa, como por exemplo Rosa e Orey (2003), que propõem articular Etnomatemática e Modelagem Matemática, enquanto Lara (2013) sugere a tríade Etnomatemática, Modelagem Matemática e História da Matemática.

O conhecimento das tendências pedagógicas que perpassaram o ensino no Brasil, bem como das temáticas de pesquisa da Educação Matemática cujo o foco são os processos de ensino e de aprendizagem, aliado à minha experiência docente, constituem-se como uma rede. Rede

[2] Termo batizado por Leon Festinger (1919-1989) para referir-se ao conflito gerado por dois ou mais conhecimentos que sejam diferentes, tanto entre si, como em relação ao que o estudante possui.

essa que me capturou e possibilitou inquietações, de modo que passei a questionar-me sobre os modos pelos quais a Etnomatemática e a História da Matemática estavam sendo pensadas nas salas de aula. Afinal, existem pesquisas, voltadas para a Educação Básica, que articulam Etnomatemática e História da Matemática? Quais tipos de atividades são propostas nestes estudos? Quais consequências que a articulação da História da Matemática com a Etnomatemática pode trazer para a aprendizagem dos estudantes?

Esses questionamentos podem ser interpretados como lacunas dentro do campo da Educação Matemática, dado que os estudos que articulam diferentes temáticas desse campo ainda são incipientes. Tal afirmação emerge da constatação feita a partir de um mapeamento teórico que será detalhado na seção a seguir. Esse mapeamento foi realizado com o intuito de encontrar um caminho inédito para a minha produção, pois a partir do exposto é possível almejar um aprofundamento teórico referente às articulações entre História da Matemática e Etnomatemática, especialmente no contexto da Educação Básica.

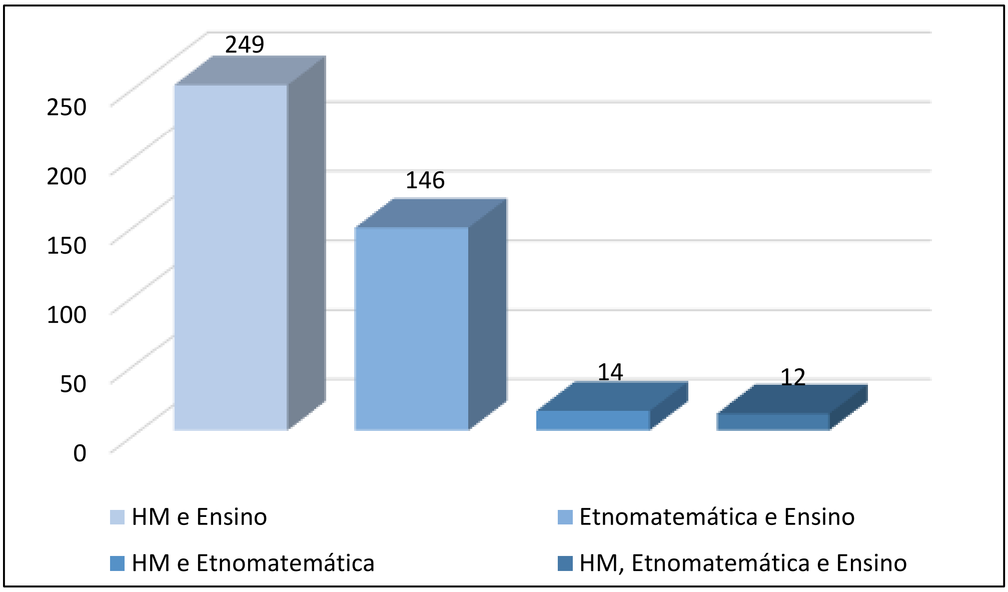
1.3 Em busca de um capítulo inédito e relevante

A fim de procurar respostas às questões suscitadas na seção anterior, realizei uma investigação teórica voltada à compreensão do que já foi pesquisado referente à articulação da História da Matemática e da Etnomatemática, no contexto da Educação Básica. Mais do que isso, almejei traçar um caminho para dar segmento ao estudo, um inédito e relevante capítulo para o campo da Educação Matemática no Brasil.

Para tal pesquisei junto a dois bancos de dados: Biblioteca Digital Brasileira de Dissertações e Teses (BDTD); Portal de Periódicos. Na Biblioteca utilizei as seguintes combinações para termos de busca: (i) "História da Matemática"[3] e Ensino; (ii) Etnomatemática e Ensino; (iii) "História da Matemática" e Etnomatemática; (iv) "História da Matemática", Etnomatemática e Ensino. O Gráfico 1 representa os resultados alcançados, discriminado de acordo com a combinação dos termos de busca.

[3] Utiliza-se aspas duplas na expressão História da Matemática a fim de limitar os resultados, evitando o aparecimento de produções que tratem apenas de História ou Matemática.

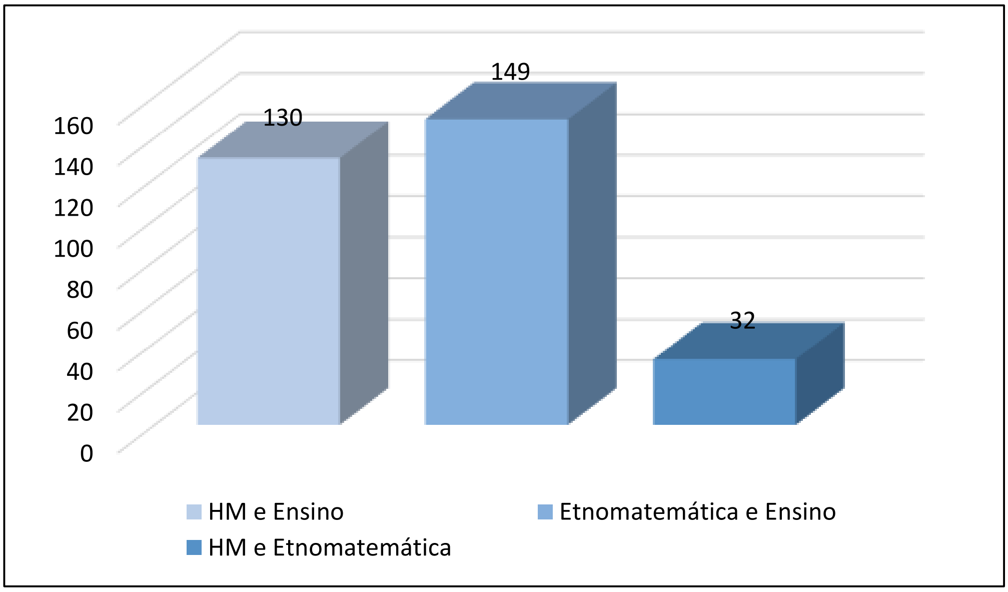
Gráfico 1: Número de dissertações e teses cujas temáticas envolvem História da Matemática (HM) e/ou Etnomatemática



Fonte: Elaborado pela autora a partir dos dados da Biblioteca Digital Brasileira de Dissertações e teses (2019).

Já no Portal as pesquisas foram realizadas as mesmas combinações de palavras com exceção da tríade "História da Matemática", Etnomatemática e Ensino, que não pode ser realizada pois não há a possibilidade de inserir a combinação de três termos para busca. O Gráfico 2 apresenta os resultados encontrados.

Gráfico 2: Número de artigos cujas temáticas envolvem História da Matemática (HM) e/ou Etnomatemática



Fonte: Elaborado pela autora a partir dos dados do Portal de Periódicos da CAPES (2019).

Frente aos interesses desta tese, a análise se limitará às produções que contemplam de algum modo os termos "História da Matemática" e Etnomatemática. Diante disso, o Quadro 1 apresenta as 12 dissertações ou teses encontradas com a busca por História da Matemática, Etnomatemática e ensino, na BDTD, em ordem cronológica. A fim de organizar a seleção e refinar o corpus que será analisado, optou-se por construir categorias *a priori* dessas produções. Portanto, o Quadro 1 apresenta ano, título, autor[4], orientador, tipo de produção e, por fim, a categoria na qual se encaixa.

O principal aspecto a ser considerado para a construção das categorias foi a presença, ou ausência, de propostas didáticas para o ensino da Matemática. Para tanto, elaborou-se a seguinte categorização:

CPE – com proposta de ensino;

SPE – sem proposta de ensino.

Quadro 1 – Dissertações ou teses realizadas no Brasil com as temáticas História da Matemática, Etnomatemática e Ensino

Nº	Ano	Título	Autor	Orientador	T/D[5]	CA[6]
1	1997	A dinâmica da contagem de Lahatua Otomo e suas implicações educacionais: uma pesquisa em Etnomatemática.	Pedro Paulo Scandiuzzi	João Frederico da Costa Azevedo Meyer	T	CPE
2	1998	Os ceramistas do Vale do Jequitinhonha: uma investigação Etnomatemática.	Wanderleya Costa	Maria do Carmo Santos Domite	T	SPE
3	2005	A cerâmica utilitária do povoado histórico Muquém: a Etnomatemática dos remanescentes do Quilombo dos Palmares.	Ligia Maria Stefanelli Silva	Ubiratan D'Ambrosio	D	SPE
4	2007	Ciência, magia e filosofia no processo de ensino-aprendizagem da matemática: uma introdução histórica sobre o Teorema de Pitágoras.	Marco Aurélio Munhoz Cano	Ubiratan D'Ambrosio	D	CPE
5	2011	A matemática do meio rural numa abordagem Etnomatemática: uma experiência educacional dos Núcleos-Escolas da comunidade camponesa do	Paulo Policarpo Campos	Suely Alves da Silva.	D	SPE

[4] Vale ressaltar: dissertações, teses e artigos utilizados apenas neste mapeamento teórico não serão referenciados ao final desta tese.
[5] T – Tese; D – Dissertação
[6] CA: categoria.

		Movimento Sem Terra no município de Serra Talhada.				
6	2012	Um olhar histórico nas aulas de trigonometria: possibilidades de uma prática pedagógica investigativa.	Gladis Bortoli	Ieda Maria Giongo	D	CPE
7	2012	Uma investigação sobre Tendências Metodológicas da Educação Matemática a partir das formações continuadas (Sergipe, 1988 a 2006).	Rone Peterson Oliveira Santos	Ivanete Batista dos Santos	D	SPE
8	2013	Utopia e esperança: do mito da terra sem males à educação Etnomatemática.	Marcos Lubeck	Sergio Roberto Nobre	T	SPE
9	2014	As contribuições da Etnomatemática e da perspectiva sociocultural da história da matemática para a formação da cidadania dos alunos de uma turma do 8º ano do Ensino Fundamental por meio do ensino e aprendizagem de conteúdos da educação financeira.	Gelindo Martineli Alves	Milton Rosa	D	CPE
10	2014	Disciplinas de educação matemática em cursos de licenciatura em matemática: um estudo sobre enunciações de licenciados do Instituto Federal do Piauí (IFPI).	Crisvânia de Castro Aquino	Gelsa Knijnik	D	SPE
11	2016	Tendências no ensino da matemática no Brasil: uma análise a partir de livros didáticos.	Luana Angélica Alberti	Adriana Richit	D	SPE
12	2017	Matemática e africanidades brasileiras: narrativas de professores (as) negros (as) sobre o trabalho com relações étnico-raciais no cotidiano escolar.	Ronaldo Tomaz de Andrade Silva	Marcos Aurélio Zanlorenzi	D	SPE

Fonte: Elaborado pela pesquisadora a partir dos dados da Biblioteca Digital Brasileira de Dissertações e teses (2019).

De forma semelhante, o Quadro 2 apresenta os 32 artigos encontrados com a busca por História da Matemática e Etnomatemática, no Portal, em ordem cronológica. Além disso, assim como nas dissertações e teses, os artigos serão organizados segundo as categorias pré-estabelecidas, referentes à presença, ou não, de propostas de ensino.

Quadro 2 - Artigos com as temáticas História da Matemática e Etnomatemática

Nº	Ano	Título	Autor	Dados da Publicação	CA
1	1994	On mathematics in the history of Sub-Saharan Africa.	Paulus Gerdes	Historia Mathematica, v.21, n. 3, p.345-376	SPE
2	2004	Mathematical think in gand geometric exploration in Africa and elsewhere.	Paulus Gerdes	Diogenes, v.51, n. 2, p.107-122	SPE
3	2008	A Numeração Karib no Alto Xingu.	Pedro Paulo Scandiuzzi	Revista Latinoamericana de Etnomatemática, v.1, n. 2, p.75-87	SPE
4	2009	A Braça da Rede, uma Técnica Caiçara de Medir.	Gilberto Chieus Jr	Revista Latinoamericana de Etnomatemática, v. 2, n. 2, p.4-17	SPE
5	2010	A matemática nas turmas de proeja: o lúdico como facilitador da aprendizagem.	Silvia Regina Pereira de Mendonça	HOLOS, ano. 26, v. 3, p.136-149	CPE
6	2012	Tendências e Perspectivas Historiográficas e Novos Desafios na História da Matemática e na Educação Matemática.	Ubiratan D'Ambrosio	Educação Matemática Pesquisa, v. 14, n. 3, p.336-348	SPE
7	2012	Entrevista com o professor doutor Ademir Damazio.	Cléder Schulter; Ediséia Suethe Faust Hobold; Gilvan Medeiros; Viviani do Nascimento	Poiésis, v. 5, p.192-202	SPE
8	2013	O ensino da Matemática por meio da História da Matemática: possíveis articulações com a Etnomatemática.	Isabel Cristina Machado de Lara	VIDYA, v. 33, n. 2, p. 51-62	CPE
9	2013	O Lugar da Matemática Escolar na Licenciatura em Matemática.	Wagner Valente	BOLEMA, v.27, n. 47, p.939-953	SPE
10	2013	Um pouco de História das Funções: algumas sugestões de atividades práticas para a sala de aula.	Davidson Oliveira; Marger Viana; Milton Rosa	BOLEMA, v.27, n. 46, p.513-529	CPE
11	2014	Reflexões sobre o ensino da matemática e diversidade cultural.	Paulus Gerdes	Revista Latinoamericana de Etnomatemática, v.7, n. 2, p.108-118	SPE
12	2014	A Formação do Educador Matemático Ubiratan D'Ambrosio: trajetória e memória.	Rosimeire Borges; Aparecida Duarte; Tânia Campos.	BOLEMA, v.28, n. 50, p.1057-1078	SPE
13	2014	Etnomatemáticas en Artesanías de Trenzado: aplicación de un modelo metodológico elaborado.	Veronica Albanese; María Oliveras; Francisco Perales.	BOLEMA, v.28, n. 48, p.1-20	SPE

14	2014	A Educação Matemática no Contexto da Etnomatemática Indígena Xavante: um jogo de probabilidade condicional.	Bruno José Ferreira da Costa; Thaís Tenório; André Tenório	BOLEMA, v.28, n. 50, p.1095-1116	CPE
15	2014	A Relação Família-Escola e a Prática do "Dever de Casa" de Matemática: um estudo sobre seus tensionamentos.	Gelsa Knijnik; Débora Junges	BOLEMA, v.28, n. 49, p.662-681	SPE
16	2014	O Processo de Inserção das Geometrias Não Euclidianas no Currículo da Escola Paranaense: a visão dos professores participantes.	Marlova Caldatto; Regina Pavanello,	BOLEMA, v.28, n. 48, p.42-63	SPE
17	2015	Pesquisas em Etnomatemática e suas contribuições para o contexto escolar: Um olhar para os anais dos CBEM.	Francisca Martins; Paulo Gonçalves	Revista Latinoamericana de Etnomatemática, v.8, n. 1, p.108-123	SPE
18	2015	Ensino de trigonometria numa abordagem histórica - um produto educacional.	Severino Carlos Gomes	HOLOS, ano. 31, v. 3, p.193-203	CPE
19	2015	Fundamentos filosóficos da Etnomatemática.	Fabio Marchon	Revista Latinoamericana de Etnomatemática, v.8, n. 1, p.87-107	SPE
20	2015	Os saberes matemáticos de jovens e adultos em contexto de privação de liberdade.	Claudia Meira; Maria Fantinato	Revista Latinoamericana de Etnomatemática, v. 8, n. 2, p.177-193	SPE
21	2015	Fronteiras Urbanas: perspectivas para as investigações em etnomatemática.	Cristiane Coppe; Mônica Mesquita	BOLEMA, v.29, n. 53, p.828-844	SPE
22	2015	Possibilidades Filosóficas em Etnomatemática.	Fabio Marchon; Maria Fantinato	BOLEMA, v.29, n. 52, p.549-567	SPE
23	2015	Do Conceito à Prática da Autonomia do Professor de Matemática.	Antonio de Souza; Michela da Silva,	BOLEMA, v.29, n. 53, p.1309-1328	SPE
24	2015	Práticas Possíveis com a História Oral na Formação Inicial de Professores (de Matemática).	Vinícius Tizzo; Flávia Flugge Heloisa; da Silva	BOLEMA, v.29, n. 53, p.887-908	SPE
25	2016	Etnomatemática: O ensino de medida de comprimento no 6o ano do ensino fundamental na Escola Indígena KanamariMaraã-AM, Brasil.	Benedito de Oliveira; Edilanê dos Santos	Revista Latinoamericana de Etnomatemática, v.9, n. 2, p.53-66	SPE
26	2017	A história da matemática contribuindo para a formação de professores indígenas: um olhar sobre a perspectiva sociocultural	Jonisario Littig; Leonardo Alves; Lidiane Lahass,	Educação Matemática Pesquisa, v.19, n. 2, p. 409-420	SPE

27	2017	Uma reflexão acerca dos conhecimentos e saberes necessários para a formação inicial do professor de matemática.	Luciene Costa Santos, Dailson Evangelista Costa;	Educação Matemática Pesquisa, v.19, n. 2, p. 265-290	SPE
28	2017	Panorama da Educação Matemática em alguns países da América Latina.	Célia Maria Carolino Pires	Educação Matemática Pesquisa, v.19, n. 3, p. 1-12	SPE
29	2017	Afetividade, etnomatemática e cultura negra.	Vanisio da Silva	Revista Latinoamericana de Etnomatemática, v.9, n. 3, p.26-43	SPE
30	2017	Importância da matemática: percepções sobre os saberes matemáticos dos pescadores artesanais.	Sicero Agostinho Miranda; Elaine Pereira; Vilmar Pereira	Educação Matemática Pesquisa, v.19, n. 1, p. 141-159	SPE
31	2017	O Currículo da Matemática escolar e a centralidade da dimensão cultural.	Elenilton Vieira Godoy; Vinicio de Macedo Santos	Educação Matemática Pesquisa, v.19, n. 3, p. 276-301	SPE
32	2018	Engenharia didática como metodologia de pesquisa nos projetos publicados no EBRAPEM (2014-2016).	Thiago Lopes; Rute Cristina da Palma; Pedro de Sá	Educação Matemática Pesquisa, v.20, n. 1, p. 159-181	SPE

Fonte: Elaborado pela pesquisadora a partir dos dados do Portal de Periódicos da CAPES (2019).

Para esta tese, interessa verificar as produções que possuem como temática a História da Matemática e a Etnomatemática voltadas para o ensino. Portanto, delimita-se a analisar as produções, dissertações, teses ou artigos, que apresentam propostas de ensino. A análise principal versará sobre os objetivos propostos, para que se possa criar condições que possibilitem delinear um objetivo de tese inédito para o campo da Educação Matemática. Desse modo, conforme os Quadros 1 e 2 apresentados acima, das 44 produções encontradas a partir da combinação dos termos “História da Matemática” e Etnomatemática, sendo 12 dissertações/teses e 32 artigos, apenas nove apresentam e discutem propostas de ensino.

Na tese de Scandiuzzi, o pesquisador realiza uma imersão na tribo Kuikuro e analisa as mudanças que o contato com a sociedade nacional propiciou ao processo de contagem da tribo, de modo que a Etnomatemática figurou como aporte teórico para essa imersão. Sendo o processo de contagem da tribo diferente do processo da Matemática Acadêmica, permeado por outras regras e expressos por meio de outros jogos de linguagem, Scandiuzzi questiona-se acerca da História da Matemática contada pelos historiadores: de que história e de que Matemática tratam? Isso pois, como destaca o pesquisador, a história presente nos livros não abrange histórias de modos de matematizar realizados por determinados povos, como os da tribo Kuikuro. Nesse sentido, a História da Matemática aparece na tese como um viés de problematização, onde o pesquisador defende ser necessário inserir na História da Matemática, em especial aquela contada no Brasil, a história da contagem indígena e de demais povos que aqui residem e utilizam outros modos de matematizar.

Após todo o período de imersão, Scandiuzzi elabora uma proposta de cartilha voltada ao ensino de Matemática dos Povos Indígenas do Parque do Xingu e, por esse motivo, considera-se que houve uma proposta de ensino. Na cartilha o pesquisador aborda conceitos relacionados a numeração, figuras geométricas, operações e resolução de problemas. A análise da cartilha proposta evidencia que em todas as atividades os índios são convidados a comparar seu modo de matematizar e sua linguagem à Matemática Escolar, como justificativa de que é preciso saber esse modo de matematizar para comunicar-se com o povo não-índio. Além dessa comparação, a cartilha apresenta linguagens de outros povos indígenas e, até mesmo, de outras civilizações, como é o caso da numeração Maia, apresentada como exemplo de simbologia.

Apesar de não utilizar Foucault ou Wittgenstein como referencial, é possível articular tais filósofos às discussões empregadas por Scandiuzzi. Em outros termos, observa-se que uma discussão foucaultiana poderia ser empregada a fim de compreender as lutas de poder e o processo de marginalização que o conhecimento matemático indígena enfrentou, ao passo que a Matemática Escolar não reconhece esses saberes. Além disso, ao propor uma comparação entre a linguagem indígena e da Matemática Escolar, observa-se um espaço propício para as discussões sobre estes diferentes jogos de linguagem, sua validade e seus limites dentro de determinada forma de vida. Contudo, o pesquisador não direciona a reflexão nesse sentido, evidenciando-se assim uma possível lacuna que cria condições que possibilitam novas pesquisas.

A dissertação proposta por Cano (2007) objetivou verificar possíveis relações entre a abordagem dada atualmente ao Teorema de Pitágoras e a abordagem proposta ao Teorema ainda na Grécia antiga. Além disso, investigou a Maçonaria e as possíveis semelhanças entre alguns procedimentos adotados pelos maçons e os utilizados pelos pitagóricos, visto que a Joia Maçônica assemelha-se à imagem do Teorema de Pitágoras. As atividades foram realizadas com estudantes de diferentes anos escolares, tanto do Ensino Fundamental e Médio, como de um Curso Técnico.

Observa-se que a História da Matemática foi utilizada na dissertação de dois modos: (i) para compreender a história do Teorema de Pitágoras, para assim elencar as possíveis relações com os maçons; (ii) como uma estratégia didática de inserção do conceito na sala de aula. As atividades realizadas pelos estudantes foram inspiradas em problemas e situações históricas, relacionadas ao Teorema de Pitágoras. A Etnomatemática figurou como o aporte teórico que criou condições que possibilitaram tanto a inserção, nas salas de aula, de uma temática externa à escola, a Maçonaria, como a consideração dos saberes trazidos pelos estudantes nos processos de ensino e aprendizagem.

Com um olhar foucaultiano, o estudo de Cano (2007) poderia ter abordado uma discussão acerca das relações de poder e saber presentes nas escolas e que, entre outros fatores, determinam os conceitos que são ensinados e os modos pelos quais se ensina. Em outras palavras, discutir regras, estratégias, metodologias, crenças e hábitos presentes nas escolas e que, ao longo da história da humanidade, constituíram-se como verdades absolutas dentro do contexto escolar.

A terceira dissertação que apresenta uma proposta de ensino foi escrita por Bortoli (2012) e objetivou problematizar conhecimentos de trigonometria, em especial os relacionados ao triângulo retângulo. Para tal, a pesquisadora elaborou atividades promovendo a inserção da História da Matemática nos processos de ensino e aprendizagem, especialmente como o ponto de partida para as discussões. Com o suporte teórico da Etnomatemática, relacionou a trigonometria aos saberes matemáticos próprios da construção civil, relacionando aspectos históricos da trigonometria com aspectos provenientes da prática da construção. Para a pesquisadora, a inserção da História permitiu aos estudantes compreender que a Matemática é uma construção humana, bem como, identificar que existem relações entre a Matemática Escolar e os saberes matemáticos culturais.

Embora a pesquisadora não utilize Wittgenstein como referencial, pode-se afirmar que as atividades por ela propostas possibilitaram comparações entre dois jogos de linguagem distintos, o próprio da Matemática Escolar, e o proveniente da construção civil. Assim, ao propiciar aos estudantes uma comparação entre os jogos de linguagem presentes na Matemática Escolar, com o emergente da construção civil, a pesquisadora criou condições que possibilitaram aos estudantes refletir acerca da hegemonia da Matemática Escolar, visto que os jogos de linguagem da construção civil foram capazes de abordar conceitos trigonométricos. Contudo, observa-se um uso instrumental da História da Matemática, apenas para iniciar o conteúdo, não havendo problematizações acerca dos diferentes jogos de linguagem presentes na história da Trigonometria e suas aproximações e distanciamentos em relação aos jogos de linguagem presentes na Matemática Escolar.

A dissertação proposta por Alves (2014) apresenta como objetivo verificar quais as contribuições da díade Etnomatemática e perspectiva sociocultural da História da Matemática para o desenvolvimento da noção de cidadania no estudante. Para tanto, o pesquisador elaborou atividades envolvendo a Educação Financeira e utilizou a História da Matemática como um constituinte de algumas dessas atividades. A História da Matemática presente nas atividades criou condições que possibilitaram aos estudantes compreender que a Matemática é uma criação humana e que se desenvolveu predominantemente a partir da necessidade de resolução de problemas emergentes em determinado contexto social, temporal e cultural.

O referencial teórico pautado no Programa Etnomatemática permitiu a criação de um elo entre os conhecimentos particulares dos estudantes sobre Educação Financeira e o conhecimento escolar. Observa-se, no entanto, que não se discutiu questões próprias do Programa Etnomatemática d'ambrosiano, como aspectos relativos aos processos de geração, organização e difusão dos conhecimentos. Em suma, a Etnomatemática foi utilizada como subsídio para se recorrer à diferentes modos de realizar práticas de comércio, em especial as realizadas no contexto em que os estudantes então imersos.

Das quatro produções analisadas até o momento, três dissertações e uma tese, foi possível identificar que uma aborda o ensino de matemática de povos indígenas, enquanto outras três são voltadas ao ensino não indígena. É possível observar que dos objetivos propostos nas quatro produções, nenhum almeja utilizar a História da Matemática para ensinar determinado conceito, como uma metodologia. Sua utilização assume um caráter secundário, mais lúdico, com o intuito de motivar os processos de ensino e aprendizagem, sem problematizar discussões relativas aos processos de hegemonização dos conceitos matemáticos, por exemplo. Por fim, observa-se que as atividades propostas em cada dissertação/tese são variadas, ao passo que, por vezes utilizam aspectos históricos, por vezes não.

A Etnomatemática é utilizada de três modos, visto que as dissertações propostas por Bortoli e Cano recorrem à Etnomatemática para incorporar às discussões escolares conhecimentos de outro grupo cultural, oriundos da construção civil e da maçonaria, respectivamente. Já a proposta por Alves baseia-se na Etnomatemática a fim de incorporar às atividades os conhecimentos prévios dos estudantes sobre a prática do mercado, visto que a dissertação discute elementos da Matemática Financeira. Por fim, a tese proposta por Scandiuzzi recorre à Etnomatemática como subsídio para o estudo de um modo de matematizar diferente da escolar, ou seja, o modo de matematizar indígena. Verifica-se nessa pesquisa, que embora o autor não utilize uma perspectiva foucaultiana e nem contribuições dos estudos de Wittgenstein, esse tipo de proposta poderia trazer à tona a Etnomatemática vista como produtora de mecanismos de controle, assumindo uma função de contraconduta[7] em relação à hegemonia da Matemática Escolar frente ao modo de matematizar indígena.

Dentre os artigos encontrados no mapeamento teórico, primeiro artigo selecionado segundo os critérios já pré-estabelecidos, foi escrito por Mendonça (2010) e objetivou refletir acerca da importância da realização de atividades lúdicas durante os processos de ensino e aprendizagem. No entanto, a leitura do artigo evidenciou que a Etnomatemática e a História da Matemática não são utilizadas para a elaboração das atividades realizadas com os estudantes, mas para elencar, de acordo com a autora, algumas tendências metodológicas no campo da Educação Matemática. Assim posto, observa-se a ausência de discussões no que tange às potencialidades pedagógicas da articulação entre História da Matemática e Etnomatemática, visto que para a autora, são tendências metodológicas independentes.

Já o artigo de Lara (2013) tem seu objetivo estritamente relacionado à articulação entre Etnomatemática e História da Matemática, visto que pretende refletir sobre o valor instrumental frequentemente atribuído à História da Matemática. Como um recurso pedagógico que busca ir além do valor instrumental, a autora propõe articulações com a Etnomatemática, por meio de atividades pedagógicas desenvolvidas com os estudantes que possibilitem aos mesmos compreender como se deu o processo de geração, organização e difusão do conhecimento matemático escolar. Como argumento Lara (2013) utiliza a noção foucaultiana de poder-saber, visto que, para conhecer tais processos é preciso criar condições que possibilitem aos estudantes compreender relações de poder que permeiam a História da Matemática. Nas palavras da autora

> [...] a História da Matemática possibilitará ao estudante investigar sobre esse sujeito, sobre como ele foi atravessado por relações de poder e de luta, para compreender de que modo determinado conhecimento e não outro foi gerado, porque ele foi organizado de um modo e não de outro, em determinado momento e não em outro. (LARA, 2013, p. 55)

Em relação às atividades didáticas a autora propõe pelo menos três modos para conduzir o processo, todos envolvendo a realização de pesquisa por parte dos estudantes. O primeiro consiste em solicitar ao estudante que pesquise fatos e informações acerca da constituição histórica de dado modelo ou conceito, para que tenha a oportunidade de conhecer diferentes matemáticos e civilizações que contribuíram para tal desenvolvimento. O segundo modo aponta a possibilidade de limitar o estudo de um conceito à determinada civilização, de modo que o estudante possa compreender quais condições sociais e culturais daquela civilização

[7] A noção foucaultiana de contraconduta está apresentada de modo mais detalhado na seção 3.2.3, que aborda a Etnomatemática como uma contraconduta à Matemática Escolar.

possibilitaram a emergência do conceito. Como terceiro modo a possibilidade de que o estudante pesquise acerca de uma única civilização, sem limitar o estudo de um conceito em especial, mas sim todas as contribuições daquele povo ao avanço da Matemática.

Verifica-se que, embora a autora não tenha como referencial teórico a filosofia wittgensteiniana, seria possível propor aos estudantes uma discussão acerca dos diferentes jogos de linguagem que compõem a História da Matemática, compreender as formas de vida que possibilitaram a emergência destes jogos, suas potencialidades e seus limites frente à Matemática Escolar.

O artigo escrito por Oliveira, Viana e Rosa (2013) apresenta um caderno de sugestões para professores do Ensino Médio elaborarem atividades envolvendo o conceito de Funções. O caderno, resultado de uma pesquisa de Mestrado, tem entre suas finalidades contribuir para que a História da Matemática seja incorporada aos processos de ensino e aprendizagem. Ao analisar as atividades elaboradas pelos autores é possível perceber que não contém aspectos da História da Matemática de forma explícita. Isso é uma consequência do referencial teórico utilizado, pois, de acordo com os autores, é possível utilizar a História da Matemática de dois modos, explicitamente ou implicitamente.

Nas atividades elaboradas no caderno de sugestões, a História da Matemática aparece de forma implícita, ou seja, como um eixo que orienta o processo de ensino visto que permite aos professores compreenderem antecipadamente dificuldades relacionadas à compreensão de determinado conceito. O uso implícito da História da Matemática não cria condições que possibilitem discussões acerca da hegemonia da Matemática Escolar, pois entre outros, não possibilita refletir sobre práticas matemáticas distintas da Matemática Escolar. Vale ressaltar que, embora o artigo tenha sido encontrado nas buscas realizadas a partir dos termos “História da Matemática” e Etnomatemática, os autores não abordam a Etnomatemática ao longo do texto.

Costa, Tenório e Tenório (2014) apresentam e discutem as potencialidades pedagógicas de um jogo digital que aborda aspectos relacionados ao contexto dos índios Xavante. Os autores argumentem acerca da necessidade de que os professores de diversas disciplinas escolares abordem em suas práticas fatores relacionados à cultura e à história indígena. A fim de contribuir para tal, os autores apresentam o jogo intitulado Adivinhe o número Xavante, cujo objetivo é desenvolver uma noção intuitiva de probabilidade condicional. A História da Matemática aparece entrelaçada ao conceito de Etnomatemática, visto que os autores afirmam que a Matemática, ao longo da sua história, foi desenvolvida a partir da contribuição de diferentes povos. Segundo os autores, a Etnomatemática busca valorizar o modo pelo qual esses diversos povos matematizam, em especial, o modo como os índios Xavantes o fazem.

Por fim, em seu artigo, Gomes (2014) relata o processo de construção de um caderno de atividades voltado ao ensino de trigonometria. A História da Matemática emerge como um fio condutor no desenvolvimento das cinco atividades pois, segundo o autor, a História contribuirá para que os estudantes compreendam o processo de evolução do conhecimento matemático. Logo, é possível observar que a proposição das atividades não segue o padrão exposto nos livros didáticos, mas sim o percurso histórico, dando especial ênfase à geometria euclidiana, dada a sua importância para trigonometria. Apesar de seguir uma ordem cronológica dos registros históricos sobre a trigonometria, observa-se que o autor não propõe aos estudantes refletir acerca da constituição histórica da Matemática, como os motivos pelos quais determinados conhecimentos se sobressaem em relações a outros, as modificações nos jogos de linguagem utilizados para enunciar aspectos históricos da trigonometria.

A leitura dos cinco artigos selecionados a partir dos critérios já mencionados evidencia pluralidades nos modos como a História da Matemática e a Etnomatemática são utilizadas. Os artigos de Lara (2013) e Gomes (2014) possuem certa afinidade, visto que argumentam em favor de um ensino que utilize a História da Matemática para criar condições que possibilitem aos estudantes compreenderem o processo evolutivo da Matemática. Por outro lado, os artigos de Mendonça (2010) e Costa et al (2014) aproximam-se por proporem atividades lúdicas para ensinar Matemática, porém, fazem pouco uso da História da Matemática. Por fim, Oliveira (2013) utiliza de forma mais contida a História da Matemática, visto que propõe um uso implícito, como argumentaram os autores.

Das análises realizadas nas produções é possível perceber que, com exceção da tese de Scandiuzzi, as demais argumentam que conhecimento histórico motivará os estudantes ao longo dos processos de ensino e aprendizagem, bem como, atribuirá maior significado ao conhecimento matemático. Já na tese de Scandiuzzi, cujo foco foi o ensino de matemática para índios da tribo Kuikuro, a História da Matemática emerge com um viés de problematização, visto que o pesquisador defende que a história da matemática praticada pelos índios deve ser inserida em contextos escolares formais. Portanto, utilizando a perspectiva teórica desta tese, essa pesquisa, se aprofundada à luz dos estudos de Foucault e Wittgenstein, poderiam apontar a Etnomatemática como uma contraconduta que, por meio da História da Matemática, contribuiria para a legitimação de outros jogos de linguagem postos à margem por não serem reconhecidos pela Matemática Escolar.

Entretanto, evidencia-se que algumas questões estão em aberto, como a respeito das dificuldades que emanam do processo, tanto para professores, como para estudantes. Como a literatura da área mostrará a seguir, o uso da História da Matemática não garante a motivação aos estudantes, questão essa que não é discutida nessas pesquisas. Além disso, a ausência de uma discussão mais profunda que oriente os professores na elaboração de atividades que englobem a História da Matemática no ensino.

Por fim, o mapeamento teórico realizado nas dissertações, teses e artigos que articulam História da Matemática e Etnomatemática, evidencia que tal articulação não é pensada à luz da filosofia pós-estruturalista, em especial dos filósofos Michel Foucault e Ludwig Wittgenstein. Portanto, não encontram-se pesquisas que problematizam a hegemonia da Matemática Acadêmica e que conduzam, em sala de aula, discussões acerca dos diferentes jogos de linguagem que foram produzidos historicamente. Consequentemente evidencia-se a ausência de discussões que possibilitem aos estudantes compreender as lutas de poder e os processos de marginalização que determinados saberes enfrentaram, ou ainda, refletir acerca da hegemonia da Matemática Escolar. Assim como, acerca dos diferentes jogos de linguagem, relacionados à distintas formas de vida, que contribuíram para o avanço do conhecimento matemático.

Portanto, torna-se inédito pensar sob essa ótica tais questões, uma vez que por meio da filosofia de Wittgenstein, para se fazer Matemática pode-se utilizar diferentes jogos de linguagem, de acordo com as formas de vida. Em suma, definidos os eixos centrais desta tese, investigado o que já foi produzido até então e evidenciado possíveis lacunas, no próximo capítulo apresentam-se os procedimentos metodológicos adotados.

2 PROBLEMATIZAÇÃO E PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

"Muito mais interessante e produtivo é perguntarmos e examinarmos como as coisas funcionam e acontecem e ensaiarmos alternativas para que elas venham a funcionar e acontecer de outras maneiras." (VEIGA-NETO, 2014, p.19). As palavras de Veiga-Neto refletem algumas das principais características do pós-estruturalismo, que tem em Michel Foucault e Ludwig Wittgenstein dois importantes representantes. Como destaca Veiga-Neto (2014), o pós-estruturalismo alterou os questionamentos recorrentes na época, até então enraizados em questões como "o que é", passando-se para questões do tipo "de que modo".

Ao propor que se questione de que outros modos e maneiras algo pode ocorrer, o pós-estruturalismo cria condições que possibilitam investigar e analisar quais as condições de emergência desses diferentes modos. Efeito disso, torna-se possível refletir acerca das relações de poder que se fazem presentes e contribuem para que determinado modo de funcionamento se sobreponha a outros.

Não por acaso, em meados das décadas de 1960 e 1970, no Brasil, a tendência socioetnocultural ganhou forças, contribuindo para a emergência de outros modos de ver e conceber o ensino de Matemática (FIORENTINI, 1995). Nesse sentido, em uma perspectiva pós-estruturalista, vale questionar e refletir sobre os modos pelos quais o ensino da Matemática ocorre nas escolas. Mais do que isso, é pertinente propor outros modos de funcionamento, outras possibilidades frente ao que está posto como, por exemplo, a partir da articulação da História da Matemática e a Etnomatemática.

No primeiro capítulo da tese foi possível identificar que as vertentes da Educação Matemática, Etnomatemática e História da Matemática, apresentam separadamente um elevado número de pesquisas já realizadas. No entanto, ao promover a articulação de ambas, observa-se que esse número cai consideravelmente, em especial se a articulação proposta visar o ensino de Matemática. A leitura das produções - dissertações, teses e artigos - que foram encontradas com a articulação entre Etnomatemática e História da Matemática, possibilitou verificar que apenas nove propõem propostas de ensino que, de algum modo, envolvem tal articulação. Contudo, o mapeamento teórico realizado no primeiro capítulo evidenciou que a articulação entre História da Matemática e Etnomatemática não é pensada à luz da filosofia pós-estruturalista, em especial dos filósofos Michel Foucault e Ludwig Wittgenstein.

Assim posto, esta tese articula as duas vertentes, Etnomatemática e História da Matemática, aos filósofos pós-estruturalistas supracitados, ao passo que suas articulações criam condições que possibilitam um olhar diferenciado e produtivo no que tange às contribuições para o ensino de Matemática. Mais do que isso, tal articulação possibilita ensaiar alternativas para que o Ensino de Matemática ocorra de outras maneiras. Efeito disso, é possível refletir acerca das lutas de poder que permearam a constituição da Matemática Escolar e Acadêmica, bem como, dos processos de marginalização que os saberes de distintas civilizações enfrentaram ao longo da história.

2.1 Da questão de pesquisa aos objetivos

O mapeamento realizado nas dissertações, teses e artigos, evidenciou a pouca atenção que tem sido dada à articulação da Etnomatemática e da História da Matemática na construção de propostas de ensino para a Educação Básica. Para além dessa lacuna, tal articulação se justifica pelas potencialidades que acrescenta aos processos de ensino e aprendizagem de Matemática, em especial quando pensada à luz das teorizações pós-estruturalistas de Foucault e Wittgenstein.

Com o aporte destes filósofos, essa articulação cria condições de possibilidade para a problematização da hegemonia da Matemática Acadêmica, oportunizando discussões sobre diferentes jogos de linguagem que foram produzidos historicamente. Além disso, possibilita refletir acerca dos diferentes jogos de linguagem, relacionados à distintas formas de vida, que contribuíram para o avanço do conhecimento matemático e as relações de poder-saber travadas ao longo da história da humanidade.

Em consonância com o pensamento pós-estruturalista expresso nas palavras supracitadas de Veiga-Neto (2014), para além de perguntar e examinar como o ensino da Matemática funciona, interessa ensaiar alternativas para que, por meio da articulação da História da Matemática e da Etnomatemática, ele aconteça de outras maneiras. Diante disso, estabelece-se como questão de pesquisa para esta tese: *Quais ações pedagógicas emergem da articulação da Etnomatemática com a História da Matemática e de que modo contribuem para que os estudantes da Educação Básica compreendam a hegemonização dos jogos de linguagem presentes na Matemática Escolar?*

As ações pedagógicas podem ser consideradas um método no sentido *soft* do termo (VEIGA-NETO, 2009), visto que não são imutáveis ou aplicáveis impreterivelmente de modo ordenado. Entende-se tais ações como as diferentes estratégias que podem ser utilizadas pelo professor, com grupos específicos de estudantes, a fim de criar condições de possibilidade para que a aprendizagem matemática dos estudantes aconteça.

Para orientar o processo de pesquisa, quatro questões direcionadoras foram propostas:

a) De que modo o resgate de diferentes jogos de linguagem, utilizados ao longo da História da Matemática para representar determinados conceitos, pode contribuir para os processos de ensino e de aprendizagem de Matemática dos estudantes participantes da pesquisa?

b) Como elaborar propostas de ensino que possibilitem aos estudantes compreender os diversos modos de matematizar, encontrados em diferentes formas de vida e presente em distintas civilizações desde a Antiguidade?

c) Reconhecer como as relações de poder e tramas históricas que criaram condições que possibilitaram a hegemonização da Matemática Escolar modificam ou não a aprendizagem do estudante?

d) Quais impactos, caso existam, podem ser percebidos nos processos de ensino e aprendizagem de Matemática, quando se desenvolve uma proposta de ensino que articula Etnomatemática e História da Matemática?

Tais questões reforçam que a articulação entre Etnomatemática e História da Matemática, para a elaboração de propostas de ensino, pode ser possibilitada à luz das teorizações foucaultiana e wittgensteiniana. Efeito disso, tem-se como hipótese que *o reconhecimento dos jogos de linguagem, presentes na História da Matemática, cria condições que possibilita aos estudantes compreenderem aspectos como: os diversos modos de matematizar articulados aos diferentes usos da Matemática, encontrados nas diferentes formas de vida presentes em distintas civilizações desde a antiguidade; a constituição de diferentes jogos de linguagem presentes nessas formas de vida; o processo de marginalização de alguns jogos de linguagem historicamente constituídos; a hegemonização dos jogos de linguagem presentes na Matemática Escolar; as condições de emergência de determinados conceitos ao longo da história da humanidade.*

A hipótese evidencia efeitos desejados na aprendizagem dos estudantes, efeitos da articulação entre a História da Matemática e a Etnomatemática, nas salas de aula da Educação Básica. Portanto, a partir das ações pedagógicas que emergem dessa articulação, estabelece-se como objetivo central nesta tese: **Categorizar ações pedagógicas emergentes da articulação da Etnomatemática e da História da Matemática e analisar de que modo tais ações contribuem para que os estudantes da Educação Básica compreendam a hegemonização dos jogos de linguagem presentes na Matemática Escolar.**

Com os estudos de Wittgenstein, é possível afirmar que não existe apenas um jogo de linguagem capaz de explicar ou resolver determinada situação. Portanto, conhecer outras formas de vida e outros usos dos conceitos matemáticos pode facilitar a aprendizagem do estudante, em particular se ele reconhecer que nem sempre os jogos de linguagem presentes na Matemática Escolar foram utilizados, que outras civilizações - formas de vida - utilizavam outros jogos de linguagem. Tais jogos enfrentaram lutas de poder, resultando assim em processos de marginalização ou hegemonização, como no caso dos saberes que constituíram a Matemática Acadêmica. Para se chegar ao objetivo principal, alguns objetivos específicos tornam-se necessários:

a) verificar como o resgate, feito pelos estudantes participantes da pesquisa, de diferentes jogos de linguagem utilizados ao longo da História da Matemática para representar determinados conceitos contribuem para os processos de ensino e de aprendizagem de Matemática;

b) analisar as implicações na aprendizagem dos estudantes ao compreenderem diversos modos de matematizar vinculados aos diferentes usos da Matemática, encontrados em diferentes formas de vida presentes em distintas civilizações desde a Antiguidade;

c) investigar como o reconhecimento das relações de poder e das tramas históricas que criaram condições de possibilidade para a hegemonização da Matemática Escolar modifica, ou não, a aprendizagem do estudante;

d) analisar como a utilização da díade História da Matemática e Etnomatemática, como base metodológica para diferentes propostas de ensino, pode ser vista como uma contraconduta frente aos jogos de linguagem presentes na Matemática Escolar.

Na próxima subseção do capítulo serão apresentadas as estratégias metodológicas que conduzirão o processo da pesquisa.

2.2 As propostas de ensino e os instrumentos da pesquisa

Seguindo as palavras de Veiga-Neto sobre “[...] ensaiarmos alternativas para que elas venham a funcionar e acontecer de outras maneiras.” (Veiga-Neto, 2014, p.19), estabeleceu-se, como estratégia metodológica para a articulação entre a História da Matemática e a Etnomatemática, na Educação Básica, a elaboração, execução e análise de propostas de ensino. Tais propostas são um conjunto de atividades didáticas elaboradas a fim de criar condições de possibilidades para a abordagem tanto de conceitos matemáticos, como de seus aspectos históricos.

Ao total, sete propostas de ensino foram aplicadas e tem seus resultados analisados ao longo da tese. Para a elaboração das propostas de ensino, seguiu-se o mesmo processo: (i) escolha da turma; (ii) escolha do conceito/conteúdo matemático; (iii) estudo sobre os aspectos históricos do conceito; (vi) desenho da proposta. O Quadro 3 apresenta e caracteriza as propostas de ensino, de acordo com o conceito ou conteúdo abordado, ano escolar aplicado, ano de realização, número de participantes e a escola em que foi realizada[8].

Quadro 3 – Propostas de ensino

PROPOSTA 1 (Apêndice A)	
Conceito/conteúdo:	Progressões Aritméticas
Ano escolar:	2º ano do Ensino Médio
Ano de realização:	2017
Nº de participantes:	47
Duração:	18 momentos distribuídos em 790 minutos
Escola:	ALFA
PROPOSTA 2 (Apêndice B)	
Conceito/conteúdo:	Logaritmos
Ano escolar:	2º ano do Ensino Médio
Ano de realização:	2018
Nº de participantes:	64
Duração:	10 momentos distribuídos em 280 minutos
Escola:	ALFA
PROPOSTA 3 (Apêndice C)	
Conceito/conteúdo:	Técnicas de Multiplicação
Ano escolar:	5º ano do Ensino Fundamental e 2º ano do Ensino Médio
Ano de realização:	2018
Nº de participantes:	23
Duração:	16 momentos distribuídos em 400 minutos
Escola:	ALFA
PROPOSTA 4 (Apêndice A)	
Conceito/conteúdo:	Progressões Aritméticas
Ano escolar:	2º ano do Ensino Médio
Ano de realização:	2018
Nº de participantes:	25
Duração:	18 momentos distribuídos em 790 minutos
Escola:	ALFA
PROPOSTA 5 (Apêndice D)	
Conceito/conteúdo:	Trigonometria
Ano escolar:	2º ano do Ensino Médio
Ano de realização:	2018
Nº de participantes:	59
Duração:	10 momentos distribuídos em 2 semanas + 470 minutos
Escola:	ALFA
PROPOSTA 6 (Apêndice E)	
Conceito/conteúdo:	Teorema de Tales
Ano escolar:	9º ano do Ensino Fundamental
Ano de realização:	2019
Nº de participantes:	50
Duração:	12 momentos distribuídos em 580 minutos
Escola:	BETA
PROPOSTA 7 (Apêndice D)	
Conceito/conteúdo:	Técnicas de multiplicação
Ano escolar:	5º do Ensino Fundamental

[8] Por questões de anonimato, os nomes das escolas foram omitidos sendo substituídos por letras gregas.

Ano de realização:	2019
Nº de participantes:	23
Duração:	16 momentos distribuídos em 340 minutos
Escola:	BETA

Fonte: elaborado pela pesquisadora (2020).

Ao total, participaram das propostas de ensino 210 estudantes da Educação Básica, sendo 41 dos anos iniciais do Ensino Fundamental, 50 dos anos finais do Ensino Fundamental e 119 do Ensino Médio. Esses estudantes estão distribuídos em duas escolas, sendo uma na cidade de Porto Alegre, ALFA, e uma na cidade de Rio Grande, BETA, ambas no estado do Rio Grande do Sul. A escola ALFA, da qual participaram 137 estudantes, situa-se na zona norte da cidade de Porto Alegre e funciona nos três turnos, oferecendo o Ensino Fundamental e Ensino Médio a aproximadamente 888 estudantes. Desses estudantes, 545 são do Ensino Fundamental e 343 do Ensino Médio. A escola BETA, da qual participaram 73 estudantes, situa-se no centro da cidade de Rio Grande, oferecendo três turnos de funcionamento. No Ensino Fundamental, atende 371 estudantes, no Ensino Médio 457 e na Educação de Jovens e Adultos 391 estudantes, atendendo, aproximadamente 1219 estudantes.

Destaca-se que a pesquisadora era docente em ambas as escolas, por isso a escolha dessas duas instituições para a realização das propostas de ensino. Apresentou-se às equipes diretivas e pedagógicas o objetivo geral e as hipóteses acerca das potencialidades que a articulação da Etnomatemática com a História da Matemática pode proporcionar aos processos de ensino e de aprendizagem de Matemática, obtendo-se assim o aval das instituições de ensino para a participação dos discentes neste estudo. Das sete propostas, três não se realizaram nas turmas das quais a pesquisadora era docente (Proposta 3, Proposta 6 e Proposta 7), havendo assim a necessidade de contatar o docente responsável para a realização do convite. Em ambas as escolas, as equipes diretivas e pedagógicas, bem como, os docentes contatados, foram receptivos à proposta de trabalho apresentada, apoiando a realização do estudo e ressaltando a importância de pensar formas alternativas para o ensino da Matemática.

Em relação ao convite feito aos estudantes, com exceção das propostas de ensino sobre as Técnicas para multiplicar (Proposta 3 e Proposta 7), as demais abordaram conteúdos e conceitos previstos, de acordo com o currículo escolar do respectivo ano, para serem estudados no momento em que a proposta de ensino se realizou. Nesse sentido, expôs-se aos estudantes que a abordagem dos conceitos e conteúdos se daria em paralelo ao estudo da sua história, devido à hipótese de que, por meio da História da Matemática, os processos de ensino e de aprendizagem de Matemática são significados e facilitados. A receptividade dos estudantes foi evidente, sem objeções e, mais do que isso, alguns já manifestaram interesse em compreender “por que estudamos isso?”, “quem inventou esse conceito?”, entre outros aspectos. Voltando às propostas sobre as Técnicas para multiplicar, vale ressaltar que optou-se por elaborar uma proposta curta, pois era o único tema proposto que não abordava o assunto destinado ao estudo das turmas naquele momento. Em ambos os casos, os estudantes foram receptivos e mostraram-se interessados em aprender outros modos para a realização do produto entre dois números.

Após a realização de cada proposta de ensino, os estudantes foram convidados a responder questões previamente elaboradas. Tais questões foram pensadas com o intuito de identificar nos estudantes suas percepções acerca da proposta de ensino realizada, mas para, além disso, com a finalidade de utilizá-las como instrumentos de análise na tese. Diante disso, o *corpus* utilizado para análise foi composto de questionários[9] com respostas abertas, criando assim condições de possibilidade para que cada participante expusesse seus argumentos e justificativas por meio de respostas dissertativas.

A fim de criar condições que proporcionassem a compreensão do material recolhido por meio dos questionários, os dados foram digitados e organizados em quadros, separados de acordo com as questões e o estudante respondente. Para identificar o estudante respondente, os ditos serão apresentados no formato P_iE_j onde P caracteriza as propostas de ensino, i representa uma proposta de ensino específica, E caracteriza os estudantes e j representa um estudante participante específico. Após a leitura e imersão nos materiais coletados, procurou-se identificar o que os dados trazem à tona e analisar os seus discursos imbricados, utilizando-se como ferramenta analítica a genealogia foucaultiana[10].

Portanto, para formular esta tese, algumas hipóteses foram criadas a partir das primeiras propostas de ensino que foram aplicadas (Propostas 1, 2 e 3). Por esse motivo, a análise das propostas está dividida em dois capítulos, sendo no capítulo quatro aquelas que criaram condições de possibilidade para a formulação das hipóteses da tese, e no capítulo cinco, as novas propostas realizadas, com o intuito de reafirmar as hipóteses construídas.

2.3 Análise Genealógica Discursiva

As aproximações entre Foucault e Wittgenstein são nítidas quando se observa o entendimento que ambos têm acerca da linguagem. Como destaca Veiga-Neto (2014):

---

[9] Os questionários aplicados aos estudantes participantes da pesquisa encontram-se nos apêndices da tese, ao final de sua respectiva proposta de ensino.
[10] A genealogia foucaultiana enquanto estratégia de análise é tratada na subseção seguinte.

> Mesmo sem ter jamais feito alguma referência explícita a Ludwig Wittgenstein - pelo menos, segundo os registros até agora disponíveis aos especialistas - Foucault partilha muito de perto da grande maioria das descobertas que o filósofo austríaco havia feito no campo da linguagem. Questões como "não perguntar 'o que é isso?'" mas, sim, "perguntar como isso funciona?", ou "aquilo que está oculto não nos interessa" - que equivale a dar as costas à Metafísica -, ou "a verdade é aquilo que dizemos ser verdadeiros" - que equivale a dizer que as verdades não são descobertas pela razão, mas inventadas por ela - são comuns aos dois filósofos. (VEIGA-NETO, 2014, p.90)

Essa compreensão de linguagem afeta e modifica, por consequência, o que se entende por conhecimento e sujeito, de modo que se torna inviável separá-los da noção de discurso: "Dado que cada um de nós nasce no mundo que já é de linguagem, num mundo em que os discursos já estão há muito tempo circulando, nós nos tornamos sujeitos derivados desses discursos." (VEIGA-NETO, 2014, p. 91).

Dentro dessa perspectiva de entender a linguagem, ambos os filósofos, Foucault e Wittgenstein, introduzem noções como jogos de linguagem e regras – em uma perspectiva wittgensteiniana –, e prática discursiva, discurso, enunciado e enunciação, em uma perspectiva foucaultiana. Entretanto, Foucault vai além e propõe um modo específico de analisar os discursos: a análise genealógica. Como condição necessária à realização da análise genealógica foucaultiana, é preciso diferenciar, bem como compreender, as relações existentes, entre discurso, enunciado e enunciação.

A enunciação "[...] é um acontecimento que não se repete; tem uma singularidade situada e datada que não se pode reduzir." (FOUCAULT, 1987, p. 116), característica determinante para diferenciá-la de um enunciado. Isso pois, ao passo que "[...] uma enunciação pode ser *recomeçada* ou *reevocada*, enquanto uma forma (linguística ou lógica) pode ser *reatualizada*, o enunciado tem a particularidade de poder ser *repetido:* mas sempre em condições restritas." (FOUCAULT, 1987, p. 120, grifos do autor).

A recorrência de certas enunciações não é condição suficiente para a existência do enunciado pois, para que um conjunto de enunciações se torne um enunciado, é necessário que haja a manifestação de um saber. Por consequência, o enunciado carrega consigo a característica de ser aceito, repetido e assim transmitido (VEIGA-NETO, 2014). Nas palavras de Foucault:

> Chamaremos *enunciado* a modalidade de existência própria desse conjunto de signos: modalidade que lhe permite ser algo diferente de uma série de traços, algo diferente de uma sucessão de marcas em uma substância, algo diferente de um objeto qualquer fabricado por um ser humano; modalidade que lhe permite estar em relação com domínio de objetos, prescrever uma posição definida a qualquer sujeito possível, estar situado entre outras performances verbais, estar dotado, enfim de uma materialidade repetível (FOUCAULT, 1987, p. 123-124, grifo do autor).

Como destaca o filósofo, o enunciado não é um conjunto qualquer de signos ditos ou escritos, ou ainda, uma unidade de tipo linguística (FOUCAULT, 1987): "Não acredito que a condição necessária e suficiente para que haja enunciado seja a presença de uma estrutura proposicional definida, e que se possa falar de enunciado todas as vezes em que houver proposição e apenas neste caso." (FOUCAULT, 1987, p. 91). Como exemplos de enunciados que não são expressos por meio de proposições gramaticais, Foucault (1987) cita gráficos, pirâmides de ideias, e Veiga-Neto (2014) complementa com fotografias e mapas.

Portanto, diferentemente das enunciações que são únicas e jamais podem ser repetidas – visto que a própria repetição ocorreria em um tempo diferente –, o enunciado não carrega consigo essa característica de ser lembrado de forma datada, e por consequência disso, pode ser repetido. Nas palavras do autor "[...]o enunciado circula, serve, se esquiva, permite ou impede a realização de um desejo, é dócil ou rebelde a interesses, entra na ordem das contestações e das lutas, torna-se tema de apropriação ou de rivalidade." (FOUCAULT, 1987, p. 121). Assim, para que um conjunto de enunciações vire um enunciado é preciso mais do que recorrência, é preciso que esse conjunto tenha um *status* de poder, "[...] um peso relativo ao campo em que está colocado [...]" (FOUCAULT, 1987, p. 121).

Um determinado conjunto de enunciados pode constituir uma formação discursiva, isso quando for possível definir uma regularidade: "[...] se puder definir uma regularidade (uma ordem, correlações, posições e funcionamentos, transformações) [...] (FOUCAULT, 1987, p. 43). Tal formação, é constituída de regras, que funcionam como condição de existência e manutenção dos enunciados:

> Chamaremos de *regras de formação* as condições a que estão submetidos os elementos dessa repartição (objetos, modalidades de enunciação, conceitos, escolhas temáticas). As regras de formação são condições de existência (mas também de coexistência, de manutenção, de modificação e de desaparecimento) em uma dada repartição discursiva. (FOUCAULT, 1987, p. 43-44, grifos do autor)

Assim, quando Foucault (1987) anuncia a noção de discurso, basta dizer que é um conjunto de enunciados que se apoia na mesma formação discursiva, ou seja, "[...] um número limitado de enunciados para os quais podemos definir um conjunto de condições de existência." (FOUCAULT, 1987, p. 135). Como destaca o filósofo: "Certamente os discursos são feitos de signos; mas o que fazem é mais que utilizar esses signos para designar coisas. É esse mais que os torna irredutíveis à língua e ao ato da fala. É esse "mais" que é preciso fazer aparecer e que é preciso descrever." (FOUCAULT, 1987, p. 56).

Portanto, a análise genealógica ou análise de discurso na perspectiva foucaultiana, se atenta aos discursos, com o intuito de compreender quais as condições de existência de seus enunciados, quais suas regras de formação. Mais do que isso, se atenta aos discursos para compreender seus efeitos na constituição dos sujeitos, pois são "[...] práticas que formam sistematicamente os objetos de que falam." (FOUCAULT, 1987, p. 56). A análise genealógica se debruça sobre a formação efetiva dos discursos, buscando analisar quais suas condições de emergência. Entretanto,

> [...] às coisas ditas, não pergunta o que escondem, o que nelas estava dito e o não- dito que involuntariamente recobrem, a abundância de pensamentos, imagens ou fantasmas que as habitam; mas, ao contrário, de que modo existem, o que significa para elas o fato de se terem manifestado, de terem deixado rastros e, talvez, de permanecerem para uma reutilização eventual; o que é para elas o fato de terem aparecido - e nenhuma outra em seu lugar. (FOUCAULT, 1987, p. 126).

A análise dos enunciados não almeja realizar uma descrição exaustiva do que foi dito, "[...] mas definir as condições nas quais se realizou a função que deu a uma série de signos [...] uma existência, e uma existência específica." (FOUCAULT, 1987, p. 125). Portanto, a análise genealógica de Foucault (2014) investiga como se formaram determinados discursos e quais condições possibilitaram essa formação.

Desse modo, os questionários aplicados após cada proposta de ensino realizada nesta tese serão observados, tratados, analisados como um conjunto de enunciações produzidas por estudantes da Educação Básica. Como reitera o filósofo:

> A análise enunciativa só pode se referir a coisas ditas, a frases que foram realmente pronunciadas ou escritas, a elementos significantes que foram traçados ou articulados - e, mais precisamente, a essa singularidade que as faz existirem, as oferece à observação, à leitura, a uma reativação eventual, a mil usos ou transformações possíveis, entre outras coisas, mas não como as outras coisas. (FOUCAULT, 1987, p. 126).

Como destacam Wanderer e Schefer (2016), na análise de discurso de perspectiva foucaultiana "[...] os pesquisadores buscam analisá-los por aquilo que dizem e pelas regras que os geram, não se prendendo aos significados dos signos que os compõem." (p. 34). Isso é efeito de que, para Foucault, o sujeito é constituído de discursos que o formam, relações de poder-saber que o disciplinam e determinam seus modos de pensar, agir e ver no mundo. Ou seja, analisar os ditos dos estudantes nas propostas de ensino realizadas na presente tese, significa trazer à tona quais as condições de existência desses ditos. Com propriedade Fisher (2001) afirma que:

> Ao analisar um discurso - mesmo que o documento considerado seja a reprodução de um simples ato de fala individual-, não estamos diante da manifestação de *um* sujeito, mas sim nos defrontamos com um lugar de sua dispersão e de sua descontinuidade, já que o sujeito da linguagem não é um sujeito em si, idealizado, essencial, origem inarredável do sentido: ele é ao mesmo tempo falante e falado, porque através dele outros ditos se dizem. (FISCHER, 2001, p. 207)

Em outras palavras, a análise de discurso na perspectiva foucaultiana objetiva trazer à tona os discursos que determinaram a produção dos enunciados e enunciações e, mais do que isso, as condições de existência do próprio discurso. Para Fischer (2001), a análise de discurso foucaultiana é "[...] um modo de investigar não "o que está por trás" dos textos e documentos, nem "o que se queria dizer" com aquilo, mas sim descrever quais são as condições de existência de um determinado discurso, enunciado ou conjunto de enunciados." (p. 221).

Em síntese, a análise genealógica cria condições que possibilitam compreender mais do que ditos dos estudantes, mas as relações de poder e saber históricas que os envolve. Como destaca Fischer: "O convite de Foucault é que, através da investigação dos discursos, nos defrontemos com nossa história ou nosso passado, aceitando pensar de outra forma o agora que nós é tão evidente." (2001, p. 222). Assim, "[...] pode-se entender a genealogia como um conjunto de procedimentos úteis não só para conhecer o passado, como também, e muitas vezes principalmente, para nos rebelarmos contra o presente." (VEIGA-NETO, 2014, p. 59).

A partir da leitura e organização do material empírico, não se buscou na análise dos enunciados explicitados pelos estudantes, seja por meio do questionário como, suas manifestações em sala de aula, analisar o que eles diziam no que estava dito. O objetivo é como afirma Foucault:

> [...] trata-se de compreender o enunciado na estreiteza e singularidade de sua situação; de determinar as condições de sua existência, de fixar seus limites de forma mais justa, de estabelecer suas correlações com os outros enunciados a que pode estar ligado, de mostrar que outras formas de enunciação exclui. (FOUCAULT, 1987, p. 31)

A análise das enunciações de cada estudante traz à tona as ações pedagógicas emergentes das propostas de ensino, bem como, os efeitos por elas produzidos. A fim de aprofundar a reflexão sobre tais ações, em especial com o intuito de analisar de que modo contribuem para que os estudantes da Educação Básica compreendam a hegemonização dos jogos de linguagem presentes na Matemática Escolar, realizou-se um processo de categorização. Na certeza de legitimar esse processo, optou-se por embasar as decisões tomadas nos efeitos produzidos por cada ação no grupo de estudantes participantes das propostas de ensino. Contudo, a maioria das ações emergentes produziu mais de um efeito no grupo de estudantes e, por diversas vezes, um mesmo efeito mostrou-se produto de distintas ações.

Nesses casos, tendo sempre como suporte as hipóteses assumidas nesta tese, estabeleceu-se dois critérios que possibilitaram aproximar as ações de acordo com suas semelhanças ou diferenças, categorizando-as. O primeiro deles, para o caso de um mesmo efeito estar presente em várias ações, analisa-se a relevância desse efeito frente aos demais produzidos pela ação em questão. O segundo critério, para o caso de ainda permanecer alguma dúvida quanto à categorização adequada, observar em qual momento da proposta de ensino a respectiva ação foi realizada.

Uma vez definidos os procedimentos metodológicos que orientaram a constituição da tese, o capítulo a seguir apresenta os referenciais teóricos adotados. Para tal, aborda outros conceitos foucaultianos e wittgensteinianos, bem como, aprofunda a reflexão em torno da Etnomatemática e História da Matemática.

3 DELINEANDO OS REFERENCIAIS TEÓRICOS

Neste capítulo, delineiam-se os aportes teóricos sobre os quais esta pesquisa está alicerçada. Na primeira seção, apresentam-se os subsídios filosóficos que servirão como lentes para o desenvolvimento da tese, em especial, alguns conceitos frutos das reflexões de Foucault e Wittgenstein. A próxima seção, diz respeito à Etnomatemática, onde apresenta-se uma breve incursão histórica, destaca-se os pensadores que podem ser considerados precursores na área e estabelece-se algumas relações com conceitos wittgensteinianos e foucaultianos. Por fim, na última seção do capítulo, trata-se da História da Matemática, destacando-se suas potencialidades pedagógicas e a relação com a Etnomatemática.

3.1 Subsídios teóricos iniciais

Nesta seção, destinada aos subsídios teóricos iniciais, serão abordados os conceitos utilizados como ferramentas analíticas para a tese. Em relação à Foucault, os principais conceitos são poder e saber, já em relação à Wittgenstein, destacam-se os conceitos de jogo de linguagem e formas de vida. Entretanto, outros conceitos emergem ao longo dos apontamentos teóricos, como a noção de verdade, conhecimento, disciplina, semelhanças de família e regra.

3.1.1 Poder, Saber e suas relações

De acordo com Strathern (2003), o filósofo francês Michel Foucault (1926 – 1984) especializou-se em Psicologia e História, tendo recebido influências de pensadores como Hegel, Heidegger, Sartre e Canguilhem. Porém, apenas sob as influências de Nietzsche, ao ler que: “A verdade sobre si mesmo não era “algo dado, algo que temos de desvendar — é algo que devemos criar sozinhos”.” (STRATHERN, 2003, p. 21), Foucault sentiu seu pensamento libertar-se. A combinação entre o pensamento nietzschiano, a História, a Psicologia e a prática clínica – obtida ao frequentar a ala psiquiátrica de um hospital como um membro voluntário - criaram condições que possibilitaram ao pensamento de Foucault transgredir fronteiras acadêmicas.

Para Veiga-Neto (2014), os muitos livros escritos pelo filósofo podem ser sistematizados em três domínios: ser-saber; ser-poder; ser-consigo. Tais domínios são propostos em função das diferentes questões que conduziram as reflexões de Foucault ao longo de sua vida: “[...] “que posso saber?”, “que posso fazer?” e “quem sou eu?”.” (VEIGA-NETO, 2014, p. 37). No entanto, apesar dessa possível sistematização, o pensamento de Foucault apresenta articulações ao longo dos três domínios, não sendo essa sistematização algo estanque. No campo da filosofia, destacou-se de tal modo que há uma quantidade incomensurável de publicações e eventos espalhados por todo o mundo e a ele dedicados (AQUINO, 2013). Entre seus temas de estudo, Foucault nos ajuda a refletir sobre a linguagem, a escola e as relações de poder e saber presentes nela, conceitos esses que serão interpretados como ferramentas para a discussão teórica deste estudo.

Como já discutido, o entendimento de Foucault acerca da linguagem se afasta do entendimento formal, da linguagem como um instrumento que relaciona o pensamento ao objeto, ou ainda, à “coisa pensada”, como escreveu Veiga-Neto (2014). Na interpretação de Foucault, a linguagem tem um caráter contingente e atua como “[...] constitutiva do nosso pensamento e, em consequência, do sentido que damos às coisas, à nossa experiência, ao mundo.” (VEIGA-NETO, 2014, p. 89). Assim sendo, Foucault se afasta de uma concepção habitual da linguagem e adota o conceito mais amplo de discurso.

O discurso não pode ser entendido como “[...] resultado da combinação de palavras que representariam as coisas do mundo.” (VEIGA-NETO, 2014, p. 93) ou como Foucault escreve em Arqueologia do Saber, um “[...] conjunto de signos (elementos significantes que remetem a conteúdos ou a representações).” (FOUCAULT,1987, p. 56). Foucault reitera esse fato quando escreve: “[...] gostaria de mostrar que o discurso não é uma estreita superfície de contato, ou de confronto, entre uma realidade e uma língua, intrincamento entre um léxico e uma experiência” (FOUCAULT, 1987, p. 56). Com essa visão, Foucault propõe que o discurso seja entendido como “[...] práticas que formam sistematicamente os objetos de que falam.” (FOUCAULT, 1987, p. 56).

Portanto, se os discursos são práticas, estes moldam o modo pelo qual vemos e compreendemos o mundo. Isso, pois, o conjunto de enunciados que formam o discurso satisfazem a certas regras de funcionamento que, por sua vez,

> [...] não são somente linguísticas ou formais, mas reproduzem um certo número de cisões historicamente determinadas [...] a “ordem do discurso” própria a um período particular possui, portanto, uma função normativa e reguladora e coloca em funcionamento mecanismos de organização do real por meio da produção de saberes, de estratégias e de práticas. (REVEL, 2005, p. 37).

Nessa concepção, o conceito de discurso possui uma intrínseca relação com outros conceitos relevantes da filosofia foucaultiana, como poder e verdade. A relação entre discurso e verdade torna-se explícita, por exemplo, em Microfísica do Poder, quando o filósofo expressa que:

> Cada sociedade tem seu regime de verdade, sua "política geral" de verdade: isto é, os tipos de discurso que ela acolhe e faz funcionar como verdadeiros; os mecanismos e as instâncias que permitem distinguir os enunciados verdadeiros dos falsos, a maneira como se sanciona uns e outros; as técnicas e os procedimentos que são valorizados para a obtenção da verdade; o estatuto daqueles que têm o encargo de dizer o que funciona como verdadeiro. (FOUCAULT, 1979, p. 12).

Assim sendo, a verdade para Foucault é uma construção humana e os discursos que serão disseminados em uma sociedade (e aqui pode-se pensar em diversas instituições, como por exemplo as escolas, e em diversas instâncias, como os currículos e as metodologias de ensino) respeitam determinados regimes de verdade. Como destaca o filósofo: “A verdade é deste mundo; ela é produzida nele graças a múltiplas coerções e nele produz efeitos regulamentados de poder.” (FOUCAULT, 1979, p.12).

A verdade, por sua vez, é o “[...] conjuntos das regras segundo as quais se distingue o verdadeiro do falso e se atribui ao verdadeiro efeitos de poder.” (FOUCAULT, 1979, p.13). Ciente das possíveis confusões que suas palavras podem causar, Foucault elabora as seguintes proposições acerca da verdade:

> Por "verdade", entender um conjunto de procedimentos regulados para a produção, a lei, a repartição, a circulação e o funcionamento dos enunciados. A "verdade" está circularmente ligada a sistemas de poder, que a produzem e apoiam, e a efeitos de poder que ela induz e que a reproduzem. "Regime" da verdade. (FOUCAULT, 1979, p.14).

Adicionado a isso, o filósofo afirma que é preciso “[...] desvincular o poder da verdade das formas de hegemonia (sociais, econômicas, culturais) no interior das quais ela funciona no momento.” (FOUCAULT, 1979, p.14). A esse respeito, Revel afirma que

> [...] a verdade está centrada no discurso científico e nas instituições que o produzem; ela é permanentemente utilizada tanto pela produção econômica quanto pelo poder político; ela é muito largamente difundida, tanto por meio das instâncias educativas quanto pela informação; ela é produzida e transmitida sob o controle dominante de alguns grandes aparelhos políticos e econômicos (universidades, mídia, escrita, exército); ela é lugar de um enfrentamento social e de um debate político violentos, sob a forma de “lutas ideológicas”. (REVEL, 2005, p. 86-87).

Se a verdade é poder, como expressou o filósofo em Microfísica do Poder, deve-se compreender de que modo o filósofo usa esse conceito e a quais outros conceitos ele está arraigado. Para Foucault o poder se exerce mais do que se possui, ou seja, ele não existe em determinado lugar, mas "[...] é um feixe de relações mais ou menos organizado, mais ou menos piramidalizado, mais ou menos coordenado." (FOUCAULT, 1979, p.248). Em O Sujeito e o Poder, Foucault afirma que "[...] aquilo que define uma relação de poder é um modo de ação que não age direta e imediatamente sobre os outros, mas que age sobre sua própria ação. Uma ação sobre a ação, sobre ações eventuais, ou atuais, futuras ou presentes." (FOUCAULT, 1995, p. 243).

Em obra anterior, Vigiar e Punir, o filósofo já discutia a questão do poder. Em seu texto, observa-se que seu entendimento acerca do poder diferencia-se do sentido habitual atribuído ao termo, que ele chamou de sentido jurídico do poder. Esse sentido carrega consigo a ideia de que o poder "[..] "exclui", "reprime", "recalca", "censura", "abstrai", "mascara", "esconde". (FOUCAULT, 1991, p. 172). Para o filósofo é preciso abandonar esse entendimento e passar a enxergar o poder pela sua positividade que relaciona-se "[...] com uma propriedade de um fenômeno ou de uma ação produzir alguma coisa." (VEIGA-NETO, 2014, p. 119).

No sentido jurídico do termo pode haver uma aproximação entre o poder e a violência, aproximação essa que não ocorre no sentido foucaultiano de poder. Nessa perspectiva, além do poder não fazer uso de violência, é possível listar diferenças substanciais entre tais ações que, de acordo com Veiga-Neto (2014), são relativas à natureza de ambas e não à intensidade de força que exercem sobre o corpo. A violência atua sobre um único corpo e carece de dois polos opostos, o que exerce e o que sofre a ação violenta, restando assim duas possibilidades, resistir ou fugir (FOUCAULT, 1995; VEIGA-NETO, 2014).

O poder, por sua vez, não age sobre um corpo específico, mas sobre as ações que esses corpos exercem, fazendo de tal modo que, quem o recebe, aceita-o como algo natural e até necessário. Assim, nos emaranhados das relações de poder todos são ativos e participam, não havendo dois polos opostos, pois "[...] o poder diz respeito menos ao enfrentamento e ao afrontamento entre adversários do que ao governamento, de si e dos outros." (VEIGA-NETO, 2014, p. 121). Assim, não sendo o poder é uma ação exercida de um para todos ou ainda uma entidade, mas sim uma trama de relações de poder que possuem condições históricas de emergência e possuem efeitos diversos. Em meio às relações de poder não há consentimento ou renúncia à liberdade, pois o "[...] poder só se exerce sobre "sujeitos livres" [...] que têm diante de si um campo de possibilidades onde diversas condutas, diversas reações e diversos modos de comportamento podem acontecer." (FOUCAULT, 1995, p. 244). Para o filósofo a liberdade é o que possibilita que o poder seja exercido, ou seja, pode ser interpretada como a condição de existência do poder.

Segundo Revel (2005), quando Foucault torna o poder e a liberdade indissociáveis ele cria condições de possibilidade para que o poder seja não apenas repressivo, mas produtivo. Desse modo, o poder se mantém justamente porque não atua como uma força que proíbe, que pesa negativamente, mas que "[...]produz coisas, induz ao prazer, forma saber, produz discurso [...]uma rede produtiva que atravessa todo o corpo social muito mais do que uma instância negativa que tem por função reprimir." (FOUCAULT, 1979, p. 8). Portanto, o poder é produtivo e, por meio de táticas e técnicas sutis, age diretamente sobre o corpo e o forma. O poder é capaz de categorizar, individualizar, sujeitar e de produzir verdades. Nas palavras do filósofo:

> Esta forma de poder aplica-se à vida cotidiana imediata que categoriza o indivíduo, marca-o com sua própria individualidade, liga-o à sua própria identidade, impõe-lhe uma lei de verdade, que devemos reconhecer e que os outros têm que reconhecer nele. É uma forma de poder que faz dos indivíduos sujeitos. (FOUCAULT, 1995, p. 235).

Mais do que efeito das relações de poder, a individualização e a categorização contribuem para um sistema de diferenciações que, por sua vez, subsidia a emergência de tais relações, além de possibilitar agir sobre a ação dos outros. Nesse complexo jogo o conceito de poder está extremamente relacionado ao conceito de saber pois "[...] não há relação de poder sem constituição correlata de um campo de saber, nem saber que não suponha e não constitua ao mesmo tempo relações de poder." (FOUCAULT, 1991, p. 30). Revel explica que "[...] o poder não pode disciplinar os indivíduos sem produzir igualmente, a partir deles e sobre eles, um discurso de saber que os objetiva e antecipa toda experiência de subjetivação. (REVEL, 2005, p. 78).

Vale destacar, desde o princípio, que na perspectiva foucaultiana o saber não é sinônimo de conhecimento e tampouco pode ser considerado como um estágio anterior a esse, pois: "Há saberes que são independentes das ciências (que não são nem seu esboço histórico, nem o avesso vivido)" (FOUCAULT, 1987, p. 207). A esse respeito, Foucault respondeu em entrevista a Raymond Bellours que, o saber "[...] es lo que hace posible, en un momento dado, la aparición de una teoría, de una opinión, de una práctica". (FOUCAULT, 1973, p. 9).

Ao elencar as diferenças entre saber e conhecimento, Veiga-Neto e Nogueira (2010), concluíram que se diferem em termos qualitativos e de procedência e não em termos quantitativos. Entretanto, ainda que existam diferenças, Foucault (2000) afirma que essas não são capazes de descrever fielmente o complexo conceito de saber. Assim, os saberes não são conhecimentos acumulados, oriundos de experiências vividas ou de tradições familiares, que se relacionam em função do sujeito que os detém. Nem mesmo um aglomerado de conhecimentos ainda dispersos e desordenados, esperando por uma organização coerente. Nas palavras do filósofo:

> En una sociedad, los conocimientos, las ideas filosóficas, las opiniones cotidianas, así como las instituciones, las prácticas comerciales y policíacas, las costumbres, todo se refiere a un saber implícito propio de esta sociedad. Este saber es profundamente distinto de los conocimientos que se pueden encontrar en los libros científicos, las teorías filosóficas, las justificaciones religiosas [...] (FOUCAULT, 1973, p. 9).

Em Ditos e Escritos II, Foucault afirma que, sobre os conhecimentos sempre é possível "[...] dizer se são falsos ou verdadeiros, exatos ou não, aproximados ou definidos, contraditórios ou coerentes." (FOUCAULT, 2000, p. 110). Ademais, Revel (2005) reforça que o conhecimento diz respeito aos discursos sobre objetos cognoscíveis e independem do sujeito.

Em relação ao saber, Foucault (2000) afirma que: "O saber não é uma soma de conhecimento [...] é o conjunto dos elementos (objetos, tipos de formulações, conceitos e escolhas teóricas) formados a partir de uma só e mesma positividade, no campo de uma formação discursiva unitária" (FOUCAULT, 2000, P. 110). Portanto, o saber tem uma estrita relação com o sujeito, que é um efeito, um produto do saber, havendo assim uma relação de sujeição, visto que "[...] "é o saber em que está imerso o sujeito que produz esse sujeito [...] é o saber que estabelece as regras para o discurso que deve pronunciar o sujeito." (VEIGA-NETO, NOGUEIRA, 2010, p. 77).

Portanto, "[...] não é a atividade do sujeito de conhecimento que produziria um saber, útil ou arredio ao poder, mas o poder-saber, os processos e as lutas que os atravessam e que o constituem, que determinam as formas e os campos possíveis de conhecimento." (FOUCAULT, 1991, p. 30). Evidencia-se assim que poder e saber apresentam uma mútua dependência, de modo que o saber atua como uma correia transmissora do poder, que o conduz e o naturaliza (VEIGA-NETO, 2014).

É perceptível, desse modo, que o saber pode ser visto como uma rede de relações, um processo pelo qual o sujeito atravessa e sofre modificações. Segundo Veiga-Neto (2014), Foucault refere-se aos saberes como "[...] teorias sistemáticas, que se manifestam por meio de discursos científicos tidos por verdadeiros, positivos e, por isso, aceitos e tomados em toda a sua positividade." (VEIGA-NETO, 2014, p. 44). Nas palavras de Foucault (1987), afirma que os saberes tratam

> [...] dos elementos que devem ter sido formados por uma prática discursiva, para que, eventualmente, se constituísse um discurso científico, especificado não só por sua forma e seu rigor, mas também pelos objetos de que se ocupa, os tipos de enunciação

> que põe em jogo, os conceitos que manipula e as estratégias que utiliza. (FOUCAULT, 1987, p. 206).

Já foi posto que poder e saber tem entre si uma relação intrínseca, emaranhada e forte, que reflete em todos os setores da vida humana. Na perspectiva foucaultiana é possível afirmar que “[...] não existem sociedades isentas das relações de poder.” (VEIGA-NETO, 2014, p. 116), efeito disso é considerar a escola como uma instituição de regulação social, uma maquinaria de poder que age sobre o corpo humano.

Assim, a escola pode ser interpretada como uma instituição disciplinar, repleta de tecnologias de vigilância que fabrica corpos dóceis e permite “[...]o controle minucioso das operações do corpo, que realizam a sujeição constante de suas forças e lhes impõem uma relação de docilidade-utilidade[...]” (FOUCAULT, 1991, p. 126). A docilidade, por sua vez, resulta de um trabalho sobre os movimentos, atitudes e gestos, sendo dócil um corpo útil, transformável, aperfeiçoável, submisso. Essa produção de corpos dóceis se dá por um duplo movimento,

> [...] somos primeiramente objetificados numa rede disciplinar, composta por microscópicas divisões espaciais e temporais; quase ao mesmo tempo, vamos nos enxergando como sujeitos nessa rede - uma rede que parece invisível para nós, motivo pelo qual pensamos que o disciplinamento é natural. (VEIGA-NETO, 2014, p. 69-70).

Para Foucault (1991) a disciplina é um tipo de poder que, por meio de técnicas, instrumentos e procedimentos, permite que o próprio poder seja exercido, e assim, a disciplina atua como uma tecnologia. Nas palavras de Foucault (1991, p. 153): “A disciplina “fabrica” indivíduos; ela é a técnica específica de um poder que toma os indivíduos ao mesmo tempo como objetos e como instrumentos de seu exercício.”. O disciplinamento, por meio dos seus diversos instrumentos, atua sob duas esferas, a corporal (disciplina-corpo) e a cognitivo (disciplina-saber).

De acordo com Veiga-Neto (1996), a disciplina-corpo envolve os tempos e espaços nos quais o corpo é submetido, havendo assim um disciplinamento das condutas, que ocorrem por meio de submissões físicas e relações de subordinação. Já a disciplina-saber age sobre o cognitivo do sujeito “[...] enquanto um dispositivo que, sinalizando nosso pensamento, não nos permite penar qualquer coisa nem pensar de qualquer maneira.” (VEIGA-NETO, 1996, p. 206). Portanto, a disciplina age como uma matriz sobre os eixos corpo e saber, de tal modo que cria condições de possibilidade para que o corpo aumente sua capacidade útil para a sociedade, ao mesmo tempo que aumenta sua capacidade de sujeição e obediência, ela permite “[...] conduzir os efeitos de poder até os elementos mais tênues e mais longínquos. Ela assegura uma distribuição infinitesimal das relações de poder.” (FOUCAULT, 1991, p. 190).

A tecnologia disciplinar não é uma exclusividade da escola, pois está presente em diversas instituições, como as organizações hospitalares, militares, entre outras. Portanto, pode-se falar de uma sociedade disciplinar. Em síntese, tais instituições disciplinares controlam as populações, instituem normas, objetivam e subjetivam indivíduos, de tal modo que, como resultado dos anos de escolarização o sujeito se auto-controla. (FOUCAULT, 1991).

A escola de hoje pode ser considerada a maior máquina de produção de corpos dóceis, onde é possível

> [...] enxergar as inúmeras práticas que acontecem no ambiente escolar como técnicas que se combinam e dão origem a uma verdadeira tecnologia, cujo fim é tanto alcançar os corpos em suas ínfimas materialidades quanto imprimir-lhes o mais permanentemente possível determinadas disposições sociais. (VEIGA-NETO, 2000, p. 2).

O poder disciplinar atua dentro das instituições, em particular da instituição escola, diretamente sobre o corpo a fim de formar corpos dóceis, pois “[...]o corpo só se torna força útil se é ao mesmo tempo corpo produtivo e corpo submisso.” (FOUCAULT, 1991, 28). Assim, “O poder disciplinar é com efeito um poder que, em vez de se apropriar e de retirar, tem como função maior “adestrar” [...]” (FOUCAULT, 1991, p. 153). Desse modo, os controles instituídos pela escola são resultados de relações de poder e saber e são exercidos sobre variadas instâncias, como o currículo, as estratégias de ensino, o comportamento dos estudantes, entre outros (VEIGA-NETO, 2014). Ainda sobre a noção de poder, Foucault (1979) afirma que as relações de poder possibilitam movimentos de resistência, isto porque: “Jamais somos aprisionados pelo poder: podemos sempre modificar sua dominação em condições determinadas e segundo uma estratégia precisa.” (FOUCAULT, 1979, p. 241).

Pensando nessas estratégias que podem vir a constituir movimentos de resistência ao poder, esta tese propõe aos estudantes participantes outros modos de pensar, refletir e aprender Matemática. Assim, ao longo das propostas de ensino elaboradas, são problematizadas questões como a homogeneidade da linguagem Matemática utilizada nas escolas e a priorização de um único modo de matematizar.

3.1.2 Jogo de Linguagem e Formas de vida

O filósofo austríaco Ludwig Wittgenstein (1889 – 1951) é reconhecido como um dos principais colaboradores da "virada linguística", pois seu pensamento criou condições que possibilitaram colocar sob suspeita compreensões acerca da linguagem. A partir da virada linguística houve um rompimento "[...] com o modo de pensar o conhecimento cientificamente válido a partir da correspondência entre a realidade e as teorias científicas e, neste sentido, rompe com a ideia de verdade como uma correspondência entre o fato e o conhecimento de tal fato." (VILELA, 2013, p. 30).

Essa contribuição, em especial, ocorreu na chamada fase de maturidade do autor, dividindo o seu pensamento em dois momentos dissociáveis, sendo o primeiro representado principalmente pela obra Tractatus Lógico-Philosophicus (1921) e o segundo pela obra Investigações Filosóficas (1953). No prefácio do principal livro da sua fase de maturidade, Investigações Filosóficas, Wittgenstein afirma ao leitor a dissociação de seu pensamento, uma vez que "[...] estes [novos pensamentos] apenas poderiam ser verdadeiramente compreendidos por sua oposição ao meu velho modo de pensar, tendo-o como pano de fundo." (WITTGENSTEIN, 1979, p. 8). Mais do que isso, como argumenta Condé (1998), nessa obra filósofo faz uma forte crítica às concepções essencialistas da linguagem, em especial ao modo como a linguagem foi tratada no Tractatus.

Nessa nova concepção de linguagem, pós-estruturalista, "O significado das palavras e das frases vai muito além de uma possível correspondência com objetos ou com coisas; muitas palavras, inclusive, não correspondem a objetos ou descrições [...]" (VILELA, 2013, p. 184). Essa ruptura de pensamento relaciona-se ao modo como o filósofo compreende a linguagem e a sua relação com o mundo. Se em um primeiro momento sua principal preocupação foi responder o que é a linguagem e qual a sua essência, em sua fase de maturidade Wittgenstein abandona tais questões e passa a se preocupar com os modos pelos quais a linguagem funciona (CONDÉ, 1998).

No aforismo §10 de Investigações Filosóficas o filósofo problematiza: "O que designam, pois, as palavras dessa linguagem? - O que elas designam, como posso mostrar isso, a não ser na maneira do seu uso?" (WITTGENSTEIN, 1979, p. 13, §10). Nessa nova forma de entender a linguagem, Wittgenstein propõe que se reconduza "[...] as palavras de seu emprego metafísico para seu emprego cotidiano" (WITTGENSTEIN, 1979, p. 55, §116). Como resumiu Vilela (2016) nessa perspectiva, o que interessa é compreender o modo as palavras são empregadas dentro de um contexto específico, uma forma de vida, e não isoladamente, *a priori*.

Ao longo de toda obra Investigações Filosóficas, Wittgenstein, tem como estratégia a apresentação de diversos exemplos e situações de emprego de uma mesma palavra pois, “[...]o acúmulo de exemplos e a variação indefinida de situações tem por finalidade introduzir novos pontos de vista, ou novos critérios para aplicação de nossos conceitos habituais [...]” (MORENO, 2005, p. 82). Ainda segundo esse autor, “O resultado desse processo será terapêutico[11], a saber, levar o pensamento a *relativizar* as ações, ou os fundamentos da significação.” (MORENO, 2005, p. 82, grifo do autor). A estratégia de Wittgenstein quanto ao uso de exemplos como um modo para abordar determinados conceitos procura ampliar a prática linguística e leva-la ao limite do considerado possível e impossível. (MORENO, 2005).

Com os variados exemplos, o filósofo explicita o seu entendimento de que o significado de uma palavra na linguagem se dá pelo uso que dela se faz, como é possível verificar na afirmação “[...] a significação de uma palavra é seu uso na linguagem.” (WITTGENSTEIN, 1979, p. 28, §43). Assim, “[...] a linguagem está inserida no contexto em que se desenrola, e seu significado é determinado na situação e não antecedendo a ela.” (VILELA, 2016, p. 48). Diante dessa relação entre significação e uso, Wittgenstein defende que se é na práxis que se estabelece o uso da linguagem, então não há uma linguagem, mas um conjunto de linguagens que variam de acordo com o emprego atribuído à palavra.

Consequentemente, não há uma essência para a linguagem, um significado último que perpasse tempos e espaços, como é possível observar no §23 de Investigações Filosóficas:

> Quantas espécies de frases existem? Afirmação, pergunta e comando, talvez? - Há inúmeras de tais espécies: inúmeras espécies diferentes de emprego daquilo que chamamos de "signo", "palavras", "frases". E essa pluralidade não é nada fixo, um dado para sempre; mas novos tipos de linguagem, novos jogos de linguagem, como poderíamos dizer, nascem e outros envelhecem e são esquecidos. (Uma imagem aproximada disto pode nos dar as modificações da matemática.). (WITTGENSTEIN, 1979, p. 18, §23).

Diferentemente da interpretação atribuída à linguagem até então, inclusive pelo próprio filósofo no Tractatus, essa concepção significa um marco para a filosofia da linguagem. Abre-se um leque de possibilidades acerca do significado das palavras e passa-se a questionar quais os limites para a significação de um signo. No entanto, ao propor esse sentido pragmático da

[11] De acordo com Moreno (2005) Wittgenstein utiliza um “estilo terapêutico” que se dá a partir da descrição por meio de exemplos, sem regras pré-definidas para essa descrição, onde “A finalidade dessa estratégia terapêutica será a combater nossa tendência a generalizar jogos de linguagem, privilegiados por hábitos cotidianos para explicar o funcionamento da linguagem.” (MORENO, 2005, p. 83). Compartilhando desse entendimento, Vilela (2013) afirma que a terapia filosófica dissolve problemas, liberta de imagens exclusivistas e amplia significados.

linguagem, Wittgenstein afirma que o que existem são jogos de linguagem, e serão esses jogos que permitirão entender os usos que se faz das palavras.

A escolha da palavra jogo para compor a expressão ‘jogo de linguagem’, não é ao acaso, mas bastante intencional, como é possível observar no aforismo §66, em que o filósofo comenta a respeito de diversos tipos possíveis de jogos: em grupos, duplas, individuais; com cartas, bolas, dominós. E disso conclui que não há uma definição para o que é um jogo, pois “[...] se você contempla, não verá na verdade algo que fosse comum a *todos*, mas verá semelhanças, parentescos, e até toda uma série deles.” (WITTGENSTEIN, 1979, p. 38, §66, grifo do autor). Assim, nessa visão pós-estruturalista da linguagem, por meio da associação das palavras jogo e linguagem, ‘jogo de linguagem’, torna-se evidente que não há uma essência para a linguagem, uma definição única para cada palavra ou signo.

Portanto, para o filósofo, os jogos de linguagem são “[..] o conjunto da linguagem e das atividades com as quais está interligada” (WITTGENSTEIN, 1979, p. 12, §7), evidenciando assim que mais do que palavras, os jogos de linguagem são constituídos por atividades e ações. Reforçando esse entendimento, o filósofo afirma que “O termo "*jogo* de linguagem" deve aqui salientar que o falar da linguagem é uma parte de uma atividade ou de uma forma de vida.” (WITTGENSTEIN, 1979, p. 18, §23, grifo do autor). Logo o significado de uma palavra não é privado, particular, mas se estabelece coletivamente a partir de convenções, acordos comunitários (VILELA, 2013).

Posto isso, evidencia-se que para Wittgenstein o uso de uma palavra, expressão, signo, não é arbitrário e independente, mas, sobretudo, vinculado a formas de vida. Nas palavras do autor “[...] representar uma linguagem significa representar-se uma forma de vida.” (WITTGENSTEIN, 1979, p. 15, §19). Segundo Condé (1998), ainda que a sustentação do jogo de linguagem esteja no contexto da forma de vida, o destaque atribuído por Wittgenstein ao conceito formas de vida, ao longo de sua obra Investigações Filosóficas, é inversamente proporcional ao seu valor. Isso porque apenas nos aforismos §19, §23 e §241, e nas seções I e XI da segunda parte, o filósofo menciona a expressão forma de vida.

Hans-Johann Glock em seu Dicionário Wittgenstein, afirma que as formas de vida entrelaçam cultura, linguagem e visão de mundo, e que “[...] nossos JOGOS DE LINGUAGEM estão "interligados" com atividades não linguísticas, devendo ser compreendidos dentro desse CONTEXTO.” (GLOCK, 1998, p. 174). Werner Spaniol (1990) afirma que, a partir dos aforismos §7 e §23 em Investigações Filosóficas, é possível concluir que as formas de vida operam sobre modos de agir, que por sua vez são múltiplos e diretamente dependentes das formas de vida. Segundo Spaniol isso torna-se evidente uma vez que o filósofo recorre frequentemente ao plural ‘formas de vida’.

Essa afirmação permite negar que as formas de vida relacionam-se somente a questões biológicas, reiterando que também são de viés cultural, visto que no Livro Castanho, Wittgenstein afirma que "Poderíamos, também, imaginar facilmente uma linguagem (e de novo isto significa uma cultura)." (WITTGENSTEIN, 1958, p. 76). Diante disso, sendo as formas de vida delimitadas mais por questões culturais do que biológicas, Spaniol afirma que não são resultados de atividades reflexivas ou conscientes e que “[...] não são adquiridas através da explicação ou ensino propriamente ditos, mas antes através de *treinamento*”. (SPANIOL, 1990, p. 14, grifo do autor).

Portanto, se os diferentes usos para a linguagem relacionam-se às formas de vida, evidencia-se que cada forma de vida apresenta suas próprias regras para a significação da linguagem, visto que “[...] a significação não se esgota na referência, mas está ligada a uma série de comportamentos codificados por regras explícitas ou por regras de contexto consensuais,” (MORENO, 2005, p. 81). Além do mais, a analogia da linguagem a um jogo subentende a presença de regras que o conduzam como trilhos e atribuam significado e direção ao mesmo.

A esse respeito o Wittgenstein afirma: “Seguir uma regra, fazer uma comunicação, dar uma ordem, jogar uma partida de xadrez são *hábitos* (costumes, instituições).” (WITTGENSTEIN, 1979, p. 87, §199, grifo do autor), para os quais somos treinados. O conjunto das regras de um jogo de linguagem compõe uma gramática e é, para o filósofo, o que de fato determina o limite de seu uso. Ao propor o termo gramática, Wittgenstein destaca que existem dois tipos de gramática: superficial; profunda. Segundo Condé (1998) a gramática superficial, no sentido atribuído por Wittgenstein, seria a gramática tradicional, dos linguistas; enquanto a gramática profunda seria a que estuda e descreve as regras de uso da linguagem. Essa “[...] é que nos diz o que é lógico: o que tem e o que não tem sentido, o que está dentro e o que está fora dos limites do sentido” (CONDE, 1998, p. 108). Ou seja, a gramática profunda não determina o certo ou o errado de forma inquestionável, mas o que faz sentido dentro de um jogo de linguagem, as regras que embasam o uso das palavras, ou ainda, “A *gramática* comporta a estrutura da linguagem, indica como são usadas as expressões nos diferentes contextos em que aparecem.” (VILELA, 2013, p. 201, grifo da autora).

Quando Wittgenstein propõe os jogos de linguagem, afirmando que não há uma essência última da linguagem e do próprio jogo, ele não nega a semelhança entre jogos provenientes de distintas formas de vida. Pensando exatamente na palavra jogo, no contexto habitual no qual a empregamos, percebemos que os vários jogos – sejam de bola, de carta, de tabuleiro, entre outros – apresentam semelhanças, parentescos, caso contrário não seriam chamados de jogos.

Como destaca o filósofo: "Pois, se você os contempla, não verá na verdade algo que fosse comum a *todos*, mas verá semelhanças, parentescos, e até toda uma série deles." (WITTGENSTEIN, 1979, p. 38, §66, grifo do autor). Com isso, Wittgenstein afirma que os diversos jogos de linguagem estão aparentados entre si segundo semelhanças de família, "E por causa desse parentesco ou desses parentescos, chamamo-los todos de "linguagens"." (WITTGENSTEIN, 1979, p. 38, §65).

Ao encerrar essa seção onde tentei expor os subsídios teóricos desta tese, me parece relevante apontar mais uma afinidade entre o pensamento de Wittgenstein e Foucault. Para tal, me apoio nas palavras de Veiga-Neto (1996, p. 171):

> Chamo a atenção para mais essa aproximação de Foucault à Filosofia da Linguagem de Wittgenstein na medida em que o fato de os dois filósofos muitas vezes não trabalharem com conceitos claramente definidos é resultado de uma decisão metodológica que, por sua vez, se baseia numa muito peculiar maneira de entender o conhecimento e a percepção. Pedir a eles uma maior "precisão" conceitual, ou mesmo uma maior estabilidade metodológica, é não lhes compreender o pensamento.

Em síntese, o exposto nessa seção de subsídio teórico foi uma tentativa de limitar as fronteiras de cada conceito, sempre com a consciência da impossibilidade de fornecer uma definição exata e precisa. Desse modo, com as lentes pós-estruturalistas de Foucault e Wittgenstein, nas próximas seções pretendo mostrar de que modo olharei para a História da Matemática e a Etnomatemática.

3.2. Etnomatemática

O objetivo desta seção é apresentar o conceito Etnomatemática e articulá-lo aos filósofos Wittgenstein e Foucault. Para tanto, na primeira subseção serão apresentados nomes e tramas vinculados à constituição do termo Etnomatemática. Em seguida, outras duas subseções tratarão especificamente das relações com Wittgenstein e Foucault, respectivamente.

3.2.1 Precursores

Em uma perspectiva foucaultiana, determinar precursores é mais do que evidenciar nomes, é destacar quais as condições que possibilitaram a constituição de um campo. Assim, nesta seção, objetiva-se evidenciar quais as condições de possibilidade para a emergência do termo Etnomatemática, destacando-se as tramas e alguns nomes associados ao seu desenvolvimento. É consenso afirmar que a expressão Etnomatemática foi proposto pelo pesquisador brasileiro Ubiratan D'Ambrosio, que utilizou pela primeira vez o termo em 1975, ao abordar a influência do conceito de tempo nas formulações de Newton a respeito do Cálculo (D'AMBROSIO, 1987).

Tudo indica que nessa ocasião a menção ao termo foi feita de forma oral, uma vez que é consenso entre os pesquisadores deste campo que o primeiro registro escrito da palavra Etnomatemática foi feito, em 1985, no texto *Ethnomathematics and its Place in the History and Pedagogy of Mathematics*, escrito por D'Ambrosio. Ao iniciar o referido texto, D'Ambrosio afirma que o conceito Etnomatemática encontra-se na fronteira entre a História da Matemática e a Antropologia Cultural. Segundo o autor, embora existissem pesquisas envolvendo conceitos como Etnociências e Etnoastronomia, poucas discussões haviam sido feitas a respeito de uma teoria que articulasse à Matemática questões culturais (D'AMBROSIO, 1985). Para o autor, uma possível justificativa para este fato estava na concepção, predominante até então, de uma Matemática universal.

Além de buscar embasamentos em antropólogos da época, D'Ambrosio recorreu às contribuições do matemático estadunidense Raymond Louis Wilder (1896 – 1982). Com tais estudos, D'Ambrosio percebeu que diferentes modos de pensar levam a diferentes formas de fazer matemática, ou ainda, à distintos modos de matematizar. Diante disso, o autor afirma que *"[...] we will call ethnomathematics the mathematics which is practised among identifiable cultural groups, such as national-tribal societes, labor groups, children of a certain age bracket, professional classes, and so on"*[12] (D'AMBROSIO, 1985, p. 45). Nesta ocasião, D'Ambrosio anunciou seu entendimento acerca do prefixo etno - como um conceito amplo, que inclui grupos que partilham de símbolos, códigos e mitos, bem como, formas específicas de raciocinar e inferir, diferentes da Matemática Acadêmica.

Pode-se dizer que ao cunhar o termo Etnomatemática D'Ambrosio formalizou, e sintetizou em um conceito, discussões que já estavam ocorrendo no meio acadêmico, criando condições que possibilitaram a formalização de um campo de estudos e pesquisas. Segundo Paulus Gerdes (1953 – 2014) antes mesmo de Wilder em 1950, outros pesquisadores já haviam relacionado Matemática e cultura, levantando questões acerca das implicações de diferentes culturas em suas práticas matemáticas (GERDES, 1996). Alguns nomes referenciados por Gerdes (1996) são: o antropólogo estadunidense Leslie Alvin White (1900–1975), em 1947; o matemático, pedagogo e etnólogo alemão Ewald Fettweis (1881-1967), em 1937; o psicólogo

---

[12] Tradução livre: chamaremos de etnomatemática a matemática praticada entre grupos culturais identificáveis, tais como grupos tribais, grupos trabalhistas, crianças de certa faixa etária, classes profissionais, e assim por diante.

francês Georges-Henri Luquet (1876-1965), em 1929; e o etnólogo alemão Otto Friedrich Raum (1903-2002), em 1938. Ainda de acordo com Gerdes (1996), as produções desses autores não ecoaram, chegando aos demais pesquisadores, provavelmente em função da concepção de Matemática predominante da época. No entanto, o matemático alemão Fettweis parece ter se destacado mais que os outros.

De acordo com Reich, Folkerts e Scriba (1989), em 1927, Fettweis defendeu sua tese de doutorado na Alemanha, cujo título já indicava o interesse do estudioso sobre os modos de matematizar praticados por outros povos. Esses autores afirmam que enquanto Fettweis foi professor da Escola de Pedagogia de Aachen, Alemanha, até 1954, realizou várias palestras sobre Didática, História da Matemática e Etnomatemática. Para Rohrer (2010) Fettweis foi *"[...] the first practitioner of ethnomathematics and to regard non-Western ethnic knowledge as being equally valuable for the development of science in a whole"*[13] (ROHRER, 2010, p. 24). Segundo a pesquisadora, além de ser pioneiro em discussões etnomatemáticas, foi o primeiro a utilizar o termo Etnomatemática em palestras e aulas, bem como, a escrever o termo. Com base em um texto de 1959, escrito por Falsirol, Rohrer afirma que *"In fact, Falsirol used, in the Italian original paper of 1959 that appraises Fettweis' achievements, the exact notion etnomatematica, translated to ethnomathematics - and thus, for the first time this term in print*"[14] (ROHRER, 2010, p. 30).

Até a metade do século XX, a Matemática era vista como universal, única e independente da cultura, sendo ainda predominante a negação sobre a Matemática praticada por outros povos, como africanos, asiáticos e indianos, prevalecendo a Matemática ocidental (D'AMBROSIO, 1985; GERDES, 1996, 2012). Segundo Ferreira (2003), na mesma época os professores e educadores matemáticos passaram a questionar a imposição de um currículo único, que desconsiderava o saber trazido pelo estudante para as salas de aula.

Desse modo, nas décadas de 1970 e 1980 emergiu entre os educadores matemáticos a necessidade de criar estratégias para superar as concepções vigentes sobre Matemática. Surgiram assim diversas expressões que buscaram, de algum modo, incluir e valorizar os saberes trazidos pelos estudantes nas práticas educativas. Com base em Gerdes (1996; 2012) e em Ferreira (2003), apresenta-se uma síntese dessas expressões, destacando as cunhadas por

[13] Tradução minha: foi o primeiro praticante de etnomatemática ao considerar o conhecimento étnico não-ocidental como sendo igualmente valioso para a ciência.

[14] Tradução minha: De fato, Falsirol usou, em um texto inédito em italiano de 1959, que avalia as realizações de Fettweis, a noção exata de etnomatemática, traduzida para etnomatemática - e, portanto, pela primeira vez este termo impresso.

teóricos e pesquisadores reconhecidos amplamente pelas suas contribuições ao campo da Etnomatemática.

Sociomatemática foi uma das primeiras expressões, proposta em 1973 pela pesquisadora estadunidense Cláudia Zaslavsky (1917 – 2006). Com essa expressão, a autora pretendeu destacar as relações entre a Matemática e o povo africano por duas vias: a influência da cultura africana para o desenvolvimento da Matemática; e a influência da Matemática na vida do povo africano.

Quase dez anos depois, em 1982, Ubiratan D'Ambrosio propôs a expressão matemática espontânea. Segundo o autor, a matemática espontânea pode ser compreendida como as estratégias, ou ainda, os métodos matemáticos que determinados povos ou grupos culturais desenvolvem para sua sobrevivência.

Nesse mesmo ano, os pesquisadores Terezinha Nunes Carraher, David Carraher e Analúcia Schliemann publicaram o texto "Na vida, dez; na escola, zero" a fim de discutir questões relacionadas ao fracasso escolar, em especial, ao fracasso da escola. Nesse contexto introduziram a expressão matemática oral afirmando que, por meio da oralidade, todas as sociedades transmitem seus conhecimentos matemáticos de geração em geração.

O ano de 1982 foi frutífero às pesquisas nessa temática, visto que surgiram as expressões matemática oprimida e matemática congelada, ambas propostas por Gerdes. Com a primeira expressão o autor pretendeu denunciar a opressão que as noções matemáticas desenvolvidas em países subdesenvolvidos sofriam pela Matemática dominante, fazendo com que essas não fossem reconhecidas como tal. Já em relação à segunda expressão, Gerdes faz menção à importância de buscar os conhecimentos matemáticos produzidos por povos já colonizados e que se perderam no tempo, permanecendo escondidos ou congelados.

Por fim, destaca-se a expressão matemática não-padronizada, mencionada por Carraher et al e Gerdes em 1982, além de Mary Harris em 1987. Com essa expressão os pesquisadores pretenderam chamar atenção para a existência de um modo de matematizar distinto da padronizada e dominante, das ditas Acadêmica e Escolar.

Todas essas expressões podem ser vistas como conceitos provisórios de modo que, após a criação do termo Etnomatemática, todas passaram a ser consideradas "sob o denominador comum da Etnomatemática de D'Ambrosio." (GERDES, 1996, p. 6). No entanto, ainda que sob o mesmo denominador, as pesquisas em Etnomatemática apresentam variações, "[...]impossibilitando a enunciação de generalizações no que diz respeito a seus propósitos investigativos ou a seus aportes teórico-metodológicos." (KNIJNIK et al, 2012, p. 23). Dessa multiplicidade, um possível aporte teórico-metodológico se dá a partir das teorizações de

Wittgenstein e Foucault, como já argumentaram Knijnik et al (2012), Vilela (2013; 2016), Knijnik (2016), entre outros, como será tratado nas seções a seguir.

3.2.2 Etnomatemática, Jogo de Linguagem e Formas de vida

Apesar de Wittgenstein e D'Ambrosio terem vivido em tempos e espaços diferentes, além de pertencerem a campos de pesquisa tão distintos, o primeiro filósofo da linguagem, o segundo, educador matemático, é possível elencar aproximações em seus modos de pensar. Estudos realizados por Knijnik et al (2012), Vilela (2013, 2016), Wanderer (2013), Knijnik (2016), Lara (2019) apontam e justificam algumas dessas aproximações. Ao longo desta seção, as articulações que criam condições de possibilidade para o desenvolvimento da tese, serão evidenciadas.

Ao romper com a visão de um modo de matematizar independente da cultura e, consequentemente, universal, D'Ambrosio criou condições que possibilitaram reconhecer modos de matematizar praticados por distintos grupos culturais e laborais, visto que para o autor, a "Etnomatemática é a matemática praticada por grupos culturais [...]" (D'AMBROSIO, 2007, p. 9). Os grupos aos quais o autor se refere são aqueles que se aproximam por tradições e/ou objetivos comuns, como por exemplo grupos de trabalhadores e classes profissionais, crianças de determinada faixa etária, povos indígenas, entre outros (D'AMBROSIO, 2007).

O autor propõe que a Etnomatemática seja considerada como um programa de pesquisa, o Programa Etnomatemática, cujo objetivo seria encorajar "[...] reflexões mais amplas sobre a natureza do pensamento matemático, do ponto de vista cognitivo, histórico, social, pedagógico." (D'AMBROSIO, 2007, p. 17). Essa nova terminologia surge a partir da preocupação do autor "[...] com as tentativas de se propor uma epistemologia, e, como tal, uma explicação final da Etnomatemática." (D'AMBROSIO, 2007, p. 17), quando na verdade, é preciso manter uma postura de procura constante de explicações.

A motivação do Programa seria "[...] procurar entender o saber/fazer matemático ao longo da história da espécie humana, contextualizado em diferentes grupos de interesse, comunidades, povos e nações." (D'AMBROSIO, 2007, p. 17). Sobre esse saber/fazer, o autor afirma que está relacionado com a busca de explicações sobre as maneiras de lidar com o ambiente e, "[...] Obviamente, esse saber/fazer matemático é contextualizado e responde a fatores naturais e sociais." (D'AMBROSIO, 2007, p. 22)

Por isso o autor afirma que é um "[...] programa de pesquisa sobre *geração, organização intelectual, organização social* e *difusão* do conhecimento." (D'AMBROSIO, 1998, p. 26, grifos do autor). Portanto, as pesquisas que se realizarem dentro do campo da Etnomatemática por mais rigorosas que sejam, não podem ser subordinadas à um rigor de linguagem ou de metodologia, pois "Ao reconhecer que não é possível chegar a uma teoria final das maneiras de saber/fazer matemático de uma cultura, quero enfatizar o caráter dinâmico deste programa de pesquisas." (D'AMBROSIO, 2007, p. 18).

Como destacou D'Ambrosio (1998, 2007), diferentes grupos culturais produzem diferentes modos de matematizar, ou ainda, o saber/fazer matemático relaciona-se ao contexto natural e social em que é produzido. De forma semelhante Wittgenstein criou sua filosofia de maturidade defendendo que cada forma de vida tem seu próprio jogo de linguagem. Estabelecendo um comparativo com D'Ambrosio, equivale dizer que cada grupo social, étnico, laboral ou cultural (formas de vida) tem seu próprio modo de matematizar (jogo de linguagem). Os grupos aos quais D'Ambrosio se refere - comunidades rurais e urbanas, crianças de determinada faixa etária, grupos de trabalhadores, sociedades indígenas, classes profissionais, entre outros - possuem uma determinada forma de vida, no sentido wittgensteiniano do termo. Ou seja, partilham da mesma cultura e possuem seus próprios hábitos, códigos e signos.

Se, por um lado, D'Ambrosio possibilita pensar na existência de diversos modos de matematizar, por outro, Wittgenstein recusa uma linguagem (matemática, ou não) universal, pronta, finalizada. Como destacou Wanderer (2013), ao passo que Wittgenstein nega a existência de uma linguagem universal, ele cria condições de possibilidade para que questionar a existência de uma linguagem matemática universal. É pertinente destacar que a linguagem que se refere Wittgenstein não se restringe a escrita ou falada, podendo ser matemática ou outras tantas linguagens possíveis de existir. Além do mais, a linguagem é contingente, mutante, como podemos conferir na passagem "[...] novos tipos de linguagem, novos jogos de linguagem, como poderíamos dizer, nascem e outros envelhecem e são esquecidos. (Uma imagem aproximada disto pode nos dar as modificações da matemática.)" (WITTGENSTEIN, 1979, p. 18, §23).

Além disso, outra afinidade entre D'Ambrosio e Wittgenstein está no entendimento que ambos tem a respeito de uma definição final para os conceitos. Como dito anteriormente, D'Ambrosio (2007) afirmou que uma das justificativas para o uso da expressão Programa Etnomatemática foi a sua preocupação em não estabelecer uma explicação final da Etnomatemática. De forma aproximada, Wittgenstein – e Foucault – carregam consigo esse mesmo posicionamento a respeito de suas teorizações, visto que muitas vezes não trabalham com um conceito claramente definido (VEIGA-NETO, 1996). Segundo Vilela (2016) a dinamicidade do Programa Etnomatemática é consoante com a filosofia de Wittgenstein, visto que não é prescritiva. Ainda de acordo a autora graças a essa interpretação da Etnomatemática como um Programa é possível assumir que não haveria uma única perspectiva teórica, filosófica, adequada à Etnomatemática. Diante da multiplicidade, a autora afirma que mesmo não havendo uma única perspectiva possível, uma perspectiva não exclui a outra, embora deva-se estar atento a algumas articulações, visto que é preciso manter a coerência.

Wanderer (2013) identificou que apesar da multiplicidade de referenciais teóricos, metodológicos e de eixos temáticos, os trabalhos investigativos desenvolvidos dentro do campo da Etnomatemática seguem dois principais caminhos: "[...] por um lado, possibilitam identificar, reconhecer e valorizar as matemáticas[15] produzidas em diferentes formas de vida; por outro, problematizam a própria linguagem matemática transmitida e ensinada nas academias e na escolas." (WANDERER, 2013, p. 259). Na interpretação da autora, independente do rumo seguido, em ambos os casos a filosofia de maturidade de Wittgenstein pode ser uma viga de sustentação.

Nesse estudo, a autora analisou excertos de entrevistas realizadas com um grupo de adultos que frequentou uma escola rural na década de 30 do século vinte, nas quais narraram fatos relacionados aos seus saberes matemáticos e às suas experiências escolares. Segundo a autora, os saberes matemáticos expressos pelos entrevistados podem ser considerados como jogos de linguagem, que foram produzidos em determinada forma de vida, ao passo que

> [...] o pensamento do Segundo Wittgenstein é produtivo para nos fazer pensar em diferentes matemáticas (geradas por diferentes formas de vida − como as associadas a grupos de crianças, jovens, adultos, trabalhadores de setores específicos, acadêmicos, estudantes, etc.), que ganham sentido em seus usos. (WANDERER, 2013, p. 160-161).

A partir dessas narrativas, Wanderer (2013) identificou quais as regras dos jogos de linguagem presentes na Matemática Escolar da época e quais as regras dos jogos de linguagem que os estudantes utilizavam. Segundo a autora, as regras presentes nos jogos de linguagem da forma de vida externa à escola são baseadas na decomposição, arredondamento e estimativa, enquanto as regras da escola eram baseadas no formalismo, na importância de decorar a tabuada e na escrita. Nesses mesmos jogos, a autora identificou que as semelhanças de família entre os

[15] Os autores Wanderer (2013), Knijnik et al (2012), D'Ambrosio (2000), Mendes (2006) e Vilela (2013) assumem a existência de diferentes matemáticas, geradas por distintas formas de vida. Entretanto, valendo-se de Roque (2014), nesta tese assume-se a existência de diferentes práticas matemáticas, ou seja, modos de matematizar, produzidos por distintos povos ou grupos, em diversos tempos e espaços, pois "[...] não há *uma* matemática, que evolui linearmente ao longo do tempo, mas várias práticas matemáticas que nem sempre podem ser traduzidas umas nas outras." (ROQUE, 2014, p. 167, grifo da autora).

distintos jogos analisados estão presentes no uso da tabuada e na realização de operações de adição e subtração.

Valendo-se das teorizações de Wittgenstein e Foucault, Knijnik et al (2012) propõem a Etnomatemática como uma caixa de ferramentas[16] teóricas, que permite "[...] analisar os discursos que instituem as Matemáticas Acadêmica e Escolar e seus efeitos de verdade e examinar os jogos de linguagem que constituem cada uma das diferentes Matemáticas, analisando suas semelhanças de família." (KNIJNIK et al, 2012, p. 28). Utilizando tais ferramentas os autores analisaram práticas vindas de distintas formas de vida, como camponeses do Movimento dos Trabalhadores Rurais Sem Terra, estudantes colonos, descendentes de alemães, na época da efetivação da campanha de nacionalização, trabalhadores da construção civil, trabalhadores do contexto calçadista e estudante de um curso técnico de Agropecuária.

Ao analisar essas formas de vida não escolares, as autoras identificaram jogos de linguagem com fortes semelhanças de família com a Matemática Escolar, em especial ligados à aritmética e à geometria plana. Especificamente nos jogos de linguagem relacionados à aritmética, as autoras identificaram regras que fazem uso de arredondamento, oralidade e decomposição, enquanto aos jogos vinculados à geometria, foram identificadas regras alusivas à oralidade, estimativa e arredondamento (KNIJNIK et al, 2012). Segundo as autoras, quando a Matemática Escolar ignora regras diferentes das suas, "[...] acaba por reforçar as já demarcadas fronteiras entre os jogos de linguagem matemáticos das distintas formas de vida e aqueles usualmente enfatizadas na Matemática Escolar." (KNIJNIK et al, 2012, p. 58).

Vilela (2013) afirma que os estudos de D'Ambrosio e Knijnik "[...] denunciam a prática escolar de imposição de um único conhecimento, de verdades absolutas, que tem como consequência a desvinculação da realidade e de saberes locais, gerando a não articulação e incompreensão do conhecimento exigido." (VILELA, 2013, p. 19). Para a autora a articulação entre a Etnomatemática e a filosofia de Wittgenstein é evidente, visto que "[...]a abordagem antropológica da Etnomatemática, em que se privilegiam estudos específicos de grupos culturais em práticas específicas, assim como o pressuposto da não neutralidade do conhecimento, vai ao encontro da presente discussão filosófica." (VILELA, 2016, p. 47).

Com o aporte teórico da filosofia wittgensteiniana, Vilela (2013) identificou que é possível considerar a [...] etnomatemática como uma versão não metafísica da matemática como

[16] Segundo Knijnik et al (2012) "O uso dado à expressão "caixa de ferramenta" é inspirado em Deleuze e Foucault, quando escrevem: "Uma teoria é como uma caixa de ferramentas. [...] É preciso que sirva, é preciso que funcione. E não para si mesma" (DELEUZE; FOUCAULT, 2003, p. 69 e 70)" (KNIJNIK et al, 2012, p. 28).

também ver diferentes práticas da matemática organizadas de forma não hierárquica." (VILELA, 2013, p. 295). Isso pois, a partir da perspectiva pós-estruturalista de Wittgenstein, a autora analisou os usos atribuídos à palavra matemática a partir das adjetivações conferidas à expressão, como Matemática Escolar, Matemática Acadêmica, matemática informal, entre outras. Segundo a autora, "[...] as adjetivações indicam uma pluralidade de *jogos de linguagem* dos quais as matemáticas participam, e esses jogos de linguagem expressam, por sua vez, os usos das matemáticas específicas em diferentes práticas sociais." (VILELA, 2013, p. 25, grifos da autora).

A autora afirma que a teoria wittgensteiniana possibilitou um distanciamento da Matemática Acadêmica e, consequentemente, da visão de que esse modo de matematizar é superior aos demais, pois há um abandono da visão metafísica da matemática para se "[...] olhar as práticas matemáticas como jogos de linguagem [...]." (VILELA, 2013, p. 297). Portanto, ao analisar as adjetivações atribuídas à matemática, a autora afirma que a filosofia de Wittgenstein, ao contribuir para que tais adjetivações sejam consideradas como diferentes jogos de linguagem orientados por regras de uso específicas, "[...] possibilitou não privilegiar uma linguagem ou jogo de linguagem, mas colocar os jogos de linguagem em um mesmo plano ou patamar [...]" (VILELA, 2013, p. 300).

Lara (2019) leva em conta a articulação da Etnomatemática, na perspectiva d'ambrosiana, à filosofia de maturidade de Wittgenstein, para defender a possibilidade de operacionalizar a Etnomatemática como método[17] de ensino e pesquisa na Educação Básica. Como destaca a autora:

> [...] ao considerar a perspectiva d'ambrosiana na qual a Etnomatemática é um programa de pesquisa que possibilita compreender a geração, a organização e a difusão de saberes matemáticos, e fundamentar-se em Wittgenstein, é possível conceituar a Etnomatemática como um método de pesquisa e de ensino que possibilita analisar os diferentes jogos de linguagem presentes nas práticas discursivas de distintos grupos culturais. (LARA, 2019, p. 47).

Partindo do princípio wittgensteiniano de que "[...] a significação de uma palavra é seu uso na linguagem." (WITTGENSTEIN, 1979, p. 28, §43), Lara (2019) destaca com que intenção adota a palavra método. Para a autora, propor a Etnomatemática como um método de ensino e pesquisa, não significa sugerir um manual a ser seguido pelos docentes, mas um modo de ver a Etnomatemática: "O que pretendo é seguir a sugestão de Veiga-Neto tomando o termo

[17] Seguindo Veiga-Neto (2009), o sentido adotado pela autora, bem como nesta tese, para a expressão método não equivale à seguir um planejamento imutável e sistemático, pois "Para Foucault, o método não é o caminho seguro como queriam Descartes e Ramus, até porque nada mais é seguro, previsível: nem os pontos de saída, nem o percurso, nem os pontos de chegada." (VEIGA-NETO, 2009, p. 88-89).

método em seu sentido mais amplo/soft, flexibilizando-o, tratando-o como na perspectiva foucaultiana: como “uma atividade”, uma “maneira de entender”, um “modo de ver as coisas”. (LARA, 2019, p. 48). Nesse sentido, a autora caracteriza a Etnomatemática como método constituído por três etapas cíclicas: Etnografia – sensibilização/apreensão; Etnologia – compreensão/entendimento; e, Validação – interpretação/julgamento; emergentes da aproximação entre as ideias de Wittgenstein, Kant e Ferreira.

Para a autora, a primeira etapa do método consiste na Etnografia, na qual ocorrem a sensibilização e a apreensão. Nesta etapa estabelece-se contato com determinado grupo e realizam-se pesquisas e invetigações com o intuito de “[...] levantar dados inerentes aos saberes culturais, saberes matemáticos, desse grupo em relação aos seus saberes e fazeres e suas formas de vida.” (LARA, 2019, p 52). Assim, por meio das estratégias e instrumentos de pesquisa definidos, torna-se possível “[...] perceber os jogos de linguagem que estão presentes nas práticas discursivas hegemônicas das formas de vida estudada.” (LARA, 2019, p 52). Em suma, destaca a autora, é o momento em que o estudante recorre à imaginação e intuição a fim de suscitar hipóstes a partir da realidade investigada.

Na segunda etapa do método, denominada Etnologia, ocorrem a compreensão e o entendimento. Isso pois, ao longo desta etapa, “[...] o estudante necessita racionar por meio dos princípios gerais, abstratos apresentados pelo professor acerca dos possíveis conceitos matemáticos envolvidos nos saberes matemáticos percebidos durante a primeira etapa [...]” (LARA, 2019, p 52). Assim, criam-se condições de possibilidade para que o estudante reflita e articule os conceitos matemáticos trazidos pelo professor, explicitados por meio dos jogos de linguagem presentes na Matemática Escolar, aos conceitos advindos do grupo investigado, mencionados por meio de jogos de linguagem e regras específicas. Como ressalta a autora: “Intenciona-se a identificação e a determinação de regras.” (LARA, 2019, p 52).

Por fim, a terceira e última etapa do método de ensino proposto por Lara (2019) é a Validação, na qual acontecem a interpretação e o julgamento. Isso ocorre por meio da comparação entre as regras identificadas nas etapas anteriores, tanto aquelas próprias dos jogos de linguagem do grupo estudado, como as próprias da Matemática Escolar. Por meio dessa comparação, torna-se possível constatar semelhanças de família entre os distintos jogos, bem como, “[...] analisar, caso existam, os limites de seu uso dentro de cada forma de vida, reconhecendo que esses saberes produzidos por diferentes práticas discursivas podem ser vistos como formas de conhecimento.” (LARA, 2019, p 53).

Ao observar as etapas propostas pela autora, torna-se evidente a Etnomatemática tanto com um método de ensino, como um método de pesquisa. Um método de pesquisa, pois, ao longo das etapas, o estudante vai à campo, a fim de inventariar informações relativas aos saberes culturais e matemáticos, desse grupo em relação aos seus saberes e fazeres e suas formas de vida." (LARA, 2019, p. 52). Um método de ensino pois, para a compreensão desses dados trazidos das formas de vida investigadas, o professor operacionaliza os processos de ensino e de aprendizagem de Matemática. Portanto, a Etnomatemática como um método de ensino e pesquisa cria condições que possibilitam aos estudantes analisar e compreender os diversos jogos de linguagem que estão presentes em distintas formas de vida (LARA, 2019).

Os autores, aqui mencionados, mostraram com nitidez que a filosofia tardia de Wittgenstein sustenta satisfatoriamente as discussões do campo da Etnomatemática. Mais do que isso, juntos se fortificam e possibilitam que outras pesquisas tomem diferentes rumos, visto que nessa concepção que ambos campos de estudos compartilham, não há uma universalidade, um único caminho, um único referencial, um único tipo de pesquisa. Além de Wittgenstein, a Etnomatemática ganha força quando associada ao pensamento do filósofo Michel Foucault, como será possível observar a seguir.

3.2.3 Etnomatemática como Contraconduta

Os conceitos foucaultianos de discurso, poder, saber, contraconduta, entre outros, quando associados ao conceito d'ambrosiano de Etnomatemática, possibilitam reflexões para além da existência de diferentes saberes e fazeres matemáticos. Com o aporte filosófico e pós-estruturalista de Foucault, as pesquisas no campo da Etnomatemática passam a analisar, por exemplo, as relações de poder e saber que marginalizaram saberes provenientes de distintas culturas, os modos pelos quais os discursos da Matemática Escolar atuam na constituição dos sujeitos escolares, as estratégias desenvolvidas para que tanto o currículo como os processos de ensino da Matemática fossem conduzidos de uma forma e não de outra.

O conceito de contraconduta relaciona-se às noções de conduta, governo e governamentalidade, abordados por Foucault no livro Segurança, Território e População (2008). Segundo o autor, a questão do governo emergiu no século XVI e sob variados aspectos, sendo possível percebê-la nas igrejas católicas e protestantes, com os governos das almas e das condutas, bem como, na pedagogia, com o governo dos filhos. Simultaneamente, o retorno ao estoicismo possibilitou questões relacionadas ao governo de si, além da problemática do governo exercido pelos príncipes. Nessa conjuntura, ao longo daquele século emergiram questões como: "Como se governar, como ser governado, como governar os outros, por quem devemos aceitar ser governados, como fazer para ser o melhor governador possível?" (FOUCAULT, 2008, p. 118).

Para problematizar sobre as questões do governo, Foucault (2008) toma emprestado discussões presentes nos livros O Príncipe, de Nicolau Maquiavel, O espelho político, de Guillaume de La Perrièri e *L'Oeconomique du Prince*, de La Mothe Le Vayer. Foucault enfatiza que a noção de governo presente no livro de Maquiavel relacionava-se ao "[...]como e em que condições é possível manter a soberania de um soberano sobre um Estado?" (FOUCAULT, 2008, p. 120). Isso, pois, para Foucault, Maquiavel defendia uma relação singular de exterioridade e transcendência do príncipe em relação ao seu principado, ou seja, uma relação sintética, sem vínculo de pertencimento. Como consequência, a principal preocupação do príncipe recaía sobre a manutenção das relações de poder que asseguravam o principado:

> Mais exatamente, esse principado entendido não como o conjunto constituído pelos súditos e pelo território, por assim dizer o principado objetivo; vai se tratar de proteger esse principado na medida em que ele é a relação do príncipe com o que ele possui, com o território que herdou ou adquiriu, com os súditos que lhe são submissos. É esse principado como relação do príncipe com seus súditos e seu território, é isso que se trata de proteger, e não diretamente, ou imediatamente, ou fundamentalmente, ou primeiramente, o território e seus habitantes. (FOUCAULT, 2008, p. 122).

A literatura anti-Maquiavel, aqui representada por Guillaume de La Perrièri e La Mothe Le Vayer, defende outra arte de governar, diferente da proposta por Maquiavel. Para esses autores a habilidade de preservar o principado, preocupação primeira de Maquiavel, não consiste em uma digna arte de governar, visto que há muitas formas de se exercer o governo: "[...]o pai de família, o superior de um convento, o pedagogo, o professor em relação à criança ou ao discípulo". (FOUCAULT, 2008, p. 124). Ainda segundo Foucault (2008), La Mothe Le Vayer afirmou sobre a existência de três tipos de governos: governo de si; governo da família; governo do Estado.

Tais tipos de governo apresentam uma espécie de relação entre si, uma dependência, uma continuidade, nomeadas por La Mothe Le Vayer como continuidade ascendente e continuidade descendente. Ascendente no sentido de que, para se chegar ao governo do Estado, é fundamental saber governar à si e à família, descendente pois, ao passo que o Estado está bem governado, "[...]os pais de família sabem bem governar sua família, suas riquezas, seus bens, sua propriedade, e os indivíduos, também, se dirigem como convém." (FOUCAULT,2008, p. 126).

Fundamentado na filosofia anti-Maquiavel de Guillaume de La Perrièri, Foucault (2008) destaca o modo como esse autor enxerga o governo: condução de determinadas coisas à um fim adequado (FOUCAULT, 2008, p. 127). Pode-se dizer que este modo de entender o governo, proposto por La Perrièri, criou condições que possibilitaram a conceituação foucaultiana de governo, a partir principalmente da expressão 'coisas'. Segundo Foucault, por 'coisas', La Perrièri pretende que sejam

> [...] os homens, mas em suas relações, em seus vínculos, em suas imbricações com essas coisas que são as riquezas, os recursos, os meios de subsistência, o território, é claro, em suas fronteiras, com suas qualidades, seu clima, sua sequidão, sua fecundidade. (FOUCAULT, 2008, p. 128).

Essa proposição de La Perrièri evidencia diferenças em relação ao governo de Maquiavel, visto que para o príncipe os alvos do governo são o território e as pessoas, enquanto que para La Perrièri, o território passa a ser uma das variáveis imersas nas relações. Além disso, tanto para o governo do príncipe como para a soberania, a finalidade do governo é a submissão e obediência à lei, enquanto que para La Perrièri a finalidade do governo é múltipla, variando de acordo com as coisas às quais o homem se relaciona. Em relação à segunda diferença apontada, Foucault destaca que para o governo alcançar suas finalidades, na perspectiva de La Perrièri, os instrumentos não são mais as leis, mas táticas, como é possível identificar nas palavras de Foucault:

> Enquanto a finalidade da soberania está em si mesma e em quanto ela tira seus instrumentos de si mesmo sobre a forma da lei, a finalidade do governo que está nas coisas que ele dirige; ela deve ser buscada na perfeição, na maximização ou na intensificação dos processos que ele dirige, e os instrumentos do governo, em vez de serem leis, vão ser diversas táticas. (FOUCAULT, 2008, p. 132).

Contudo, apesar da literatura anti-Maquiavel já estar posta desde o século XVI, a arte de governar rompeu com a soberania e com o governo do príncipe apenas a partir do século XVIII (FOUCAULT, 2008). De acordo com o filósofo isso ocorreu em função da expansão demográfica, o que acarretou na emergência do problema da população (FOUCAULT, 2008) e assim, passou-se a refletir acerca do governo da população e não mais da família. Com o suporte da estatística, a população passou a ser vista a partir das suas regularidades, como o número de doentes, de mortos, entre outras, de modo que: "A estatística, ao possibilitar a quantificação dos fenômenos próprios da população, faz aparecer sua especificidade irredutível [ao] pequeno âmbito da família." (FOUCAULT, 2008, p. 139). Assim, a família deixa de ser um modelo de governo para ser um instrumento para o governo das populações, a partir de "[...] campanhas sobre a mortalidade, as campanhas relativas ao casamento, as vacinações, as inoculações, etc." (FOUCAULT, 2008, p. 139).

Em síntese, dessa rede de relações emerge o conceito foucaultiano de governamentalidade como

> [...] o conjunto constituído pelas instituições, os procedimentos, análises e reflexões, os cálculos e as táticas que permitem exercer essa forma bem específica, embora muito complexa, de poder que tem por alvo principal a população, por principal forma de saber a economia política e por instrumento técnico essencial os dispositivos de segurança. (FOUCAULT, 2008, p. 143).

Portanto, a governamentalidade age sobre a população assim como o poder disciplinar age sobre o corpo, com profundidade e sutileza. Segundo Foucault (1991, p. 153): “O sucesso do poder disciplinar se deve sem dúvida ao uso de instrumentos simples: o olhar hierárquico, a sanção normalizadora e sua combinação num procedimento que lhe é específico, o exame.”.

A vigilância hierárquica é baseada no olhar, “[...] um aparelho onde as técnicas que permitem ver induzam a efeitos de poder, e onde, em troca, os meios de coerção tornem claramente visíveis aqueles sobre quem se aplicam.” (FOUCAULT, 1991, p. 153). A fim de criar condições para possibilitar o uso do instrumento de vigilância a arquitetura de prédios como hospitais, prisões, escolas, entre outros, foi modificada, desenhando-se redes de olhares que permitem o controle de uns sobre os outro. Assim, deixa-se de pensar em arquiteturas para serem vistas, ou para permitir ver o ambiente externo, passando-se a pensar em construções que possibilitem um controle interior.

A sanção normalizadora é vista por Foucault (1991) como a arte de punir, mas uma punição que “[...] não visa nem a expiação, nem mesmo exatamente a repressão.” (FOUCAULT, 1991, p. 163), mas a normalização dos sujeitos. Por meio da diferenciação, comparação, hierarquização, exclusão, criam-se normas sobre os comportamentos, saberes e ações. Foucault (1991) sintetiza a sanção normalizadora por meio de cinco operações:

> [...] relacionar os atos, os desempenhos, os comportamentos singulares a um conjunto, que é ao mesmo tempo campo de comparação, espaço de diferenciação e princípio de uma regra a seguir. Diferenciar os indivíduos em relação uns aos outros e em função dessa regra de conjunto — que se deve fazer funcionar como base mínima, como média a respeitar ou como o ótimo de que se deve chegar perto. Medir em termos quantitativos e hierarquizar em termos de valor as capacidades, o nível, a “natureza” dos indivíduo s. Fazer funcionar, através dessa medida “valorizadora”, a coação de uma conformidade a realizar. Enfim traçar o limite que definirá a diferença em relação a todas as diferenças, a fronteira externa do anormal (a “classe vergonhosa” da Escola Militar). (FOUCAULT, 1991, p. 163)

Por fim, o terceiro instrumento ao qual se deve o sucesso do poder disciplinar é o exame que, de acordo com Foucault (1991) “[...] combina as técnicas da hierarquia que vigia e as da sanção que normaliza.” (FOUCAULT, 1991, p. 164). O exame cria condições que possibilitam diferenciar, segregar, classificar, selecionar os sujeitos em diferentes esferas, ou seja: “Estabelece sobre os indivíduos uma visibilidade através da qual eles são diferenciados e sancionados.” (FOUCAULT, 1991, p. 164).

As escolas, assim como os hospitais, são ambientes em que o exame se faz presente de forma mais explícita, visto que por meio de provas acompanha o desempenho dos estudantes de forma ininterrupta. Por meio desse acompanhamento, possibilita que comparações entre todos sejam realizadas, oportunizando sancionar e normalizar. Portanto, “[...] o exame é na escola uma verdadeira e constante troca de saberes: garante a passagem dos conhecimentos do mestre ao aluno, mas retira do aluno um saber destinado e reservado ao mestre.” (FOUCAULT, 1991, p. 166).

Dentro do ambiente escolar é frequente a realização de provas, em especial na disciplina de Matemática, sendo esse exame utilizado como um instrumento para garantir a normalidade. Percebe-se então que, dentro da Matemática Escolar, busca-se um determinado modo de pensar, um determinado modo de matematizar. Então, de acordo com Lara (2001), a Matemática possui um poder disciplinador que é exercido “[...] por meio de provas graduadas, que aborda conteúdos hierarquizados e determinados por um programa curricular.” (LARA, 2001, p. 29). Ou seja, por meio do poder disciplinador da Matemática busca-se uma forma de pensar, um único modo de matematizar, subjetivando, regulando e normalizando os estudantes. Como destaca a autora, a Matemática é “[...] um conjunto de conhecimentos para o controle minucioso do modo de pensar, raciocinar e agir do/a aluno/a e que é através da imposição e sujeição a esse modo de pensar que se produzem determinadas habilidades mentais.” (LARA, 2001, p. 29).

Assim, pode-se afirmar que o poder disciplinador, por meio de seus instrumentos, atua na conduta dos estudantes. Como destaca o filósofo,

> [...] esta palavra – “conduta” – se refere a duas coisas. A conduta é, de fato, atividade que consiste em conduzir, a condução, se vocês quiserem, mas é também a maneira como uma pessoa se conduz, a maneira como se deixa conduzir, a maneira como é conduzida e como, afinal de contas, ela se comporta sob o efeito de uma conduta que seria ato de conduta ou condução. (FOUCAULT, 2008, p. 255),

ou seja, ao mesmo tempo que o poder disciplinador da Matemática interfere na condução dos estudantes, faz com que os próprios sujeitos se conduzam.

No ambiente escolar, por exemplo, a carga horária das disciplinas, os conteúdos que compõem o currículo escolar, a didática docente, a posição das disciplinas frente às áreas de conhecimento nas quais são agrupadas, são exemplos de mecanismos que atuam sobre os estudantes, conduzindo sua aprendizagem, governando-os. Entretanto, de acordo com Foucault (1979), as relações de poder possibilitam movimentos de resistência, pois: "Jamais somos aprisionados pelo poder: podemos sempre modificar sua dominação em condições determinadas e segundo uma estratégia precisa." (FOUCAULT, 1979, p. 241).

Na aula de 1º de março de 1978, presente no livro *Segurança, Território e População,* Foucault aborda com mais afinco questões relacionadas aos possíveis movimentos de resistência. Segundo o filósofo, essas podem ser interpretadas como

> São movimentos que têm como objetivo outra conduta, isto é: querer ser conduzido de outro modo, por outros condutores e por outros pastores, para outros objetivos e para outras formas de salvação, por meio de outros procedimentos e de outros métodos. São movimentos que também procuram, eventualmente em todo caso, escapar da conduta dos outros, que procuram definir para cada um a maneira de se conduzir. (FOUCAULT, 2008, p. 256-257).

Frente a esses movimentos o autor questiona: "Como designar esse tipo de revoltas, ou antes, essa espécie de trama específica de resistência a formas de poder que não exercem a soberania e que não exploram, mas que conduzem?" (FOUCAULT, 2008, p. 263- 264). Na tentativa de encontrar o termo adequado para tratar desse movimento específico de resistência, o autor problematiza o significado de outros termos: revolta; desobediência; insubmissão; dissidência; inconduta.

Assim, ao tentar designar tais movimentos de resistência, Foucault cria condições que possibilitam aprimorar o entendimento acerca desses mesmos movimentos. Como destaca o filósofo, ir contra esse movimento de condução não significa, necessariamente, uma revolta, pois, trata-se de uma expressão precisa e forte, para designar um movimento difuso e suave (FOUCAULT, 2008, p. 264). Por outro lado, a desobediência é uma expressão fraca, apesar de estar no centro do movimento. Como ressalta o autor, "[...] esses movimentos que procuro identificar aqui têm, com toda certeza, uma produtividade, formas de existência, de organização, uma consistência e uma solidez que a palavra puramente negativa de desobediência não abrangeria." (FOUCAULT, 2008, p. 264).

Devido à forte associação da palavra insubmissão à insubmissão militar, Foucault desconsidera essa expressão para designar as resistências específicas de conduta que ele descreve. Em relação ao termo dissidência, Foucault (2008) afirma que este não pode ser a expressão escolhida, pois, as lutas que são nomeadas com essa palavra, têm como característica a recusa de uma conduta. Por fim, em relação à expressão inconduta, o filósofo não a utiliza, pois seu significado se restringe "[..] à não se conduzir como se deve." (FOUCAULT, 2008, p. 266).

Assim, a essas revoltas específicas de conduta, o filósofo chamou: "Contraconduta no sentido de luta contra os procedimentos postos em prática para conduzir os outros [...]" (FOUCAULT, 2008, p. 266). A escolha por esse termo tem como principal justificativa a "[...] correlação imediata e fundadora entre a conduta e a contraconduta." (FOUCAULT, 2008, p. 258).

Como destacaram Veiga-Neto e Lopes (2011), a contraconduta possibilita que novas formas de conduta sejam criadas, visto que

> [...] '*contraconducta' es utilizada para marcar prácticas que surgen dentro de movimientos más grandes, las cuales no buscan romper con los movimientos ni tampoco desplegarlos, pues de lo que se trata es de conducir la población de otras formas sin que sea preciso romper con el conductor.* (VEIGA-NETO; LOPES, 2011, p. 111).

Se o poder atua na condução dos sujeitos, a contraconduta emerge por meio das diversas e possíveis táticas de enfrentamento às investidas desse poder. Sendo a escola uma instituição disciplinar, de regulação social, repleta de tecnologias de vigilância, uma maquinaria de poder que age sobre o corpo humano e fabrica corpos dóceis, é possível perceber mecanismos e táticas utilizadas para o governo da população. Exemplos disso são as escolhas das disciplinas obrigatórias, a carga horária, os conteúdos ministrados, entre outros.

Frente a esse cenário escolar, a contraconduta emerge como movimentos de resistência ao imposto para o governo das populações, com a finalidade de lutar para que esse governo ocorra de modo diferente. No campo da Educação Matemática, é possível identificar pesquisas que tem se proposto a refletir sobre as potencialidades da perspectiva pedagógica da Etnomatemática possibilitar movimentos de contraconduta frente à hegemonização dos modos de matematizar da Matemática Escolar, como os estudos de Velho (2014), de Monteiro e Mendes (2015) e de Santos (2015).

Monteiro e Mendes (2015) afirmaram que a Etnomatemática pode ser considerada um movimento de contraconduta na mobilização de saberes em determinadas práticas culturais. Isso pois, a Matemática é considerada uma ciência que independe da humanidade e possui existência própria e, segundo as autoras, quando a Etnomatemática questiona a universalidade e o poder de verdade da Matemática equivale dizer que há

> [...] uma resistência aos modos de governamento (im)posto pelo campo da matemática formal, uma resistência que não nega a matemática, tão pouco pretende instituir uma

> revolução nesse campo de saber, mas, busca novas formas de pensar esse saber, novas condutas e normas de constituição desse saber, por isso estamos aqui entendendo como um movimento de contraconduta. (MONTEIRO, MENDES, 2015, p. 5).

Para as autoras o discurso da contraconduta, motivado pela Etnomatemática, age diretamente sobre as práticas pedagógicas matemáticas, produzindo reflexões acerca das potencialidades pedagógicas da Etnomatemática. Dentre tais possibilidades, as autoras destacam pesquisas que têm feito uso da Etnomatemática como uma metodologia, uma estratégia de ensino ou um programa de pesquisa. No entanto, as autoras alertam que essa multiplicidade por ora pode desviar o que mobilizou a emergência da Etnomatemática: "[...] as resistências às formas de pensar a matemática que se vinculam a uma compreensão desse saber como único, verdadeiro e universalista." (MONTEIRO; MENDES, 2015, p. 7). Portanto, para as autoras, a Etnomatemática como uma contraconduta almeja "[...] denunciar e modificar os dispositivos que sustentam as relações que permeiam os processos de validação e legitimação do saber escolar." (MONTEIRO; MENDES, 2015, p. 8-9) de modo que, ao fazer isso, cria condições para que outras formas de conduta emerjam.

Vale destacar que, mesmo uma pesquisa não seguindo uma linha teórica e filosófica foucaultiana, é possível perceber movimentos de contraconduta dado ao tipo de articulação proposta para a Etnomatemática. Nesse movimento está, por exemplo, a dissertação desenvolvida por Velho (2014) que teve como objetivo analisar quais as contribuições a Etnomatemática pode possibilitar aos processos de ensino e aprendizagem se for considerada como um método de ensino. Nesse estudo, a pesquisadora focou seus esforços no conteúdo de Geometria e desenvolveu suas aulas a partir dos saberes de um marceneiro. Para tal, inicialmente solicitou ao profissional que fosse à escola ensinar aos estudantes como construir uma estante para, em seguida, desenvolver os conceitos matemáticos de geometria a partir dos saberes necessários para tal construção.

Para a pesquisadora a Etnomatemática cria condições que possibilitam uma aproximação do "[...] cotidiano cultural dos estudantes ao mundo escolar pela análise reflexiva dos saberes etnomatemáticos envolvidos [...]" (VELHO, 2014, p. 137). É possível perceber que a proposição da Etnomatemática como um método de ensino não marginaliza a Matemática Escolar ao ponto de não reconhecer sua importância, mas propõem que os processos de ensino e aprendizagem sejam pensados de outra forma. Em suma, quando a pesquisadora propõe outro modo para ensinar os conceitos geométricos, modo esse apoiado nos saberes do marceneiro, propõem que o processo seja conduzido de outro modo.

Na pesquisa realizada por Santos (2015), cujos participantes foram discentes indígenas de um curso de licenciatura, o pesquisador identificou movimentos de contraconduta frente ao Estado. Isso é consequência de que, a partir de algumas práticas docentes desenvolvidas ao longo do curso, evidenciou-se que os estudantes indígenas - futuros professores – conduziram de outro modo seu processo de formação. Como práticas docentes que constituem os movimentos de contraconduta, Santos afirma que

> [...] aprofundam a discussão acadêmica em torno dos saberes indígenas e sua funcionalidade na escola, na ressignificação de seus saberes junto aos mais jovens que se inserem nas salas de aula e dela se apropriam para conhecer tais saberes por meio da prática docente do professor indígena. (SANTOS, 2015, p. 08).

Do exposto, percebe-se que a Etnomatemática pode ser considerada um movimento de contraconduta às práticas matemáticas hegemônicas, visto que cria condições que possibilitam aos estudantes serem governados de outro modo, com outras técnicas e táticas. Em outras palavras, a Etnomatemática pode ser tratada como uma contraconduta ao disciplinamento da racionalidade proveniente da Matemática Acadêmica, uma racionalidade cartesiana, transcendental platônica. Como destaca Lara (2001) o poder disciplinador da Matemática exige um certo modo de pensar e matematizar, própria da Matemática Escolar. Portanto, em termos wittgensteinianos, exige-se que a norma sejam os jogos de linguagem presentes na Matemática Escolar, marginalizando outros jogos de linguagem, provenientes de formas de vida não acadêmicas ou escolares.

Foi possível perceber que as pesquisas que argumentam na perspectiva de considerar a Etnomatemática como um movimento de contraconduta não propõem articulações entre Etnomatemática e História da Matemática. Desse modo, reflexões acerca do processo de hegemonização dos modos de matematizar, dos jogos de linguagem, históricos marginalizados e das relações de poder que constituem esses processos não são abordadas, reforçando assim o caráter inédito desta tese.

3.3 História da Matemática

Dado que esta tese se situa na articulação da Etnomatemática com a História da Matemática, especificamente no contexto escolar, esta seção se propõem a discutir acerca da História da Matemática e suas relações com os processos de ensino e aprendizagem. De acordo com Miguel (1993), o problema da relação entre a História da Matemática e a Educação Matemática não é novo e: “Já se pode afirmar que ele tem a sua própria história, tal a insistência com que é posto e recolocado desde o momento em que se teve uma clara consciência de sua importância.” (MIGUEL, 1993, p. 12).

Na sequência deste capítulo, estruturam-se três seções. A primeira delas aborda algumas concepções de História da Matemática, estabelecendo-se relações com a filosofia foucaultiana. A segunda seção objetiva tratar especificamente dos usos da História no ensino da Matemática, tendo como referencial as principais publicações a esse respeito. Por fim, na terceira e última seção, abordam-se as articulações da História da Matemática com a Etnomatemática, evidenciando as potencialidades pedagógicas de tal articulação com a filosofia wittgensteiniana.

3.3.1 História da Matemática: algumas perspectivas

A História da Matemática se constituiu como um campo autônomo de investigação a partir do século XX, como destacam Miorim e Miguel (2001). Os autores definem esse período, pois, foi ao longo desse século, que os seguintes indicadores foram percebidos: (i) os primeiros textos específicos sobre o campo; (ii) realizaram-se as primeiras discussões coletivas com a finalidade de ampliar o conhecimento acerca da História da Matemática; (iii) organizaram-se as primeiras sociedades e comunidades formadas por pessoas interessadas na História da Matemática, bem como, os primeiros cursos, “[...] tendo como preocupação o desenvolvimento de investigações e a delimitação desse novo campo do conhecimento.” (MIORIM; MIGUEL, 2001, p. 36).

Segundo os autores, as produções sobre História da Matemática realizadas nas primeiras décadas do século XX se destacam pela mudança de postura adotada por quem as escreve. Até então, havia a tradição de uma historiografia[18] “[...] cuja concepção de objetividade histórica baseava-se em valores tais como a neutralidade, a unicidade da verdade histórica e a erudição.” (MIORIM; MIGUEL, 2001, p. 41). A partir de então, algumas produções foram escritas com o intuito de popularizar a História da Matemática, percebendo-se que valores como a “[...] não-neutralidade do historiador e o da não-unicidade da verdade histórica começam a surgir.” (MIORIM; MIGUEL, 2001, p. 41). Como destacam os autores: “Este período parece ter sido, então, aquele da tomada de consciência de que histórias da matemática diferenciadas poderiam ser escritas com base em pontos de vista político-filosóficos distintos [...].” (MIORIM; MIGUEL, 2001, p. 41).

[18] Para Saito (2015, p. 23): “Historiografia é a arte de escrever a história e, dessa maneira, trata dos critérios da “escrita da história”. Isso significa que toda narrativa histórica é historiograficamente orientada.”.

Para Saito (2015), as narrativas dos fatos históricos podem se dar a partir de diferentes perspectivas, visto que dependem de quem as escreve. Em outras palavras, as narrativas históricas não são neutras, mas sim, interessadas. Logo, quando se menciona o inacabamento da História da Matemática, não se está apenas afirmando que novas fontes históricas podem ser descobertas, ou ainda que se possam produzir novos conhecimentos matemáticos, mas sim que, “[...] a própria história da matemática é reinterpretada e reescrita de tempos em tempos.” (SAITO, 2015, p. 21).

No que se refere, especialmente, ao campo da História da Matemática, Saito (2015) ressalta a existência de duas perspectivas distintas. A primeira delas, a tradicional, é baseada em uma historiografia linear e progressista, ou seja, em uma sucessão encadeada das descobertas matemáticas. Entende-se por linear a ideia de que o desenvolvimento da Matemática só poderia ter se dado de um modo, seguindo um único caminho em direção ao conhecimento verdadeiro. Efeito disso, entende-se por progressista a ideia de que os avanços matemáticos são um aprimoramento de noções antigas, “[...] que são descartadas como errôneas, em direção às verdadeiras.” (SAITO, 2015, p. 22).

Outra característica da perspectiva tradicional é o foco no resultado, deixando à margem aspectos relativos ao processo de construção do conhecimento matemático, como “[...] os debates e embates de ideias que conviveram no passado, e as influências sociais, políticas e econômicas que nortearam o processo de construção do conhecimento.” (SAITO, 2015, p. 24). São exemplos da perspectiva tradicional, as narrativas que apresentam a vida e a obra de grandes nomes da Matemática, assumindo-os como gênios e batizando-os como os pais de conceitos e teorias.

Seguindo na caracterização da perspectiva tradicional, Saito (2015) sublinha que as obras elaboradas nessa perspectiva são “[...] “presentistas”, isto é, são iluminadas pela matemática do presente que faz o historiador “pinçar” convenientemente no passado somente o que lhe é familiar [...].” (SAITO, 2015, p. 23). Ou seja, historiadores que adotam essa perspectiva procuram entender o passado a partir do presente. A esse respeito, Roque (2012) afirma que:

> Estudar a matemática do passado apenas com a matemática de hoje em mente é uma postura que os historiadores atuais têm tido o cuidado de evitar. Para vencer os anacronismos, deve-se tentar mergulhar nos problemas que caracterizavam o pensamento de certa época em toda sua complexidade, considerando os fatores científicos, mas também culturais, sociais e filosóficos. Só assim será possível vislumbrar os problemas e, portanto, o ambiente em que se definiram objetos, se inventaram métodos e se estabeleceram resultados. (ROQUE, 2012, p. 19).

Como destaca Roque (2012), essa visão da História da Matemática está ultrapassada. Consequência disso, os livros clássicos escritos sob essa visão igualmente estão. Apesar disso, a autora destaca que não se deve desmerecer tais produções, uma vez que contribuíram na constituição do campo de pesquisa em História da Matemática. Assim como Roque, Saito (2015) afirma que as histórias da Matemática construídas a partir da perspectiva tradicional contribuíram na organização cronológica do conhecimento matemático, situando em tempos e espaços os acontecimentos.

Já a segunda perspectiva de História da Matemática apontada por Saito (2015), a crítica, tem como característica fundamental a análise dos contextos nos quais conceitos e teorias se desenvolveram. Como salienta o autor, tendências atualizadas de pesquisa em História da Matemática têm destacado a relevância de "[...] compreender o processo de construção do conhecimento matemático por meio de acurada investigação, não só das diferentes técnicas e conteúdos matemáticos, mas também das circunstâncias nas quais tais técnicas e conteúdos foram elaborados." (SAITO, 2015, p. 26). A definição d'ambrosiana de História da Matemática se aproxima da perspectiva crítica, uma vez que, para o autor, a História da Matemática consiste na "[...] narrativa de fatos, datas e nomes associados à geração, à organização intelectual e social e à difusão do conhecimento - no nosso caso conhecimento matemático - através das várias culturas ao longo da evolução da humanidade." (D'AMBROSIO, 2000, p.241). Nesse sentido, ao narrar fatos, nomes e datas, cria-se condições que possibilitam compreender o processo de construção do conhecimento matemático, ou seja, seus processos de geração, organização e difusão.

Para tal, são incluídos nos processos de investigação e análise documentos (escritos ou não) de distintos campos de conhecimento, além da Matemática, fato que mais uma vez permite diferenciar as perspectivas tradicional e crítica de História da Matemática. Como afirma D'Ambrosio (2000): "[...] a relação de fatos, datas e nomes depende de registros, que podem ser de naturezas muito diversas: memórias, práticas, monumentos e artefatos, escritos e documentos. Essas são as chamadas *fontes históricas*." (D'AMBROSIO, 2000, p. 242, grifos do autor). Assim, a partir desses documentos, a análise do historiador procura situar o objeto matemático estudado em seu tempo e espaço.

Portanto, diferentemente da perspectiva tradicional de História da Matemática, em que o pesquisador analisa o objeto matemático de modo presentista, a perspectiva crítica "[...] procura partir do passado em direção ao presente na medida que é a partir de um acontecimento do passado que se deve entender o presente, e não ao contrário." (SAITO, 2015, p. 27). Desse modo, por meio da perspectiva crítica, é possível conhecer os processos de construção dos conhecimentos matemáticos nas suas contingências históricas. A esse respeito, Lara (2013) já havia destacado a necessidade de se avançar para além de uma perspectiva instrumental de História da Matemática quando esta é abordada em sala de aula[19]. Como defende a autora:

> O estudante pode encontrar subsídios na História da Matemática para compreender o processo de geração de um conhecimento analisando as condições históricas as quais possibilitaram que ele emergisse e fosse difundido naquele contexto histórico e não em outro. Isso implicaria na compreensão por parte do estudante que em seu contexto a geração, a organização e a difusão desse conhecimento ocorreriam de outro modo. (LARA, 2013, p. 55)

Observa-se que a perspectiva crítica proposta por Lara (2013) e Saito (2015) se aproxima da genealogia foucaultiana e, talvez, seja possível afirmar que as teorizações foucaultianas criaram condições de possibilidade para se pensar em perspectivas de História da Matemática. Como destaca Rago (1995), as teorizações de Foucault causaram efeitos na historiografia produzida até as publicações de *A história da loucura* (1961), *As palavras e as coisas* (1966), *A arqueologia do Saber* (1969) e *Vigiar e Punir* (1975), de modo que historiadores passaram a questionar: "Afinal, o que queria aquele filósofo que anunciava que "a história dos historiadores" erroneamente havia-se preocupado em compreender o passado, e que na verdade tratava-se de "cortar" e não de compreender?" (RAGO, 1995, p. 68).

Ambas, genealogia e perspectiva crítica, apontam que para compreender o presente é preciso olhar para o passado objetivando situar-se nele, em suas tramas e relações. Como destaca Veiga-Neto (2014): "A genealogia evita proceder como é mais comum, a saber, partir da fixação de um objeto no presente, para depois ir ao passado, na tentativa de descobrir seu fundamento originário [...]." (VEIGA-NETO, 2014, p. 59).

No entanto, deve-se salientar que ao olhar para o passado, não se objetiva encontrar a origem dos fatos do presente, mas compreender quais as condições de possibilidade para sua emergência, quais relações de poder e saber foram estabelecidas de modo que o presente seja configurado desse modo, e não de outro. Portanto: "Não se trata de onde ele veio, *mas como/ de que maneira e em que ponto* ele surge." (VEIGA-NETO, 2014, p. 61, grifos do autor).

Nesse sentido, Foucault (1979) enfatiza que a genealogia não se opõe à história, pois, precisa dela. Com a genealogia, o filósofo traz à tona que não há uma linearidade histórica, onde se pode delimitar uma origem e um caminho bem definido até o presente, pois: "A história

---

[19] Uma discussão mais detalhada sobre os modos pelos quais a História da Matemática se relaciona ao ensino da Matemática é realizada na próxima seção.

será ‘efetiva’ na medida em que ela reintroduzir o descontínuo em nosso próprio ser.” (FOUCAULT, 1979, p. 27). Percebe-se, que o filósofo

> [...] deixou de considerar a história de uma ciência como o desenvolvimento linear e contínuo a partir de origens que se perderam no tempo e são alimentadas pela interminável busca de precursores. Mas que também se realizava sem privilegiar a distinção epistemológica entre ciência e pré-ciência, tendo no saber o campo próprio de investigação. (MACHADO, 1979, p. VII).

Naquele momento, Foucault tratava especificamente da história da loucura, e trouxe como evolução metodológica a possibilidade de estudar, em diversas épocas e abarcando várias disciplinas, os múltiplos saberes relativos a este tema. Como explica Rago (1995):

> Fundamentalmente, Foucault projetou luz sobre campos até então ignorados pela historiografia – seja por serem considerados como “perfumarias” remetendo à superfície da superestrutura, seja simplesmente por nem sequer serem percebidos como capazes de serem historicizados – e criou expressões capazes de traduzi-los e pensá-los. (RAGO, 1995, p. 70)

Com lentes foucaultianas, Roque (2014) destaca que perspectivas recentes sobre a História da Matemática defendem que a Matemática não se desenvolveu de modo linear e contínuo, visto que, ao longo da história da humanidade diversos povos e civilizações contribuíram para o desenvolvimento do que hoje conhecemos por Matemática. Mais do que isso, a autora questiona a ideia de universalidade da Matemática, ao afirmar que a discussão acerca das possibilidades do uso da História da Matemática nas salas de aula pode assumir duas vertentes: sobre a efetividade do uso para o processo de ensino e aprendizagem ou para questionar o tipo de matemática ensinada nas escolas.

Dentre as possibilidades, Roque (2014) aposta na segunda vertente, deixando assim revelar sua crença de que “[...] não há *uma* matemática, que evolui linearmente ao longo do tempo, mas várias práticas matemáticas que nem sempre podem ser traduzidas umas nas outras.” (ROQUE, 2014, p. 167, grifo da autora). Observam-se aproximações entre o pensamento de Roque (2014) e D’Ambrosio (2010) uma vez que, para o autor, a Matemática é uma forma de Etnomatemática originada e desenvolvida predominantemente na Europa, com grandes contribuições dos povos da África e do Oriente. Nesse sentido, D’Ambrosio (2010) afirma que se faz necessário buscar fontes historiográficas alternativas, que resgatem os saberes e tradições oriundas de povos não europeus, como os ameríndios e os africanos.

Assim, por meio de outras fontes historiográficas, será possível conhecer uma história “[...] que não venha embebida de um determinismo eurocêntrico, favorecendo a manutenção do *status quo* e desencorajando a superação da desvantagem atual [...]" (D'AMBROSIO, 2010, p. 41, grifos do autor). Isso, pois, ao ser estruturada como ciência, a Matemática adquiriu um caráter de universalidade, foi imposta a todos e, ao ter sua presença firmada, acabou por excluir outros modos de pensar a agir matematicamente (D'AMBROSIO, 2010).

Portanto, ao adquirir *status* de ciência, a Matemática, por meio de seus jogos de linguagem dotados de poder, acabou por marginalizar jogos de linguagem de outros povos e civilizações, de modo que, por meio da História da Matemática, criam-se condições que possibilitam o resgata desses jogos. Para esta tese, cujo objetivo é categorizar ações pedagógicas emergentes da articulação da Etnomatemática e da História da Matemática e analisar de que modo tais ações contribuem para que os estudantes da Educação Básica compreendam a hegemonização dos jogos de linguagem presentes na Matemática Escolar, interessa aprofundar a discussão acerca das relações entre a História da Matemática e o ensino de Matemática na Educação Básica.

3.3.2 História da Matemática e o ensino da Matemática

São diversos os argumentos para a inserção da História da Matemática nas salas de aula da Educação Básica, como os resultados apresentados por Miguel (1993, 1997), Mendes (2006, 2015), Roque (2014), Chaquiam (2015), Mendes e Chaquiam (2016), Miguel e Miorim (2017), entre outros. Nesta seção, algumas destas abordagens serão apresentadas e discutidas, com o objetivo de compreender de que modo a História da Matemática vem sendo articulada ao ensino da Matemática.

Miguel (1993, 1997) retornou na história da História da Matemática, selecionando os diversos pensadores, matemáticos, educadores matemáticos e historiadores matemáticos, que ao longo de seus estudos, contribuíram para o entendimento acerca dos papéis pedagógicos da História da Matemática. Efeito disso, Miguel (1993) elencou dois principais argumentos para o uso da História da Matemática no ensino de Matemática: princípio genético; fator motivacional.

Segundo o autor, o argumento mais antigo e mais frequente, para o uso da História da Matemática no ensino, é baseado no princípio genético, que vem a ser a extensão, para o plano educacional, da lei da biogenética de Haeckel. O princípio genético é baseado no positivismo de Comte (1798 – 1857), para quem existem dois caminhos para a exposição da ciência, ou no contexto educacional, dois modos distintos de abordar um conceito: histórico; dogmático. O princípio genético está relacionado ao modo histórico, que Comte descreve do seguinte modo:

"Pelo primeiro procedimento, expomos sucessivamente os conhecimentos na mesma ordem efetiva segundo a qual o espírito humano os obteve realmente, adotando, tanto quanto possível, as mesmas vias." (COMTE, 1983, P.27). Segue o autor:

> O primeiro modo é evidentemente aquele pelo qual começa, com toda a necessidade, o estudo de cada ciência nascente, pois apresenta a propriedade de não exigir, para exposição dos conhecimentos, nenhum novo trabalho distinto daquele de sua formação. *Toda a didática se resume, então, em estudar sucessivamente, na ordem cronológica, as diversas obras originais que contribuíram para o progresso da ciência* (COMTE, 1983, p. 27, grifo nosso)

Em suma, para Comte, o ensino da Matemática limitaria ao estudo de obras históricas em sua ordem cronológica de publicação, com seus jogos de linguagem e regras originais, sem a necessidade de adaptações didáticas ao ano escolar ou à idade dos estudantes. Entretanto, com base em Wittgenstein (1979), sabe-se que o significado de uma palavra se dá a partir de seu uso, de modo que, se não houver uma problematização que crie condições de possibilidade para a compreensão dos jogos de linguagem originais, bem como de suas regras, os processos de ensino e de aprendizagem podem não atingir seus objetivos.

Muitas críticas foram feitas a esse pensamento, uma vez que há a pré-suposição de que o desenvolvimento humano seria uniforme, linear e progressista, além de acreditar na possibilidade de datar e localizar a origem de todo o conhecimento matemático. Mais do que isso, ao basear o ensino da Matemática no estudo de obras, observa-se que o foco está no resultado obtido, deixando-se à margem as relações de poder e saber que permearam a formalização do conhecimento matemático. Exemplos de algumas dessas críticas estão presentes nos estudos de Lévi-Strauss (2003) e Miguel (1993, 1997).

No contexto da História da Matemática, esse princípio pode ser percebido nas propostas pedagógicas que justificam o uso da História no ensino por acreditarem que o desenvolvimento humano reproduz o desenvolvimento de sua própria espécie. Essa reprodução traz, implicitamente, uma comparação entre o pensamento primitivo e o pensamento infantil, nomeada por Lévi-Strauss (1908 – 2009) como ilusão arcaica.

Segundo Lévi-Strauss (2003), a ilusão arcaica se dá devido à ideia de que o desenvolvimento individual reproduz o desenvolvimento da humanidade, porque se compara o pensamento infantil com o pensamento primitivo de uma cultura diferente. No entanto, "[...] a criança não é um adulto. Não é tal nem em nossa sociedade nem em nenhuma outra, e em todas está igualmente afastada do nível de pensamento do adulto [...]" (LÉVI-STRAUSS, 2003, p. 131). Segue o autor: "O pensamento da criança, sendo menos especializado que o do adulto, oferece, com efeito, sempre a este não somente a imagem de sua própria síntese, mas também a de todas as que se pode realizar em outros lugares e sob outra condições." (LÉVI-STRAUSS, 2003, p. 134).

Outro recorrente argumento para a inserção da História da Matemática no ensino relaciona-se ao seu possível fator motivacional, em especial quando a História é associada à resolução de problemas. No entanto, de acordo com Miguel (1993), a motivação proporcionada pela resolução de problemas independe dele ser histórico, de modo que a História da Matemática não garantiria uma motivação aos estudantes. Para o autor, o ganho da resolução de problemas históricos como uma motivação relaciona-se ao desafio que o problema oferece, à didática utilizada pelo professor na proposição da atividade e ao modo que o estudante recebe esse desafio.

Diante disso, Miguel (1993) afirma que justificar o uso da História da Matemática unicamente por ser uma estratégia de motivação para os processos de ensino e de aprendizagem é problemático, visto que não se pode garantir a motivação a todos os estudantes. Dependendo da didática docente, pode-se facilmente recair sobre o princípio genético se os problemas propostos basearem-se nos possíveis problemas que deram origem ao conhecimento matemático e a abordagem seguir uma linearidade progressista que prioriza os resultados obtidos, e não os processos percorridos.

Em sua tese, Miguel (1993) propõe um planejamento didático para o ensino dos números irracionais e que tem, como suporte, a História da Matemática, ao qual intitulou "estudo histórico-pedagógico-temático". Como justificativas à sua proposta, o autor elencou dois pressupostos de diferentes naturezas, um de natureza histórico-metodológica e outro psico-pedagógica. Quanto à natureza histórico-metodológica, o autor argumenta a favor do uso de "história-problema" em oposição ao uso da história como uma narrativa de fatos. Para o autor, tal pressuposto "[...] implica necessariamente numa reconstituição racional do processo histórico de elaboração de um conceito o que, por sua vez, exige uma análise epistemológica desse processo." (MIGUEL, 1993, p. 173).

É esta análise epistemológica que diferencia a "história-problema" dos pressupostos anteriores mencionados, uma vez que haveria "[...] o desvelamento da trama complexa de intenções, de expectativas, de resistências e reveses, de opções e atos dos atores espaço-temporalmente situados que interferem no processo." (MIGUEL, 1993, p. 173-174). Em uma perspectiva foucaultiana, o que Miguel sugere a respeito da "história-problema" é que por meio dela se reconheça quais as condições de possibilidade para a emergência dos conceitos matemáticos a serem estudados, bem como as relações de poder e saber enfrentadas ao longo do desenvolvimento e formalização desses conceitos.

Já em relação ao pressuposto de natureza psico-pedagógica, Miguel (1993) defende a concepção construtivista de ensino e de aprendizagem, em especial no que se refere ao modo pelo qual ocorre o progresso cognitivo. Segundo o autor, por meio da concepção construtivista o processo de ensino é orientado a partir de "dissonâncias cognitivas" que ocorrem de forma dialética, ou seja, por conflitos cognitivos que criam condições para que o estudante solucione a dissonância e assim supere tais conflitos. Em suma, no "estudo histórico-pedagógico-temático" elaborado por Miguel (1993) com base nos pressupostos de natureza histórico-metodológica e psico-pedagógica supracitados, a História da Matemática aparece como "história-problema" desencadeadora de situações que promovam conflitos cognitivos nos estudantes e, desse modo, cria condições de possibilidade para que haja dissonâncias cognitivas.

Em Miguel (1997) há uma sistematização dos 12 argumentos, mais recorrentes na literatura da área, acerca das potencialidades pedagógicas da História da Matemática. Nessa sistematização, o autor classifica os argumentos em duas naturezas distintas: a história como uma fonte e a história como um instrumento. São eles: fonte de motivação para o ensino e a aprendizagem; fonte de objetivos para o ensino; fonte de seleção de métodos adequados para o processo de ensino; fonte para seleção de problemas a serem incorporados na aula de Matemática; instrumento para desmistificar a Matemática e desalienar seu ensino; instrumento para a formalização de conceitos; instrumento para unificar diferentes campos da Matemática; instrumento para promover valores e atitudes; instrumento para a conscientização epistemológica; instrumento para a promoção de aprendizagem significativa; instrumento para o resgate da identidade cultural.

No entanto, apesar dos argumentos favoráveis ao uso pedagógico da História da Matemática, o autor identificou quatro argumentos questionadores, que serviriam como obstáculos frente às potencialidades pedagógicas da História no ensino da Matemática: ausência de literatura adequada; natureza imprópria da literatura disponível; o elemento histórico como um fator complicador; ausência na criança da noção de progresso histórico. Segundo Miguel (1997), embora a maior parte da Matemática ensinada nas escolas tenha sido produzida anterior aos dois últimos séculos, grande parte da literatura relacionada à História da Matemática disponível é posterior a isso, dificultando assim seu uso pedagógico.

Além disso, o autor destaca que a literatura histórica disponível não foi elaborada com um fim pedagógico, e por isso, tende a apresentar apenas o produto final, os resultados matemáticos, omitindo o percurso. Em suma, grande parte da literatura adota uma perspectiva tradicional de História da Matemática, como discutido na seção anterior com base em Roque (2014) e Saito (2015).

Outro argumento questionador trazido por Miguel (1997) é que, ao invés de facilitar a aprendizagem dos estudantes, a História poderá dificultar se o estudante for confrontado com problemas e resoluções originais, históricas. Isso pode ocorrer, por exemplo, nas propostas didáticas baseadas no princípio genético, visto que para Comte a didática docente se resumiria à apresentação, sequencial, das obras originais nas quais o conhecimento matemático foi e é compartilhado.

Por fim, o último argumento questionador trazido por Miguel (1997) seria de que a criança não possui maturidade psicológica para entender um processo histórico. Contrário a esse argumento, o autor acredita que um ensino que possibilite às crianças um contato com a História da Matemática desde sempre poderia superar essa barreira, auxiliando a criança no desenvolvimento psicológico necessário à compreensão da ordenação temporal. Acerca dos argumentos questionadores trazidos por Miguel (1997), Mendes e Chaquiam (2016, p. 81) afirmam que "[...] os argumentos acima se mantém de certa forma como obstáculos às iniciativas pedagógicas do uso da história da matemática em sala de aula.".

Dando continuidade ao estudo das potencialidades pedagógicas da História da Matemática, Miguel e Miorim (2017) realizaram uma categorização das produções e práticas pedagógicas envolvendo a História. De acordo com esses autores, as pesquisas no campo da História da Matemática na Educação Matemática seguem uma das cinco perspectivas teóricas abaixo: Evolucionista Linear; Estrutural Construtivista-Operatória; Evolutiva Descontínua; Sociocultural; Jogos de Vozes e Ecos.

A primeira delas, denominada de Evolucionista Linear, tem como aporte teórico a ideia de que a evolução de um indivíduo reproduz a evolução da espécie, ou seja, o pano de fundo que orienta as pesquisas da perspectiva é o princípio genético. Nesse sentido, as práticas docentes realizadas com essa perspectiva teórica tem, como concepção de aprendizagem que, para aprender Matemática basta recapitular de modo cronológico e progressivo conceitos e teorias. Portanto, os estudos pertencentes a essa perspectiva recorrem à História da Matemática no ensino a fim de: "Identificar a ordem cronológica de surgimento histórico dos tópicos matemáticos que deverão constituir-se em objetos de ensino-aprendizagem no contexto escolar." (MIGUEL; MIORIM, 2017, p.85).

A segunda perspectiva, intitulada Estrutural-Construtivista Operatória, ancora-se nos estudos de Jean Piaget e Rolando García, em especial no entendimento dos autores de que, para que ocorra a aprendizagem é preciso que existam conflitos cognitivos. Nesse sentido, novamente observa-se que o princípio genético atua como pano de fundo nesta perspectiva, uma vez que os conflitos cognitivos aos quais os estudantes são expostos são de mesma natureza e ordem que se deu o desenvolvimento do conhecimento matemático. Portanto, os pesquisadores que se encaixam nessa perspectiva recorrem à História da Matemática como um "Campo de possibilidades de busca de CONFLITOS COGNITIVOS e de MECANISMOS COGNITIVOS OPERATÓRIOS ESPECÍFICOS que promovem a passagem de uma a outra etapas do processo de construção de um objeto matemático." (MIGUEL; MIORIM, 2017, p. 90-91, grifos dos autores).

A essa perspectiva, pode-se elencar argumentos contrários a sua efetividade, como por exemplo, a ideia de que há uma origem datada e localizada do conhecimento matemático, bem como, um desenvolvimento linear e progressivo, característicos da perspectiva tradicional de História da Matemática (SAITO, 2015), discutida anteriormente. Além disso, entre outros argumentos, Miguel e Miorim (2017) destacam que o desenvolvimento por etapas e estágios, supõe um desenvolvimento que pode ser realizado de modo previsível: "Portanto, a concepção etapista no terreno da história das ideias é conivente com as noções de evolução, previsibilidade, hierarquia, legalidade, linearidade e totalidade efetivada." (MIGUEL; MIORIM, 2017, p. 97).

Dando continuidade, Miguel e Miorim (2017) apresentam a perspectiva Evolutiva Descontínua, cujo aporte teórico principal é Gaston Bachelard e sua concepção de obstáculos epistemológicos. Para Bachelard, o obstáculo epistemológico não significa a ausência de conhecimento, mas um conhecimento que, ao ser transposto a outras categorias de problemas não produz as respostas esperadas (MIGUEL; MIORIM, 2017). Nesse sentido, a aprendizagem matemática se daria quando o estudante aprende a superar os obstáculos epistemológicos que emergem na resolução de problemas escolares. Portanto, a História da Matemática figura como:

> [...] campo de possibilidade de busca de obstáculos epistemológicos (isto é, de conhecimentos, e/ou concepções e/ou procedimentos inadequados) que teriam se manifestado aos produtores históricos do conhecimento matemático no enfrentamento de situações-problema bem determinadas. (MIGUEL; MIORIM, 2017, p.104).

De acordo com Miguel e Miorim (2017), questionar o passado a partir da noção de obstáculos pressupõe dois pressupostos que facilmente podem ser criticados. O primeiro deles, "[...] consiste na elaboração de uma constituição histórica de uma ideia matemática com base num julgamento e projeção ilegítimos dos resultados da matemática contemporânea sobre aqueles elaborados por nossos antepassados." (MIGUEL; MIORIM, 2017, p.111-112). Já o segundo pressuposto adotado por quem segue a perspectiva Evolutiva Descontínua diz respeito à ideia de que a noção de progresso governa o curso da História da Matemática. Como destacam os autores, esses dois pressupostos

> [...] deverão produzir uma história epistemológica [...] de cunho internalista, subjetivista e personalista, na qual o contexto social não desempenha nenhum papel significativo, e na qual grandes matemáticos do passado acabam aparecendo, na atualidade, como seres ingênuos e, às vezes, até mesmo estúpidos, por não terem conseguido "ver" coisas triviais e elementares como as que hoje conhecemos. (MIGUEL; MIORIM, 2017, p.112)

Estabelecendo-se um comparativo entre a perspectiva Evolutiva Descontínua e as perspectivas discutidas em Saito (2015), novamente observam-se aproximações com a perspectiva tradicional de História da Matemática, na qual se tenta compreender os saberes e conhecimentos matemáticos do passado com a Matemática do presente, sem analisar e refletir sobre as condições de possibilidade para os acontecimentos do passado.

Seguindo nas perspectivas teóricas das pesquisas sobre a História da Matemática, Miguel e Miorim (2017) apresentam a perspectiva Sociocultural, que tem forte aporte teórico de Vygotsky e Leontiev, em especial nos conceitos de Semiótica e Teoria da Atividade. Nessa perspectiva, a aprendizagem matemática consiste na capacidade do estudante de "internalizar" diferentes significações históricas dos objetos matemáticos, a partir de uma espécie de negociação dialógica. Nesse diálogo, que se realiza entre o passado e o presente, não há subordinação, "[...] uma vez que as fontes que constituem objeto de investigação no passado e no presente devem ser lidas e interpretadas relativamente aos condicionamentos das respectivas práticas culturais nas quais se acham inseridas." (MIGUEL; MIORIM, 2017, p. 132).

Nesse sentido, a História da Matemática consiste em um "[...] laboratório de experiências humanas com as quais se procura dialogar através de um contraste oblíquo com as práticas pedagógicas atuais a fim de se construírem atividades didáticas para o ensino-aprendizagem escolar da matemática." (MIGUEL; MIORIM, 2017, p.134). Sobre a noção de laboratório de experiências, Miguel e Miorim (2017) esclarecem que se relaciona ao entendimento que os autores dessa perspectiva têm sobre o papel das análises histórico-epistemológicas, que seria o de

> [...] construir os antigos significados ou campos semânticos de teorias, conceitos e procedimentos matemáticos, os quais, através de uma análise e adaptação didática, poderão ser compatibilizados e incorporados aos currículos da atualidade, bem como poderão fornecer subsídios para a produção de sequência didática a serem desenvolvidas no contexto social da atividade matemática em sala de aula. (MIGUEL; MIORIM, 2017, p.127-128).

Diferentemente das três perspectivas anteriores, Miguel e Miorim (2017) não realizam uma análise crítica para essa perspectiva, pois, como explicam os autores, trata-se de uma perspectiva recente, da qual ainda não existe um número significativo de pesquisadores e estudos realizados. Entretanto, o exemplo trazido pelos autores, de uma investigação desenvolvida no interior dessa perspectiva, possibilita elencar alguns pontos, dentre os quais, destaca-se o modo como a História da Matemática é incorporada na proposta didática. Assim como em perspectivas anteriores, a História da Matemática se faz presente a partir de resoluções de problemas históricos, cuja resolução não engloba uma discussão relativa aos contextos nos quais tais problemas emergiram, assim como não almeja compreender o processo de construção do conhecimento matemático. Novamente se observa o foco no resultado, ou seja, na fórmula ou no conceito em si, mas não nas condições que possibilitaram sua emergência e desenvolvimento.

Por fim, a quinta perspectiva teórica apresentada por Miguel e Miorim (2017) é chamada de Jogos de Vozes e Ecos (Voices and Echoes Games – VEG), cujos aportes teóricos são Bakhtin e Wittgenstein. Além desses autores, essa perspectiva se apoia no ponto de vista vygotskiano de que existe diferença entre os conceitos ensinados na escola, chamados de científicos ou teóricos, e os conceitos do cotidiano, chamados de conceitos práticos ou espontâneo. Nesse sentido, a História da Matemática é utilizada como um “[...] instrumento ideal para se acessar aquelas características do conhecimento científico ou teórico que não se manifestam no conhecimento construído espontaneamente fora da escola.” (MIGUEL; MIORIM, 2017, p.143).

As atividades didáticas envolvendo essa perspectiva teórica teriam como objetivo identificar contradições entre as vozes dos estudantes e as vozes históricas, para que se possam criar condições que possibilitem ampliar o horizonte cultural dos estudantes. Portanto, a História da Matemática nessa perspectiva possibilitará a incorporação de elementos que outras abordagens metodológicas não possibilitam, como “[...] concepções que ferem o senso comum e a intuição; métodos que ultrapassam os limites da experiência cotidiana dos alunos; tipos especializados de organização do discurso cientifico e matemático, etc.” (MIGUEL; MIORIM, 2017, p.143).[20]

Á guisa de conclusão, Miguel e Miorim (2017) reiteram que das cinco perspectivas por eles elencadas e analisadas, nenhuma parece considerar “[...] o papel fundamental desempenhado pelas relações de poder no âmbito da apropriação e da produção do

[20] Uma discussão mais detalhada a esse respeito é realizada na próxima seção.

conhecimento matemático em diferentes práticas sociais ao longo da história, bem como em práticas sociais que se constituem no interior da instituição escolar." (MIGUEL; MIORIM, 2017, p.149). Em suma, ainda que as perspectivas mais atualizadas de historiografia argumentem a favor de compreender, para além dos conteúdos e técnicas matemáticas, as circunstâncias e condições de possibilidade para a sua emergência e desenvolvimento, observa-se que, nas salas de aula da Educação Básica, na maioria das vezes, tais discussões não estão presentes.

Igualmente preocupado sobre as possibilidades pedagógicas da História da Matemática, Mendes (2006) reflete acerca das potencialidades da investigação histórica como um agente de cognição nas aulas de Matemática. Para tal utiliza como referenciais teóricos Miguel (1993), Schaff (1994), Fauvel e Maanen (2000), entre outros. Ancorado em Fauvel e Maanen (2000), Mendes (2006) afirma que é importante "[...] buscar na história os porquês matemáticos de modo a utilizá-los na superação dos obstáculos cognitivos surgidos no desenvolvimento da matemática escolar." (MENDES, 2006, p. 90). Tal argumento já foi mencionado por Miguel (1993) e, aliás, como bem destaca Mendes (2006) apesar da diversidade de argumentos trazidos pelos autores que se propõem refletir acerca das potencialidades pedagógicas do uso da História da Matemática no ensino, "[...] a maioria tem sempre o objetivo de subsidiar uma aprendizagem significativa da matemática escolar." (MENDES, 2006, p. 98).

Embasado em Schaff (1994), Mendes destaca que a história, quando contada de forma oral ou escrita, é seletiva, pois, "[...] toda história é escrita do ponto de vista que o presente julga ser importante para a sociedade atual. Isso significa que os fatos do presente refletem o seu passado e com a reflexão de ambos é possível escrevermos a história." (MENDES, 2006, p. 80-81). A afirmação do autor retoma a discussão realizada na seção anterior, de que a escrita da história não é neutra, mas intencional, visto que é perpassada por relações de poder e saber, além de ser baseada nas concepções e crenças de quem as escreve. Como destaca D'Ambrosio (2000), os critérios adotados pelos historiadores refletem a historiografia a ser produzida, nas palavras do autor: "A interpretação das chamadas fontes históricas depende muito de uma ideologia e de uma metodologia de análise dessas fontes. O conjunto dessas metodologias, não só na análise mas também na identificação das fontes é o que se chama historiografia." (D'AMBROSIO, 2000, p. 242).

Para Mendes (2006), o uso da História da Matemática em sala de aula pode assumir duas formas: internalista; holística. A forma internalista refere-se ao uso de uma parte específica da história de determinado conceito, como um recorte do objeto de estudo, focando-se mais na Matemática. Enquanto que a segunda forma, holística, não realiza recortes no objeto, ou seja, é considerado em sua “[...] forma bruta, geral, onde todas as outras áreas do conhecimento estão envolvidas.” (MENDES, 2006, p. 83). Independente destas duas formas, o autor afirma é preciso discutir “[...] de que maneira a história poderá ser usada como um recurso favorável à construção das noções matemáticas pelos estudantes, durante as suas atividades escolares.” (MENDES, 2006, p.84).

Ancorado em Fauvel e Maanen (2000), Mendes (2006) afirma que as contribuições aos processos de ensino e de aprendizagem, frutos de atividades desenvolvidas por meio da História da Matemática, serão alcançadas a longo prazo, conforme professores e estudantes forem conscientizando-se das possibilidades. Dentre as contribuições, os autores destacam as potencialidades do uso da História para desenvolver habilidades relacionadas à pesquisa e à investigação, o que pode acarretar em um maior interesse pela Matemática. Nesse sentido, Mendes (2006) afirma que:

> É necessário, porém, que a escola inicie, mesmo com um certo atraso, o desenvolvimento de uma prática docente centrada no uso de atividades voltadas ao ensino de matemática que tenha como fio condutor a investigação dos aspectos históricos de cada tópico a ser aprendido, buscando sempre estabelecer uma aproximação sociocultural da matemática, principalmente considerando a perspectiva transdisciplinar configurada pela história da matemática. (MENDES, 2006, p. 99).

Na perspectiva de Mendes (2006), a História contribui para os processos de ensino e de aprendizagem, em especial para a elaboração de atividades didáticas, se for vista como uma fonte de geração da Matemática Escolar. Segundo o autor, a investigação é o princípio que articula a História da Matemática às atividades de ensino e de aprendizagem, exercendo assim, um papel de “[...] agente fomentador do ato cognitivo na sala de aula [...]” (MENDES, 2006, p. 100).

Nesse sentido, o autor afirma que compete ao professor adaptar as informações históricas às necessidades de suas salas de aula, a fim de tornar seu uso mais produtivo. Para tal, sugere que haja um diálogo entre três aspetos da matemática: cotidiano, escolar e científico. Nas palavras do autor:

> O professor deve propor situações que conduzam os alunos à (re)descoberta do conhecimento através do levantamento e da testagem de suas hipóteses acerca de alguns problemas investigados, através de explorações (investigações), pois nessa perspectiva metodológica espera-se que eles aprendam o “que” e o “porquê” fazem/sabem desta ou daquela maneira, para que assim possam ser criativos, críticos, pensar com acerto, colher informações por si mesmo face a observação concreta e usar o conhecimento com eficiência na solução dos problemas do cotidiano. (MENDES, 2006, p. 102).

Mendes (2006) salienta que, embora faça uso do termo "(re)descobrir", não significa que o professor deva basear sua ação docente com o intuito de que os estudantes refaçam os passos principais da construção ou descobrimento de determinado conceito. O autor afirma que tal abordagem metodológica reduz as potencialidades do uso pedagógico da História e, ao invés de solucionar alguns problemas, pode gerar outros. Por esse motivo, sugere que o docente realize uma reformulação histórica que se articule aos objetivos do ensino de Matemática. Nas palavras do autor:

> O professor deve, portanto, utilizar a história de um modo mais aliado às condições reais em que os estudantes se encontram, ou seja, a partir da incorporação dos aspectos socioculturais pelos quais os estudantes compreendem e explicam a sua realidade. (MENDES, 2006, p. 104).

Mendes (2009) apresenta de forma detalhada diversas atividades que compõem uma proposta didática para o ensino de trigonometria. Tais atividades têm como característica a presença de desafios, nos quais os estudantes precisam utilizar materiais manipulativos como régua e compasso para solucioná-los. Em relação à História da Matemática, observa-se que por vezes é utilizada como introdução ao desafio, ou na maioria das vezes, posterior a ele. A leitura das atividades práticas sugeridas por Mendes (2009) evidencia que os desafios são, em sua maioria, de ordem prática, de execução, e não de pesquisa e investigação, como defende o autor. Já os excertos com informações sobre a história dos conceitos abordados na atividade, são compostos de informações a respeito da origem de palavras e termos, principais povos e civilizações relacionados e um pouco acerca dos modos como os antigos pensavam a respeito do conceito em questão.

Semelhantes à Mendes (2006), Brito e Carvalho (2009) afirmam que atividades propostas "[...] precisam ser articuladas com as necessidades de cada realidade escolar, antes de serem propostas aos alunos." (p. 16), independentemente de utilizar ou não a História da Matemática. De acordo com os pesquisadores, por meio da História torna-se possível propor problemas a partir dos quais emergem discussões que abarquem dúvidas e questionamentos frequentemente propostos pelos estudantes, sendo este, portanto, uma das finalidades para a articulação da História ao ensino.

No entanto, os autores advertem que tais problemas podem ou não ser idênticos aos encontrados ao longo da História, de modo que, dependendo da turma e da finalidade pedagógica que se pretenda, os problemas podem e devem ser recriados. Portanto, os problemas propostos não precisam, necessariamente, seguir a ordem cronológica, visto que o uso da História se faz por um objetivo pedagógico maior, e não o uso pelo uso. Nesse sentido, observa-se que o princípio genético não é, para os autores, o fio condutor das atividades didáticas, dado que, mais importante do que seguir uma ordem cronológica é adaptar a História de modo a criar condições que possibilitem aos estudantes a compreensão dos conceitos abordados.

Ainda de acordo com Brito e Carvalho (2009), a História da Matemática permite discutir alguns procedimentos que tornaram-se hegemônicos no ensino da Matemática, bem como, “[...] analisar os fundamentos dos conceitos, procedimentos, métodos e representações [...]” (p. 17). Uma observação trazida pelos autores é que o foco de qualquer proposta deve ser as potencialidades pedagógicas por ela oportunizadas, de modo que, quando não for possível recorrer à História para discutir algum aspecto relevante, devem-se lançar mão de outros recursos.

As atividades propostas por Brito e Carvalho (2009) são especificamente no contexto da Geometria e, por isso, utilizam materiais manipulativos como papel, compasso, transferidor, réguas, tesouras, entre outros. Evidencia-se, pela leitura das atividades propostas, que o estudante recebe um roteiro de ações a serem executadas, com inserções pontuais de trechos históricos. Tais trechos são escolhidos *a priori* e, por vezes, são complementados com abordagens atuais dos conteúdos. Além disso, percebe-se que são propostas aos estudantes diversos tipos de atividades, desde demonstrações, manipulações com material concreto e realização de cálculos.

Para esses autores, a articulação da História da Matemática ao ensino de Matemática tem como finalidades:

> [...] criar problemas históricos, ou recreações destes, que possibilitem emergir discussões sobre dúvidas que frequentemente nossos alunos apresentam; discutir procedimentos diferentes daqueles que possuem certa hegemonia no ensino de Matemática; analisar os fundamentos dos conceitos, procedimentos, métodos e representações Geométricos e de seu ensino; e debater alguns aspectos internos à Matemática presentes na construção histórica do conhecimento geométrico. (BRITO; CARVALHO, 2009, p. 100).

Em suma, Brito e Carvalho (2009) adotam a História da Matemática como um recurso para a elaboração de problemas que possibilitem a discussão de algum aspecto do conhecimento matemático que o professor julgue relevante discutir com os estudantes. Vale sublinhar que a preocupação última dos autores é essencialmente pedagógica, ao passo que “[...] quando não conseguimos criar problemas a partir do uso da história para debater algum aspecto que entendemos ser importante para a construção pedagógica do conhecimento geométrico, lançamos mão de outros recursos [...]” (BRITO; CARVALHO, 2009, p. 17).

Com uma abordagem distinta e voltada exclusivamente ao Ensino Superior, Chaquiam (2015) propõe que a História da Matemática seja utilizada na construção de diagramas modelo. Para a elaboração dos diagramas, o autor defende que estejam presentes as seguintes informações: qual tema/conteúdo a ser estudado; personagem ou matemático que contribuiu para o desenvolvimento do tema; outros nomes relacionados com a evolução do tema; informações acerca do cenário mundial, em especial questões que possam ter impulsionado o desenvolvimento do tema; referências complementares acerca o tema ou do personagem/matemático principal.

Segundo o autor, ao utilizar a História como um recurso didático para o ensino de Matemática, é preciso ir além do uso ilustrativo relacionado à nomes célebres, datas e fatos isolados, a fim de tornar a Matemática “[...] mais contextualizada, mais integrada com as outras disciplinas, mais agradável, mais criativa e mais humanizada.” (CHAQUIAM, 2015, p. 13). Um dos usos propostos a partir do diagrama é a elaboração de textos que articulem determinado conteúdo matemático à sua história, conforme mostra Chaquiam (2015).

A experiência do autor refere-se ao Ensino Superior, especificamente na disciplina destinada ao estudo da História da Matemática. Como aponta o autor:

> Embora a experiência apresentada tenha gerado resultados profícuos, entendo que esta é mais uma das formas de abordar a História da Matemática ou utilizá-la como recurso pedagógico no processo de ensino da matemática, principalmente nos cursos de licenciatura em Matemática. (CHAQUIAM, 2015, p. 73).

Percebe-se, que, para o autor, a História da Matemática pode ser utilizada como um recurso pedagógico, pois, possibilita a elaboração de diagramas a partir dos quais se pode realizar discussões e reflexões acerca do conhecimento matemático. Adicionado a isso, a História da Matemática pode e deve ser articulada a outros recursos: “[...] os estudos apontam que a história da matemática, combinada com outros recursos didáticos e metodológicos, pode contribuir para a melhoria do ensino e da aprendizagem da Matemática [...]”. (CHAQUIAM, 2015, p. 13).

Ainda que a proposta seja voltada para a Educação Básica, entende-se que o diagrama pode assumir um duplo uso: ser construído pelos próprios estudantes ou como um roteiro para que professores possam criar atividades envolvendo aspectos da História da Matemática. Diferentemente do proposto por Mendes (2009) e Brito e Carvalho (2009), a elaboração dos diagramas propostos por Chaquiam (2015) promove aos estudantes uma participação mais ativa e uma interação diferenciada com a História da Matemática. Isso porque, para elaborarem os diagramas, os estudantes terão que realizar pesquisas em diversas fontes, desde materiais específicos sobre História da Matemática à materiais mais amplos, sobre a história da humanidade e das ciências em geral.

Para finalizar a seção, interessa refletir sobre algumas adjetivações frequentemente atribuídas à História da Matemática: instrumento; recurso pedagógico; ferramenta; estratégia; metodologia; entre outras. É relevante tal reflexão nesse momento, dado que tais adjetivações aparecem especialmente quando a História da Matemática é articulada ao ensino de Matemática. A esse respeito, Lara (2013) recorreu ao dicionário a fim de, a partir dos significados dessas palavras, argumentar em defesa de um uso da História da Matemática que supere seu valor instrumental. Seguindo a autora, com base no Dicionário Aurélio de língua portuguesa (FERREIRA, 2010), algumas acepções são apresentadas a seguir, escolhidas tendo em mente que tais adjetivações têm finalidades pedagógicas.

Quanto ao verbete ferramenta destacam-se, entre as 5 acepções, as de número 2, 3 e 4: "**2.** Qualquer utensílio empregado nas artes e ofícios. **3.** Conjunto de utensílios de uma arte ou ofício. **4.** Instrumento." (FERREIRA, 2010, p. 934, grifos do autor). Em relação ao verbete instrumento, Ferreira (2010) apresenta 6 acepções, dentre as quais destaca-se "**3.** Recurso empregado para se alcançar um objetivo, conseguir um resultado; meio." (FERREIRA, 2010, p. 1168, grifo do autor). O que nos leva ao verbete recurso, cuja acepção que melhor se articula à História da Matemática é "**5.** Meio para resolver um problema; remédio, solução." (FERREIRA, 2010, p. 1796, grifo do autor).

Considera-se que esse último verbete, em especial, está associado à resolução de problemas, ao passo que o primeiro destina-se à um objeto físico. Entretanto, comparando-se os três verbetes supracitados, apesar de apresentarem significados distintos, podem ser considerados sinônimos, uma vez que o próprio dicionário recorre à um para definir o outro.

Dando continuidade, o verbete estratégia recebe 6 acepções, destacando-se "**3.** Arte de aplicar os meios disponíveis com vista à consecução de objetivos específicos. **4.** Arte de explorar condições favoráveis com o fim de alcançar objetivos específicos." (FERREIRA, 2010, p. 879, grifos do autor). Nesse verbete, o autor acrescenta um exemplo diretamente ligado ao ensino, evidenciando a associação que a expressão tem com a prática docente: "[...] **Estratégia didático-pedagógica.** *Educ.* Modo de ensinar objetivando atingir determinados resultados." (FERREIRA, 2010, p. 879, grifos do autor). Essa exemplificação se assemelha às acepções destinadas ao verbete metodologia. Entre as 5 acepções apresentadas pelo autor, destaca-se "[...] **2.** Modo de dar uma aula seguindo determinados princípios e organização; método de ensinar. [...]" (FERREIRA, 2010, p. 1386, grifo do autor). O que leva, por fim, ao verbete método. Das 7 acepções que o definem, destacam-se "**1.** Caminho pelo qual se atinge um objetivo. [...] **3.** Processo ou técnica de ensino; modo de ensinar." (FERREIRA, 2010, p. 1386, grifos do autor).

Observam-se em relação aos três últimos verbetes, definições mais relacionadas à prática docente e à sala de aula. No entanto, esse fato não significa que as palavras anteriores não possam ser utilizadas nesse contexto. Afinal, na perspectiva wittgensteiniana que esta tese adota, as palavras não apresentam um significado *a priori*, mas um significado que se constitui em uma *práxis*. Isso pois, "[...] a significação de uma palavra é seu uso na linguagem." (WITTGENSTEIN, 1979, p. 28, §43).

Nesse sentido, a apresentação dessa diferenciação não teve a intenção de apontar qual destas adjetivações é mais adequada quando associada à História da Matemática. O que se propõe é enfatizar que as adjetivações empregadas estão relacionadas aos modos pelos quais a História da Matemática é operacionalizada na Educação Básica. Para esta tese, cujo objetivo emerge da articulação entre História da Matemática e Etnomatemática na realização de propostas para o ensino de Matemática, entende-se que dependendo da proposta didática, a História da Matemática pode assumir um ou outro uso, seja como uma metodologia ou recurso pedagógico.

Por fim, sublinha-se que "[...] qualquer discussão em torno da significação e do sentido de palavras, expressões e enunciados é sempre uma questão contingente e, por isso, uma questão sem fim, aberta e, necessariamente, atravessada por relações de poder." (VEIGA-NETO; NOGUEIRA, 2010, p. 68). As pesquisas citadas ao longo da seção oferecem um panorama acerca das diversas possibilidades pedagógicas da articulação da História da Matemática ao ensino de Matemática. Outras articulações têm sido proporcionadas por Lara (2013), Roque (2014) e Miguel e Miorim (2017), como se pode observar na seção a seguir.

3.3.3 História da Matemática, Etnomatemática e uma perspectiva wittgensteiniana

Relações entre Etnomatemática e História da Matemática já foram estabelecidas, como é possível observar em Ferreira (2003), Mendes (2006), D'Ambrosio (2007), Lara (2013), entre outros. No entanto, como foi possível verificar no mapeamento teórico de dissertações, teses e artigos apresentados na seção 1.3, a maioria das pesquisas identificadas e analisadas a partir das palavras-chave Etnomatemática e História da Matemática não articula, de fato, tais tendências no desenvolvimento da investigação.

Diante disso, o objetivo desta seção é ampliar a discussão acerca das relações entre a História da Matemática e a Etnomatemática, além de refletir sobre as potenciais articulações entre a História da Matemática e os conceitos wittgensteinianos de jogo de linguagem e formas de vida. Para tal, inicialmente serão apresentados alguns autores que de algum modo relacionam História da Matemática e Etnomatemática, destacando aproximações e/ou distanciamentos com as relações pensadas nesta tese, para, em seguida, trazer à tona as articulações da História da Matemática com a filosofia wittgensteiniana.

Para Ferreira (2003), a Etnomatemática pode ser vista a partir de três perspectivas: como uma parte da Etnociências; como uma pesquisa em História da Matemática; como teoria educacional. Segundo o autor, os pesquisadores que seguem a perspectiva de Etnomatemática como uma pesquisa em História da Matemática possuem uma visão "[...] baseada na crença de uma evolução cultural, então os grupos étnicos estariam em um certo estágio histórico da matemática, deixando para o estágio mais superior a matemática ocidental." (FERREIRA, 2003, p. 7). Assim, na visão do autor, a perspectiva da Etnomatemática como uma pesquisa em História da Matemática se limita ao estudo de grupos étnicos, em especial aqueles considerados marginalizados, como se produzissem e utilizassem um modo de matematizar inferior ao produzido pelos povos ocidentais. Para o autor, o modo mais adequado de ver a Etnomatemática é como uma teoria educacional[21], na qual parece não haver espaço para discussões acerca da História da Matemática.

Observa-se que, apesar do autor reconhecer articulações entre a Etnomatemática e a História da Matemática, o modo pelo qual tal articulação é proposta está ancorada no pressuposto de que existe uma superioridade dos modos de matematizar da Matemática ocidental perante outros. No entanto, a articulação que esta tese propõe, ainda que por vezes faça uso dos modos de matematizar de grupos étnicos e/ou marginalizados, o faz com a intenção de criar condições de possibilidade para que os estudantes da Educação Básica percebam que a Matemática Escolar é um conjunto de jogos de linguagem constituídos historicamente, fruto das contribuições de distintas formas de vida.

Em outras palavras, a Matemática Escolar é um modo de matematizar, mas não o único, e sua hegemonia é efeito de relações de poder e saber estabelecidas historicamente, acarretando na valorização de alguns saberes em detrimento de outros. Assim, por meio da História da Matemática, não se pretende reforçar os motivos pelos quais determinados saberes foram marginalizados, reiterando a supremacia dos modos de matematizar da Matemática Acadêmica

[21] Uma discussão sobre a Etnomatemática como uma teoria educacional foi realizada na seção 1.2.

e Escolar. Mas, possibilitar aos estudantes compreender quais condições para a emergência dos saberes e conhecimentos matemáticos, bem como, quais os processos de geração, organização e difusão desses saberes.

Nesse sentido, é adequado retomar os escritos de D'Ambrosio (2007), para quem a Etnomatemática é uma sub-área da Educação Matemática e da História da Matemática, com fortes relações com as Ciências da Cognição e a Antropologia. Assim, se a "Etnomatemática á a matemática praticada por grupos culturais [...]" (D'AMBROSIO, 2007, p. 9), "A Matemática da escola é apenas uma das muitas matemáticas que se encontram pelas diversas culturas." (D'AMBROSIO, 2000, p. 249). Segundo o autor, mostrar aos estudantes este aspecto da Matemática Escolar é uma das principais finalidades da História da Matemática:

> 1. para situar a Matemática como uma manifestação cultural de todos os povos em todos os tempos, como linguagem, os costumes, os valores, as crenças e os hábitos, e como tal diversificada nas suas origens e na sua evolução; 2. para mostrar que a Matemática que se estuda nas escolas é uma das muitas formas de Matemática desenvolvidas pela humanidade; 3. para destacar que essa Matemática teve suas origens nas culturas da antiguidade mediterrânea e se desenvolveu ao longo da Idade Média e somente a partir do século XVII se organizou como um corpo de conhecimentos, com um estilo próprio; 4. para saber que desde então a Matemática foi incorporada aos sistemas escolares das nações colonizadas, se tornou indispensável e todo o mundo em consequência do desenvolvimento científico, tecnológico e econômico, e avaliar as consequências sócio-culturais dessa incorporação. (D'AMBROSIO, 2000, p. 248).

Observa-se, nas finalidades apontadas pelo autor, aproximações veementes com o programa Etnomatemática, uma vez que: "A incorporação disto tudo na história é um reflexo da conceituação de Etnomatemática." (D'AMBROSIO, 2000, p. 250). Para que tais finalidades sejam alcançadas, é fundamental avançar para além de fatos informativos, como datas, nomes e lugares quando se propõe a inserção da História da Matemática no ensino. Nesse sentido, o autor faz um alerta:

> Jamais deve-se dar a impressão, através de um desfilar de nomes, datas, resultados, casos, fatos, que se está ensinando a origem de resultados e teorias matemáticas. Sabe-se que as necessidades e as ideias vão se organizando ao longo da história, em tempos e lugares difíceis de serem localizados. Numa certa época, as ideias começam a se organizar, a tomar corpo, e a serem identificadas como isso ou aquilo. A partir daí entram para a "história". Mas não nasceram assim. (D'AMBROSIO, 2000, p. 256).

Portanto, é a História da Matemática que possibilita à Etnomatemática compreender as questões relativas aos processos de geração, organização e difusão dos saberes e conhecimentos matemáticos, destacando as dimensões políticas, econômicas e sociais. Com uma perspectiva semelhante à D'Ambrosio (2000), Mendes (2006) assume a Matemática como fruto de uma construção humana, orientada pelas necessidades sociais e econômicas de diversos povos em diferentes épocas, sendo a finalidade da História, para o autor, responder questões sobre o processo de elaboração de informações que fazem parte do presente. Como destaca Mendes (2006):

> O importante é a relação entre os contextos social, cultural e político de quem produziu tal conhecimento. É fundamental, entretanto, compreendermos que essa elaboração humana sempre esteve ligada a um momento histórico-cultural e a uma necessidade que impulsiona essa produção. (MENDES, 2006, p. 81).

Para o autor, compreender como se deu o desenvolvimento da sociedade, em suas dimensões políticas, econômicas, culturais e cognitivas, promoverá novas compreensões e explicações acerca do que está posto. Especificamente em relação à Matemática, o autor destaca a importância de conhecermos o processo de elaboração desse conhecimento, desde as condições que permitiram a sua criação, até os possíveis usos nos diferentes contextos socioculturais. Desse modo, "[...] é possível utilizarmos a matemática produzida por outros povos, e em outras épocas, para produzir novas matemáticas, compará-las com a produção anterior e ampliar o corpo de conhecimento já existente." (MENDES, 2006, p. 81).

Assim, Mendes (2006) afirma que é preciso investigar de que modo se deu a produção do conhecimento e como é utilizada em diversos contextos socioculturais, para que se possa compreender com maior propriedade os conceitos matemáticos. Nesse sentido, o autor afirma que existem dois usos distintos para a História da Matemática em sala de aula, internalista ou holística[22], de modo que a relação entre a História da Matemática e a Etnomatemática emerge a partir da abordagem holística, que pode ser realizada por meio de

> [...] projetos de investigação, em uma perspectiva de utilização da abordagem Etnomatemática ou através de atividades de redescoberta, de modo a resgatar esses aspectos históricos para a construção dos conceitos matemáticos entre os alunos de cada classe, em uma perspectiva atual. (MENDES, 2006, p. 83).

Observa-se que apesar de D'Ambrosio e Mendes terem destacado-se como pesquisadores em tendências de pesquisa distintas dentro da Educação Matemática, Etnomatemática e História da Matemática respectivamente, há uma forte aproximação entre o modo que ambos os autores concebem a participação da História da Matemática no ensino de Matemática. Mais do que isso, ambos reconhecem as potencialidades da articulação entre a História da Matemática e a Etnomatemática nos processos de ensino e aprendizagem.

---

[22] Uma discussão mais detalhada a este respeito realizou-se na seção 3.3.2.

Em uma linha de pensamento semelhante, Lara (2013) afirma que a relação entre História da Matemática e Etnomatemática é quase intrínseca, em especial se a História for utilizada de modo que supere o valor instrumental, e crie “[...] condições para explicar como os conhecimentos matemáticos foram gerados, adquiridos, organizados intelectual e socialmente e como foram difundidos.” (p. 52). Como destaca a autora, recorrendo à História da Matemática com esta intenção, ela estará articulada à Etnomatemática.

O que a autora denomina de valor instrumental é o uso baseado na apresentação de fatos pontuais, como nomes, locais e datas, que são apresentados pelo professor a fim de instigar a curiosidade dos estudantes, em consonância com D’Ambrosio (2000). Para Lara (2013), o uso instrumental da História pode tornar as aulas da Matemática mais instigantes e atraentes, porém, “[...] algumas vezes essa abordagem não é suficiente para minimizar as dificuldades de aprendizagem dos estudantes fazendo com que apreendam melhor um conceito matemático.” (LARA, 2013, p. 54). Segundo a autora, para tal situação ser revertida, é preciso que os professores recorram à História como algo além de informações a serem transmitidas. Nesse sentido, Lara (2013), propõe três abordagens distintas para a História da Matemática, que tem como pano de fundo, seu entendimento acerca da relação intrínseca com a Etnomatemática.

A primeira abordagem propõe que o estudante investigue acerca do processo de constituição histórica de um conceito específico, sendo o conceito matemático o centro do processo investigativo desenvolvido pelo estudante. Assim, sem delimitar tempo, espaço ou civilização, apenas o conceito Matemático, a professora propõe que os estudantes investiguem como se deu a constituição histórica do conceito em questão, nomes envolvidos, civilizações, época, contexto, motivações e as condições de possibilidade para o desencadeamento desse processo de constituição (LARA, 2013).

A segunda abordagem propõe que se estude determinado conceito matemático a partir das contribuições de uma única civilização. Nessa linha de abordagem, conceito e civilização são o centro do processo investigativo, visto que o estudo se baseia em investigar e compreender as contribuições de uma civilização específica para o desenvolvimento de determinado conceito. Portanto, de modo semelhante à primeira abordagem, os estudantes investigam nomes envolvidos, contexto cultural, social e político, condições de possibilidade e as motivações para o desenvolvimento conceitual, entretanto, tudo acerca de determinada civilização (LARA, 2013).

Por fim, a terceira abordagem metodológica de Lara (2013) é para que o estudante pesquise acerca das muitas contribuições que uma única civilização fez ao desenvolvimento da Matemática. Assim, o centro do processo investigativo é a civilização, de modo que os estudantes pesquisam as diversas contribuições de uma civilização específica para o desenvolvimento da Matemática em geral, sem delimitar um conteúdo ou um conceito (LARA, 2013).

Em qualquer abordagem proposta por Lara (2013), o estudante assume um papel central nos processos de ensino e aprendizagem, visto que é o responsável por realizar os diversos tipos de pesquisa solicitados. Nesse sentido, os processos de ensino e aprendizagem rompem barreiras, pois "[...] o professor estará ensinando o estudante a fazer pesquisa, possibilitando uma aprendizagem mais significativa, um ensino interdisciplinar e estimulando um fazer criativo na resolução de problemas." (LARA, 2013, p. 56).

Do exposto, observa-se que D'Ambrosio, Mendes e Lara têm pensamentos convergentes no que diz respeito à articulação entre História da Matemática e Etnomatemática. Isso é efeito do modo como ambos os autores concebem a Matemática, a saber, como uma construção humana, pautada pelas necessidades sociais e econômicas de diversas formas de vida, em diferentes tempos e espaços. Mais do que isso, os autores assumem a Matemática Escolar como um modo de matematizar em meio a outras.

Também assumindo a Matemática deste modo, Roque (2014) afirma que enquanto as discussões acerca dos usos da História da Matemática na sala de aula se resumem à sua efetividade, se está, ao mesmo tempo, concordando que só existe um modo de matematizar, aquele que está prescrito nos currículos e presente nos livros didáticos. Diante disso, a autora propõe outro viés para reflexão: analisar de que modo a História pode criar condições que possibilitem questionar o modo de matematizar que está sendo ensinado. Segundo a autora: "Abordagens metodológicas mais recentes na pesquisa em história da matemática indicam que não há *uma* matemática, que evolui linearmente ao longo do tempo, mas várias práticas matemáticas que nem sempre podem ser traduzidas umas nas outras." (ROQUE, 2014, p. 167, grifo da autora).

Partindo das considerações de Fried (2014), que classifica as pesquisas em História da Matemática sob as perspectivas motivacional, curricular e cultural, Roque (2014) afirma que a perspectiva cultural da História da Matemática tem fortes aproximações com a Etnomatemática. Nessa perspectiva, a História cria condições para os estudantes "[...] adquirirem um sentido de diversidade, sendo o reconhecimento de diferentes contextos e necessidades um importante componente na elaboração do corpo de conhecimentos que chamamos *matemática*." (ROQUE, 2014, p. 169, grifo da autora). Apesar de concordar com o autor, Roque (2014) percebe limitações no proposto por Fried, visto que nenhuma das perspectivas objetiva refletir os pressupostos da Matemática. Tendo como exemplo o ensino das equações, a autora questiona:

> Mas por que a equação é um objeto relevante, que devemos aprender a resolver? Para resolver problemas? Só que os problemas que ela permite resolver não foram sempre resolvidos por meio de equações... Será que a equação é um modo mais fácil de resolvê-los? Segundo que critérios? (ROQUE, 2014, p. 170).

Segundo a autora, a equação, assim como outros objetos matemáticos, passam por um processo de alienação no ensino, visto que não se mostra aos estudantes sua origem e sua finalidade. Ademais, enquanto tais discussões não forem incorporadas aos processos de ensino e de aprendizagem, os estudantes continuarão a se questionar qual a serventia de aprender Matemática (ROQUE, 2014). Nesse sentido, o que Roque (2014) defende é que o professor, ao utilizar a História da Matemática no ensino, abarque problemas de diferentes épocas e civilizações, distintos da Matemática Escolar e Acadêmica. No entanto, ressalta a autora, deve-se compreender que nestes modos de matematizar do passado,

> [...] não encontramos as nossas práticas precarizadas, primitivas ou incompletas. Tratam-se de práticas consistentes, saberes, ou formações discursivas, no sentido de Foucault. Algumas podem, inclusive, ter ultrapassado limiares de cientificidade, com critérios próprios, sem que este movimento tenha convergido para o limiar de formalização que caracteriza a nossa matemática. (ROQUE, 2014, p. 184)

Observam-se aproximações entre o posicionamento pós-estruturalista de Roque (2014), com D'Ambrosio (2000), Mendes (2006) e Lara (2013), em especial no que diz respeito à importância de possibilitar aos estudantes condições para que compreendam os contextos e necessidades que motivaram o desenvolvimento de determinados conceitos matemáticos. Em suma, a partir destes autores, tornam-se evidentes as potencialidades da articulação entre a História da Matemática e a Etnomatemática nos processos da Educação Básica, mais do que isso, criam-se condições para que se possa refletir acerca das potenciais articulações entre a História da Matemática e os conceitos wittgensteinianos de jogo de linguagem e formas de vida.

Em Miguel e Miorim (2017) é possível encontrar um estudo detalhado acerca das cinco perspectivas para o campo de pesquisas sobre a História na Educação Matemática. Dentre as cinco, a perspectiva Jogos de Vozes e Ecos (VEG)[23] articula a História da Matemática ao conceito wittgensteiniano de jogo de linguagem. Em vista dessa perspectiva teórica, torna-se pertinente apresentar em maior detalhe como se dão as pesquisas dentro da perspectiva VEG, para que se possa apontar diferenças em relação a esta tese.

[23] Uma discussão acerca das demais perspectivas elencadas por Miguel e Miorim (2017) realizou-se na seção 3.3.2

A perspectiva VEG foi fundada por pesquisadores da Universidade de Gênova, na Itália e seu entendimento perpassa três conceitos: jogo de linguagem; vozes; ecos. O conceito de jogo de linguagem, criado por Wittgenstein, é utilizado nessa perspectiva teórica como um ambiente de aprendizagem dialógico, visto que, o objeto matemático é entendido como um objeto linguístico. Desse modo, nesse ambiente dialógico ocorreria, por parte dos estudantes, a apropriação de algumas características próprias do conhecimento matemático. Dentre as quais, pode-se destacar as questões relacionadas à natureza sistemática e teórica do conhecimento, aos processos de validação pelos quais o conhecimento matemático passou, bem como, à sua coerência interna (MIGUEL; MIORIM, 2017).

Segundo os autores, tais características são o que diferenciam o conhecimento matemático aprendido na escola, tanto do conhecimento cotidiano, como do conhecimento matemático aprendido em contextos não-escolares. Portanto, além dos conceitos que compõem o nome da perspectiva, torna-se necessário compreender a noção vygotskyana de que conceitos científicos têm relação com a escola formal, enquanto as experiências do cotidiano apresentam conceitos práticos. De acordo com Miguel e Miorim (2017) a diferença entre a Matemática adquirida fora da escola e a Matemática Escolar é da mesma ordem da diferença entre os conceitos práticos e científicos.

O conceito de Vozes, proposto por Mikhail Bakhtin, engloba expressões de caráter verbal e não-verbal, que foram produzidas por cientistas do passado e que são consideradas relevantes para o avanço no entendimento de determinado conceito matemático. Sendo assim, a História da Matemática insere-se nessa perspectiva como uma fonte de vozes originais, além de possibilitar compreender a situação social em que tais vozes foram produzidas e o processo gradual que ocorre até que tais vozes sejam legitimadas. Já o conceito de Ecos, proposto pelos próprios fundadores da VEG, pode ser compreendido como o efeito das vozes, visto que: “Quando tais vozes são apropriadas e ressignificadas por pessoas de outras épocas e de outros contextos, diz-se que produzem *ecos*.” (MIGUEL; MIORIM, 2017, p. 140, grifo dos autores). Portanto, a aprendizagem matemática nessa perspectiva relaciona-se aos ecos produzidos pelos estudantes, ou ainda, consiste na capacidade pessoal do estudante de “[...] coapropriar-se, entender, usar e coproduzir, através de negociação interativa, de natureza sobretudo dialógica, as significações e as características do conhecimento matemático teórico herdadas da tradição cultural [...].” (MIGUEL; MIORIM, 2017, p.143)

Assim, o objetivo das atividades didáticas propostas na perspectiva VEG não é validar o conhecimento do estudante, ou ainda, construir um conceito ou solução inédita a determinado problema, mas sim, detectar contradições entre a voz do estudante e a voz histórica. Segundo

Miguel e Miorim (2017), as propostas didáticas imersas nessa perspectiva são planejadas a partir de fontes históricas primárias, vozes, com o objetivo de criar condições, ambientes dialógicos (jogos), para que os estudantes ao confrontarem-se com tais vozes produzam ecos, ou seja, ampliem seus conhecimentos, passando de um conceito cotidiano ao conceito científico.

Miguel e Miorim argumentam que a VEG, assim como as demais perspectivas teóricas são frágeis, pois:

> Nenhuma das perspectivas consideradas parece levar em consideração o papel fundamental desempenhado pelas relações de poder no âmbito da apropriação e da produção do conhecimento matemático em diferentes práticas sociais ao longo da história, bem como em práticas sociais que se constituem no interior da instituição escolar. (MIGUEL; MIORIM, 2017, p. 143).

A afirmação dos autores vai ao encontro de alguns dos resultados obtidos no mapeamento teórico apresentado anteriormente, de que as pesquisas em História da Matemática não criam condições que possibilitem aos estudantes refletir acerca das lutas de poder e dos processos de marginalização que determinados saberes enfrentaram, bem como, acerca da hegemonia da Matemática Escolar. Além disso, é possível reafirmar que não há uma preocupação em propiciar aos estudantes condições que possibilitem refletir acerca da relação entre jogo de linguagem e formas de vida, bem como, das diferentes contribuições desses jogos para o avanço do conhecimento matemático.

Diferentemente do modo em que a perspectiva VEG percebe a articulação entre jogos de linguagem e História da Matemática, nesta tese entende-se que os jogos de linguagem são os diversos modos de matematizar elaborados por povos, grupos, civilizações, ou seja, por formas de vida. Como discutido na seção 3.2.2, isso é possível ao passo que, ao longo de Investigações Filosóficas (1979), Wittgenstein argumenta a fim de negar a existência de uma única linguagem, cujo significado das palavras é universal e dado *a priori*, propondo a expressão jogo de linguagem, a fim de evidenciar que o uso da linguagem segue determinadas regras, que estão diretamente relacionadas com as formas de vida nas quais se desenvolveram. Portanto, o filósofo defende que cada forma de vida possui seus próprios jogos de linguagem, mediados por regras específicas.

A partir dessa perspectiva filosófica, Wittgenstein cria condições que possibilitam argumentar que a Matemática Acadêmica é um modo de matematizar, entre tantos outros, como se pode verificar em Vilela (2013), Wanderer (2013) e Knijnik (2014). Portanto, é na História da Matemática, e da humanidade em geral, que se podem encontrar outros modos de matematizar, outros jogos de linguagem, compreender suas regras de funcionamento e suas semelhanças de família com os jogos de linguagem presentes na Matemática Escolar.

Pesquisas desenvolvidas por autoras como Lara (2013) e Roque (2014) argumentam que, ao passo que diversas civilizações contribuíram para o desenvolvimento da Matemática, por vezes saberes matemáticos gerados por algumas civilizações foram esquecidos ao longo do tempo e marginalizados. Exemplificando isso, Lara (2013) expõe dois modos para realizar a operação de multiplicação, distintos do algoritmo da multiplicação ensinado nas escolas de Educação Básica brasileiras: da civilização egípcia; da civilização hindu. Já, Roque (2014) apresenta quatro momentos históricos que criam condições de possibilidade para refletir acerca do ensino de equações: civilização babilônica; civilização árabe; Viète; Descartes.

Nestes exemplos, a lógica de desenvolvimento utilizada por cada civilização, as simbologias e a linguagem são distintas, tanto entre si, como em comparação com a Matemática Escolar. Logo, as distintas formas de multiplicar ou de equacionar, ou seja, os distintos modos de matematizar, apresentados pelas autoras, e que foram elaborados ao longo da história da humanidade por inúmeras pessoas, povos ou civilizações, são jogos de linguagem. Tais jogos estão relacionados aos modos de vida de cada povo, aos seus costumes e hábitos, crenças e valores, aspectos políticos, sociais e culturais, portanto, às suas formas de vida.

Em suma, ao longo desta seção, objetivou-se ampliar a discussão acerca das relações entre a História da Matemática e a Etnomatemática, bem como, refletir sobre as articulações entre a História da Matemática e os conceitos wittgensteinianos de jogo de linguagem e formas de vida. Com o suporte teórico de D'Ambrosio (2000, 2007), Mendes (2006), Lara (2013) e Roque (2014) pode-se afirmar que a História da Matemática possibilita à Etnomatemática investigar e compreender sobre os processos de geração, organização e difusão do conhecimento matemático. Mais do que isso, por meio da História da Matemática, pode-se encontrar, analisar e compreender diversos modos de matematizar, ou seja, distintos jogos de linguagem, orientados por regras específicas relacionadas às formas de vida nas quais se desenvolveram.

3.4 Considerações do capítulo

Ao encerrar este capítulo, vale concatenar as principais ideias que conduziram a elaboração e análise das propostas de ensino que serão apresentadas a seguir. A ideia é entrelaçar História da Matemática, Etnomatemática e as teorizações wittgensteiniana e foucaultiana de tal modo que não seja mais possível visualizar suas fronteiras.

Parte-se do conceito d'ambrosiano de Etnomatemática como as diversas formas, técnicas, estilos, para explicar, conhecer, lidar com o ambiente social, natural e cultural (D'AMBROSIO, 2007). Desse modo, destaca o autor, pode-se assumir a Matemática como uma Etnomatemática originada e desenvolvida principalmente na Europa. Portanto, existem outros modos de matematizar, originados e desenvolvidos por povos europeus, ou não, e que não constituem a Matemática como a conhecemos hoje.

Esses distintos modos de matematizar podem ser considerados jogos de linguagem, no sentido wittgensteiniano do termo, pois são modos próprios de linguagem, pautados por regras específicas e diretamente relacionados às formas de vida nas quais se originam e desenvolvem. Como ressalta Wittgenstein, a significação da linguagem se dá na práxis, no uso que dela se faz dentro de uma forma de vida, tendo-se assim um jogo cujas regras são compartilhadas socialmente por todos os que dele participam. Nas palavras do filósofo, "O termo "*jogo* de linguagem" deve aqui salientar que o falar da linguagem é uma parte de uma atividade ou de uma forma de vida." (WITTGENSTEIN, 1979, p. 18, §23, grifo do autor).

Reiteradas as aproximações entre as teorizações d'ambrosiana e wittgensteiniana, destaca-se que, para D'Ambrosio, a Etnomatemática é um programa de pesquisa (D'AMBROSIO, 2007), que objetiva entender o saber/fazer matemático desenvolvido ao longo da história da humanidade. Para tal, este saber/fazer é contextualizado nos distintos grupos, comunidades e/ou povos que, de algum modo, participam da sua elaboração ou desenvolvimento. Efeito disso, a Etnomatemática como um programa de pesquisa trata da geração, organização e difusão do saber/fazer matemático.

Nesse sentido, é a História da Matemática que possibilita à Etnomatemática compreender quais condições de possibilidade para a geração, organização e difusão do saber/fazer matemático. Assim, a História da Matemática avança para além de um uso instrumental, pautado na listagem de nomes, datas e locais, visto que abarca fatores culturais, sociais, políticos e geográficos dos povos e civilizações que contribuíram nos processos de geração, organização e difusão dos saberes e fazeres matemáticos.

Mais do que isso, por meio da História da Matemática, é possível encontrar outros modos de matematizar, outros jogos de linguagem, produzidos por distintas culturas e formas de vida, em diferentes tempos e espaços e que foram deixados à margem da Matemática Acadêmica e, consequentemente, da Matemática Escolar. Por estarem à margem, possivelmente não são abordados pelos professores em sala de aula, mesmo que em algum caso possa existir semelhanças de família com os jogos de linguagem presentes na Matemática Escolar.

Em suma, por meio da articulação entre a Etnomatemática e a História da Matemática, é possível analisar como os saberes, tanto os hegemônicos quanto os marginalizados, foram gerados, organizados e difundidos, criando-se assim, condições que possibilitam compreender as relações de poder-saber envolvidas nessa trama histórica.

4. PRIMEIRAS PROPOSTAS: VISLUMBRANDO AÇÕES EMERGENTES

Ao longo deste capítulo, serão analisados os resultados[24] obtidos com a realização de três propostas de ensino, que tratam dos seguintes conceitos: Progressões Aritméticas; Logaritmos; Técnicas para Multiplicar. Reitera-se que estas foram as propostas que possibilitaram a construção da hipótese de que o reconhecimento dos jogos de linguagem, presentes na História da Matemática, criam condições que possibilitam aos estudantes compreenderem aspectos como: os diversos modos de matematizar articulados aos diferentes usos da Matemática, encontrados nas diferentes formas de vida presentes em distintas civilizações desde a antiguidade; a constituição de diferentes jogos de linguagem presentes nessas formas de vida; o processo de marginalização de alguns jogos de linguagem historicamente constituídos; a hegemonização dos jogos de linguagem presentes na Matemática Escolar; as condições de emergência de determinados conceitos ao longo da história da humanidade.

Para cada proposta de ensino, apresenta-se a síntese das ocorrências obtidas, a partir da análise genealógica discursiva foucaultiana dos questionários respondidos pelos estudantes. Além disso, sublinha-se a síntese das ações emergentes de cada proposta, uma vez que o objetivo da tese consiste em categorizar ações pedagógicas emergentes da articulação da Etnomatemática e da História da Matemática e analisar de que modo tais ações contribuem para que os estudantes da Educação Básica compreendam a hegemonização dos jogos de linguagem presentes na Matemática Escolar.

4.1 Progressões Aritméticas

A proposta de ensino sobre Progressões Aritméticas (Apêndice A) foi realizada com 47 estudantes do 2º ano do Ensino Médio, com idades entre 16 e 17 anos, de uma escola estadual da zona norte de Porto Alegre. Teve, como principal objetivo, utilizar a História da Matemática articulada com a Etnomatemática para o ensino de Progressões Aritméticas. As atividades que compõem a proposta foram elaboradas com o intuito de abarcar as condições de possibilidade para a geração, organização e difusão do conceito de Progressões Aritméticas. A opção metodológica vai ao encontro de Lara (2013), para quem a História da Matemática pode contribuir para a construção do conhecimento do estudante se oportunizar que ele “[...]

[24] Reitera-se que as propostas de ensino e os questionários aplicados encontram-se nos apêndices da tese.

investigue e compreenda como um conceito foi gerado, como os povos pensaram para chegar a determinadas conclusões, que fatores sociais, políticos ou econômicos influenciaram, levando em conta relações de poder-saber que atravessaram esses povos." (p. 55).

4.1.1 Síntese das ocorrências

O primeiro momento da proposta de ensino, destinado à apresentação da proposta e uma conversa inicial com os estudantes, trouxe à tona que a maioria já havia se questionado acerca das origens e motivações dos conceitos matemáticos estudados na escola. Esclarecer aos estudantes que ao longo da proposta de ensino tais questões seriam de alguma forma tratadas, instigou-os na participação da proposta.

Dado o fato de que alguns dos problemas presentes no Papiro de Rhind possibilitam abordar o conceito de Progressões Aritméticas, iniciou-se a proposta didática com a apresentação do primeiro episódio do documentário *The Story of Maths* (2008). Entre outros tópicos, no documentário há menção ao Papiro de Rhind e alguns de seus 85 problemas, bem como, a questões culturais e econômicas do povo egípcio daquela época.

O debate realizado após a exibição do episódio evidenciou que o documentário possibilitou aos estudantes situar-se local e temporalmente em relação ao povo egípcio e ao papiro. Mais do que isso, foi possível conhecer algumas das contribuições matemáticas elaboradas por aquele povo e perceber quais condições sociais possibilitaram a emergência destas contribuições. Com o intuito de possibilitar aos estudantes um aprofundamento sobre o papiro, em especial o contato com os seus problemas, no quarto momento da proposta de ensino realizou-se uma consulta em alguns livros de História da Matemática.

Por aproximadamente 30 minutos, os estudantes consultaram nos livros que lhes foram disponibilizados, trocando-se entre os grupos nos quais estavam divididos, visto que cada grupo recebeu um exemplar. Alguns estudantes optaram por realizar a consulta na *internet*, utilizando seus aparelhos *smartphone* para isso. O debate realizado após as consultas evidenciou que, por meio dela, os estudantes avançaram na compreensão da importância do papiro para o desenvolvimento do conhecimento matemático da época e de como se deu a geração dos problemas nele presentes, como as questões culturais e sociais envolvidas.

Após a realização da consulta e o compartilhamento dos resultados, os estudantes foram desafiados a resolver dois problemas do papiro, problema 40 e problema 64, escolhidos por criarem condições para a abordagem do conceito de Progressões Aritméticas. Desse modo, individualmente ou em grupos, de acordo com a vontade dos estudantes, passaram à resolução do primeiro: “Se te digo, divide 10 héqats de cevada por 10 homens, de tal maneira que a diferença entre cada homem e o seu vizinho seja em héqats de cereal, 1/8, qual é a parte que cabe a cada homem?”.

O problema foi apresentado aos estudantes com os jogos de linguagem da civilização egípcia, conforme foi possível encontrar em livros de História da Matemática. Objetivou-se confrontar os estudantes com jogos de linguagem distintos dos presentes na Matemática Escolar, e estritamente relacionados à forma de vida na qual se originaram. Os jogos de linguagem presentes no problema chamaram a atenção dos estudantes, que julgaram necessário saber o significado da expressão *hégats* para dar continuidade à resolução do problema.

Após a resolução do problema 64 realizou-se a apresentação das estratégias utilizadas e a discussão dos resultados alcançados. Do modo semelhante, passou-se à realização do problema 40: “Cem medidas de trigo foram repartidas entre 5 pessoas de maneira que a 2ª recebeu a mais que a 1ª tanto quanto a 3ª recebeu a mais que a segunda, a 4ª a mais que a 3ª e a 5ª a mais que a 4ª. E ainda, as 2 primeiras juntas obtiveram 7 vezes menos que as 3 restantes. Quanto coube a cada uma?”. O questionário entregue aos estudantes, após a realização da proposta de ensino, propôs na primeira questão um momento de reflexão sobre essa tarefa. Verifica-se que 24 estudantes responderam ao questionamento: *Iniciando o estudo das Progressões Aritméticas solicitei à turma que refletisse e resolvesse dois problemas, encontrados no Papiro de Rhind: o problema 40 e o 64. Em ambos você foi desafiado a resolvê-los. Descreva como foi para você realizar essa tarefa*, conforme é possível observar no Quadro 4[25].

Quadro 4 – P_1Q_1: Descreva como foi para você realizar essa tarefa

P_1E_1	No início foi difícil, no primeiro exercício fiquei meio perdida, mas com o passar do tempo fui pegando o jeito de desenvolvê-lo.
P_1E_2	Foi por raciocínio, pois os problemas têm dicas que ajudam bastante e disso conseguimos chegar no resultado final.
P_1E_3	Foi diferente. Eu gostei muito por que eu encarei como um desafio. Tratei como se fosse a matéria problemas do 1º ano. Me dava vontade de fazer mais e mais.
P_1E_4	Sem usar as formas de P. A, já que não sabíamos ainda a matéria, foi um pouco complicado apesar de termos resolvido as questões em grupo.
P_1E_5	No começo achei difícil, mas depois consegui pegar o raciocínio.
P_1E_6	Foi difícil de interpretar as questões, mas depois com o auxílio da professora foi bem mais fácil.
P_1E_7	Foi desafiante, mas não impossível eu já tinha conhecimento dessa matéria, mas não lembrava então comecei do zero para concluir a resolução dessa matéria

[25] A fim de padronizar os quadros com as respostas dos estudantes, será adotada a seguinte notação: a letra P representará alguma das sete propostas de ensino apresentadas ao longo da tese, na ordem em que estão expostas no texto; a letra Q representará alguma das questões presentes no questionário da respectiva proposta. Portanto, P_1Q_1 representa a primeira questão (Q_1) da primeira proposta de ensino (P_1).

P_1E_8	Foi complicado, pois tivemos que raciocinar o bastante ocupando um bom tempo
P_1E_9	Para mim realizar essa tarefa no começo foi bem confuso mas a partir do momento em que comecei a usar o raciocínio, sem nenhuma fórmula, foi ficando bem mais fácil. Achei bem interessante.
P_1E_{10}	No início foi difícil de resolver e entender, mas depois que você cria uma lógica própria de resolução fica mais fácil de resolver.
P_1E_{11}	Por teoria foi fácil, porque foi bem explicado em aula, de acordo que ia sendo explicada a matéria no quadro, foi necessário bastante atenção e concentração, pois que um detalhezinho fazia toda diferença, Mas no geral foi fácil.
P_1E_{12}	Foi difícil na hora de usar a forma sofrida para fazer, mas quando foi dada a outra fórmula foi mais fácil e rápido de entender e consegui fazer todas as tarefas, além dessas citadas acima.
P_1E_{13}	A primeira vez que eu fiz achei bem complicado, mas na verdade era fácil. Só tinha que saber interpretar bem.
P_1E_{14}	Achei uma tarefa interessante, pois desafia o nosso conhecimento sobre quanto podemos aprender com um desafio, isso me incentivou a correr atrás da matéria e entender mais sobre ela.
P_1E_{15}	No início achei bem complicado os exercícios, mas a partir do momento em que você para, pensa e raciocina dá para resolver de forma bem clara e fácil.
P_1E_{16}	Antes de saber a fórmula de progressões aritméticas foi meio complicado de raciocinar o que se pede no problema.
P_1E_{17}	No começo foi difícil, mas depois que entendi foi bem fácil.
P_1E_{18}	No primeiro momento foi difícil, mas depois foi mais fácil.
P_1E_{19}	Eu particularmente não entendi muito a matéria de progressões aritméticas, pois tive dificuldade com as questões, mesmo sabendo as fórmulas e sabendo como fazer.
P_1E_{20}	A primeira vista não entendi os problemas e precisava de ajuda como em todas as matérias de matemática. Porém foi a única matéria deste ano em matemática que entendi.
P_1E_{21}	Difícil, no primeiro eu nem fiz porque não tinha entendido, já no segundo consegui fazer ele, mas só parcialmente depois completei o com ajuda da professora.
P_1E_{22}	Foi difícil e complicado, já que resolver sem conhecer fórmulas o conteúdo exigiu que nós pensássemos mais.
P_1E_{23}	Para mim foi um pouco difícil, porque eu não consegui entender o primeiro problema. Mas no segundo problema com a ajuda da professora consegui fazer.
P_1E_{24}	Logo que foram passados estes exercícios eu, particularmente, não fazia a mínima ideia de como resolver, mas com um pouco de ajuda a conseguir realizar.

Fonte: elaborado pela pesquisadora (2020).

As enunciações de P_1E_2, P_1E_3, P_1E_7, P_1E_{13}, P_1E_{14} e P_1E_{15}, evidenciam que a tarefa foi motivadora e desafiante e, ainda que não tenha sido feita uma explicação prévia do que são as PA, foi possível encontrar a solução dos problemas. Como os estudantes destacaram, o uso de algumas habilidades como leitura, interpretação e raciocínio lógico foram suficientes para tal resolução, ao passo que os jogos de linguagem presentes em problemas matemáticos escritos pela civilização egípcia, mobilizaram tais habilidades. De acordo com Fiorentini (1995), em algumas tendências pedagógicas tais habilidades não são relevantes, visto que o papel do estudante se restringe a [...] "copiar", “repetir", "reter" e "devolver” nas provas do mesmo modo que "recebeu”.” (FIORENTINI, 1995, p. 7) ou “[...] continua sendo considerado passivo, tendo de reproduzir a linguagem e os raciocínios lógico-estruturais ditados pelo professor." (FIORENTINI, 1995, p. 14). Observa-se que esses modos de agir não criam condições que possibilitem ao estudante refletir, questionar, comparar, ler, interpretar, se posicionar, argumentar, enfim, raciocinar logicamente.

De acordo com Walkerdine (1995) o formato do ensino nas escolas caminha para uma padronização dos modos de pensar, mediada pela abstração, visto que: "Quando nós tratamos o mundo como abstrato, nós "esquecemos" as práticas que nos formam, os significados nos quais nós somos produzidos, nós "esquecemos" a história, o poder e a opressão" (WALKERDINE, 1995, p. 222). Complementando: "O que as escolas tentam ensinar as crianças a fazer é esquecer e suprimir esses significados, num esforço de universalizar o raciocínio lógico." (WALKERDINE, 1995, p. 224).

As enunciações de P_1E_9 e P_1E_{10} se assemelham às mencionadas anteriormente, porém, enfatizam que a partir do momento em que os estudantes passaram a resolver os exercícios sem nenhuma fórmula pré-estabelecida, apenas a partir de uma lógica própria de resolução, tornou-se mais fácil. O uso constante de fórmulas e regras estabelecidas *a priori* pelos jogos de linguagem que constituem a Matemática Escolar pode dificultar o entendimento, por parte dos estudantes, dos conceitos matemáticos. Esses jogos de linguagem são produzidos em função do formalismo e do rigor matemáticos, contudo, em excesso, não criam condições que possibilitem aos estudantes refletir ao ponto de interpretar e raciocinar logicamente, visto que os estudantes atribuem "[...] ao formalismo e à abstração da matemática uma das dificuldades no aprender matemática [...]" (KNIJNIK; SILVA, 2008, p. 72).

O posicionamento desses estudantes possibilita afirmar que a utilização de jogos de linguagem presentes em formas de vidas da antiguidade para apresentar um conceito, como os jogos de linguagem da forma de vida egípcia, além de motivar e desafiar os estudantes, possibilita a emergência de habilidades como leitura, interpretação, reflexão, questionamentos, raciocínio lógico, criação de estratégias para resolução, entre outras.

No entanto, com uma perspectiva diferente dos estudantes acima, outros manifestaram certa insatisfação ao realizar a atividade, como é possível verificar a partir dos ditos de P_1E_4, P_1E_{16} *e* P_1E_{22}. Tais ditos evidenciam que alguns estudantes enfrentaram dificuldades para a resolução dos problemas propostos por não ter ocorrido uma explicação prévia do que são as Progressões Aritméticas e quais fórmulas matemáticas são utilizadas nesse contexto.

As respostas dadas pelos estudantes mostram que estão acostumados a receber as fórmulas prontas, sem precisar refletir, questionar, raciocinar. Em outras palavras, tais estudantes podem estar disciplinados por um modelo pedagógico no qual seu papel é passivo, baseado apenas na reprodução do conhecimento demonstrado pelo professor que, por sua vez, é considerado o detentor do conhecimento. Os processos de ensino e aprendizagem enraizados nessas premissas giram em torno do docente e de suas exposições no quadro-negro, ou seja, trata-se de um modelo Formalista Clássico de ensino (LARA, 2011).

Nesse sentido, o que se pretende argumentar, é que o estudante que afirma ser difícil resolver um exercício sem conhecimento do conceito, mesmo sendo o exercício um problema presente em uma forma de vida antiga, cuja proposição foi feita séculos antes de sua definição formal, mostra ser dependente de um ensino pautado na tríade definição-exemplo-exercício, sem questionar os motivos pelos quais as coisas são como são. De acordo com Lara (2001), esse modo de ver o ensino da Matemática tem forte influência platônica, cujo discurso por muitas décadas subjetivou educadores matemáticos, acarretando no "[...] discurso de uma Matemática pronta e acabada, e que deve ser compreendida pelo/a aluno/a apenas com o uso de definições, regras e fórmulas." (p. 52).

A dependência do estudante em relação à tríade acima mencionada evidencia o disciplinamento ao qual saber e corpo estão submetidos. Esse disciplinamento, de acordo com Lara (2001), é fruto do poder disciplinador da Matemática, que molda os estudantes para seguir determinadas condutas e padrões. No caso da Matemática Escolar, o poder disciplinador é exercido por meio de um jogo de linguagem único, da forma de vida ocidental, pautado em fórmulas, definições e exemplos. Portanto, o poder disciplinador da Matemática moldou o modo de pensar desses estudantes, que frente a algo diferente não apresentaram um pensamento flexível para criar suas próprias estratégias.

Com posicionamento oposto de P_1E_4, P_1E_{16} *e* P_1E_{22}, destaca-se P_1E_{20}, pois apesar de ter um histórico de dificuldades em Matemática, o tópico de Progressões Aritméticas foi, segundo o estudante, o único compreendido até aquele momento. Como docente dos estudantes, é possível atribuir mérito ao modo pelo qual se deu a articulação entre Etnomatemática e História da Matemática, uma vez que os conceitos anteriores à Progressões Aritméticas foram abordados no estilo tradicional de ensino, pautado na tríade definição-exemplo-exercício.

Os ditos de P_1E_1, P_1E_5, P_1E_{17}, P_1E_{18} e P_1E_{24} enfatizam que em um primeiro momento a atividade pareceu difícil, mas com o passar do tempo tornou-se fácil, pois passaram a compreender o solicitado. Dificuldades desse tipo são naturais, visto que há uma mudança metodológica no modo como os conceitos foram abordados, fazendo com que os estudantes tenham que sair de sua zona de conforto. Tal mudança pode facilitar ou dificultar o entendimento dos conceitos por parte dos estudantes, não sendo possível prever o modo como os estudantes a receberão, nem garantir que haja aprendizagem.

Ainda que esse posicionamento dos estudantes possa ocorrer independentemente da estratégia metodológica proposta pelo professor, reitera-se que o modo pelo qual a articulação entre a História da Matemática e a Etnomatemática foi desenvolvida, proporcionou aos estudantes ultrapassar possíveis dificuldades. Isso por que, a partir da resolução dos problemas históricos, que ocorreu em grupo, sem tempo pré-determinado e com ajuda da professora, os estudantes puderam refletir sobre o solicitado em cada problema e elaborar hipóteses para a resolução sem se pré-ocupar em tentar encaixá-los em fórmulas prontas. Com ditos semelhantes aos supracitados, P_1E_6, P_1E_{21} e P_1E_{23} enfatizam que a ajuda docente foi fundamental para resolução dos exercícios. Após a resolução dos dois problemas e a apresentação das estratégias utilizadas pelos estudantes (momentos 6, 7, 8 e 9 da proposta de ensino), no décimo momento realizou-se uma discussão sobre as possíveis semelhanças entre os dois problemas do papiro. A intenção desta atividade é possibilitar aos estudantes, a partir da caracterização dos problemas, a reflexão sobre o que são as Progressões Aritméticas. Já no décimo primeiro momento da proposta, fomentou-se a reflexão sobre a constituição de uma fórmula matemática que permitisse calcular "quanto coube a cada um" nos problemas do Papiro.

Naturalmente, a fórmula criada pelos estudantes foi expressa com as regras dos jogos de linguagem presentes no papiro, e passou a ser utilizada pelos estudantes para a resolução de outros exercícios (13º momento). Com o objetivo de investigar a opinião dos estudantes sobre a eficácia da fórmula criada, propôs-se o seguinte questionamento: *A partir dos elementos principais dos problemas 64 e 40 foi elaborada uma fórmula, utilizando para tal a linguagem própria desses problemas. Na sua opinião, a fórmula criada a partir dos problemas do Papiro deu conta de resolver exercícios de Progressões Aritméticas?*. O Quadro 5 apresenta os ditos dos 24 estudantes que responderam à questão.

Quadro 5 – P_1Q_3: A fórmula criada a partir da linguagem dos problemas do Papiro deu conta de resolver problemas de Progressões Aritméticas?

P_1E_1	Sim, depois de desenvolver a fórmula foi mais fácil.
P_1E_2	Deu conta sim, apesar de eu me confundir com ela, ajudou enquanto só tinha ela.
P_1E_3	Sim. Com exemplos reais é mais fácil de entender.
P_1E_4	Não todos, pois alguns tivemos que mudar um pouco as fórmulas para podermos resolver as questões.
P_1E_5	Mais ou menos.
P_1E_6	Sim, pois foi explicada passo a passo a fórmula.
P_1E_7	Sim apesar de ter outras formas de resolver sem fórmulas.
P_1E_8	Em alguns problemas que o que se pedia era mais difícil sim.
P_1E_9	Sim, pois a fórmula foi o auxílio maior.
P_1E_{10}	Acredito que sim.

P_1E_{11}	Acredito que sim, mas era necessário muito raciocínio para saber como resolver, de um modo que a resolução estivesse certa, até chegar ao resultado final no contrato.
P_1E_{12}	Não, pois era mais difícil do que usar a fórmula normal para resolver os problemas. Havia muito passo a passo que às vezes acabava confundindo.
P_1E_{13}	Sim facilitou bem mais.
P_1E_{14}	Em alguns eu senti mais dificuldade, mas em geral sim.
P_1E_{15}	Sim, quando aprendemos a fórmula, acho que conseguimos realizar os exercícios com mais lógico e rapidez.
P_1E_{16}	Sim, a fórmula criada com a linguagem do papiro deu uma base melhor para entender a matéria e resolver as questões.
P_1E_{17}	Sim.
P_1E_{18}	Sim, em algumas
P_1E_{19}	Sim, mais prático.
P_1E_{20}	Não, fiz do modo sofrido.
P_1E_{21}	Deu.
P_1E_{22}	Em alguns problemas sim, mas em outros era difícil aplicar a fórmula e eu procurava outro jeitos de fazer.
P_1E_{23}	Deu, ajudou um pouco.
P_1E_{24}	Deu, mas acho que em algumas questões ficaram confusos por conta das posições e que misturava as duas formas.

Fonte: elaborada pela pesquisadora (2020).

De modo geral, independentemente das justificativas apontadas pelos estudantes, 15 responderam positivamente à questão, ao passo que, apenas dois responderam negativamente. Além desses, outros sete se mostraram indecisos, afirmando que em alguns momentos a fórmula por eles construída foi suficiente, mas em outros não.

Observa-se nos ditos de P_1E_3 e P_1E_{16} que para esses estudantes a fórmula desenvolvida a partir da linguagem do papiro mostrou-se eficaz na resolução de exercícios de Progressões Aritméticas, destacando-se a fala de P_1E_3 em que há menção direta ao fato de a fórmula ser fruto da resolução de problemas reais. Pode-se afirmar que tais ditos vão ao encontro do que Walkerdine (1995) afirmou sobre o tratamento abstrato frequentemente adotado no ensino da Matemática. Segundo a autora, há diferença quando a produção do conhecimento emerge de uma problematização familiar aos estudantes: “Este cálculo faz parte de todo um corpo de práticas de intersecção, nas quais o pensamento mesmo é produzido, incorporado, emocionalmente carregado. Já nos discursos escolares, o cálculo é considerado como parte do verdadeiro seguimento de regras [...].” (WALKERDINE, 1995, p. 222).

Por outro lado, os ditos de P_1E_7, P_1E_{11}, P_1E_{20} e P_1E_{22} mostram que, apesar da fórmula de ter sido construída em conjunto, utilizando-se para tal a linguagem presente nos problemas do papiro, alguns estudantes ainda preferiram resolver de outro modo. Esse outro modo, batizado pelos estudantes como modo sofrido, consiste na estratégia determinar um a um todos os termos da Progressão Aritmética, descartando a necessidade de utilizar fórmula. Evidencia-se que a atividade desenvolvida pela pesquisadora criou condições que possibilitaram aos estudantes perceber que não há uma única forma de resolver exercícios matemáticos, um único meio para chegar à solução final, ou seja, um único jogo de linguagem constituído por determinadas regras.

Mais do que isso, permitiu aos estudantes a mobilização de habilidades diversas, como é discutido acima, corroborando ainda os ditos de Knijnik e Silva (2008) acerca das dificuldades que o formalismo e o rigor matemático, frutos dos jogos de linguagem presentes na Matemática Escolar, acarretam aos processos de ensino e aprendizagem. Isso sugere que, ao oportunizar o contato direto com problemas resolvidos por civilizações passadas, que muitas vezes deram origem aos conceitos matemáticos existentes, criam-se possibilidades para que os estudantes exerçam outros modos de pensar frente ao uso de fórmulas prontas e acabadas.

Isso é reforçado em algumas enunciações advindas da questão 6: *Das duas fórmulas, a construída com a linguagem do Papiro e a própria da Matemática Escolar, alguma delas tem mais significado para você? Por quê*?, como pode-se observar no Quadro 6, no qual constam as 23 respostas atribuídas à esta questão.

Quadro 6 – P_1Q_6: Das duas fórmulas, a construída com a linguagem do Papiro e a própria da Matemática Escolar, alguma delas tem mais significado para você? Por quê?

P_1E_1	Matemática escolar, por ter uma linguagem que eu entendi melhor.
P_1E_2	A própria da matemática era mais fácil para decorar, eu não me perdia tanto para achar os resultados.
P_1E_3	A do Papiro pelo fato de utilizar exemplos mais fáceis de compreender.
P_1E_4	A fórmula do papiro, pois com ela consegui me achar um pouco mais na hora de resolver as questões.
P_1E_5	Sim a "própria da matemática escolar", pois achei mais fácil.
P_1E_6	Não. Pois as duas são compreensíveis.
P_1E_7	A própria, pois eu já usei antes.
P_1E_8	Apesar de serem quase iguais a que mais teve significado foi a do papiro porque foi onde comecei a entender melhor a matéria e fazer os exercícios direito.
P_1E_9	Sim, a da própria matemática escolar, pois está mais próximo do que aprendo na matemática lógica, de fórmula, de raciocínio, etc.
P_1E_{10}	Linguagem do papiro, porque foi uma fórmula que montamos nós mesmos aos poucos, entendendo assim mais o conteúdo.
P_1E_{11}	Acredito que o original porque tinha a certeza maior concreta que a minha resolução estava certo.
P_1E_{12}	A de matemática escolar, depois que foi começado a usar essa fórmula a matéria ficou mais clara para entender e como fazer os exercícios.
P_1E_{13}	Achei melhor fazer pelo primeiro jeito, pois assim descobrimos outros modos de fazer as contas.
P_1E_{14}	Não, ambas são simples de se construir.

P_1E_{15}	Acho que a fórmula construída com a linguagem do papiro tem mais significado, por que foi a que eu achei mais fácil de entender e conseguir resolver os exercícios.
P_1E_{16}	Eu gostei mais da fórmula original, porque prefiro formas concretas em vez de "qualquer elemento…" e foi uma matéria que quando aprende mesmo fazer foi bom e mais fácil.
P_1E_{17}	Não, vão dar o mesmo resultado só muda o jeito de fazer.
P_1E_{18}	Sim a do papiro, por que era mais fácil.
P_1E_{19}	Não, eu só decorei para fazer a prova.
P_1E_{20}	Sim, pois é do papiro foi a gente que inventou.
P_1E_{21}	Sim a da Matemática escolar, porque ela é direta! É só você aplicar o que pede nela e já acho o resultado.
P_1E_{22}	A da própria matemática, porque foi a partir dela que eu comecei a entender melhor o conteúdo.
P_1E_{23}	Não, porque eu tenho muita, mas muita dificuldade em matemática, então eu não parei para analisar as fórmulas.

Fonte: elaborado pela pesquisadora (2020).

Com justificativas diversas, 10 estudantes atribuem maior significado à fórmula própria da Matemática Escolar, oito à fórmula fruto da resolução dos problemas do Papiro e cinco afirmam que nenhuma tem mais significado.

Ditos como os de P_1E_3, P_1E_4, P_1E_8, P_1E_{10} e P_1E_{20} evidenciam que a fórmula criada pelos próprios estudantes, a partir dos problemas do papiro, teve mais significado, pois foi desenvolvida em conjunto, por eles mesmos. Nesse sentido, em alguns casos, apresentar uma atividade que envolve a História da Matemática a partir da resolução de problemas, pode possibilitar que os estudantes desenvolvam suas próprias estratégias para resolução. Ao mesmo tempo, verifica-se que a História da Matemática utilizada desse modo pode possibilitar movimentos de contraconduta, uma vez que os estudantes não são obrigados a decorar fórmulas transmitidas de forma inexplicada pelo professor, podendo optar por eles mesmos construírem essa fórmula ou outra semelhante que seja válida. Logo, a partir dos problemas do papiro, os estudantes desenvolveram uma outra forma de conduta, que [...] *no buscan romper con los movimientos ni tampoco desplegarlos, pues de lo que se trata es de conducir la población de otras formas sin que sea preciso romper con el conductor."* (VEIGA-NETO; LOPES, 2011, p. 111).

Além disso, é perceptível que as estratégias elaboradas pelos estudantes possuem fortes semelhanças com as fórmulas da Matemática Escolar, o que podemos chamar, em uma perspectiva wittgensteiniana, de semelhanças de família. As semelhanças de família ocorrem quando em formas de vida distintas, os jogos de linguagem têm algo em comum, algum parentesco, demo descreve o filósofo, "E por causa desse parentesco ou desses parentescos, chamamo-los todos de "linguagens"." (WITTGENSTEIN, 1979, p. 38, §65). Por exemplo, na fórmula desenvolvida pelos estudantes, os mesmos a elaboraram utilizando a palavra diferença ao invés do termo razão, uma vez que a constituição da fórmula emergiu dos problemas do papiro[26], em que ou a palavra diferença se fazia presente no enunciado do problema, ou a sua ideia. Outros estudantes atribuem mais significado à fórmula da Matemática Escolar pois, conforme expressam os estudantes P_1E_1 e P_1E_9, está mais próximo do que se aprende na escola.

Ao lerem os problemas, esses estudantes não reconheceram os jogos de linguagem com os quais estavam acostumados, uma vez que a Matemática ensinada nas escolas está enraizada no ensino de fórmulas e regras. Os ditos de P_1E_{11} e P_1E_{24} evidenciam que a aplicação de fórmulas dá mais segurança a alguns estudantes, mesmo que em determinados casos a aplicação de fórmulas seja mais difícil. Observa-se, novamente, o poder disciplinador da Matemática (LARA, 2001), visto que muitos estudantes têm insegurança em criar sua própria estratégia e utilizá-la para a resolução de exercícios.

Esse poder disciplinador acaba, de certa forma, acomodando o estudante de tal modo que ele se sinta mais seguro ao utilizar um jogo de linguagem pautado em regras já estabelecidas, como a aplicação de fórmulas da Matemática Escolar. Mas ao mesmo tempo, quando ele reconhece que é mais desafiante ter a oportunidade de criar fórmulas, a História da Matemática articulada aos seus jogos de linguagem e formas de vida, podem ser vistos como movimentos de contraconduta. Levando em conta que esses estudantes já ficaram por mais de dez anos dentro da escola, subjetivados por um modo de pensar racionalmente constituído pela Matemática Escolar, eles estão tão disciplinados a pensar só de um modo, que para alguns, outro modo de raciocinar não garantiria a resolução correta, ou seja, não seria confiável. Portanto, o conhecimento de outros jogos de linguagem, com regras diferentes das regras pertencentes ao jogo de linguagem da Matemática Escolar, pode criar condições que possibilitem outros modos de pensar e agir matematicamente.

Algumas respostas fornecidas para a questão 9, *Na sua opinião, uma fórmula ou técnica é mais importante que a outra? Qual? Por quê?*, reafirmam este poder disciplinador da Matemática, como pode-se verificar no Quadro 7.

---

[26] Problema 64: “Se te digo, divide 10 héqats de cevada por 10 homens, de tal maneira que a diferença entre cada homem e o seu vizinho seja em héqats de cereal, 1/8, qual é a parte que cabe a cada homem?”. Problema 40: “Cem medidas de trigo foram repartidas entre 5 pessoas de maneira que a 2ª recebeu a mais que a 1ª tanto quanto a 3ª recebeu a mais que a segunda, a 4ª a mais que a 3ª e a 5ª a mais que a 4ª. E ainda, as 2 primeiras juntas obtiveram 7 vezes menos que as 3 restantes. Quanto coube a cada uma?”.

Quadro 7 – P_1Q_9: Na sua opinião, uma fórmula é mais importante que a outra? Por quê?

P_1E_1	Acho que não.
P_1E_2	Não, as duas têm suas importâncias só que dependendo de pessoa para pessoa é mais fácil para aprender.
P_1E_3	Mesmo preferindo as formulas do Papiro, as formulas da matéria escolar são mais atuais, tem mais importância.
P_1E_4	Acho que isso depende de como cada aluno se achar mais confiante e confortável para resolver as questões, pois ambas chegam ao mesmo resultado.
P_1E_5	Não, pois ambas nos fazem pensar.
P_1E_6	Não, pois podemos usar as duas em qualquer situação.
P_1E_7	Não no momento que ambas te ajudam a resolver os exercícios ambas se tornam importantes.
P_1E_8	Não porque com as duas chegaremos no mesmo resultado.
P_1E_9	Na minha opinião não, pois acredito que ambas possuem a mesma importância, apenas contém uma linguagem diferente.
P_1E_{10}	Acho que as duas têm sua importância porque nem sempre poderemos usar outras linguagens na matemática.
P_1E_{11}	Acredito que não, na minha opinião ambas são necessárias e complemento uma a outra, para solucionar os problemas.
P_1E_{12}	Acho que não, por que as duas formas tu usa o mesmo jeito de fazer só muda explicação.
P_1E_{13}	Não é questão de ser mais importante, mas cada uma é importante conforme a questão.
P_1E_{14}	Não, apenas vejo que algumas precisam de certa a fórmula para ser concluído.
P_1E_{15}	Não, porque para mim elas são iguais e assim como uma pode resolver o exercício, a outra também pode.
P_1E_{16}	Acredito que não. As duas são importantes para entender o conceito de progressões aritméticas, e uma completa a outra.
P_1E_{17}	Não, toda fórmula é aceita.
P_1E_{18}	Não.
P_1E_{19}	Todas são importantes e valem o mesmo peso.
P_1E_{20}	Não.
P_1E_{21}	Não.
P_1E_{22}	Talvez a “oficial” porque ela é mais conhecida
P_1E_{24}	Para mim nenhuma é melhor que a outra, cada fórmula depende da outra. Por exemplo, na PA você quer a soma dos elementos, mas não tem o primeiro elemento. Então se usa fórmula para descobrir o primeiro elemento e depois a da soma.

Fonte: elaborada pela pesquisadora (2020).

Dos 23 estudantes que responderam à questão, evidencia-se, de modo nítido no dito de P_1E_3, que apesar de preferir a fórmula construída pelos estudantes a partir da linguagem do papiro, o estudante considera as fórmulas presentes na Matemática Escolar mais importantes. Em outras palavras, há um disciplinamento fruto do poder exercido pela Matemática, um poder disciplinador que, conforme destaca Lara (2001), age sobre as ações, fabricando corpos dóceis. Conforme a autora, a Matemática enquanto uma disciplina é “[...] um conjunto de conhecimentos para o controle minucioso do modo de pensar, raciocinar e agir do/a aluno/a e que é através da imposição e sujeição a esse modo de pensar, que se produze, determinadas habilidades mentais.” (LARA, 2001, p. 29).

Portanto, observa-se que, apesar da liberdade dos estudantes em poder escolher o método desejado para a resolução, bem como, apesar de preferir outro método, o estudante opta pelo jogo de linguagem da Matemática Escolar. Como destaca Foucault a liberdade é a condição de existência do poder, pois "[...] poder só se exerce sobre "sujeitos livres" [...] que têm diante de si um campo de possibilidades onde diversas condutas, diversas reações e diversos modos de comportamento podem acontecer." (FOUCAULT, 1995, p. 244). Por outro lado, a maioria entre os 23 estudantes que responderam à questão 9, atribuem igual importância às fórmulas, como pode-se observar no dito de P_1E_{15}, que reconhece que elas são iguais e, por este motivo, ambas podem ser utilizadas na resolução dos exercícios.

O Quadro 8 apresenta as 24 respostas fornecidas para a questão: *Conhecer outra linguagem, diferente da linguagem da Matemática Escolar, mudou algo em sua forma de pensar? O que?*.

Quadro 8 – P_1Q_8: Conhecer outra linguagem, diferente da linguagem da Matemática Escolar, mudou algo em sua forma de pensar?

P_1E_1	Dá pra resolver tudo se utilizar a lógica.
P_1E_2	Não.
P_1E_3	Não, só meu modo de interpretar a questão.
P_1E_4	Mostrou que podemos resolver as questões e que pra isso não precisamos depender de fórmulas exatas para chegar ao resultado final.
P_1E_5	Não muito, Mas achei legal aprender as duas fórmulas.
P_1E_6	Sim, porque posso resolver cálculos por outros métodos, e não ficar "presa" a só uma fórmula.
P_1E_7	Ajuda a abrir a mente para outras possibilidades.
P_1E_8	Sim que mesmo sem aquele "monte de fórmulas" podemos resolver determinados exercícios.
P_1E_9	Sim, pois eu aprendi a desenvolver melhor meu raciocínio sobre o exercício.
P_1E_{10}	Mudou bastante coisa, pois assim ficou mais fácil de entender.
P_1E_{11}	Sim, foi de fundamental importância Por que nós alunos estamos acostumados a dizer "mas porque preciso disso?", "aonde vou aplicar a tal "Bhaskara" na minha vida?". Porém, obtemos o conhecimento de que nenhuma dessas aplicações é desnecessária porque se em um dia foi aplicada foi pelo fato de ter sido necessário em alguma situação.
P_1E_{12}	Mudou, ajudou a compreender o que usar em cada coisas na fórmula.
P_1E_{13}	Mudou sim, pois nessa matéria é mais lógica do que saber matemática mesmo.
P_1E_{14}	Me fez perceber que a matemática não é apenas números e contas, e sim um conjunto de razões que nos faz expandir o conhecimento e pensar mais sobre as coisas.
P_1E_{15}	Em relação aos exercícios, Acho que sim. Porque foi uma forma da gente se desenvolver mais e abrir mais a mente para pensar.
P_1E_{16}	Mudou, porque como eu disse antes, ela ajudou a entender melhor o que cada "sigla" da forma pedia para resolver as questões.
P_1E_{17}	Não.
P_1E_{18}	Sim, mostrou que em algumas matérias da Matemática é mais fácil.
P_1E_{19}	Na verdade não, como minhas colegas comentaram, eu não "funciono" com esse tipo de lógica e pensamento.
P_1E_{20}	Sim pois matemática para mim é uma matéria muito difícil.
P_1E_{21}	Sim, ampliou um pouco meu conhecimento em relação à matemática escolar.
P_1E_{22}	Sim me deu uma visão melhor sobre os problemas.

P_1E_{23}	Difícil de dizer por que matemática é um problema para mim, eu estudo bastante para as provas e chega na hora parece que não sei de nada.
P_1E_{24}	No meu caso mesmo com a outra maneira de resolver, e sendo difíceis as fórmulas, eu ainda prefiro as formulas.

Fonte: elaborado pela pesquisadora (2020).

Destacam-se os ditos de P_1E_1, P_1E_4, P_1E_6, P_1E_7, P_1E_8 e P_1E_9, pois evidenciam que houve o reconhecimento de que é possível resolver exercícios apenas a partir de lógica, sem depender de uma única fórmula, ou seja, utilizando-se de outros métodos. Logo, conhecer os jogos de linguagem de uma civilização antiga, diferentes dos jogos de linguagem presentes na Matemática Escolar, possibilitou a esses estudantes perceberem que existem modos diferentes de matematizar. Ao passo que o estudante reconhece outros modos de matematizar, outros jogos de linguagem, que possuem regras diferentes das regras da Matemática Escolar, criam-se possibilidades para refletir sobre os processos de hegemonização que constituíram a Matemática. Portanto, o conhecimento de outros jogos de linguagem permite aos estudantes perceber que os jogos de linguagem presentes na Matemática Escolar são frutos de uma hegemonia constituída historicamente.

Além disso, a atividade oportunizou aos estudantes matematizar de forma diferente, não acadêmica. Utilizar técnicas próprias para solucionar problemas requer autonomia, criatividade e, mais do que isso, romper com a barreira imposta pelo poder disciplinador que cerca a escola e tem na Matemática um importante meio de distribuição. Isso porque a escola é uma instituição que produz e reproduz corpos dóceis, sendo a disciplina Matemática um forte meio para a produção de modos de pensar dos estudantes (LARA, 2001).

No 16° momento da proposta de ensino, os estudantes apresentaram os resultados obtidos a partir tarefa de pesquisa que tratou sobre as contribuições de outras civilizações para a constituição do conceito de Progressões Aritméticas. Durante as semanas destinadas às pesquisas, que ocorreu concomitantemente com os demais momentos da proposta de ensino, os estudantes mostraram-se interessados e desafiados pela proposta, mas expressaram sua preocupação visto que não encontraram as respostas às questões previamente elaboradas de forma fácil, explícita e objetiva.

Para auxiliar a realização das pesquisas, a bibliotecária da escola selecionou diversos livros sobre a História da Matemática e a História em geral, deixando-os reservados aos participantes da proposta de ensino interessados em retirá-los em empréstimo. Na Ilustração 1 é possível observar alguns dos exemplares selecionados:

Ilustração 1 – Livros disponíveis na biblioteca da escola

Fonte: Imagem captada pela pesquisadora (2018).

Foi evidente a preocupação dos estudantes em encontrar uma resposta certa aos questionamentos que foram sugeridos para orientarem as pesquisas, em especial pela dificuldade de encontrar nas fontes consultadas essas respostas. Ao pesquisar acerca dos contextos social e cultural de cada civilização, os estudantes ampliaram suas fontes de pesquisa, não mais limitando-se aos livros de História da Matemática, mas sim da História da humanidade em geral, de modo que, é possível afirmar que a maioria das questões obtiveram resposta satisfatória.

A maior dificuldade enfrentada pelos estudantes foi referente aos modos de matematizar de cada civilização, visto que uma das questões propostas na tarefa de pesquisa foi à solicitação de exemplos de problemas que envolvam o conceito de Progressões Aritméticas. Esperava-se que, a partir dessa questão, os estudantes encontrassem na História da Matemática distintos jogos de linguagem relacionados à forma de vida específica de sua pesquisa que, de algum modo, apresentasse relações com progressões Aritméticas ou Geométricas.

Por um lado, é possível argumentar no sentido de que os estudantes não tenham compreendido o que é, de fato, uma Progressão, ao ponto de identificá-la em jogos de linguagem históricos. Contudo, tal argumentação evidencia que os estudantes não estão acostumados a ser desafiados nesse sentido, ao passo que o ensino da Matemática consiste em fornecer ao estudante o conceito pronto, repleto de fórmulas e regras. Como destaca Lara (2001) o discurso dominante em grande parte das escolas, bem como entre os docentes e as famílias, é do ensino de "[...] uma Matemática exata, pronta, absoluta, universal, a-histórica, atemporal e incontingente, capaz de solucionar as "grandes mentes", desenvolvendo no/a aluno/a habilidades mnemônicas, mecânicas e de aplicações diretas, utilizando-se da Matemática pela Matemática." (LARA, 2001, p. 58).

Por outro lado, traz à tona um dos argumentos questionadores para o uso pedagógico da História da Matemática, segundo Miguel (1997). Para o autor, a natureza da literatura acerca da História da Matemática pode tornar o seu uso pedagógico impróprio, visto que tais publicações tendem a destacar apenas os resultados matemáticos, omitindo questões relativas à sua forma de produção. Nas palavras do autor "[...] aquilo que poderia ter alguma importância pedagógica – isto é, os métodos extra-lógicos subjacentes aos processos de descoberta – estariam irremediavelmente perdidos e a reconstrução deles constituiria um empreendimento extremamente complexo mesmo para um historiador profissional." (MIGUEL, 1997, p. 95). Ainda de acordo com Miguel (1997), embora tal argumento seja legítimo, deve-se pensar nele como um estímulo para a continuidade de pesquisas e investigações, e não como uma barreira ao uso pedagógico da História nos processos de ensino e aprendizagem.

Após a realização de todas as apresentações e entrega dos materiais escritos pelos estudantes, foi proposta uma reflexão sobre a tarefa realizada a fim de verificar se houveram aprendizagens e quais foram essas. Vale destacar que esse questionamento não estava previsto no instrumento para a coleta de dados, como é possível verificar no apêndice A. No entanto, frente às dificuldades que os estudantes manifestaram durante o desenvolvimento do trabalho, julgou-se relevante avaliar essa atividade especificamente. A reflexão foi proposta sob a forma do questionamento, *O que você aprendeu com a realização desse trabalho?*, cujas respostas encontram-se no Quadro 9.

Quadro 9 – P_1Q_{extra}: O que você aprendeu com a realização desse trabalho?

P_1E_1	Aprendi muito sobre a civilização antiga dos chineses. A matemática teve um grande papel na construção do que hoje é uma das sete maravilhas do mundo: a Muralha da China. Tirando que eles eram doidos, né imperador chinês bem louco por astronomia e mulheres. Tentei também compreender ao máximo o exercício que envolve o teorema de Gougu, embora não tenha tido sucesso no desenvolvimento. Acho que dei meu máximo.
P_1E_2	Não aprendi muita coisa sobre as contas, aprendi mais sobre as civilizações.
P_1E_3	Aprendi que os povos antigos não tinham tanto conhecimento como nós e mesmo assim criavam cintas difíceis para a arquitetura principalmente.
P_1E_4	Uma maneira diferente de se ver a matemática, a sua história, e de se calcular algo.
P_1E_5	Apesar das contas que foram passadas do papiro serem complicadas, eu consegui fazer e entender e, no trabalho, eu aprendi mais teoria do que prática (contas matemáticas) uma maneira antiga de calcular.

P_1E_7	Não tenho uma boa memória, mas eu aprendi algumas coisas.
P_1E_8	Que desde o começo da história a matemática foi criada para resolver problemas do dia-a-dia sendo cada vez mais aperfeiçoada pelos povos até chegar nos dias de hoje.
P_1E_9	Entendi bastante coisa por sinal, talvez esteja sendo "fácil" pelo fato da minha atenção a matéria. Me dou bem com matérias, conteúdos de raciocínio e estou gostando muito dessa.
P_1E_{10}	Aprendi algo que sempre me intrigou, que foi de onde surgiu a Matemática.
P_1E_{11}	O que estou compreendendo no desenvolvimento das aulas que tivemos foi da lógica da matemática e toda história existente por trás dela, tornando algumas coisas com mais sentido e motivos para tantas fórmulas que existem.
P_1E_{12}	Estamos aprendendo sobre a história da matemática de alguns povos antigos e por enquanto resolvendo alguns problemas em aula.
P_1E_{13}	Aprendemos de uma forma reduzida a história da matemática.
P_1E_{14}	Aprendemos sobre como os povos antigos utilizavam cálculos em seu dia-a-dia.
P_1E_{15}	Aprendi que $3^2 + 4^2 = 5^2$ do triângulo de Pitágoras, que eram os faraós que mediam as terras, e quem faziam as contas eram outros, os métodos que eles usavam para dividir comida, etc. Assim como, entre outras coisas da antiga matemática.
P_1E_{16}	Aprendi sobre o povo hindu, as culturas, religião e muitas outras coisas.
P_1E_{17}	Até o momento nada.
P_1E_{18}	Aprendi que vário povos contribuíam com a Matemática.
P_1E_{19}	Aprendemos resumidamente a história da matemática nos países apresentados e no nosso também.
P_1E_{20}	Que a matemática foi criada das necessidades humanas há muito tempo atrás.
P_1E_{21}	Que cada um dos povos contribuíram para a história da matemática
P_1E_{22}	Aprendi que vários povos foram responsáveis pela matemática como conhecemos hoje.
P_1E_{23}	Bom, eu aprendi como foi criada pelos povos e que criaram por necessidade. Foi uma experiência boa fazer este trabalho, aprender a origem da matemática.
P_1E_{24}	Com todas as apresentações foi bom para saber quem criou o que, por exemplo, do trabalho do meu grupo, aprendi que foram os árabes que juntaram a álgebra e a geometria.
P_1E_{25}	Sinceramente não aprendi muita coisa, é sempre bom ter mais conhecimento, porém não aprendi muito. Prefiro o método de passar matéria no quadro e explicar.
P_1E_{26}	Aprendemos sobre a história da matemática, as antigas civilizações, formas variadas de realização de contas, diversas novidades sobre matemática, novas maneiras de pensar.
P_1E_{27}	Eu aprendi um pouco sobre a parte teórica, sobre a história de onde vieram os primeiros cálculos. Os cálculos meio complicados de entender.
P_1E_{28}	Um pouco sobre a história da matemática, como os antigos usam os métodos criados naquela época, e que influenciou os métodos atuais e agora eu sei que os métodos matemáticos de antigamente são tão eficazes quanto os atuais.
P_1E_{29}	Eu aprendi bastante sobre isso, que a matemática pode ter vários jeitos de aprender e ensinar.
P_1E_{30}	Eu aprendi que a matemática pode ser feita de uma maneira mais simples e rápida e aprendi também que ela tem várias maneiras de fazer.
P_1E_{31}	Com a apresentação deste trabalho pude aprender sobre a história das civilizações antigas, seus métodos matemáticos, suas localizações, novas maneiras de resolução de uma conta já existente, novas maneiras de pensar.

P_1E32	Sobre história eu consegui aprender mais sobre o conteúdo atual (PA) não aprendi muito.
P_1E33	Aprendi coisas que jamais pensei em me interessar tabletes matemáticos de outras nações, formas diferenciadas de se calcular e até mesmo palavras em outra língua. Observação: esta forma de trabalho foi simplesmente espetacular, obrigada professora.
P_1E34	Aprendi a constante evolução tanto da matemática quanto do ser humano, a cada dia uma descoberta nova e assim segue a evolução.
P_1E35	Eu aprendi bastante coisa, não só com o meu grupo, mas também com os outros, como surgiu a matemática, como eles inventaram as contas, tudo.... Bem interessante!
P_1E36	Aprendi que a matemática evoluiu muito com o decorrer do tempo, e que a mesma também pode ser considerada uma religião. O raciocínio lógico dos gregos em si, é outro motivo para me interessar ainda mais, e me encontrar cada vez mais fascinada pela história. A simbologia dos números e as tradições da época (em relação à "matemática/ciência"), foi uma das coisas em que mais gostei de aprender. Todos esses fatores me fizeram ficar curiosa, e poder ter encontrado todas/tantas histórias diferentes me proporcionou matar essa curiosidade e por fim dar espaço a novas curiosidades. Esse episódio foi muito importante para mim, pois também aprendi a perder um pouco do nervosismo em apresentações e conhecer a história da matemática grega ajudou-me. A compreender melhor como chegamos a matemática de hoje.
P_1E37	Sinceramente quase nada, pois é um conteúdo que eu tenho muita dificuldade.
P_1E38	Eu aprendi que a matemática foi uma mistura de aprendizado e criações, cada povo teve uma contribuição para o avanço da matemática. Aprendi que antigamente não existia o numeral zero, que as multiplicações tinham outras fórmulas e desenvolvimentos.
P_1E39	Que existem várias maneiras de somar, de diminuir, de multiplicação, de divisão e principalmente a história da matemática.
P_1E40	Aprendi vários métodos antigos de fazer contas.
P_1E41	Com o trabalho, aprendi o início da civilização Hindu, e sua importância para a matemática.
P_1E42	Aprendi com todo o desenvolvimento do trabalho, ter o melhor convívio com o meu grupo e a solucionar problemas com mais facilidades, aprendendo macetes que me levam ao resultado mais fácil.
P_1E43	Aprendi como funciona a matemática de outro país e o modo em que são montados alguns cálculos.
P_1E44	Aprendemos um pouco a história da matemática, as civilizações e um pouco da matéria de história.
P_1E45	Eu pude aprender bastante com o vídeo, meu trabalho e os trabalhos dos meus colegas. Um pouco sobre a história e bastante sobre a história da matemática, que é muito interessante.
P_1E46	Métodos utilizados na época para a origem de cálculos que são usados até hoje.
P_1E47	Eu particularmente não entendi nada sobre as contas, mais sobre as civilizações.

Fonte: elaborado pela pesquisadora (2020).

Destacam-se, dentre os 46 estudantes que responderam à questão, os ditos de P_1E_{25}, P_1E_2, P_1E_{32} e P_1E_{27}, nas quais é possível observar que, para esses estudantes, a realização do trabalho de pesquisa solicitado não contribuiu para sua aprendizagem sobre as Progressões Aritméticas e, mais do que isso, alguns desses estudantes preferem que o ensino seja realizado por meio de explicações e matérias escritas no quadro negro.

Tais enunciações reafirmam os efeitos de poder que o ensino de Matemática, pautado na aplicação de fórmulas prontas, exerce sobre os estudantes. Por meio dos ditos, evidencia-se que os estudantes só reconhecem a Matemática se essa for expressa por meio de um jogo de linguagem acadêmico, baseado em definições, exemplos e exercícios de aplicação. Em suma, o que se percebe, é o entendimento “[...] de uma Matemática pronta e acabada, e que deve ser compreendida pelo/a aluno/a apenas com o uso de definições, regras e fórmulas.” (LARA, 2001, p. 52). Além disso, evidencia-se que esses estudantes não reconhecem a Matemática como fruto de uma construção histórica e social, permeada de relações de poder que levaram à hegemonização do pensamento matemático.

Em contrapartida, a maior parte dos estudantes respondeu ao questionamento proposto de forma positiva, tanto em relação às suas aprendizagens, como à metodologia adotada para estudar as progressões. Os ditos de P_1E_{29}, P_1E_{30}, P_1E_{28} e P_1E_{26} elucidam tal positividade pois, para estes estudantes, por meio da atividade de pesquisa foi possível aprender que a Matemática possui vários modos para a resolução de exercícios, que os métodos antigos de matematizar são eficazes e que há outros modos de pensar.

Visto que nessas enunciações são recorrentes as afirmações relacionadas ao reconhecimento da existência de variadas formas para realizar exercícios matemáticos, é possível inferir que, até então, esses estudantes estavam imersos em contextos que não reconheciam tal pluralidade. Portanto, a atividade criou condições que possibilitaram o rompimento com o enunciado típico da Matemática Escolar de que só existe um jeito correto de realizar as operações e os exercícios matemáticos. Ou seja, rompem com uma visão positivista da Matemática Escolar e Acadêmica, onde há apenas um método correto para resolver contas, exercícios e problemas. Seguindo as teorizações de Foucault é possível afirmar que isso é efeito do poder que a Matemática Escolar exerce sobre a seleção do conhecimento, bem como sobre os processos de ensino e aprendizagem, isto é, sobre a subjetivação do estudante.

Portanto, a proposta de ensino pensada a partir da articulação entre a História da Matemática e a Etnomatemática, criou condições que possibilitaram aos estudantes movimentos de contraconduta frente à Matemática Escolar, visto que a maioria dos estudantes perceberam que há outras formas de resolver exercícios matemáticos, distintas da ensinada na escola e no livro didático, ou seja, outras formas de serem conduzidos durante as aulas de Matemática.

As enunciações de P_1E_{33}, P_1E_{34}, P_1E_{31}, P_1E_{20}, P_1E_{22}, P_1E_8 e $P_1\mathrm{E}_3$, em resposta ao mesmo questionamento, reforçam tais afirmações, pois, segundo tais ditos, os estudantes aprenderam questões relacionadas aos povos antigos, questões geográficas, expressões linguísticas de outros povos, aspectos sobre o desenvolvimento do ser humano e da Matemática, além de algumas motivações para a emergências de conceitos matemáticos. Portanto, o conjunto de enunciações traz à tona que suas aprendizagens foram muitas e variadas.

Essa ideia de uma aprendizagem ampla, não restrita à Matemática Escolar, vai ao encontro da Etnomatemática em sua perspectiva holística e transdisciplinar, que rompe as fronteiras específicas das disciplinas e cria condições que possibilitam aprendizagens além do conteúdo programático específico a um componente curricular. As enunciações acima evidenciam que por meio dessa tarefa de pesquisa os estudantes perceberam as origens e motivações de diferentes civilizações para o desenvolvimento de sua Matemática e compreenderam que diferentes civilizações têm diferentes formas de abordar um mesmo conceito.

Em síntese, a proposta de ensino criou condições que possibilitaram aos estudantes compreender que diferentes formas de vida participaram da geração, organização e difusão do conhecimento matemático, e que esse é constituído de distintos jogos de linguagem, cujas regras dependem das formas de vida nas quais estão imersos.

4.1.2 Síntese das ações emergentes

A análise dos ditos coletados por meio dos questionários evidencia alguns efeitos que a realização da proposta de ensino sobre Progressões Aritméticas possibilitou aos processos de ensino e aprendizagem dos estudantes. Esta seção almeja discutir sobre quais ações pedagógicas criaram condições de possibilidade à emergência desses efeitos.

Identificou-se que a proposta criou condições que possibilitaram aos estudantes: sair do sistema que geralmente conduz à resolução de exercícios matemáticos, como a aplicação de fórmulas pré-estabelecidas; mobilizar habilidades como leitura, interpretação, reflexão, questionamento; não utilizar as mesmas regras muitas vezes impostas pelos professores ao afirmarem que há uma única forma de resolver os exercícios; desenvolver modos particulares para a resolução de exercícios; entre outros.

A opção por iniciar a abordagem do conceito de Progressões Aritméticas com a apresentação de problemas históricos, escritos com jogos de linguagem específicos da forma de vida egípcia, evidencia a necessidade dos estudantes recorrerem a habilidades de leitura, interpretação e raciocínio lógico. Tais habilidades são relevantes na resolução de problemas em geral, no entanto, como destacou Walkerdine (1995), o modo como o ensino da Matemática geralmente é conduzido nas escolas não possibilita a emergência dessas habilidades. Além disso, os ditos dos estudantes evidenciam que essa estratégia proporcionou o entendimento de que existem distintos modos de matematizar e solucionar um problema. Portanto, a ação pedagógica de **iniciar um conceito com resolução de problemas históricos** cria condições para a emergência dessas habilidades, entre outras.

Evidentemente, o professor pode recorrer ao problema histórico apenas com um caráter motivacional ou ilustrativo, apresentando em seguida a definição, nomenclatura usual e as fórmulas tradicionais relativas ao conceito. No entanto, isso não possibilitará que os estudantes saiam da zona de conforto que geralmente orienta a resolução de exercícios matemáticos, baseada na aplicação direta de fórmulas prontas, muito comuns na Matemática Escolar. A proposta de ensino para as Progressões Aritméticas evidenciou que ao motivar os estudantes ao desenvolvimento de estratégias próprias de resolução, sem o recurso de fórmulas prontas, possibilita um movimento de contraconduta frente ao jogo de linguagem da Matemática Escolar.

Isso, pois, ao proporcionar aos estudantes a possibilidade de realizar os exercícios a partir do seu modo de matematizar, sem a aplicação de fórmulas pré-estabelecidas, cria-se condições para que a aprendizagem do conceito seja conduzida de outro modo. Vale ressaltar que não há uma negação ao modo de matematizar da Matemática Escolar, mas sim a aceitação de outros modos de matematizar, outros jogos de linguagem, capazes de possibilitar ao estudante a aprendizagem da Matemática. Portanto, tem-se outra ação pedagógica: **motivar a criação de uma forma própria de resolver os exercícios**, que possibilita outros modos de pensar e agir matematicamente.

Ao oportunizar o contato direto com problemas históricos, possibilitou aos estudantes exercerem outros modos de pensar e reconhecer que existem modos diferentes de matematizar. Efeito disso, possibilitou-se a reflexão sobre a hegemonia da Matemática Escolar, considerando que o conhecimento de outros jogos de linguagem permite perceber que os jogos de linguagem presentes na Matemática Acadêmica são frutos de uma hegemonia constituída historicamente. Isso foi possível devido a opção metodológica de **oportunizar a resolução de exercícios sem**

privilegiar um único jogo de linguagem, a qual pode ser considerada como uma ação pedagógica que permite a articulação entre a Etnomatemática e a História da Matemática.

A proposta de ensino de Progressões, ao propor aos estudantes a realização de pesquisas sobre a Matemática desenvolvida por outros povos e civilizações exigiu dos estudantes avançar os estudos para questões geográficas e históricas. Desse modo, criam-se condições para que os estudantes compreendam questões relacionadas aos contextos nos quais determinados conceitos matemáticos emergiram, assumindo um caráter transdisciplinar e holístico e possibilitando aprendizagens além do conteúdo programático específico a um componente curricular. Tem-se, portanto, outra ação pedagógica capaz de articular a História da Matemática e a Etnomatemática: **solicitar a realização de pesquisas sobre a História da Matemática, destacando as contribuições de distintas civilizações**.

A fim de sintetizar e organizar as ações emergentes da proposta de ensino sobre Progressões Aritméticas, o Quadro 10 apresenta tais ações e as associa aos efeitos por elas produzidos aos processos de ensino e aprendizagem de Matemática.

Quadro 10 –Progressões Aritméticas: ações emergentes

Ações	Efeitos
Iniciar um conceito com resolução de problemas históricos.	Evidencia a necessidade dos estudantes recorrerem a habilidades de leitura, interpretação e raciocínio lógico.
	Proporciona o entendimento de que existem distintos modos de matematizar.
Motivar a criação de uma forma própria de resolver os exercícios.	Oportuniza que a aprendizagem do conceito seja conduzida de outro modo.
Oportunizar a resolução de exercícios sem privilegiar um único jogo de linguagem.	Possibilita a reflexão dos estudantes sobre a hegemonia da Matemática Escolar.
Solicitar a realização de pesquisas sobre a História da Matemática, destacando as contribuições de distintas civilizações.	Cria condições para compreender questões relacionadas aos contextos nos quais determinados conceitos matemáticos emergiram.
	Possibilita aprendizagens para além do conceito específico a um componente curricular.

Fonte: elaborado pela pesquisadora (2020).

Em suma, por meio da articulação entre a Etnomatemática e a História da Matemática, para o ensino de Progressões Aritméticas, quatro ações pedagógicas emergiram. Na próxima seção, analisam-se os resultados advindos da proposta de ensino sobre Logaritmo.

4.2 Logaritmos

A proposta de ensino sobre Logaritmos (Apêndice B) foi realizada com 64 estudantes do 2º ano do Ensino Médio, com idades entre 16 e 17 anos, de uma escola pública estadual da zona norte de Porto Alegre. Teve, como principal objetivo, utilizar a História da Matemática articulada com a Etnomatemática para o ensino de Logaritmos. Novamente, as atividades da proposta foram elaboradas com a intenção de abarcar as condições de possibilidade para a geração, organização e difusão do conceito de Logaritmos.

Reitera-se a opção metodológica embasada em Lara (2013), para quem a História da Matemática pode contribuir para a construção do conhecimento do estudante se oportunizar que ele "[...] investigue e compreenda como um conceito foi gerado, como os povos pensaram para chegar a determinadas conclusões, que fatores sociais, políticos ou econômicos influenciaram, levando em conta relações de poder-saber que atravessaram esses povos." (p. 55).

4.2.1 Síntese das ocorrências

A primeira atividade desenvolvida na proposta de ensino sobre Logaritmos foi a realização de uma pesquisa a fim de responder as seguintes questões: a) Qual a motivação para a criação dos Logaritmos?; b) Quais nomes de matemáticos/estudiosos da antiguidade fazem parte da história dos Logaritmos?; c) Qual a importância da criação dos Logaritmos para o desenvolvimento das ciências em geral?; d) Quais outras histórias ou fatos interessantes, relacionados à história dos Logaritmos, foi possível encontrar?. A intenção da atividade foi promover aos estudantes um momento de busca por aspectos históricos relativos aos conceitos que seriam trabalhados. A escolha por tais questões foi intencional, pois, a partir delas, criam-se condições para a compreensão dos processos de geração, organização e difusão do conceito de Logaritmos.

As questões 1, 3 e 4, expressas a seguir nos quadros 11, 12 e 13, respectivamente, abordam a atividade presente no 1º momento da proposta. A primeira questão indagou: *Iniciando o estudo dos Logaritmos solicitei a turma que pesquisasse e respondesse seguintes questões: "a) Qual a motivação para a criação dos Logaritmos? b) Quais nomes de matemáticos/estudiosos da antiguidade fazem parte da história dos Logaritmos? c) Qual a importância da criação dos Logaritmos para o desenvolvimento das ciências em geral? d) Quais outras histórias ou fatos interessantes, relacionados à história dos Logaritmos, foi* *possível encontrar?”. Descreva quais facilidades/dificuldade você encontrou de realizar essa tarefa.* O Quadro 11 apresenta os 64 ditos dos estudantes em resposta à essa questão.

Quadro 11 - P_2Q_1: Quais dificuldades/facilidades você encontrou para realizar essa tarefa?

P_2E_1	Tive a facilidade de encontrar as respostas de maneira simples lendo matérias e blogs. E dificuldade de organizar as respostas em sua devida pergunta, teve respostas que cabiam em mais de uma questão.
P_2E_2	Foi bem tranquila a pesquisa, consegui encontrar as questões e além disso, algumas histórias interessantes que envolvem os logaritmo.
P_2E_3	A facilidade foi encontrar muitas das questões, não achei dificuldade nenhuma em resolvê-los.
P_2E_4	Foi relativamente fácil, pois na internet tem bastante informação.
P_2E_5	Única dificuldade que achei foi de encontrar outros fatos ou histórias parecidas com a história dos logaritmos, facilidade nas outras por que são “tranquilas”.
P_2E_6	Achei fácil realizar a tarefa mas alguns colegas acharam coisas que eu não achei.
P_2E_7	Achei fácil de realizar essa tarefa mas muitas coisas meus colegas acharam e eu não.
P_2E_8	Foi fácil encontrar a motivação da criação, os nomes dos matemáticos, mas foi um pouco complicado encontrar histórias e fatos interessantes.
P_2E_9	Facilidade foi que tinha opção de monte na internet para poder pesquisar. Dificuldade foi responder as questões corretamente, pois mesmo tendo variadas opções na internet muitas eram mentira, aí dificultou o andamento da tarefa.
P_2E_{10}	Foi fácil pois tinha tudo na internet. Foi mais difícil achar os nomes dos matemáticos/ estudiosos, pois tinham diversos nomes e a maioria estava relacionado apenas com os que fizeram parte de fato da história dos logaritmos.
P_2E_{11}	Eu não achei muita dificuldade, só eu mesmo que tenho uma certa dificuldade
P_2E_{12}	Todas as questões foram de nível fácil, tirando a última questão que tive que pesquisar em várias fontes para achar coisas diversificadas e interessantes.
P_2E_{13}	Foi fácil, com exceção da letra d) que foi mais complexa em relação as outras, pois tínhamos que pensar se o fato era realmente interessante e até se era verdadeiro ou não.
P_2E_{14}	Eu realizei essa tarefa.
P_2E_{15}	Foi fácil encontrar as respostas porque eram para serem pesquisadas na internet, mas também, por esse motivo tive que pesquisar bem mais para ter certeza que as informações estariam corretas.
P_2E_{16}	Sim, foi fácil porque a maioria das respostas estavam na internet, já as dificuldades foram poucas pois eu sabia onde encontrar.
P_2E_{17}	Os fatos interessantes tiveram certa dificuldade, já a importância dos logaritmos é mais simples de se encontrar.
P_2E_{18}	a) Simplificação de alguns cálculos matemáticos tornando operações mais difíceis em operações simples de adição e subtração; b) O inventor John Neper e Burg; c) facilitar as operações complexas e contribuíram a expansão do Comércio; d) O fato de John Nepper não foi um matemático, ele era dono de várias propriedades na Escócia.
P_2E_{19}	Encontrei facilidade em resolver as três primeiras questões, pois, cada uma delas há um fato histórico ou algo relevante para tal questão. A última não obtive resultado esperado pois, não encontrei da forma perfeita a resposta.
P_2E_{20}	A dificuldade foi de encontrar respostas corretas pois muitos sites dizem uma coisa e outros dizem outras.
P_2E_{21}	Foi digamos que fácil pesquisar sobre tais questões, mas foi consideravelmente chato.
P_2E_{22}	O fato de ser uma pesquisa considerada pequena, não houve dificuldades para eu realiza-la.
P_2E_{23}	Com a internet não vejo muita dificuldade, tem que procurar bastante.
P_2E_{24}	Eu não encontrei muita dificuldade em relação à pesquisa, mas em relação a d) e a c) houve, para mim, certa dificuldade.

P_2E_{25}	A dificuldade que encontrei foi maior na parte de encontrar fator interessante sobre, de resto foi fácil desenvolver a pergunta em um texto.
P_2E_{26}	Com ajuda da internet foi possível realizar essa tarefa sem nenhuma dificuldade.
P_2E_{27}	Na verdade, achei uma forma avaliativa criativa que nunca tinha visto em outra escola.
P_2E_{28}	Sobre essa tarefa, não tive muitas dificuldades, mas algumas foram mais difíceis de responderem.
P_2E_{29}	Ao realizar uma pesquisa na internet sobre, é possível encontrar respostas para as questões. A maior dificuldade para descobrir nomes e fatos curiosos.
P_2E_{30}	Não houve dificuldades de realizar essa tarefa. Foi fácil e prático.
P_2E_{31}	Foi mais difícil de encontrar respostas para as questões c) e d), pois não era simplesmente copiar e colar, e sim fazer com as nossas palavras. O resto foi mais tranquilo de achar e formular.
P_2E_{32}	Atividade de nível fácil, pois tinha tudo na internet para a gente pesquisar. Mas difícil mesmo foi achar histórias e fatos interessantes.
P_2E_{33}	Como era uma pesquisa e podemos usar a internet/ livros não encontrei nenhuma dificuldade. Acho a proposta desse tipo de avaliação bem interessante, pois aprendemos também sobre a origem da matéria e não só como é resolvido.
P_2E_{34}	A pesquisa ajudou bastante a compreender melhor a matéria.
P_2E_{35}	Não encontrei dificuldades, pois, pesquisar foi um pouco fácil para mim, gosto dessas tecnologias.
P_2E_{36}	Não encontrei muitas dificuldades, já que se tratava de um trabalho de pesquisa a internet ajudou.
P_2E_{37}	a) é um novo método de cálculo. b) John Neper, Joost Burgi….c) o logaritmo pode ser usado em vários lugares industriais, fábrica, etc. d) é possível encontrar que o logaritmo é um método antigo e foi bastante usado no passado.
P_2E_{38}	a) Formular situações que tiveram importância na elaboração dos conceitos essenciais sobre logaritmo; b) John Neper foi o primeiro estudioso que criou e publicou os logaritmo, c) importância para cálculos de [?][27] d) existem vestígios dos logaritmos na antiguidade.
P_2E_{39}	a) pois simplificar divisões e multiplicações e soma e subtração; b) John Neper, Burgi; c) foi importante para o desenvolvimento da ciência; d) Burgi também conseguiu simplificar esses cálculos e fazer os logaritmos, mas como John Neper publicou os estudos primeiro recebeu mais conhecimento.
P_2E_{40}	O difícil foi achar todas elas, mas foi tranquilo.
P_2E_{41}	Facilidades: ter acesso à internet e livros embora alguns sites não tivessem muitas informações.
P_2E_{42}	Eu tive facilidade nas questões, pois como pude usar a internet para a pesquisa, encontrei facilidade para resolver essa atividade. É uma proposta boa de trabalho, porque mesmo usando a internet se aprende mais pelo fato de que os sites sempre nos trazem algo a mais do que esperamos.
P_2E_{43}	Tive uma dificuldade e facilidade mista. Ao mesmo tempo em que se tem um turbilhão de informações na web, fiquei na dúvida se tudo era verdade ou não, e sempre encontrei a mesma coisa, tornando meu trabalho repetitivo.
P_2E_{44}	A facilidade para desenvolver o trabalho foi o fato de poder pesquisar na internet e ter muitas informações sobre o assunto, a dificuldade era não ter certeza do que estava procurando, pois não sabia nada.
P_2E_{45}	Não achei nenhuma dificuldade, pois tem tudo na internet.
P_2E_{46}	Para mim foi fácil, até porque tive vontade de fazer, que é um grande incentivo que dá força de vontade e torna divertido.
P_2E_{47}	Achei fácil porque tivemos a ajuda da internet, achei interessante pois a história deles e seu desenvolvimento foi usado na criação de várias ferramentas.

[27] Em alguns casos não foi possível compreender a escrita dos estudantes, adotando-se, ao longo das propostas de ensino, a simbologia [?] para indicar a existência de uma palavra ilegível.

P_2E_{48}	Encontrei muita facilidade em pesquisar sobre, pois é um tema muito importante na história da matemática.
P_2E_{49}	No meu caso não tive muitas dificuldades, pois, em aula a professora explicou muito bem e na hora de pesquisar, as explicações dela me ajudaram lembrar de muita coisa.
P_2E_{50}	Eu não achei essa tarefa difícil, porque gosto de fazer esse tipo de pesquisa.
P_2E_{51}	a) Simplificar contas de multiplicação. b) Neper. c) ajudou com as grandes navegações. d) Não me recordo de nenhum.
P_2E_{52}	Eu não achei nenhuma dificuldade estava tudo ali na frente, tinha uns vídeos e livros, foi muito bom.
P_2E_{53}	Não encontrei nenhuma dificuldade, foi um simples trabalho de pesquisa.
P_2E_{54}	Encontrei dificuldade apenas em escrever o trabalho com as minhas palavras, porque quando pesquisei havia termos que eu não consegui escrever.
P_2E_{55}	A única dificuldade que eu tive foi a atenção, pois às vezes eu saía do tema da pesquisa.
P_2E_{56}	Encontrei a maior parte das questões com facilidade, principalmente os nomes de matemáticos e estudiosos.
P_2E_{57}	Não tive nenhuma dificuldade, pois esse conteúdo é muito pesquisado na internet, então a pergunta sendo muito específica foi fácil achar os resultados certo.
P_2E_{58}	Foi bem fácil, mas a matéria é complicada de entender, é muito [?] e é cansativa.
P_2E_{59}	Normalmente tenho dificuldade para pesquisas, porque não me interesso muito pelas histórias.
P_2E_{60}	Eu não encontrei nenhuma dificuldade para realizar essa tarefa, muito pelo contrário, foi a mais fácil e a que mais entendi em relação dos logaritmos.
P_2E_{61}	Foi um trabalho interessante, que gostei bastante de fazer, pois ficamos sabendo da história dos logaritmos. Embora não caia em provas ou trabalho, é importante sabermos sobre a sua criação e matemáticos e estudiosos que contribuíram com ela. Acredito que quanto mais informação tenhamos, será melhor.
P_2E_{62}	Eu achei um pouco fácil, pois mudou os estilos de aulas.
P_2E_{63}	Achei facilidade nessa atividade, pois com ajuda do Google fica mais fácil pesquisar.
P_2E_{64}	Bom, desde o meu primeiro dia de aula comentei com a professora Juliana que, desde pequeno sempre tive dificuldade em aprender e fixar a matéria. A matéria foi muito bem explicada! Porém diversos alunos tiveram dificuldade em aprende-la. A parte de cálculo tive bastante dificuldade, regras, propriedades, etc.

Fonte: Elaborado pela pesquisadora (2020).

Dentre os ditos, observa-se que P_2E_{33}, P_2E_{46}, P_2E_{48}, P_2E_{61} mostram que a pesquisa histórica foi considerada fácil, divertida e motivadora. Mais do que isso, criou condições que possibilitaram aos estudantes compreender aspectos históricos relevantes relacionados aos Logaritmos. O dito de P_2E_{61}, em especial, evidencia que para esse estudante, os temas tratados em aula adquirem mais valor e significado se cobrados em avaliações. Entretanto, ainda que a história dos Logaritmos não tenha sido abordada em avaliações, motivou o estudante pois, para ele, é relevante saber sobre a criação dos Logaritmos.

Observa-se uma nítida relação de poder-saber entre os conteúdos cobrados em avaliações e aqueles não cobrados pois, os que são cobrados adquirem *status*, tornando-se mais relevantes, ao passo que os demais podem tornar-se supérfluos. Este é um risco que abordagens metodológicas envolvendo a História da Matemática podem correr, em especial se atribuírem à História apenas um uso instrumental, pautado na exposição de curiosidades.

Nesse sentido, defende-se que a articulação com a Etnomatemática possibilita à História da Matemática superar seu uso instrumental, ao passo que contribui para a compreensão dos processos de geração, organização e difusão dos conceitos matemáticos, além de possibilitar a reflexão acerca dos processos de hegemonização, e consequentemente de marginalização, desses conceitos.

Em outros ditos, os estudantes expõem que realizaram suas pesquisas na *internet*, como pode-se observar em P_2E_7, P_2E_8, P_2E_{15}, P_2E_{54} e P_2E_{55}. Para alguns desses, a ferramenta facilitou as pesquisas, enquanto que para outros, dificultou. Entre as dificuldades elencadas, percebe-se a preocupação quanto à validade das informações presentes na rede, compreensível por se tratar de uma pesquisa histórica. Como destacaram os estudantes, foi preciso realizar pesquisas em fontes diversas, ser crítico e atento para identificar possíveis informações falsas.

Outra dificuldade mencionada foi relativa à organização e síntese das informações encontradas na internet, como é possível observar no dito de P_2E_1. Novamente foi preciso que os estudantes recorressem às suas habilidades de leitura, interpretação, síntese e reescrita. Logo, a atividade de pesquisa mobilizou nos estudantes o uso de diversas habilidades relevantes para a compreensão de conceitos matemáticos, contudo nem sempre trabalhadas pelos professores.

A questão analisada a seguir objetivou inventariar a opinião dos estudantes acerca da importância da pesquisa histórica, por meio do seguinte questionamento: *Você julga importante ou desnecessário conhecer tais informações acerca do conteúdo matemático? Justifique sua resposta*. O Quadro 12 apresenta as respostas atribuídas pelos 64 estudantes.

Quadro 12 - P_2Q_3: Você julga importante ou desnecessário conhecer tais informações acerca do conteúdo matemático?

P_2E_1	É importante pois sabemos a origem da matéria e porquê/ por quem foi criado.
P_2E_2	Eu gosto de saber de onde as coisas surgiram e o motivo pelo qual as pessoas precisavam do mesmo.
P_2E_3	Acho importante sim, pois precisamos disso às vezes no nosso dia-a-dia.
P_2E_4	Não acho necessário isso para a matéria. <3
P_2E_5	Importante porque para estudar os logaritmos precisamos conhecer a história origem dele.
P_2E_6	Acho importante e interessante saber por que determinado conteúdo foi criado.
P_2E_7	Acho diferente, é importante mas claro de também gostaria de aprender a matéria direto. Sempre vamos na matéria direto por isso é diferente.
P_2E_8	Achei desnecessário fazer essa pesquisa, mas achei importante saber para que esses cálculos eram usados.

P_2E_9	Importante, porque conhecimento é sempre importante, e nos ajudou a compreender a história do logaritmo.
P_2E_{10}	Importante porque se no meio do teu estudo tu te perder, poderá voltar na pesquisa e assim seguir o raciocínio desde o início da criação.
P_2E_{11}	Acho que é meio termo, não acho que vou usar na vida, mas é sempre bom saber.
P_2E_{12}	É importante. Saber usar o mesmo raciocínio quando não tinham calculadora é útil.
P_2E_{13}	Foi importante tais informações para ter uma base de raciocínio.
P_2E_{14}	Desnecessário, a não ser que você queira se tornar um profissional da área de exatas.
P_2E_{15}	Acho que é necessário porque estimula a nossa interpretação de texto.
P_2E_{16}	É desnecessário, pois acho que a história não influencia acerca do resto da matéria, mesmo que aprender a história seja muito legal. (Eu ainda te adoro professora, não me odeia! <3).
P_2E_{17}	Eu acho desnecessário prefiro estudar os exercícios.
P_2E_{18}	Desnecessário, na minha opinião é perca de tempo. Eu consigo entender uma matéria com a teoria e questões, exercitar é melhor forma de aprender matemática, e sinto que falta mais exercitar do que saber a história por trás da matéria. Acho que na hora do Enem ou de um vestibular não irão perguntar a história da matéria, mas sim se conseguimos fazer.
P_2E_{19}	Em parte. Não sou adepto "ao estilo", mas creio que tenha uma certa finalidade. Portanto acho que possa ser importante estar por dentro de questões históricas.
P_2E_{20}	Acho importante pelo fato de conhecer a história nos ajuda a compreender um pouco mais da matéria.
P_2E_{21}	Eu julgo desnecessário conhecer tais informações por achar que não acrescenta em nada.
P_2E_{22}	Não acho tão necessário algo relacionado à história do conteúdo, para mim, algo como explicar o que é seria mais fácil.
P_2E_{23}	Para curiosidade eu acho ótimo, mas prefiro coisas mais exatas, algo assim.
P_2E_{24}	Acho legal, mas realmente necessário não, porque talvez eu esqueço o nome John Neper daqui algum tempo.
P_2E_{25}	Considero um meio termo, a teoria e a história é importante porém não vejo necessidade tanto quanto a teoria dos cálculos e a prática.
P_2E_{26}	Desnecessário, pois isto além de atrasar o conteúdo não ajuda a deixar a matéria mais fácil, não muda absolutamente nada.
P_2E_{27}	Importante, mais focar mais na parte do cálculo.
P_2E_{28}	Acho importante, pois temos que saber o que estamos estudando.
P_2E_{29}	Eu não vejo necessidade de conhecimento prévio sobre o conteúdo, no sentido histórico ou origem. Creio que uma breve explicação da matéria no início do trabalho seria suficiente.
P_2E_{30}	Importante, conhecer a motivação da criação, quem criou e o que levou a tal pensamento.
P_2E_{31}	Acho importante conhecer e entender um pouco mais da teoria para depois usar na prática.
P_2E_{32}	Acho importante para ajudar a compreender algo mais teórico no futuro.
P_2E_{33}	Não digo importante, mas que é interessante e nos ajuda a ter um norte na matéria ajuda.
P_2E_{34}	Importante, assim é mais conhecimento sobre uma matéria desconhecida.
P_2E_{35}	Acho desnecessário, o conteúdo de logaritmo em si acho muito mais importante do que a história de quem criou.

P_2E_{36}	Importante, pois nunca se sabe a hora que precisarei de tais conhecimentos e informações. Porém informações demais acabam atrapalhando.
P_2E_{37}	Não, acho legal conhecer o passado de outra forma ter dado um passo à frente.
P_2E_{38}	Eu acho importante porque haverá empregos que eu precisarei saber todo tipo de cálculo.
P_2E_{39}	Eu julgo importante porque acrescenta mais conhecimento e lógica a matéria.
P_2E_{40}	Acho importante nós aprendermos tudo porque vai a gente não aprende e cai no ENEM ou em qualquer outra coisa.
P_2E_{41}	Importante. Acho que eu consigo me concentrar e de certa forma tenho mais curiosidade e interesse sobre essa matéria na hora de estudar para as provas.
P_2E_{42}	Eu acho desnecessário pelo fato de que o que importa é o cálculo, por exemplo, nas provas não imagino que a professora desse tipo de questão, mas sim o cálculo que esse conteúdo apresenta.
P_2E_{43}	Não julgo extremamente necessário, mas é bom ter essas informações. Poderíamos gastar menos tempo com isso, tendo em vista que no final do trimestre, nós "faltou" tempo.
P_2E_{44}	Não acho desnecessário, porque é interessante saber de onde veio aquilo que hoje usamos, mas pode ser algo mais breve nas aulas.
P_2E_{45}	Não acho muito importante, acho matéria mais importante em si, porém isso serve para evitar aquele comentário desnecessário que alguns alunos chatos dão quando tem dificuldade na matéria
P_2E_{46}	Desnecessário, pelo fato de não me ajudar nas dificuldades para resolver as equações e etc.
P_2E_{47}	Importante, porque acho que dá mais prazer em aprender o conteúdo sabendo sua história, para que serve e no que é utilizado.
P_2E_{48}	Acho importante, pois o motivo da necessidade das coisas indica as situações em que as usarei.
P_2E_{49}	Eu acho muito importante, pois tu conheces a história do conteúdo, quem criou e para o que usar no nosso dia-a-dia.
P_2E_{50}	Eu acho que é muito importante, porque nos envolvemos mais e ficamos curiosos, e isso nos ajuda a aprender.
P_2E_{51}	Nem importante ou desnecessário, é uma curiosidade que qualquer pode buscar.
P_2E_{52}	Importante. Porque matemática não é só número, tem uma história por trás, e quando descobrimos essa história, tudo muda.
P_2E_{53}	É importante, pois a resposta para qual sempre fazemos "quando vamos usar?" ou "para que serve?", se soubermos sua origem e uso, dará mais motivação de fazer as atividades, pois pode estar relacionado com algo que eu queira fazer futuramente.
P_2E_{54}	Eu acho que algumas informações ajudam a entender o conteúdo.
P_2E_{55}	Importante tanto para conhecimento quanto para quem quer ser matemático.
P_2E_{56}	Desnecessário, pois não usarei este conteúdo de logaritmo futuramente.
P_2E_{57}	Conhecimento nunca desnecessário, sempre é bom saber mais, na matéria usamos só para o trabalho mas no futuro podemos usar para outro assunto.
P_2E_{58}	Alguns são importantes, mas tem vários tipos de exercícios desnecessários ainda mais nos logaritmos.
P_2E_{59}	Mesmo sabendo que devem ser importante eu julgo desnecessário o conhecimento da história dele, porque se já tem algo atualizado o antigo não é tão importante.
P_2E_{60}	Acho muito importante conhecer informações sobre o que vou estudar, pois me motiva mais a entender a matéria, absorver o conteúdo e ter mais conhecimento.

P_2E_{61}	Acho importante, porque na maioria das vezes quando estamos estudando determinado conteúdo nós fazemos perguntas do tipo: Quem criou isso? para que serve? quando vou usar isso?... Esse já sabemos um pouco da história do conteúdo que estamos aprendendo, não nós fazemos mais essas perguntas.
P_2E_{62}	Eu achei importante, pois estamos conhecendo as pessoas que inventaram a matemática.
P_2E_{63}	Importante, qualquer conhecimento é importante.
P_2E_{64}	Eu fico no meio termo, pois vou precisar das informações para fazer algum concurso/ vestibular, porém a matéria é bastante cansativo.

Fonte: elaborado pela pesquisadora (2020).

De modo geral, observa-se pelo Quadro 12 que, pelo menos, 35 estudantes afirmaram com convicção que é importante conhecer informações históricas sobre o conceito de Logaritmos, enquanto aproximadamente 15 julgam desnecessário. Independentemente de considerar importante ou desnecessário, novamente emergiu como argumento a sua presença em avaliações, internas ou externas, como, por exemplo, P_2E_{18} e P_2E_{40}.

Entre os estudantes que julgaram desnecessária a pesquisa histórica, destacam-se os ditos de P_2E_8, P_2E_{14}, P_2E_{17}, P_2E_{18}, P_2E_{19}, P_2E_{24}, P_2E_{27}, P_2E_{60}. Observa-se a predominância de justificativas relacionadas à perda de tempo frente a resolução de exercícios de cálculos. Segundo esses estudantes, conhecer acerca da história não facilitou a aprendizagem dos conceitos matemáticos, atrasou o desenvolvimento da matéria e é dispensável visto que não faz parte dos conteúdos exigidos em avaliações externas.

Tais ditos possibilitam concluir que, para esses estudantes, a Matemática enquanto uma ciência exata requer cálculos, repetição e treino de modo que, informações diferentes disso, não são relevantes. Sob lentes foucaultiana pode-se afirmar que esses estudantes foram sujeitados, regulados, disciplinados, por meio de uma concepção de Matemática Escolar, visto que não reconhecem em uma prática pedagógica diferente sua eficácia. Observa-se, portanto, os efeitos do disciplinamento do saber, visto que, para os estudantes apenas a Matemática Escolar, presente em exames nacionais de seleção ao ensino superior, é importante.

De acordo com Lara (2001, 2007) o poder disciplinador da Matemática torna-se evidente ao observarem-se avaliações externas, como os exames de vestibular e as provas do Exame Nacional de Desempenho dos Estudantes (ENADE). Isso, pois, ambas as avaliações buscam subjetivar os sujeitos, visto que o que prevalece até hoje são provas que esperam um padrão de resposta dentro do jogo de linguagem da Matemática Escolar, no caso do vestibular, e Acadêmica, no caso do ENADE.

Mais do que isso, a partir das enunciações dos estudantes pode-se verificar a existência de regimes de verdade da Matemática Escolar, pois, como destaca Foucault, a verdade é uma construção humana e os discursos que serão disseminados em uma sociedade respeitam determinados regimes de verdade. Assim, a escola pode ser interpretada como uma instituição disciplinar, repleta de tecnologias, que fabrica corpos dóceis e permite “[...] o controle minucioso das operações do corpo, que realizam a sujeição constante de suas forças e lhes impõem uma relação de docilidade-utilidade[...].” (FOUCAULT, 1991, p. 126).

Entre os estudantes que julgara importante a realização da pesquisa histórica, destacam-se as enunciações de P_2E_2, P_2E_6, P_2E_{21}, P_2E_{41}, P_2E_{48}, P_2E_{52}, P_2E_{53}, P_2E_{54} e P_2E_{62}. De acordo com esses estudantes, a atividade proporcionou o esclarecimento de algumas questões relativas à própria história dos Logaritmos, como as condições de emergência do conceito, e facilitou sua aprendizagem, tornando-a mais prazerosa, significativa e envolvente. Tais ditos possibilitam concluir que, por meio de uma pesquisa histórica, foi possível compreender os motivos pelos quais determinados conceitos matemáticos foram criados. Segundo os estudantes, tal compreensão atribui mais significado à aprendizagem, facilitando o entendimento do conceito e motivando a aprendizagem.

Esse entendimento é reforçado pelas respostas atribuídas à Questão 4: *Conhecer tais informações modificou de alguma forma a sua aprendizagem sobre Logaritmos? Justifique sua resposta*, como é possível observar no Quadro 13:

Quadro 13 – P_2Q_4: Conhecer tais informações modificou de alguma forma a sua aprendizagem sobre Logaritmos?

P_2E_1	Sim, pois sabemos o motivo de ter sido criado.
P_2E_2	Os nomes de quem inventou não faria diferença para mim, mas o motivo para que foi criado sim, pois sempre gosto de entender o porquê é necessário aprender o mesmo.
P_2E_3	Não, pois achei a matéria bem difícil e complicada.
P_2E_4	Sim. Ajudou a entender de onde a matéria.
P_2E_5	Só na letra c. nessa pergunta deu para saber mais, mas no mais não.
P_2E_6	Melhor de entender.
P_2E_7	Melhor de entender e de interpretar as questões depois.
P_2E_8	Acho que não, mas foi uma aula diferenciada.
P_2E_9	Creio que não, mas foi um tipo de aula diferente, pois não seguiu no padrão, assim causa certo interesse em aprender essa matéria.
P_2E_{10}	Não, porém é interessante.
P_2E_{11}	De certa forma ajudou muito a entender a matéria.
P_2E_{12}	Não, conhecer a história e as informações importantes, mas para mim, somente entendo a matéria com clareza quando é explicada com cálculos.
P_2E_{13}	Não, porque eu não aprendo muito só com textos.
P_2E_{14}	Eu não prestei atenção nas informações.
P_2E_{15}	Acho que sim porque é bom conhecer mais sobre o que está sendo estudado.
P_2E_{16}	Não porque a história só me fez entender a teoria dos logaritmos, já na prática não (mas eu ainda te adoro).
P_2E_{17}	Creio que não, o que me ajudou foi a parte teórica e os exercícios.
P_2E_{18}	Não, porém a sua utilidade.

P_2E_{19}	Ajudou a facilitar. Através do conhecimento dessas informações, obtive mais ímpeto procurar aprender a matéria e, com isso, procurei estudar mais.
P_2E_{20}	Sim. Me ajudou a compreender melhor a matéria.
P_2E_{21}	Não, para mim história não ajuda em matemática.
P_2E_{22}	Foi algo indiferente. Pensa que pelo fato de eu não gostar muito de textos; contendo algo mais histórico, achei um pouco desnecessário.
P_2E_{23}	Acho que não modificou muita coisa, entendi a matéria pela explicação da sorinha.
P_2E_{24}	Não, por que John Neper não estava lá me ajudando.
P_2E_{25}	Não, pois a história é apenas para informação sobre o como surgiu, e de fato não influenciou no desempenho em aprender e/ ou realizar a prática.
P_2E_{26}	Não, pois não consegui ver algumas perguntas que facilitassem aprendizagem.
P_2E_{27}	Sim, sabendo o objetivo pelo qual foi criado o cálculo me ajudou no desenvolvimento.
P_2E_{28}	Mais ou menos, pois não consegui entender muito bem esta matéria.
P_2E_{29}	Não. O que me ajudou a aprender foi, de fato, exercitar e treinar com cálculo.
P_2E_{30}	Não totalmente. Acredito que no início mudou algo e eu não percebi, mas depois não mudou nada.
P_2E_{31}	Sim. Minha percepção sobre a matéria e sobre a matemática mudou, tudo não mais fácil de entender. Porém, não deveria ser usado tanto as aulas para isso.
P_2E_{32}	Com certeza sim, pois me facilitou em alguns cálculos mais difíceis.
P_2E_{33}	Sim, eu já tinha uma noção da finalidade da conta e sabia mais ou menos como se resolver.
P_2E_{34}	Fez diferença porque sempre me perguntava porque estudar isso.
P_2E_{35}	Na verdade não, eu estudava no Adventista no primeiro ano do ensino médio, lá eu já havia aprendido logaritmo, esse ano eu meio que tinha' largado' os estudos por implicância, mas sei que não vale a pena e agora vou ter que recuperar tudo.
P_2E_{36}	Sim, como a matéria se tornou mais fácil o entendimento dos logaritmos, porém a matéria de logaritmos é muito extenso e cansativo.
P_2E_{37}	Sim, e meu conhecimento ficou mais claro sobre o conteúdo.
P_2E_{38}	Na minha opinião algumas informações foram desnecessárias na minha opinião.
P_2E_{39}	Sim, porque eu entendi qual o raciocínio que eles usaram para criar os logaritmo.
P_2E_{40}	Não, fiquei com dificuldade do mesmo jeito.
P_2E_{41}	Sim, como já disse tive mais 'vontade' de entender o conteúdo e estudar.
P_2E_{42}	Não, pois em nenhum momento ela cobrou na prova esses tipos de questões, mas sim os problemas para resolvermos usando os métodos.
P_2E_{43}	Ao meu ver, não. Ao fazer os exercícios vai muito mais de lógica e raciocínio do que saber a história ou quem criou.
P_2E_{44}	Não, porque a partir de um momento faríamos contas que não tinham ligação com a história.
P_2E_{45}	Não, por que não tem nenhuma utilidade nas contas.
P_2E_{46}	Não muito, por que a história não me ajudou nos cálculos.
P_2E_{47}	Sim, acho que me mostrou a importância dele para a sociedade, que tem o estudo dos logaritmos não teriam os ferramentas tão importante.
P_2E_{48}	Sim, pois como dito na questão anterior, facilitou para saber quando vou usar o logaritmo.
P_2E_{49}	Modificou, a aula ficou mais interessante e descontraída e isso me chamou a atenção para aprender.
P_2E_{50}	Sim, pois me interessei pela matéria.
P_2E_{51}	Não, pois não alterou em nada meus cálculos.
P_2E_{52}	Sim, como eu falei na resposta anterior, que quando você conhece a história tudo muda, Até a forma como você faz, parece que abre a tua mente, tu passa a querer aprender mais. Mas a minha só abre o depois, quando comecei a pesquisar de verdade.
P_2E_{53}	Modificou, não facilitou, mas pude saber sua origem.
P_2E_{54}	Me ajudaram a entender como as Tábuas de logaritmos funcionam.
P_2E_{55}	Não, eu só aprendi sobre a história dela mas não a resolução.
P_2E_{56}	Não, pois achei muito complicado o modo que é feito essas contas logarítmicas encontrando o bastante dificuldade.

P_2E_{57}	Não, a parte literal não mudou em nada no modo em que eu aprendi logaritmo, pois é muito distinto da parte da matemática em si.
P_2E_{58}	Não, na verdade é só o conhecimento de onde veio os logaritmos, quem criou, quais estudiosos fizeram parte e tal, mas não modificou nada.
P_2E_{59}	Não para o meu aprendizado, serviu mas como uma curiosidade.
P_2E_{60}	Em minha opinião são duas coisas diferentes, as contas e as histórias, ou seja, não modificou minha aprendizagem sobre logaritmo.
P_2E_{61}	Modificar, não. Mas me despertou um interesse maior na Hora de Aprender.
P_2E_{62}	Sim, porém aprendemos muito mais dessa forma.
P_2E_{63}	SIM ajudou a entender.
P_2E_{64}	Sim, consegui aprender um pouco logo no fim da matéria.

Fonte: Elaborado pela pesquisadora (2020).

Apesar da maioria dos estudantes considerar importante conhecer as informações históricas sobre um conceito, como foi possível observar no Quadro 12, as enunciações presentes no Quadro 13 evidenciam que aproximadamente 29 estudantes afirmaram que esse conhecimento modificou sua aprendizagem, ao passo que 32 acreditam que não.

Entre os estudantes que responderam positivamente à questão, P_2E_{20}, P_2E_{32} e P_2E_{53} reconhecem que o conhecimento das informações históricas motivou sua aprendizagem e facilitou o entendimento do conteúdo e, mais do isso, mudou de algum modo sua forma de pensar. As enunciações dos estudantes vão ao encontro de Lara (2013) no que tange às contribuições do uso da História da Matemática no ensino:

> [...] estimular o interesse do estudante; tornar as aulas mais atraentes, instigantes e desafiantes; desenvolver a criatividade do estudante na resolução de problemas; tornar a aprendizagem mais significativa; desenvolver o pensamento crítico do estudante por meio da pesquisa; e, propor um ensino interdisciplinar. (LARA, 2013, p. 61).

Além disso, o dito de P_2E_2 corrobora a defesa de Lara (2013) de que a presença da História da Matemática nos processos de ensino e de aprendizagem precisa superar a apresentação de curiosidades pontuais, como nomes e datas. A partir da articulação com a Etnomatemática pode-se, entre outras coisas, possibilitar aos estudantes a compreensão dos motivos pelos quais os conceitos matemáticos emergiram.

Possibilitar o conhecimento das condições de emergência de conceitos a serem estudados pode ser um movimento de contraconduta frente à Matemática Escolar. Isso, pois, o um dos objetivos da proposição de pesquisa histórica é proporcionar outras formas de condução da aprendizagem da Matemática Escolar, possibilitando aos estudantes sair do sistema convencional de aprendizagem, baseado na sequência definição, exemplo e exercício.

Em relação aos estudantes que responderam afirmando que o conhecimento das informações históricas não modificou sua aprendizagem, destacam-se os ditos de P_2E_9, P_2E_{12},

P_2E_{22} e P_2E_{43}. A enunciação do primeiro estudante evidencia que, apesar de não modificar algo em sua forma de pensar, a pesquisa histórica antecedendo a apresentação dos conceitos matemáticos o motivou. Essa enunciação vai ao encontro dos ditos anteriores, visto que criou condições que possibilitaram ao estudante motivação e interesse para com os conceitos matemáticos a serem aprendidos.

Nos demais ditos, observa-se que os estudantes atribuem mais peso aos cálculos em si, à prática de calcular e efetuar exercícios, do que para aspectos históricos. A posição dos estudantes evidencia os efeitos de poder que o chamado ensino tradicional, baseado na tríade definição-exemplos-exercícios, tem sobre os estudantes. Em relação ao dito de P_2E_{42}, novamente observa-se menção ao fato de que as informações históricas não estiveram presentes nas avaliações, em especial na prova.

É possível argumentar que esses estudantes, que já estão há cerca de dez anos nas escolas, reconhecem como sendo a verdade, no que tange ao ensino de Matemática, as metodologias expositivas tradicionais, como por exemplo, as decorrentes do discurso formalista-moderno. De acordo com Fiorentini (1995) na tendência formalista moderna:

> O ensino, de um modo geral, continua sendo acentuadamente autoritário e centrado no professor que expõe/demonstra rigorosamente tudo no quadro-negro O aluno, salvo algumas poucas experiências alternativas, continua sendo considerado passivo, tendo de reproduzir a linguagem e os raciocínios lógico-estruturais ditados pelo professor. (FIORENTINI, 1995, p. 14)

Nesse discurso pedagógico o professor figura como o detentor do conhecimento e tem o papel de ensinar as técnicas e os algoritmos, de modo que ao estudante compete o papel de reprodução. Ao propor uma pesquisa histórica como alavanca para o estudo de conceitos matemáticos, o ensino não segue os princípios dessa tendência, de modo que alguns estudantes não reconhecem o seu valor para os processos de ensino e de aprendizagem.

A apresentação do texto produzido a partir da pesquisa histórica, 3º momento da proposta de ensino, evidenciou que muitos estudantes encontraram em suas buscas informações relativas a relação existente entre o Logaritmo e o expoente. Nesse sentido, a fim de criar condições de possibilidade para que os estudantes de fato compreendam tal relação, a atividade realizada no 4º momento propôs aos estudantes transformar multiplicações em adições. Para isso, com as tabelas de potências 2, 3, 5 e 7 em mãos, os estudantes discutiram, refletiram e operacionalizaram por meio da criação de exemplos, transformando multiplicações em adições.

Após esse momento, os estudantes foram desafiados a refletir acerca da seguinte problematização: “De acordo com a História da Matemática, os Logaritmos transformam multiplicações avançadas em adições elementares. Diante disso, o que é o Logaritmo?". A discussão emergente da problematização proposta possibilitou abordar, no 6º momento, a definição de logaritmo. Sobre essa atividade, os estudantes foram questionados: *"Após essa atividade, os estudantes foram divididos em equipes e receberam tabelas contendo diversas potências de uma mesma base (base 2, 3, 5 e 7). Solicitei que construíssem exemplos de grandes multiplicações para serem resolvidas com simples adições.* ***Qual a relação entre essa atividade e o estudo dos Logaritmos?****"*. As 48 respostas atribuídas ao questionamento encontram-se no Quadro 14:

Quadro 14 – P_2Q_6: Qual a relação entre essa atividade e o estudo dos Logaritmos?

P_2E_1	Foi um bom exercício para treinar e ver que o número complexo pode ser resolvido facilmente.
P_2E_2	Facilita bastante para fazer os exercícios.
P_2E_3	É fazer o aluno entender e facilitar a aprendizagem da conta.
P_2E_4	Explica como ele foi feito nos livros.
P_2E_5	O jeito de fazer.
P_2E_6	As tabelas usadas nas pesquisas foram usadas em aula.
P_2E_7	Pesquisamos e achamos várias coisas falando sobre tábuas de base 2, 3, 5 e 7, então eu já imaginava que faríamos atividades em relação a tabela.
P_2E_8	Uma grande relação porque aprendemos como as pessoas calculavam antigamente.
P_2E_9	Tivemos uma base de como as pessoas faziam o cálculo na época.
P_2E_{10}	As tabelas que apareceram na pesquisa realmente foram usadas em aula.
P_2E_{12}	Não estava presente na sala.
P_2E_{13}	Tem base e expoente que nem logaritmo.
P_2E_{16}	A relação foi que atividade ajudou.
P_2E_{17}	Saber como usar o logaritmo.
P_2E_{18}	A relação é que conseguimos efetuar grandes multiplicações de forma simples e é o que propõem os logaritmos.
P_2E_{19}	Através dessa atividade, no meu ponto de vista, descobrimos a lógica e a maneira de executar os logaritmos pelo caminho inverso.
P_2E_{21}	Era para facilitar.
P_2E_{22}	No meu ponto de vista, foi como uma preparação para o conteúdo e atividades.
P_2E_{23}	A simplificação em ambas.
P_2E_{24}	Por quê, talvez não esteja certo, mas em algum momento da conta logarítmica, teremos que resolver uma potenciação.
P_2E_{25}	Ela simplifica como era feito o cálculo de logaritmo em seu tempo mais primórdios.
P_2E_{26}	A relação é de que os logaritmos surgiram com base das tabelas.
P_2E_{27}	Não achei muito relativo à forma que desenvolvemos a conta atualmente, mas dessa forma da tabela acabei gostando mais e achei interessante saber como era realizada naquela época.
P_2E_{28}	Que durante os estudos dos logaritmos nós iremos utilizar dessas tarefas.
P_2E_{29}	Nesta atividade, nós exercitamos o logaritmo, não sei explicar a relação dos dois conteúdos.
P_2E_{30}	A relação entre elas é um método de resolução.

P_2E_{31}	Para saber fazer as mudanças de base, lidar com elas e saber de onde elas vêm e no cálculo gigante que ela se torna. Pois usamos a potência e a lógica.
P_2E_{32}	A relação é que os dois facilitam seus conteúdos e cálculos.
P_2E_{33}	Porque era assim que resolviam antigamente.
P_2E_{34}	Por que iríamos fazer algo parecido.
P_2E_{35}	Acho que a resolução foi a' busca' por essas respostas, Por que quando a professora deu essa tabela, essas fotos estavam ali, bastava nos procurarmos.
P_2E_{36}	Essas duas formas foram feitas para facilitar cálculos extensos, o que ajuda muito para não se tornar algo muito cansativo.
P_2E_{37}	O uso constante dos números repetidos ou seja com várias repetições.
P_2E_{38}	O trabalho em grupo para contribuições de cálculo.
P_2E_{39}	A relação é que as potências que ela nos deu era como os matemáticos resolviam antes de criarem logaritmo.
P_2E_{40}	Foi uma ajuda para que conseguíssemos fazer as contas de logaritmo.
P_2E_{41}	Acho que foi para nós percebermos que essas tabelas mesmo sendo feitas à muito tempo, ainda podemos utilizá-los para facilitar diversos cálculos.
P_2E_{42}	Para termos uma pequena noção de como eram resolvidas essa matéria na antiguidade.
P_2E_{43}	De entender que há outros métodos ou formas de resolver as mesmas contas.
P_2E_{44}	Ir se adaptando.
P_2E_{45}	Para ser sincero agora que a matéria já passou eu nem me lembro das relações, desculpe.
P_2E_{46}	Porque logaritmos foi um modo de simplificar cálculos grandes, creio que foi essa ideia que ela quis passar.
P_2E_{47}	Acho que o estudo dos logaritmos nos facilitou a resolução destes exercícios.
P_2E_{48}	Simplificação, tornar equações grandes em equações simples e fáceis.
P_2E_{50}	Nos ajudou a compreender os logaritmo, entender como funcionam.
P_2E_{51}	Não consegui me lembrar.
P_2E_{52}	Exponencial.
P_2E_{53}	Não lembro dessa atividade, ou melhor, eu lembro, mas não consigo relacionar aos logaritmo.
P_2E_{54}	Não me lembro qual relação.
P_2E_{55}	Exponencial.
P_2E_{57}	Eu não consigo enxergar uma relação entre as atividade com os logaritmos, pode ter sido por isso que tive dificuldades para lembrar da atividade.
P_2E_{58}	Não lembro dessas atividades.
P_2E_{59}	Não lembro da atividade, desculpa.
P_2E_{60}	A relação é que naquela atividade de base, possui base assim como dos logaritmos. Lembro que gostei dessa atividade e aprendi bastante.
P_2E_{61}	Ambos podem ser resolvido de uma maneira mais simples.
P_2E_{62}	Não me lembro.
P_2E_{63}	Sim, porque usamos os livros com os números logaritmos.
P_2E_{64}	Para que a turma tivesse a experiência de executar cálculos sem o uso da tecnologia.

Fonte: Elaborado pela pesquisadora (2020).

Os ditos evidenciam que alguns estudantes, como P_2E_6, P_2E_7 e P_2E_{10}, já esperavam, em determinado momento no estudo dos logaritmos, trabalhar com tabelas ou tábuas. Como menciona o estudante P_2E_7: "Pesquisamos e achamos várias coisas falando sobre tábuas de base

2, 3, 5 e 7, então eu já imaginava que faríamos atividades em relação a tabela.", ou seja, a pesquisa solicitada como primeira atividade desta proposta de ensino possibilitou a sensibilização desses estudantes, preparando-os para as atividades seguintes.

Observa-se nos ditos dos estudantes que responderam ao questionamento, diversas relações percebidas entre o logaritmo e os expoentes provenientes da transformação das multiplicações em adições. Os estudantes P_2E_{13}, P_2E_{24}, P_2E_{31} e P_2E_{60} indicam que a relação percebida está na presença de bases e expoentes, tanto na atividade com as tabela, como no estudo dos logaritmos. De modo semelhante, P_2E_{18}, P_2E_{19}, P_2E_{29}, P_2E_{46} e P_2E_{50} argumentam que por meio da atividade foi possível compreender a lógica dos logaritmos, como se evidencia no dito: "A relação é que conseguimos efetuar grandes multiplicações de forma simples e é o que propõem os logaritmos." (P_2E_{18}). Assim, verifica-se que a atividade possibilitou aos estudantes aprofundar a compreensão e o entendimento acerca de conceitos elementares ao estudo dos logaritmos.

Para P_2E_1, P_2E_{36}, P_2E_{48}, P_2E_{61}, entre outros, o uso das tabelas oportunizou compreender como cálculos complexos podem ser resolvidos de modo mais simplificado e fácil. O dito de P_2E_{36}: "Essas duas formas foram feitas para facilitar cálculos extensos, o que ajuda muito para não se tornar algo muito cansativo." evidencia que, para o estudante, a simplificação oportunizada pela estratégia de transformar produtos extensos em adições, tornou o cálculo menos cansativo.

Alguns estudantes argumentaram que, por meio da atividade, foi possível compreender aspectos históricos relativos à história dos logaritmos, como, P_2E_8, P_2E_9, P_2E_{39} e P_2E_{42}. Nas palavras de P_2E_{39}: "A relação é que as potências que ela [a professora] nos deu era como os matemáticos resolviam antes de criarem logaritmo.". Por fim, uma última argumentação destacada pelos estudantes refere-se à compreensão, gerada pela atividade, de que existem modos e maneiras diversas de solucionar um problema, inclusive históricos. Nesse sentido, destacam-se os ditos de P_2E_{41} e P_2E_{43}, respectivamente: "Acho que foi para nós percebermos que essas tabelas mesmo sendo feitas à muito tempo, ainda podemos utilizá-los para facilitar diversos cálculos."; "De entender que há outros métodos ou formas de resolver as mesmas contas.".

Logo, observa-se que, por meio da atividade de transformar grandes multiplicações em pequenas adições, os estudantes compreenderam que existem modos distintos de matematizar, ou seja, formas diversas para solucionar uma situação-problema. Além disso, compreenderam aspectos relativos aos processos de geração e organização dos conhecimentos matemáticos, especialmente a situação problema que motivou a geração do conceito de logaritmos.

Após a realização dessa atividade e a formalização do conceito de Logaritmos, no 7º momento da proposta de ensino os estudantes foram divididos em equipes e receberam exemplares de livros contendo tábuas logarítmicas. A fim de trabalhar as noções de mantissa e característica, a instrução dada aos estudantes foi: compreender de que modo se utiliza a tábua para o cálculo dos Logaritmos. Sobre essa atividade a seguinte reflexão foi proposta: *Outra atividade realizada foi a análise dos livros contendo tábuas de Logaritmos. Ao receber os livros, vocês foram desafiados a compreender de que modo se utiliza a tábua para o cálculo dos Logaritmos. Descreva como foi para você realizar essa tarefa. Justifique sua resposta.* As respostas dos estudantes encontram-se no Quadro 15.

Quadro 15 – P_2Q_7: Vocês foram desafiados a compreender de que modo se utiliza a tábua para o cálculo dos logaritmos. Descreva como foi para você realizar a tarefa.

P_2E_1	Foi complicado dada a idade dos livros e a dificuldade de entender.
P_2E_2	Para aprender como usam as tabelas e como usar e formar os logaritmos.
P_2E_3	Foi um pouco difícil, pois como não gosto da matéria de logaritmo, não entendi muito.
P_2E_4	Foi muito bom, pois é bom variar as atitudes, é bom sair do clichê.
P_2E_5	Foi um pouco complicado porque pesquisar nos livros é bem diferente do que pesquisar na internet, mas foi interessante mais complexos.
P_2E_6	Foi interessante, porque todos deram ideias e discutimos sobre o assunto.
P_2E_7	Foi diferente pois fizemos as atividades com toda a turma.
P_2E_8	Foi fácil, porém todos ficamos em dúvida no primeiro número como por exemplo a diferença de 10 e de 100 muda um único número.
P_2E_9	Interessante, pois o modo sendo diferente, dá mais vontade de compreender.
P_2E_{10}	Foi difícil compreender de início. Logo após recebei ajuda dos meus colegas que já tinham conseguido entender.
P_2E_{11}	Foi interessante, curiosa essa tabela, demorei para entender mas consegui.
P_2E_{12}	Foi complicado desenvolver um raciocínio para compreender, por que este tipo de desafio nunca tinha sido posto até então.
P_2E_{13}	Foi difícil compreender, mas com ajuda da professora e dos colegas ficou mais fácil de entender.
P_2E_{14}	Eu achei bem legal.
P_2E_{15}	Acho que foi legal porque nos dividimos em grupos e se ajudamos para conseguir uma mesma resposta, ou seja, trabalhamos em grupos.
P_2E_{16}	Foi muito legal porque voltei no tempo onde os matemáticos não tinham as tecnologias atuais do que hoje e aprendi como se virar nas tábuas sem ajuda da internet.
P_2E_{17}	Foi uma tarefa complicada, pois não tínhamos nenhuma instrução.
P_2E_{18}	Foi bem melhor porque era uma curiosidade minha saber utilizar aquela tábua e conseguimos aprender.
P_2E_{19}	Um pouco “complicado”, eu confesso. Acredito que era uma parte mais “complicada” e que, no início, não tinha muita vontade de aprofundar. Entretanto, no decorrer das aulas, percebi que foi uma tarefa crucial para a aprendizagem.
P_2E_{20}	Foi complicado pelo fato de ser muitos números no mesmo lugar, mas diferente e interessante.
P_2E_{21}	Foi difícil porque tinha que pensar em algo a partir de quase nada.
P_2E_{22}	Eu gostei bastante, acho que essas atividades dinâmicas ajudam bastante na compreensão.
P_2E_{23}	Achei interessante em pensar nisso, coisas novas para aprender prende a atenção.
P_2E_{24}	Essa tarefa foi muito boa, porque eu fiquei feliz em compreender como usar a tábua.

P_2E_{25}	Divertida e diferente, porém não pareceu ser algo que usaríamos em aula futuramente, esse método mais antigo.
P_2E_{26}	Chato. Pois isso não me ajudou depois que o conteúdo realmente foi dado.
P_2E_{27}	Foi meio difícil sem receber uma certa orientação antes, mas a professora auxiliou em todas nossas dúvidas.
P_2E_{28}	No começo foi um pouco difícil, mas depois já fica mais fácil.
P_2E_{29}	Foi complexo, eram muitos números decimais e frequentemente nos confundimos.
P_2E_{30}	Foi muito divertido e complicado, pensávamos diversas maneiras de entender aquilo e quando achávamos uma resposta, estava incorreta e recomeçávamos a linha de raciocínio.
P_2E_{31}	Foi complicado, porque de início não entendi nada. Mas ao longo da aula ficou mais compreensível até com as explicações.
P_2E_{32}	Foi muito legal pois os cálculos fechavam certinho.
P_2E_{33}	Difícil, pois o pensamento dos antigos é muito diferente do nosso.
P_2E_{34}	Até entender os livros foi desafiador Mas correu tudo certo, conseguimos concluir a tarefa.
P_2E_{35}	Achei bem interessante deixar o por nossa conta em como se utiliza o cálculo do logaritmo.
P_2E_{36}	No começo foi um pouco difícil pois não consegui chegar a alguma conclusão, porém depois, com auxílio da professora, consegui engatar no Exercício.
P_2E_{37}	Foi difícil chegar em uma lógica mas eu e meus colegas baixamos a cabeça e conseguimos realizar atividades.
P_2E_{38}	Foi até que legal saber alguns outros modos de se calcular.
P_2E_{39}	Foi difícil mas também muito legal pois estávamos resolvendo o trabalho em grupo e todo mundo tentava ajudar.
P_2E_{40}	Não sei como falar isso mas não gostei, porque eu já não sabia fazer daí compreender Eu também não consegui.
P_2E_{41}	No primeiro momento estava bem confusa não sabia onde estava a resposta que queria, mas depois de conversar com meu grupo entendi e achei moleza.
P_2E_{42}	Como logaritmos é uma matéria difícil e cansativa, demoramos um tempão para resolver, e isso acabou se tornando chato.
P_2E_{43}	Foi bom porque nos mostrou outros métodos de resolução.
P_2E_{44}	Foi cansativo, pois não conseguia chegar na resposta.
P_2E_{45}	Foi difícil, porque eu tive dificuldade em logaritmo, o que nunca tive com matéria de matemática.
P_2E_{46}	Foi legal, porque trabalhamos em equipe.
P_2E_{47}	Achei legal e interessante aprender coisas tão antigas.
P_2E_{49}	Foi bom, pois como o livro conseguir ter outras formas de realizar as atividades e sanando minhas dúvidas.
P_2E_{50}	Foi legal, pois aprendemos de forma tranquila coisas que nos ajudaram depois.
P_2E_{51}	Foi simples Até meu grupo me ajudou bastante como eu ajudei bastante eles, e o livro facilitava mas sem ele não seria possível fazer pelo que me lembro.
P_2E_{52}	Foi legal. É bom saber como os antigos calculavam.
P_2E_{53}	Foi legal, ter que procurar os logaritmos no livro foi diferente.
P_2E_{54}	Tive dificuldades no começo, mas logo compreende como se utilizam as tabelas.
P_2E_{55}	Foi bem interessante, pois foi uma tarefa muito divertida de se realizar.
P_2E_{56}	Depois de certo tempo, eu junto ao meu grupo compreendemos o modo que se utiliza a tábua para o cálculo dos logaritmos.
P_2E_{57}	Essa atividade foi bem fácil, mas como usamos calculadora as tábuas vão perdendo sua utilidade mas foi bom ver como os antigos faziam para calcular os logaritmos.
P_2E_{58}	Foi bem normal porque não me chamou muito atenção fiz porque a professora pediu.
P_2E_{59}	Tecnicamente fácil (Se for atividade que eu tô pensando).
P_2E_{60}	Achei super interessante, desafiador e muito melhor de aprender.
P_2E_{61}	Foi legal, porém um pouco cansativo. Com todos os recursos que temos hoje em dia, usar algo que era usado antigamente é interessante para vermos o quanto as coisas evoluíram.
P_2E_{62}	Achei meio complicada, mas consegui entender.

P_2E_{63}	Foi interessante, pois era números bem diversos e imensos prontos para ajudar os problemas.
P_2E_{64}	Foi bastante difícil sem ajuda da calculadora.

Fonte: Elaborado pela pesquisadora (2020).

O Quadro 15 apresenta as 63 respostas fornecidas pelos estudantes, das quais destacam-se os ditos de P_2E_6, P_2E_7, P_2E_9, P_2E_{11}, P_2E_{17}, P_2E_{19}, P_2E_{26}, P_2E_{31}, P_2E_{44} e P_2E_{52}. Para esses estudantes, a tarefa foi interessante, diferente, divertida, motivadora, possibilitou um retorno aos métodos antigos de cálculo, desafiou-os na busca de soluções e mostrou-os outros modos possíveis para calcular. Com base nessas enunciações conclui-se que utilizar um material antigo, como os livros contendo algumas tábuas logarítmicas, motivou e instigou os estudantes durante os processos de ensino e aprendizagem. Igualmente motivador foi o fato da atividade ter sido realizada em grupos, pois os estudantes puderam refletir, argumentar a fim de defender suas hipóteses, e dialeticamente avançar na compreensão das tábuas.

Mais do que isso, pode-se afirmar que a atividade criou condições que possibilitaram aos estudantes conhecer e refletir sobre métodos distintos dos atuais para o cálculo de Logaritmos. Isso é efeito de que, com o advento das tecnologias e o acesso fácil à internet, o cálculo dos Logaritmos passou a ser baseado no uso de calculadoras. Os modos de matematizar historicamente produzidos e expressos nas tábuas de Logaritmos podem ser considerados jogos de linguagem históricos, que apresentam suas regras e foram utilizados em determinadas formas de vida.

Isso sugere que o contato com um modo de matematizar diferente, histórico e sem o uso de tecnologias digitais, motivou e desafiou os estudantes, criando condições de possibilidade para a compreensão de aspectos relativos aos avanços dos cálculos. Os ditos de P_2E_{16} e P_2E_{57} evidenciam que, ao entrar em contato com as tábuas logarítmicas, possibilitou-se aos estudantes conhecer e refletir sobre os processos de organização e difusão dos conhecimentos matemáticos.

Por outro lado, os ditos de P_2E_1, P_2E_5, P_2E_{12}, P_2E_{27}, P_2E_{34} mostram que para alguns estudantes foi complicado utilizar os livros de tábuas, pois foi preciso desenvolver um raciocínio para compreendê-lo e interpretá-lo, visto que atividades assim não haviam sido realizadas. Além disso, a atividade foi considerada chata, pois não auxiliou o estudante na compreensão do conteúdo, e difícil, pois o modo de pensar dos antigos é diferente do modo de pensar do estudante. Ademais se observa que, entre as justificativas dos estudantes que desaprovaram a atividade, está o fato dos livros serem antigos e das pesquisas em livros serem diferentes das realizadas em sites da internet.

É possível relacionar a emergência desses ditos ao avanço e popularização das tecnologias digitais com acesso fácil à rede de dados, visto que os estudantes estão cada vez mais dependentes desses recursos. Por esse motivo, a geração que se forma tende a ser mais imediatista no sentido de requerer respostas rápidas aos problemas e situações propostas.

O uso de tecnologias digitais nos processos de ensino e aprendizagem, discurso bastante difundido no campo da Educação, traz vantagens aos processos, assim como desvantagens. Um dos efeitos desse alargamento tecnológico está no tipo de estudante que se está formando, visto que quase não há mais tempo para pesquisas, momentos de reflexão e análise, pois a tecnologia faz com que se tenha acesso a informação e às respostas prontas. Consequentemente, atividades que transgridam a ordem imposta podem não ser significativas para os estudantes, além de dificultar os processos de ensino e aprendizagem. Portanto, pode-se dizer que o uso de livros históricos para o ensino de Logaritmos criou condições que possibilitaram aos estudantes romper com as tradicionais barreiras ligadas aos processos de ensino e de aprendizagem e, desse modo, possibilitou aos estudantes serem conduzidos de outra forma.

A dependência dos estudantes em relação às tecnologias digitais é reforçada, e torna-se evidente, quando solicitada a sua opinião sobre o uso de materiais históricos nos processos de ensino e aprendizagem. Isso se verifica nos ditos presentes no Quadro 16, em resposta ao questionamento: *As tábuas não são mais utilizadas atualmente, visto que as calculadoras podem auxiliar no cálculo dos Logaritmos. Descreva o que você achou de conhecer a forma como se calculava Logaritmos antes do aprimoramento das calculadoras.*

Quadro 16 – P_2Q_8: Descreva o que você achou de conhecer a forma como se calculava logaritmos antes do aprimoramento das calculadoras:

P_2E_1	Achei interessante, sempre existe a curiosidade de saber como as coisas eram feitas no passado.
P_2E_2	Achei interessante e gostei de aprender dessa forma. Foi uma aula diferente e não aquela coisa que estamos acostumados, como pegar a calculadora. E assim sabemos como formar o mesmo.
P_2E_3	Chato e complicado.
P_2E_4	Foi bom, pois auxiliou a ter mais tempo para interpretar o problema.
P_2E_5	Achei complicado muito complexo muito mais difícil e com a calculadora mais fácil, mas o modo antigo de resolver muito inteligente.
P_2E_6	Achei legal porque vimos a evolução.
P_2E_7	Mostrou a evolução do tempo, antigamente eles pensavam muito mais, até mesmo para achar uma solução mais fácil de resolver cada questão. Hoje temos as calculadoras e até mesmo a internet.
P_2E_8	Achei legal, foi uma nova experiência.
P_2E_9	Interessante, apenas para ter o conhecimento de como era feito os cálculos.
P_2E_{10}	Achei interessante, mas para minha satisfação inventaram a calculadora.
P_2E_{11}	Bem diferente, estranho, eu não.

P_2E_{12}	De começo fiquei muito confusa e embaralhada com tantos números, mas depois que entendi, achei interessante a maneira que faziam cálculos serem mais prático.
P_2E_{13}	Achei legal ver como as coisas eram feitas sem auxílio de aparelhos eletrônicos.
P_2E_{14}	Eu achei que foi bem legal.
P_2E_{15}	Achei legal, porém bem mais complicado para auxiliar nos cálculos logaritmo.
P_2E_{16}	Achei a forma mais lógica e mais extensa.
P_2E_{17}	Achei interessante saber como era mais difícil de calcular, mesmo tendo sido criado para facilitar.
P_2E_{18}	Interessante, mas fico feliz da calculadora tê-la substituído.
P_2E_{19}	Interessante. É gratificante observar a evolução que tivemos no mundo e perceber que o trabalho dos matemáticos antigos, em grande maioria do tempo, foi essencial para nós.
P_2E_{20}	Bem mais complicado.
P_2E_{21}	Achei que eles tinham muito mais dificuldade porque agora temos calculadora.
P_2E_{22}	Achei interessante em como era antigamente.
P_2E_{23}	Interessante para a curiosidade e me fez pensar sobre como era antigamente.
P_2E_{24}	Achei difícil no começo, mas não foi impossível, e antigamente, eles tinham um jeito legal de calcular.
P_2E_{25}	Foi interessante, porém não tão necessário tanto quanto aprender a teoria e prática.
P_2E_{26}	Interessante.
P_2E_{27}	Achei melhor com as tábuas e mais fácil.
P_2E_{28}	Achei bem interessante, porque era assim que eles antigamente faziam os cálculos, hoje em dia é bem mais fácil com a calculadora.
P_2E_{29}	Achei interessante, porém, visto que não é mais necessário o uso desse método de cálculo, não acho que deveria ter dado tanta importância.
P_2E_{30}	Achei interessante, pois assim vimos/descobrimos como se calculava.
P_2E_{31}	Achei que era bem mais complicado e a demora para se resolver o cálculo era maior. Mas achei interessante o conhecimento.
P_2E_{32}	É uma forma bem mais difícil, claro, porém com a calculadora tudo ficou mais rápido e prático.
P_2E_{33}	Era legal e as pessoas que criaram eram crânios, mas a calculadora sempre será melhor.
P_2E_{34}	Era uma forma bem complicada, hoje tudo está em um clique, encontramos calculadora até no celular. Gostei de entender esse método.
P_2E_{35}	É muito mais' complicado' digamos assim, por que calculadora é muito fácil e prático de usar.
P_2E_{36}	Foi realmente um processo de conhecimento diferente, porém divertida. É sempre bom ver como eram as coisas, como eram feitos os cálculos antes da tecnologia.
P_2E_{37}	Bem complicado, pois chegar a uma conclusão foi algo difícil.
P_2E_{38}	Achei até que interessante se bem que pela tábua é um pouco mais fácil
P_2E_{39}	Achei bastante interessante, mas também um pouco difícil e mais trabalhoso de se efetuar os cálculos.
P_2E_{40}	Gostei mais de começo achei difícil.
P_2E_{41}	Achei bem louco, e uma maneira bem mais complexa de achar os resultados, mas são tão eficaz quanto as calculadoras, só um pouco mais trabalhoso
P_2E_{42}	Como não existia calculadora, para eles era o único método que eles conseguiram resolver, era uma forma muito inteligente, porém exige um tempo a mais para resolver e compreender.
P_2E_{43}	Achei bem legal de ver como nós evoluímos ou regredimos, RSRSRS. Depende do ponto de vista. Bom saber que se a máquina parar um dia teremos uma opção.
P_2E_{44}	Achei que passamos muito tempo na história e aprendendo a fundo algo que não iríamos usar.
P_2E_{45}	Achei interessante, é sempre bom ver como as coisas funcionavam antigamente e refletir o quanto evoluímos.
P_2E_{46}	Achei legal, pois pensava que iríamos calcular só daquela maneira.
P_2E_{47}	Achei um pouco difícil e trabalhoso.
P_2E_{49}	Achei interessante, mas bem chata forma que ele calculava.

P_2E_{50}	Achei interessante, pois conhecemos o princípio dos cálculos e como criaram o que estudamos hoje.
P_2E_{51}	Achei interessante, porém os números eram muito grandes.
P_2E_{52}	Foi bom conhecer, eles precisavam disso, então eles usavam o que tinham, mas as calculadoras são bem melhores.
P_2E_{53}	Bem legal, deu para ter uma noção de como era a matemática na antiguidade.
P_2E_{54}	Achei interessante porque nos mostrou que dá sim para fazer os cálculos sem uma calculadora.
P_2E_{55}	Eu achei bem cansativo, mas achei interessante a questão dos estudiosos ficarem em dias resolvendo uma conta.
P_2E_{56}	Era uma forma simples assim como a calculadora, mas a calculadora é muito mais fácil.
P_2E_{57}	Como falei nas respostas anteriores, é sempre bom ter mais conhecimento, isso pode não ter mais utilidade por causa da calculadora, mas é legal saber como as coisas funcionavam antes dela.
P_2E_{58}	Bem cansativo e chato.
P_2E_{59}	Difícil, muito trabalhoso.
P_2E_{60}	Achei bem legal, mas cansativo comparando com as calculadoras, afinal as calculadoras fazem tudo praticamente sozinha.
P_2E_{61}	Interessante, pois como disse na questão anterior nos auxilia ver o quanto as coisas mudaram evoluíram.
P_2E_{62}	Achei bem estranho e difícil.
P_2E_{63}	Com a calculadora ficou muito mais fácil.
P_2E_{64}	Achei mais fácil o método dos livros, porque lá já se encontram as respostas aproximadas das respostas.

Fonte: Elaborado pela pesquisadora (2020).

Das 63 respostas atribuídas à questão, ao ditos de P_2E_7, P_2E_{13}, P_2E_{35}, P_2E_{36}, P_2E_{43}, P_2E_{53}, P_2E_{55}, P_2E_{61}, P_2E_1, P_2E_{18}, P_2E_{44} e P_2E_{46} evidenciam que a atividade possibilitou aos estudantes conhecer questões relativas ao avanço da Matemática ao logo do tempo, refletir acerca dos métodos de resolução anteriores ao uso de tecnologias e sobre as consequências do seu uso nos processos de ensino e de aprendizagem. Isso sugere que o uso das tábuas logarítmicas, presentes nos livros históricos, para a prática de calcular Logaritmos possibilitou aos estudantes refletir sobre os efeitos da dependência dos recursos eletrônicos e digitais nos processos de ensino e de aprendizagem.

Portanto, por meio da atividade os estudantes puderam perceber que a popularização da calculadora facilitou os processos de ensino e de aprendizagem, em especial porque em grande parte das escolas não é mais exigido dos estudantes a realização, de fato, desses cálculos. Entretanto, outros estudantes destacaram que o avanço tecnológico, em especial da calculadora, pode ter colaborado para que os estudantes deixassem de aprender aspectos relativos aos conceitos matemáticos, visto que a calculadora substitui o pensamento do estudante na hora da correção. Os ditos possibilitam refletir sobre os impactos que a popularização da calculadora traz ao ensino de Matemática, uma vez que esses estudantes são usuários frequentes dessa tecnologia.

A calculadora fornece ao estudante o acesso rápido ao resultado de determinado cálculo, de modo ágil e preciso, ao mesmo tempo em que retira dele a necessidade de realizar operações matemáticas fundamentais. A longo prazo, os efeitos desse uso frequente podem ser percebidos na dependência que os estudantes apresentam em relação à calculadora, de modo que, muitas vezes, seu uso determina o acerto ou o erro da questão. Observa-se então certa criticidade em relação ao uso da calculadora, visto que reconheceram que ao utilizá-la deixa-se de aplicar determinados conceitos matemáticos na resolução dos exercícios.

Para P_2E_{45}, P_2E_{26}, P_2E_{30} a atividade consumiu muito tempo e se mostrou desnecessária por tratar-se de um modo antigo para resolução de Logaritmos decimais. Observa-se, nesses ditos, uma comparação entre os aspectos históricos e a prática matemática mediada pelos cálculos, sendo essa última considerada mais importante pelos estudantes. Novamente percebe-se o disciplinamento do saber ao qual os estudantes estão imersos, evidenciando o quanto estão sujeitados pelo poder disciplinador da Matemática. Isso por que, apesar de julgar uma atividade interessante, consideram-na menos necessária do que aprender técnicas de cálculos.

O Quadro 17 apresenta as respostas dos estudantes sobre a utilização dos livros históricos para aprender sobre mantissa e característica, suscitadas por meio da questão: *As tábuas de Logaritmos auxiliam no entendimento de que o Logaritmo decimal pode ser escrito a partir da soma de uma parte inteira, chamada característica, com uma parte decimal, chamada mantissa. O que você achou de utilizar um material histórico para aprender isso?*

Quadro 17 – P_2Q_9: O que você achou de utilizar um material histórico para aprender isso?

P_2E_1	Foi legal, mas foi mais complicado e tinha uma maneira diferente de mostrar as contas.
P_2E_2	Achei diferente e gostei de utilizar e aprender desse modo.
P_2E_3	Estranho, mas foi bem efetivo na aprendizagem.
P_2E_4	Foi bom, deu para entender a matéria de um jeito diferente.
P_2E_6	Achei legal e mais fácil de entender.
P_2E_7	Achei mais fácil de entender e diferente também. Além de ver coisas que antigamente usavam.
P_2E_8	Achei interessante.
P_2E_9	Interessante, pois é um material diferente e nunca utilizado antes por mim.
P_2E_{10}	Achei legal e mais fácil de entender.
P_2E_{11}	Achei diferente.
P_2E_{12}	Interessante, provavelmente se não tivéssemos estudado a história, apenas teríamos essa “regra”, mas não entendido o porquê.
P_2E_{13}	Achei muito bom por que tornou isso menos difícil.
P_2E_{14}	Interessante.
P_2E_{15}	Legal porque utilizamos formas diferentes para aprender a mesma matéria.
P_2E_{16}	Muito legal porque o material histórico no fez entender como começou os logaritmo.

P_2E_{17}	Achei legal usar os métodos antigos, pois hoje temos as calculadoras que facilitam.
P_2E_{18}	Não acho muito interessante.
P_2E_{19}	Honrado e feliz por ter tido a oportunidade de conhecer o material. Creio que não são todos os alunos que conseguem ter acesso a algo desse porte.
P_2E_{20}	Interessante e diferente.
P_2E_{21}	Achei que poderia ser explicado de uma forma mais rápida para não ter que aprender toda a história para isso.
P_2E_{22}	Uma boa abertura para o conteúdo sem o material.
P_2E_{23}	Normal, não sei muito o que comentar sobre isso kkk.
P_2E_{24}	Interessante, mas um pouco chato ainda.
P_2E_{25}	Interessante, foi algo novo para a aula.
P_2E_{26}	Indiferente.
P_2E_{27}	Achei legal, pois como falei antes, considerei uma forma mais fácil.
P_2E_{28}	Achei legal, mas acaba dificultando um pouco o aprendizado, por ser uma coisa antiga.
P_2E_{29}	Como já dito, entendo que seria melhor partiremos direto a matéria, dando assim mais tempo para revisão e treino do conteúdo.
P_2E_{30}	Achei bacana e diferente. Um pouco demorado porque tivemos que recomeçar diversas vezes.
P_2E_{31}	Achei algo normal, não muito interessante.
P_2E_{32}	Achei muito interessante, pois ajuda a entender melhor o que era feito e os processos.
P_2E_{33}	Foi diferente de todas as outras aulas, nenhum outro professor nos disponibilizou esse tipo de material.
P_2E_{34}	Depois da pesquisa, usar o livro de log não foi tão complicado porque já tinha visto fotos e mais ou menos deu para entender.
P_2E_{35}	Achei bem diferente e criativo.
P_2E_{36}	Foi uma experiência um tanto confusa, pois compreender como eram usados os materiais históricos não é fácil, mas nada que não dê para solucionar.
P_2E_{37}	Não lembro muito deste nome.
P_2E_{39}	Achei muito bom.
P_2E_{40}	Foi bom, pois aprendemos como eles faziam antes.
P_2E_{41}	Bem mais fácil para eu conseguir absorver tais informações.
P_2E_{42}	Achei que é importante sabermos como poder resolver sem uma calculadora, porque não é sempre que vamos ter o privilégio de usá-la.
P_2E_{43}	Interessante saber que há outras definições.
P_2E_{44}	De uma forma foi interessante, mas passamos muito tempo focados em algo pequeno.
P_2E_{45}	Achei interessante.
P_2E_{46}	Muito bom, até porque aprendemos mesmo, e não só vimos em livros.
P_2E_{47}	Achei interessante algo tão antigo nos auxiliar até hoje.
P_2E_{49}	Foi show, pois podemos ver como era no tempo e de certa forma fazer parte da história.
P_2E_{50}	Útil e criativo, acho que aprendemos mais dessa forma.
P_2E_{51}	Divertido e interessante.
P_2E_{52}	Foi bom, achei legal.
P_2E_{53}	Achei interessante, principalmente por ter que utilizar os livros.
P_2E_{54}	Achei interessante, porque nós usamos aqueles livros e foi uma forma mais legal de pesquisar.
P_2E_{55}	Muito legal, pois eu tive a oportunidade de ‘TOCAR’ o que os matemáticos usavam para resolver os problemas.
P_2E_{56}	Foi melhor do que utilizar a calculadora, pois vimos como é feito.
P_2E_{57}	Achei muito interessante, extraordinário pensar que mentes chegaram a esse ponto para realizar problemas diários.
P_2E_{58}	Eu fiz numa boa, mas não achei legal.
P_2E_{59}	Medo de estragar o material principalmente, mas foi interessante.
P_2E_{60}	Achei super fácil, um jeito diferente de aprender as coisas é sempre mais interessante.
P_2E_{61}	Achei importante, pois facilitou na aprendizagem do conteúdo.

P_2E_{62}	Achei fácil até, depois de entender.
P_2E_{63}	Achei muito bom principalmente porque era no começo da matéria.
P_2E_{64}	Não consegui auxiliar os dois métodos.

Fonte: Elaborado pela pesquisadora (2020).

Dos 60 estudantes que responderam à questão, observa que a maioria respondeu positivamente sobre o uso do material histórico. O dito de P_2E_{12} evidencia que, para esse estudante, a utilização dos livros possibilitou que a aprendizagem superasse a compreensão da regra matemática, possibilitando compreender os motivos pelos quais o cálculo se dá de determinada forma e não de outra. Para P_2E_{15}, o acesso ao livro possibilitou ao estudante compreender que existem formas diferentes aprender determinado conceito.

Em síntese, a proposta de ensino que trabalhou o conceito de Logaritmos por meio da História da Matemática, ao solicitar aos estudantes uma pesquisa sobre a história do conceito, possibilitou-os conhecer aspectos da história que contribuíram para a emergência dos Logaritmos, atribuindo mais significado à sua aprendizagem, facilitando o entendimento do conceito e motivando-o. Sendo a linguagem histórica constituída por jogos de linguagem de formas de vida históricas, pode-se afirmar que confrontar os estudantes com outros jogos de linguagem, outros modos de matematizar, possibilitou-os conhecer e refletir sobre métodos distintos dos atuais para o cálculo de Logaritmos.

4.2.2 Síntese das ações emergentes

Novamente a análise dos ditos coletados por meio dos questionários evidencia alguns efeitos que a realização da proposta de ensino sobre Logaritmos possibilitou aos processos de ensino e aprendizagem dos estudantes. Efeito disso, nesta seção objetiva-se discutir sobre as ações pedagógicas que possibilitaram a emergência desses efeitos.

A proposta de ensino de Logaritmos, diferentemente da proposta de Progressões Aritméticas, iniciou com a proposição de uma atividade de pesquisa relacionada à história do conceito. Os ditos evidenciam que a atividade mobilizou nos estudantes habilidades de leitura, interpretação, reescrita e síntese, para responder as questões solicitadas na pesquisa, bem como, criticidade, a fim de diferenciar possíveis informações falsas presentes na *internet*. Além disso, possibilitou a compreensão de aspectos históricos relevantes ao conceito estudado, em especial, os motivos pelos quais determinados conceitos matemáticos foram gerados. Portanto, outra ação pedagógica possível, que articula Etnomatemática e História da Matemática é: **solicitar a**

realização de pesquisas sobre a História da Matemática, destacando as contribuições de distintas civilizações.

Vale sublinhar que os resultados da proposta de ensino sobre Logaritmos, especialmente no que diz respeito à realização dessa pesquisa histórica, apontaram que alguns estudantes manifestaram dificuldades na sua realização por consequência do excesso de informações disponíveis na *internet*. De acordo com os estudantes, houve certa insegurança quanto à variedade e veracidade das informações disponíveis na rede, sendo amenizada com o ambiente de discussão oportunizado nos 2º e 3º momentos da proposta. Nesse sentido, ação de **propiciar momentos em grupo para discussões, reflexões e compartilhamentos** oportuniza aos estudantes momentos de reflexão sobre a variedade e a veracidade das informações históricas disponíveis.

Outra atividade realizada nessa proposta de ensino foi o contato com livros antigos contendo algumas tábuas logarítmicas. Os ditos dos estudantes mostram que a atividade foi motivadora e desafiante, exigindo a elaboração de hipóteses acerca do funcionamento das tábuas e a confirmação/refutação dessas a partir do confronto com os resultados advindos do cálculo com a calculadora. Ademais, possibilitou aos estudantes conhecer e refletir sobre métodos de calcular distintos dos apresentados no livro didático para o cálculo de logaritmos, em outras palavras, a atividade possibilitou conhecer outros modos de matematizar, outros jogos de linguagem, criando condições de possibilidade para a compreensão de aspectos relativos aos avanços dos cálculos, ou seja, conhecer e refletir sobre os processos de organização e difusão dos conhecimentos matemáticos. Por fim, ainda a partir do uso dos livros de tábuas, possibilitou refletir sobre os efeitos da dependência dos recursos eletrônicos e digitais para os processos de ensino e de aprendizagem. Tem-se, portanto, outra ação pedagógica que possibilita a articulação da História da Matemática com a Etnomatemática: **utilizar um material histórico para abordar um conceito ou parte dele.**

Nos ditos dos estudantes identificou-se que, por meio da proposta de ensino, foi possível compreender os motivos pelos quais o conceito de Logaritmos foi gerado e desenvolvido. Tal compreensão, além de motivar os estudantes para os processos de ensino e de aprendizagem, auxiliou-os no entendimento do conceito, atribuindo mais significado à aprendizagem. Há, portanto, outra ação pedagógica: **utilizar a situação-problema que motivou a geração e/ou desenvolvimento de um conceito**.

A fim de sintetizar e organizar as ações emergentes dessa proposta, o Quadro 18 apresenta as ações e às associa aos efeitos por elas produzidos aos processos de ensino e aprendizagem de Matemática.

Quadro 18 – Logaritmos: ações emergentes

Ações	Efeitos
Solicitar a realização de pesquisas sobre a História da Matemática, destacando as contribuições de distintas civilizações.	Mobiliza nos estudantes habilidades de leitura, interpretação, reescrita, síntese e criticidade.
	Possibilita a compreensão dos motivos pelos quais determinados conceitos matemáticos foram gerados.
Propiciar momentos em grupo para discussões, reflexões e compartilhamentos	Oportuniza uma reflexão sobre a variedade e a veracidade das informações históricas disponíveis.
Utilizar um material histórico para abordar um conceito ou parte dele.	Favorece a elaboração, confirmação e refutação de hipóteses acerca do funcionamento das tábuas.
	Oportuniza aprofundar o entendimento do conceito.
	Possibilita aos estudantes conhecer e refletir sobre métodos de calcular distintos dos apresentados no livro didático para o cálculo de logaritmos.
	Propicia conhecer e refletir sobre os processos de organização e difusão dos conhecimentos matemáticos.
	Proporciona a reflexão sobre os efeitos da dependência dos recursos eletrônicos e digitais para os processos de ensino e de aprendizagem.
Utilizar a situação-problema que motivou a geração e/ou desenvolvimento de um conceito.	Motiva os estudantes para os processos de ensino e de aprendizagem.
	Auxilia no entendimento do conceito.
	Atribui significado à aprendizagem do conceito a ser estudado.

Fonte: Elaborado pela pesquisadora (2020).

Em suma, por meio da articulação entre a Etnomatemática e a História da Matemática, para o ensino de Logaritmos, quatro ações pedagógicas emergiram. Na próxima seção, analisam-se os resultados advindos da proposta de ensino sobre as Técnicas para multiplicar.

4.3 Técnicas para multiplicar

A proposta de ensino sobre as Técnicas para multiplicar (Apêndice C) foi realizada com 23 estudantes, sendo 18 do 5º ano do Ensino Fundamental (com idades entre 10 e 12 anos) e cinco do 2º ano do Ensino Médio (com idades de 16 e 17 anos)[28], ambos da uma escola pública estadual da zona norte de Porto Alegre. Optou-se por realiza-la em dois públicos distintos com a intenção de comparar de que modo ambos recebem e avaliam a mesma proposta, além dos impactos que produz à cada público.

[28] Para apresentar os ditos dos estudantes de modo a evidenciar sua etapa de ensino, será acrescentado ao código *PxEy* a sigla EF, quando o estudante for do Ensino Fundamental e EM, para os estudantes do Ensino Médio.

Seu principal objetivo foi criar condições de possibilidade para que os estudantes reflitam acerca dos diversos modos de matematizar, desenvolvidos ao longo da História da Matemática, para a realização do produto entre dois números. Aos estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental foram apresentados três métodos, nomeados de Egípcio, Gelósia e Chinês. Já para os estudantes do 2º ano do Ensino Médio foram apresentados quatro métodos, nomeados de Egípcio, Gelósia, Chinês e Hindu.

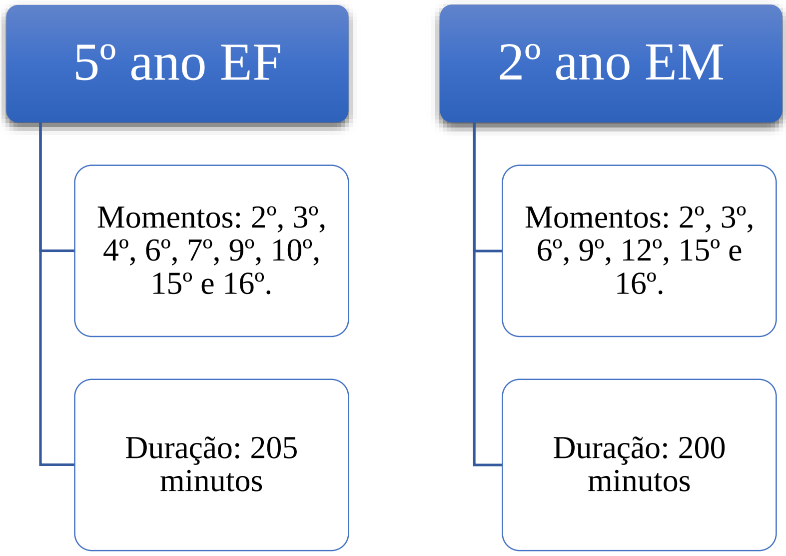
4.3.1 Síntese das ocorrências

Esta proposta de ensino teve a peculiaridade de ser aplicada em turno único, assumindo uma característica de oficina. Em relação aos estudantes do Ensino Fundamental, a proposta de ensino se realizou durante seu turno de aula, enquanto que para os participantes do Ensino Médio, a proposta se realizou em turno inverso. Esse fato justifica a disparidade entre a quantidade de participantes de cada etapa de ensino, visto que alguns estudantes do Ensino Médio não tem disponibilidade para a realização de atividades fora do seu turno escolar.

Dada a necessidade da sua realização ocorrer em turno único, optou-se por não executar todos os momentos previstos na elaboração (Apêndice C). A proposta de ensino ocorreu em dias distintos, sendo realizada primeiramente com os estudantes do 2º ano do Ensino Médio, ao passo que, para a realização com os estudantes do Ensino Fundamental, algumas adaptações foram realizadas. Entre os diferenciais, para os estudantes do Ensino Médio, inicialmente abordou-se todos os quatro modos de multiplicar, deixando-se para o final um momento para a prática. Já para os estudantes do Ensino Fundamental, a cada novo modo de matematizar apresentado, era fornecido um tempo para exercitar a técnica aprendida.

Os momentos para reflexão e discussão sobre as semelhanças e diferenças entre os diversos métodos de matematizar, bem como, sobre as vantagens e desvantagens de cada método, foram realizadas apenas ao final da exposição de todas as abordagens. A Ilustração 2 apresenta os momentos realizados com cada grupo de estudantes, além do tempo aproximado de duração da proposta de ensino.

Ilustração 2 – Técnicas para multiplicar: discriminação dos momentos realizados com cada grupo de estudantes



Fonte: Elaborado pela pesquisadora (2020).

A primeira questão analisada foi: *Qual a sua opinião sobre conhecer outros métodos para a realização de contas de multiplicação?*, com o objetivo de obter dos estudantes uma avaliação da proposta de ensino, em especial sobre o tema abordado. As respostas dadas tanto pelos estudantes do Ensino fundamental, quanto do Médio são apresentadas no Quadro 19.

Quadro 19 – P_3Q_3: Qual a sua opinião sobre conhecer outros métodos para a realização de contas de multiplicação?

P_3E_1EF	Útil, assim pude aprimorar a minha multiplicação e conhecer coisas novas. Interessante e necessário.
P_3E_2EF	Muito legal, só senti dificuldade no método egípcio.
P_3E_3EF	Eu achei bem difícil e complicado pra mim.
P_3E_4EF	Eu gostei dessas novas técnicas é muito legal eu amei e eu achei fácil.
P_3E_5EF	Achei diferente e legal.
P_3E_6EF	Achei diferente legal.
P_3E_7EF	Achei muito difícil mas quando aprende bem é mais legal.
P_3E_8EF	Eu achei muito legal principalmente o método egípcio.
P_3E_9EF	Eu achei legal, diferente e estranho, achei alguns difíceis.
$P_3E_{10}EF$	Gostei muito porque não é enjoativo.
$P_3E_{11}EF$	Eu achei muito bom os métodos.
$P_3E_{12}EF$	Eu gostei bastante e também achei fácil.
$P_3E_{13}EF$	Achei muito mais simples com esse jeito do que com os outros jeitos.
$P_3E_{14}EF$	Gostei muito até demais.
$P_3E_{15}EF$	Achei alguns um pouco mais fácil e alguns mais difíceis.
$P_3E_{16}EF$	Gostei muito.

$P_3E_{17}EF$	Bom, eu achei legal e divertida e mais fácil.
$P_3E_{18}EF$	Eu achei bem legal, interessante, divertido.
$P_3E_{19}EM$	Achei muito interessante e muito criativo também. Gostei pois é uma forma de interagir com assunto da multiplicação de uma forma mais “informal”.
$P_3E_{20}EM$	Achei muito legal, interessante e diferenciado. Não é algo que nos ensinam na escola ou aula particular por isso é incrível.
$P_3E_{21}EM$	Achei muito legal, pois é um jeito de conhecer/aprender novos métodos.
$P_3E_{22}EM$	Foi bem interessante, aprendi coisas novas e isso foi muito bom. E também me fez conhecer o lado divertido da matemática.
$P_3E_{23}EM$	Achei interessante, principalmente porque são métodos, alguns bem diferentes e alguns mais fáceis.

Fonte: Elaborado pela pesquisadora (2020).

Observa-se que a maioria dos estudantes avaliou positivamente o tema da proposta, destacando-se os ditos de P_3E_1EF, P_3E_3EF, P_3E_4EF, P_3E_7EF, P_3E_9EF, e $P_3E_{10}EF$ que adjetivaram a atividade como útil, interessante, necessária, fácil, diferente e legal. Mais do que isso, alguns estudantes destacaram a importância de conhecer coisas novas e o quanto tais métodos não são enjoativos. Destaca-se no dito de P_3E_1EF que a proposta de ensino possibilitou o aprimoramento do seu entendimento acerca do algoritmo da multiplicação escolar e no dito de $P_3E_{13}EF$ que os modos de matematizar apresentados na proposta de ensino são mais simples.

Os ditos trazem à tona que diversos pesquisadores do campo já anunciaram: a História da Matemática é uma fonte de motivação para o processo de ensino e de aprendizagem (MIGUEL, 1993). Portanto, tem-se como um efeito da proposta de ensino, que o contato com modos de matematizar distintos dos jogos de linguagem presentes na Matemática Escolar pode motivar os estudantes. É relevante retomar a discussão já feita por Miguel (1993), de que o caráter motivacional da História não está necessariamente associado à História da Matemática, mas em uma abordagem pedagógica diferenciada, que foge do disciplinamento ao qual os corpos estão submetidos.

Observando as respostas dos estudantes do Ensino Médio, vêm à tona outras reflexões, como por exemplo, o fato de tais métodos não serem ensinados na escola. A instituição escola ao mesmo tempo em que regula e disciplina os estudantes, é regulada por relações de poder-saber que determinam, entre outros, os conteúdos e métodos considerados adequados para o ensino. Desse modo, os controles instituídos pela escola são resultados de relações de poder e saber e são exercidos sobre variadas instâncias, como o currículo, as estratégias de ensino, o comportamento dos estudantes, entre outros (VEIGA-NETO, 2014).

Estabelecem-se, então, os jogos de linguagem considerados adequados, os jogos de linguagem presentes na Matemática Escolar, e acaba-se por marginalizar outros jogos de linguagem, como os outros modos de matematizar apresentados na proposta de ensino. A importância do reconhecimento de outros modos de matematizar, outros jogos de linguagem, é reforçada nas questões a seguir que, embora semelhantes, objetivam analisar especificidades distintas.

A primeira delas propõe: *Comparando o algoritmo de multiplicação aprendido na escola com as técnicas desenvolvidas por outras civilizações, qual/quais você acha de mais fácil ENTENDIMENTO? Justifique sua resposta*. As respostas atribuídas à questão encontram-se no Quadro 20.

Quadro 20 – P_3Q_4: Comparando o algoritmo de multiplicação aprendido na escola com as técnicas desenvolvidas por outras civilizações, qual/quais você acha de mais fácil ENTENDIMENTO?

P_3E_1EF	A egípcia.
P_3E_2EF	Eu acho que a mais fácil é o método da Gelósia, por que ela é mais simples.
P_3E_3EF	Eu achei mais fácil o método da Gelósia por que eu entendi rápido.
P_3E_4EF	Eu achei mais fácil foi o método da Gelósia, porque eu achei mais legal e fácil.
P_3E_5EF	O que eu já sabia antes.
P_3E_6EF	A que eu já sabia.
P_3E_7EF	Método da gelosia é mais fácil.
P_3E_8EF	Eu achei mais fácil o modo egípcio porque é só multiplicar o número.
P_3E_9EF	Eu gostei do método da gelosia porque ele é divertido.
$P_3E_{10}EF$	Eu gostei do método da gelosia porque é mais fácil e não precisa fazer conta.
$P_3E_{11}EF$	Nenhum dos dois.
$P_3E_{12}EF$	O método da gelosia.
$P_3E_{13}EF$	Eu achei a técnica chinesa porque eu entendi melhor é mais divertido.
$P_3E_{14}EF$	O método egípcio.
$P_3E_{15}EF$	Eu entendi melhor o método da Gelósia.
$P_3E_{16}EF$	Gostei mais da Gelósia.
$P_3E_{17}EF$	Achei mais fácil a que a prof. Juliana ensinou porque não é complicado.
$P_3E_{18}EF$	Eu gostei bastante de todas, como como eu aprendi primeiro e já sei o método normal ele é mais fácil de entender.
$P_3E_{19}EM$	O método da gelosia pois é mais rápido e lida com números pequenos.
$P_3E_{20}EM$	O Hindu. É mais fácil de entender parecido com o da multiplicação tradicional.
$P_3E_{21}EM$	As técnicas desenvolvidas por outras civilizações, pois é um método bem fácil e não precisa calculadora.
$P_3E_{22}EM$	Eu acho que o método normal é mais fácil e direto, os métodos das civilizações é mais divertido, mas é mais trabalhoso.
$P_3E_{23}EM$	Achei os métodos da Gelósia e Chinês fáceis, embora um pouco parecidos com as técnicas escolares, por serem separados por colunas e por multiplicar números menores.

Fonte: Elaborado pela pesquisadora (2020).

Dentre as enunciações dos estudantes do 5º ano, destacam-se: P_3E_2EF, P_3E_3EF, P_3E_4EF, P_3E_7EF, P_3E_8EF, P_3E_9EF, $P_3E_{10}EF$, $P_3E_{13}EF$ e $P_3E_{17}EF$. Observa-se, nesses ditos, que a maioria dos estudantes de 5º ano julgaram o método da gelosia de mais fácil entendimento frente aos demais, inclusive em comparação ao algoritmo da multiplicação nos jogos de linguagem presentes na Matemática Escolar. Esse posicionamento é maioria, no entanto, outros estudantes responderam em favor ao algoritmo hegemônico no ambiente escolar, como é possível verificar nos ditos de P_3E_5EF, P_3E_6EF, $P_3E_{11}EF$ e $P_3E_{18}EF$. Em relação aos estudantes do 2º ano, os resultados são semelhantes, pois o método da Gelósia foi o mais mencionado. No entanto, $P_3E_{23}EM$ considerou o algoritmo de multiplicação expressos com os jogos de linguagem presentes na Matemática Escolar mais fácil e direto, ao passo que os demais modos são apenas mais divertidos.

É relevante destacar que para $P_3E_{10}EF$, o método da Gelósia é mais fácil pois não requer a realização de contas. Observa-se, no dito deste estudante, que ele só considera ‘conta’ o modo de matematizar que utiliza as regras e os jogos de linguagem presentes na Matemática Escolar. Isso pode ser efeito do que Lara (2001) chamou de poder disciplinador da Matemática, que adota um único modo de matematizar, subjetivando, regulando e normalizando os estudantes. Portanto, por meio da História da Matemática, em especial a partir do uso de diferentes modos de matematizar historicamente propostos, pode-se criar condições de possibilidade para desmistificar a supremacia dos jogos de linguagem presentes na Matemática Escolar. Ao professor compete enfatizar que os diferentes modos de matematizar são eficazes, propondo reflexões acerca de seus limites e vantagens, sem recorrer à História da Matemática apenas como uma fonte a ser utilizada de modo mecânico nos processos de ensino e de aprendizagem.

Após questionar os estudantes acerca da facilidade de compreensão dos métodos, objetivou-se questionar acerca da facilidade de aplicação dos métodos, ou em outras palavras, verificar a praticidade na realização dos cálculos. Por isso, a seguinte questão foi suscitada: *Comparando o algoritmo de multiplicação aprendido na escola com as técnicas desenvolvidas por outras civilizações, qual/quais você acha de mais fácil APLICAÇÃO? Justifique sua resposta*. O Quadro 21 apresenta as 22 respostas fornecidas pelos estudantes.

Quadro 21 – P_3Q_5: Comparando o algoritmo de multiplicação aprendido na escola com as técnicas desenvolvidas por outras civilizações, qual/quais você acha de mais fácil APLICAÇÃO? Justifique sua resposta:

P_3E_1EF	Eu penso no da escola, pois achei mais fácil a minha compreensão.
P_3E_2EF	O método chinês e ele é fácil, mas demorado.

P_3E_3EF	Eu preferi o modo do livro: Gelósia porque é mais fácil de entender.
P_3E_4EF	Eu achei mais fácil foi o método da Gelósia.
P_3E_5EF	O que eu aprendi na escola.
P_3E_6EF	O que eu aprendi na escola.
P_3E_7EF	É mais fácil o que nós aprendemos na escola, por que a mais simples.
P_3E_8EF	Eu acho melhor o modo egípcio porque é só multiplicar o número.
P_3E_9EF	Eu achei o método da Gelósia é bem fácil.
$P_3E_{10}EF$	Da gelosia porque é mais fácil e legal.
$P_3E_{12}EF$	O que eu aprendi na escola.
$P_3E_{13}EF$	Eu achei mais fácil de fazer os que eu aprendi hoje.
$P_3E_{14}EF$	O modo chinês bem legal.
$P_3E_{15}EF$	Achei mais fácil de fazer a que a que a professora me ensinou, porque aprendi mais rápido.
$P_3E_{16}EF$	A mais fácil eu acho a Gelósia.
$P_3E_{17}EF$	Achei mais fácil a que a prof.ª Juliana.
$P_3E_{19}EM$	O método hindu pois ele lembra mais o método tradicional, fazendo com que fique mais fácil de aplicar.
$P_3E_{20}EM$	O algoritmo de multiplicação aprendido na escola. Por ser um método mais rápido prático e que economiza espaço.
$P_3E_{21}EM$	Mais fácil de aplicação é as técnicas, porque ela não envolve muita regra.
$P_3E_{22}EM$	Método normal, pelo mesmo motivo do anterior.
$P_3E_{23}EM$	Gelósia, porque multiplicamos números pequenos, separados por colunas e depois somados.

Fonte: Elaborado pela pesquisadora (2020).

Os ditos dos 22 estudantes que responderam à questão evidenciam distintos posicionamentos, desde estudantes que preferiram algum modo de matematizar histórico a estudantes que optaram pelo modo de matematizar da Matemática Escolar. No entanto, observa-se um crescimento, quando comparado com a questão anterior, em relação aos estudantes que preferem o algoritmo tradicional. Isso que pode indicar que os estudantes reconhecem que, apesar de considerar alguns dos métodos históricos de mais fácil entendimento, o algoritmo da Matemática Escolar é de mais fácil aplicação.

Em uma perspectiva wittgensteiniana, pode-se dizer que esses estudantes já dominam um jogo, o jogo da Matemática Escolar, e por esse motivo, estão capturados pelas suas regras e seus modos de matematizar. Ou seja, apesar de julgarem os métodos históricos de mais fácil entendimento, julgam o método da Matemática Escolar de mais fácil aplicação, por já estarem imbricados no jogo de linguagem e nas regras da Matemática Escolar. Isso é percebido no dito $P_3E_{18}EF$ em resposta à questão 4 (Quadro 20). Como destaca Wittgenstein (1979), "[...] diremos apenas que aprende seu uso quando o lugar já está preparado. E está preparado aqui não porque aquele para quem damos a elucidação já sabe as regras, mas porque, em outro sentido, já domina um jogo." (p. 22, §31).

O reconhecimento de outros jogos de linguagem, específicos de cada forma de vida, como os modos de matematizar de outras civilizações para a operação de multiplicação, não almeja desqualificar o algoritmo próprio da Matemática Escolar. O propósito desse reconhecimento é possibilitar ao estudante opções, outros métodos, outras formas de conduzir a realização dos algoritmos de multiplicação. Os estudantes do Ensino Médio seguiram a mesma linha de argumentação do 5º ano, reiterando sua posição em favor do algoritmo da multiplicação escolar dada a sua praticidade.

Na sequência do questionário, objetivou-se compreender se o conhecimento de outros modos de matematizar modificou algo no modo de pensar dos estudantes. Para isso, foi proposta a seguinte questão: *Conhecer outros modos de realizar contas de multiplicação mudou algo em sua forma de pensar?*. As respostas fornecidas pelos estudantes encontram-se no Quadro 22.

Quadro 22 – P_3Q_7: Conhecer outros modos de realizar contas de multiplicação mudou algo em sua forma de pensar?

P_3E_1EF	Sim, passei a ver e entender melhor.
P_3E_2EF	Sim, que na hora da prova é mais [?].
P_3E_3EF	Não mudou.
P_3E_4EF	Sim, mudou o jeito de fazer as contas.
P_3E_5EF	Não.
P_3E_6EF	Não.
P_3E_7EF	Muito, nunca pensei que ia aprender contas diferentes.
P_3E_8EF	Mudou, no método egípcio mudou muito de agora, pois antes era só por 2 e agora por todos.
P_3E_9EF	Sim.
$P_3E_{10}EF$	Sim.
$P_3E_{11}EF$	Sim mudou muito.
$P_3E_{12}EF$	Não.
$P_3E_{13}EF$	Consegui raciocinar melhor.
$P_3E_{14}EF$	Não até me ajudam a fazer mais fácil e eu não me confundir na hora de fazer.
$P_3E_{15}EF$	Um pouco, mas não muito.
$P_3E_{16}EF$	Sim, mudou minha maneira de pensar.
$P_3E_{19}EM$	Não mudou meu modo de pensar, mas me ajudou a conhecer mais sobre a matemática e como pensavam os antepassados.
$P_3E_{20}EM$	Mudou. Depois de conhecer esses modos percebi que existem muitas outras formas de realizar a mesma coisa.
$P_3E_{21}EM$	Sim.
$P_3E_{22}EM$	Sim, me fez gostar mais de matemática, pois vi que ela tem coisas divertidas.
$P_3E_{23}EM$	Não.

Fonte: Elaborado pela pesquisadora (2020).

Observa-se que 10 estudantes do 5º ano afirmaram que modificaram sua forma de pensar, dentre as justificativas, destacam-se P_3E_7EF e, $P_3E_{13}EF$. Em relação aos estudantes do Ensino Médio, três afirmaram que houve mudança, destacando-se o dito de *$P_3E_{20}EM$*. Os ditos de P_3E_7EF e *$P_3E_{20}EM$* trazem à tona algo comum entre estudantes da Educação Básica: o entendimento de que só existe um modo de fazer Matemática, um único modo de matematizar. Tal pensamento é efeito de um discurso que prioriza o modo de matematizar padrão, adotado pela Matemática Acadêmica, sem reconhecer outras formas de fazer Matemática, outras práticas e regras.

Esse discurso associa-se ao que Foucault intitulou de sociedade disciplinar, na qual o controle se dá por meio "[...] técnicas para assegurar a ordenação das multiplicidades humanas." (FOUCAULT, 1999, p. 241). Tais técnicas, chamadas de disciplina, "[...] permitem ajustar [...] a multiplicidade dos homens e a multiplicidade dos aparelhos de produção (e como tal, deve-se entender não só "produção" propriamente dita, mas a produção de saber e de aptidões na escola [...]" (FOUCAULT, 1999, p. 242). De acordo com Lara (2011), "[...] no âmbito do ensino da Matemática podemos afirmar que na sociedade disciplinar se buscava uma homogeneização dos indivíduos, ou seja, homogeneização nas suas formas de pensar." (LARA, 2011, p. 108).

Observa-se, entre os efeitos da proposta de ensino, a possibilidade de rompimento desse modo de pensar padrão, visto que entre as justificativas listadas pelos estudantes, destaca-se o reconhecimento de que existem formas diferentes para realizar a mesma operação. Portanto, pode-se inferir que a proposta de ensino criou condições para que os estudantes pudessem reconhecer que existem outros modos de matematizar, outros jogos de linguagem constituídos de regras específicas e com semelhanças de família em relação aos jogos de linguagem presentes na Matemática Escolar. Esses outros jogos de linguagem conduzem para o mesmo resultado no que tange à operação de multiplicação, porém por meio de regras distintas, relacionadas às formas de vida nas quais foram gerados.

O Quadro 23 apresenta as 20 respostas fornecidas à questão nove, que objetivou aprofundar a reflexão acerca das possíveis contribuições que o conhecimento desses outros modos de matematizar proporcionou aos estudantes. Para tal, foi proposta a seguinte questão: *Conhecer outros modos para a realização de contas de multiplicação permitiu que você compreendesse melhor o algoritmo de multiplicação aprendido na escola? De que modo? Justifique sua resposta.*

Quadro 23 – P_3Q_9: Conhecer outros modos para a realização de contas de multiplicação permitiu que você compreendesse melhor o algoritmo de multiplicação aprendido na escola?

P_3E_1EF	Bom, aprendi a revisar números [?] melhor, então sim.
P_3E_2EF	Sim, alguns números eram muito grandes e difíceis e eu não conseguia fazer.
P_3E_3EF	Sim, eu acho.
P_3E_4EF	Sim, eu aprendi melhor.
P_3E_5EF	Não.
P_3E_6EF	Não.
P_3E_7EF	Acho que não, porque as suas contas são muito diferentes.
P_3E_8EF	Sim modo egípcio porque é só multiplicar por 2 é muito fácil.
P_3E_9EF	Sim.
$P_3E_{10}EF$	Sim ficou mais fácil de fazer conta.
$P_3E_{11}EF$	Não mudou nada para mim apenas é mais fácil.
$P_3E_{12}EF$	Não.
$P_3E_{13}EF$	Eu entendi bem melhor do que eu aprendi na escola.
$P_3E_{14}EF$	Sim porque a professora muda muito rápido não dá para entender.
$P_3E_{15}EF$	Um pouco, não muito.
$P_3E_{16}EF$	Sim.
$P_3E_{19}EM$	Com certeza. Sim pois ajudou a saber de onde vem cada resultado o qual a lógica de cada método.
$P_3E_{20}EM$	Sim parece que vendo todos esses novos meu cérebro transformou o método tradicional em algo muito mais fácil.
$P_3E_{21}EM$	Mais ou menos, no modo de pensar em resolver, pois é fácil e facilita nossa vida.
$P_3E_{22}EM$	Por mais que eu tenha achado interessante isso não me ajudou a compreender melhor o método normal.
$P_3E_{23}EM$	Não.

Fonte: Elaborado pela pesquisadora (2020).

Dez estudantes do 5º ano responderam positivamente à questão, enquanto cinco responderam que não, que conhecer outros modos de matematizar não possibilitou compreender melhor o algoritmo de multiplicação ensinado na escola. Destaca-se o dito de P_3E_7EF, pois, segundo o estudante, não houve contribuições visto que as contas são distintas. Observa-se que o estudante não percebeu as semelhanças de família entre os jogos de linguagem abordados na proposta de ensino e os jogos de linguagem presentes na Matemática Escolar. Já entre os estudantes do 2º ano observa-se que, para $P_3E_{19}EM$, $P_3E_{20}EM$ e $P_3E_{21}EM$ possibilitou, de algum modo, uma melhor compreensão sobre o algoritmo da multiplicação.

De modo geral, os ditos dos estudantes participantes da proposta de ensino evidenciam que a mesma criou condições que possibilitaram a maioria dos estudantes aprimorar suas técnicas e métodos para a realização do algoritmo da multiplicação. Isso ocorre devido às semelhanças de família presentes nas diferentes regras que compõem os jogos de linguagem apresentados aos estudantes. Diante disso, é papel do professor, ao mesmo tempo em que apresenta outros modos de matematizar, reforçar, sempre que possível, as semelhanças de família presentes entre diferentes jogos de linguagem.

Para encerrar essa análise, a seguinte questão foi proposta: *Você usaria algum dos métodos antigos para realizar multiplicações? Justifique sua resposta.* O Quadro 24 apresenta as respostas.

Quadro 24 – P_3Q_8: Você usaria algum dos métodos antigos para realizar multiplicações? Justifique sua resposta:

P_3E_1EF	Talvez, depende da situação.
P_3E_2EF	Sim, o método da Gelósia é mais fácil e rápido.
P_3E_3EF	Sim, porque pode me ajudar bem mais, mas depende.
P_3E_4EF	Sim, porque eles são mais fáceis de fazer e não precisa muita conta.
P_3E_5EF	Não.
P_3E_6EF	Não.
P_3E_7EF	Acho que não, porque é muito difícil.
P_3E_8EF	Sim porque o método egípcio é mais fácil de multiplicar.
P_3E_9EF	Não porque eu não acho necessário.
$P_3E_{10}EF$	Não.
$P_3E_{11}EF$	Sim.
$P_3E_{12}EF$	Eu acho que não pois eles têm mais contas que o normal.
$P_3E_{13}EF$	Eu usaria para fazer uma prova esses métodos.
$P_3E_{14}EF$	Eu acho que sim só se a professora permitir.
$P_3E_{15}EF$	Acho que sim, achei alguns fáceis.
$P_3E_{16}EF$	Sim.
$P_3E_{19}EM$	Eu usaria o método da gelosia por ser fácil de fazer mas continuo com o meu modo tradicional… HAHA
$P_3E_{20}EM$	Sim, usaria o da Gelósia, o chinês e o hindu. São métodos fáceis e ajudam diretamente na prova real.
$P_3E_{21}EM$	Depende do exercício, mas eu usaria.
$P_3E_{22}EM$	Dependendo da conta e depois de muita prática, usaria sim.
$P_3E_{23}EM$	Sim, com números grandes, acho que o método da Gelósia facilita.

Fonte: Elaborado pela pesquisadora (2020).

Dos 21 estudantes que responderam ao questionamento, observa-se que a maioria utilizaria algum dos modos de matematizar abordados na proposta de ensino. É relevante destacar o dito de P_3E_9EF, que em outros questionamentos afirmou que os métodos abordados na proposta são legais, diferentes e divertidos, justifica que não utilizaria algum desses por não julgar necessário. Ou seja, apesar de considerar o método da Gelósia fácil e "divertido", o estudante não julga necessário o seu uso.

Tal comportamento pode ser fruto do discurso em prol da padronização imposta pela sociedade disciplinar, visto que não valoriza modos distintos de pensar, agir, matematizar, se posicionar, entre outros. Frequentemente, se observa esse comportamento nos estudantes, que questionam a necessidade de aprender de outro modo uma vez que apenas um já é suficiente. Esse tipo de discurso ao se propagar, difundir e repetir, adquire um status de verdade que produz sujeitos que não valorizam a diversidade dos modos de pensar e agir, seja no domínio da Matemática, das metodologias de ensino, das técnicas de aprendizagem, das relações sociais.

Adicionado destaca-se o dito de $P_3E_{14}EF$, que evidencia relações de poder-saber entre professor e estudante, visto que a utilização de outros modos de matematizar está sujeita à aprovação do professor. Observa-se um estudante capturado pelo discurso de que o professor é o detentor do conhecimento e, portanto, quem tem a capacidade de avaliar entre o correto e errado, o verdadeiro ou o falso no que diz respeito ao modo como se deve operacionalizar. Nesse discurso, quem impõe a norma é o professor, moldando os modos de agir e pensar dos estudantes. Como consequência, não há abertura para jogos de linguagem com regras distintas em relação à Matemática Escolar ou, quando há, esses são utilizados como curiosidades ou anedotas, sem serem vistas como legítimas.

Em síntese, a proposta de ensino aplicada criou condições de possibilidade para que os estudantes refletissem sobre os diversos modos de matematizar, desenvolvidos ao longo da História da Matemática, para a realização do produto entre dois números. Mais do que isso, possibilitou: conhecer outros modos de matematizar, expressos em jogos de linguagem com suas regras específicas; rever aspectos relativos ao algoritmo da multiplicação ensinado nas escolas; refletir acerca das vantagens que outros jogos de linguagem têm sobre o jogo de linguagem da Matemática Escolar, e vice-versa.

4.3.2 Síntese das ações emergentes

A análise das enunciações dos participantes, apresentadas por meio da síntese das ocorrências, evidencia alguns efeitos proporcionados pela proposta de ensino. Observou-se que a proposta possibilitou aos estudantes compreender que existem múltiplos modos de matematizar, proporcionando métodos alternativos de resolução e, mais do que isso, proporcionou uma reflexão sobre a hegemonia dos modos de matematizar da Matemática Escolar, pois trouxe à tona outras regras e jogos de linguagem capazes de determinar o produto entre dois números. Esses efeitos resultam da ação de **apresentar distintos modos de**

matematizar, pautados em regras e jogos de linguagem diferentes dos escolares, advindos de diferentes civilizações e desenvolvidos em diversos tempos e espaços.

Entretanto, mais do que apresentar os distintos modos de matematizar, a proposta de ensino destinou um momento para que os estudantes operacionalizassem com esses distintos modos, efetuando o produto entre dois números de diversas formas. Como efeitos da ação de **oportunizar a operacionalização com distintos modos de matematizar**, criou condições de possibilidades para que os estudantes avaliassem as vantagens e desvantagens de cada método.

Por fim, alguns ditos dos estudantes evidenciaram que por, meio da proposta de ensino, foi possível aperfeiçoar seu entendimento acerca das regras que conduzem o algoritmo da multiplicação nos jogos de linguagem presentes na Matemática Escolar. Mais do que isso, algumas enunciações evidenciaram que os estudantes passaram a valorizar mais os métodos escolares, ocasionando em uma reflexão sobre a hegemonia dos modos de matematizar da Matemática Escolar. Tais efeitos são frutos da ação de **discutir sobre as semelhanças e diferenças entre os diversos modos de matematizar**, incluindo o escolar.

Em suma, o Quadro 25 sintetiza e organiza tais ações, destacando os efeitos à elas associados.

Quadro 25 –Técnicas para multiplicar: ações emergentes

<table>
<tr><th>Ações</th><th>Efeitos</th></tr>
<tr><td rowspan="3">Apresentar distintos modos de matematizar, pautados em regras e jogos de linguagem diferentes dos escolares</td><td>Favorece a compreensão de que existem distintas formas de operacionalizar para resolver uma situação-problema.</td></tr>
<tr><td>Proporciona uma reflexão sobre a hegemonia dos jogos de linguagem presentes na Matemática Escolar.</td></tr>
<tr><td>Oportuniza alternativas aos modos de matematizar da Matemática Escolar para a realização do produto entre dois números.</td></tr>
<tr><td>Oportunizar a operacionalização com distintos modos de matematizar</td><td>Cria condições de possibilidade para que os estudantes avaliem as vantagens e desvantagens de cada método.</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Discutir sobre as semelhanças e diferenças entre os diversos modos de matematizar</td><td>Possibilita um aperfeiçoamento sobre os modos de matematizar da Matemática Escolar.</td></tr>
<tr><td>Contribui para a valorização das regras e jogos de linguagem próprios da Matemática Escolar.</td></tr>
<tr><td>Proporciona uma reflexão sobre a hegemonia dos modos de matematizar da Matemática Escolar.</td></tr>
</table>

Fonte: elaborado pela pesquisadora (2020)

Em suma, por meio da articulação entre a Etnomatemática e a História da Matemática, para o ensino das Técnicas para multiplicar, três ações pedagógicas emergiram. Na próxima seção, realizam-se as considerações deste capítulo, destacando quais ações emergentes contribuem de modo mais significativo para os objetivos desta tese.

4.4 Considerações do capítulo

Este capítulo apresentou as primeiras propostas de ensino elaboradas a partir da articulação entre a História da Matemática e a Etnomatemática. Da análise realizada, observa-se a emergência de diversas ações pedagógicas, entretanto, frente aos objetivos desta tese, interessam aquelas que contribuem para que os estudantes da Educação Básica compreendam a hegemonização dos jogos de linguagem presentes na Matemática Escolar. Nesse sentido, ao realizar as considerações finais deste capítulo, é relevante retomar tais ações, destacando aquelas cujos efeitos contribuem para a compreensão da hegemonização da Matemática Escolar.

Da primeira proposta realizada, sobre Progressões Aritméticas, quatro ações pedagógicas emergiram da articulação da História da Matemática e da Etnomatemática. Dentre elas, duas destacam-se pelo potencial de contribuir para a compreensão, por parte dos estudantes, da hegemonização dos jogos de linguagem presentes na Matemática Escolar**:** **iniciar um conceito com resolução de problemas históricos**; **oportunizar a resolução de exercícios sem privilegiar um único jogo de linguagem.** Por meio dessas ações, foi possível observar que os estudantes compreenderam que existem distintos modos de matematizar, distintos jogos de linguagem que possuem regras diretamente relacionadas às suas formas de vida. Mais do que isso, houve a reflexão, por parte dos estudantes, sobre a hegemonia dos jogos de linguagem presentes na Matemática Escolar, visto que o conhecimento de outros jogos de linguagem possibilitou perceber que os jogos de linguagem que constituem a Matemática Acadêmica são frutos de uma hegemonia constituída historicamente.

Da segunda proposta, voltada ao estudo dos Logaritmos, outras quatro ações emergiram, das quais destacam-se duas: **solicitar a realização de pesquisas sobre a História da Matemática, destacando as contribuições de distintas civilizações**; **utilizar um material histórico para abordar um conceito ou parte dele**. Efeito dessas ações, observou-se que os estudantes puderam compreender os motivos pelos quais determinados conceitos matemáticos foram gerados, organizados e difundidos, bem como, refletiram sobre métodos de calcular distintos dos abordados pela Matemática Escolar.

Por fim, da terceira e última proposta de ensino, que abordou as Técnicas para multiplicar, três ações pedagógicas emergiram. Dessas, duas destacam-se devido ao potencial em contribuir para a compreensão da hegemonização dos jogos de linguagem presentes na Matemática Escolar: **oportunizar a operacionalização com distintos modos de matematizar; discutir sobre as semelhanças e diferenças entre os diversos modos de matematizar.** Dentre os efeitos observados, destacam-se a compreensão de que existem distintas formas de operacionalizar para resolver uma situação-problema e das semelhanças de família entre os distintos modos de matematizar, favorecendo uma reflexão sobre a hegemonia dos jogos de linguagem presentes na Matemática Escolar.

Tais efeitos são relevantes pois possibilitam à História da Matemática ultrapassar seu valor instrumental, avançando para além do caráter motivacional que geralmente justifica seu uso. Bem mais do que motivação, evidenciou-se que quando aliada à Etnomatemática, a História possibilitou aos estudantes a compreensão os processos de geração, organização e difusão do conhecimento matemático. Por outro lado, quando aliada à História da Matemática, a Etnomatemática possibilitou que os diversos modos de matematizar historicamente constituídos recebessem o mesmo *status*, visto que, na perspectiva d'ambrosiana adotada nesta tese, a própria Matemática - Acadêmica e Escolar – é uma Etnomatemática.

Das seis ações destacadas, é relevante observar que, apesar de terem sido utilizadas em propostas de ensino específicas, algumas poderiam ter sido realizadas em outras propostas. Por exemplo, a ação de solicitar a realização de pesquisas sobre a História da Matemática, destacando as contribuições de distintas civilizações, utilizada na proposta de Logaritmos, poderia ter sido adotada em qualquer uma das outras propostas. Do mesmo modo, oportunizar a operacionalização com distintos modos de matematizar e discutir sobre as semelhanças e diferenças entre os diversos modos de matematizar, ações oriundas da proposta de ensino sobre as Técnicas para multiplicar, poderiam ser empregadas em outras propostas.

Portanto, das 11 ações emergentes das propostas sobre Progressões Aritméticas, Logaritmos e Técnicas para multiplicar, seis criaram condições de possibilidade para que os estudantes refletissem acerca dos processos de hegemonização da Matemática Escolar. No capítulo a seguir novas propostas de ensino são analisadas, algumas com temáticas já discutidas no capítulo quatro, como as Progressões Aritméticas e as Técnicas para multiplicar, outras inéditas, sobre Trigonometria e Teorema de Tales.

5. NOVAS PROPOSTAS: EM BUSCA DE OUTRAS AÇÕES

Os resultados apresentados no capítulo anterior foram utilizados como referência para a reaplicação das proposta de Progressões Aritméticas e Técnicas para multiplicar, bem como serviram de inspiração para a elaboração das novas propostas, sobre Trigonometria e Teorema de Tales. Assim, ao longo deste capítulo, serão analisados os resultados obtidos com a realização de quatro novas propostas de ensino, que tratam dos seguintes conceitos: Progressões Aritméticas; Trigonometria; Teorema de Tales; Técnicas para Multiplicar. Do mesmo modo como no capítulo anterior, para cada proposta de ensino apresenta-se a síntese das ocorrências e das ações emergentes, deixando a íntegra da proposta para os apêndices.

5.1 Progressões Aritméticas

A segunda edição da proposta de ensino sobre Progressões Aritméticas (Apêndice A) foi realizada com 25 estudantes do 2º ano do Ensino Médio, com idades entre 16 e 17 anos, de uma escola estadual da zona norte de Porto Alegre. Apesar de manter o objetivo de utilizar a História da Matemática articulada com a Etnomatemática para o ensino de Progressões Aritméticas, adaptações foram realizadas, frutos da primeira realização da proposta. Consequentemente, outros questionamentos foram propostos além daqueles realizados com a primeira turma na qual a proposta de ensino foi ministrada, como será observado ao longo das análises das ocorrências. Nesta segunda edição, a proposta se realizou em 17 momentos, perfazendo aproximadamente 670 minutos de duração.

5.1.1 Síntese das ocorrências

Reunidos na sala de vídeo da escola, o primeiro momento da proposta de ensino foi destinado à apresentação da mesma, acompanhada de uma conversa inicial a fim de verificar, junto aos estudantes participantes, se já haviam se questionado a respeito da origem e das aplicações dos conhecimentos matemáticos aprendidos na escola. Assim como na primeira edição da proposta sobre PA, observou-se grande interesse dos estudantes sobre como se deu a geração e a organização dos conhecimentos matemáticos. Na sequência, no segundo momento da proposta de ensino, o documentário *The Story of Maths* (2008) foi apresentado, possibilitando aos estudantes principiar momentos de reflexão e debate (3º momento) sobre a história dos saberes e conhecimentos matemáticos.

O momento seguinte, voltado à pesquisa sobre a história do Papiro de Rhind, os estudantes receberam alguns livros de História da Matemática para auxiliá-los. Divididos em equipes, de acordo com a quantidade de livros disponibilizados, os estudantes pesquisam o que é o Papiro de Rhind, o que contém, a que período da história está relacionado, entre outros fatos. Sobre essa tarefa, os estudantes responderam a seguinte questão*: Em aula propus à turma que pesquisasse acerca do Papiro de Rhind em livros específicos de História da Matemática. Comente o que achou da tarefa*.

Quadro 26 – P_4Q_{extra}: Em aula propus à turma que pesquisasse acerca do Papiro de Rhind em livros específicos de História da Matemática. Comente o que achou da tarefa:

P_4E_1	Gostei bastante (mesmo não sendo fã dos egípcios) e espero lembrar pra sempre sobre essa parte da matemática.
P_4E_2	Achei legal.
P_4E_3	Gostei bastante e foi muito interessante.
P_4E_4	Achei interessante essa tarefa e gostei bastante de fazê-la.
P_4E_5	Achei boa pois é uma forma maior de aprendizado além de só soltar o conceito e as contas da matéria, isso faz com que eu me sinta mais interessada.
P_4E_6	Achei legal, pois vimos como e porque foi criado.
P_4E_7	Muito boa.
P_4E_8	Achei entediante, pois não me ajudou na compreensão da matéria em si.
P_4E_9	Realmente achei interessante saber como a comunidade egípcia contribuiu para a matemática, foi uma tarefa bem diferente, porém que nos auxiliou bastante.
P_4E_{10}	Achei interessante, adquirimos conhecimento além da matéria e muito legal.
P_4E_{11}	Interessante.
P_4E_{12}	Eu adorei esse tarefa, gosto de sentir vontade de pesquisar e ver os livro ali com certeza me instigou.
P_4E_{13}	Gostei pois é uma forma diferente de aprender a matemática
P_4E_{14}	Foi legal ver como os antigos sofriam para fazer contas, mas foi meio cansativo.
P_4E_{15}	Achei produtiva, pois não faz a gente ficar só escrevendo e sim faz a gente abrir mais conhecimentos lendo e fazendo pesquisas!
P_4E_{16}	Achei interessante, pois foi uma forma de sabermos mais da história do conteúdo que veríamos.
P_4E_{17}	Achei a tarefa bem legal, pois podemos pegar uma inspiração.
P_4E_{18}	Achei interessante, pois, descobri algo muito interessante.
P_4E_{19}	Ótima.
P_4E_{20}	Foi algo diferente do usual, procurar em livros é diferente, requer mais atenção e foco no que estamos procurando, pois não nos dá uma resposta direta como na internet.
P_4E_{21}	Achei legal pois fizemos algo diferente e criativo, como por exemplo estudar um pouco não só sobre os cálculos mas também sobre a história por trás das PG e PA.
P_4E_{22}	Foi uma tarefa muito legal, porque buscamos mais conhecimentos.
P_4E_{23}	Foi bem interessante, pois trabalhamos em grupo e isso foi muito legal.
P_4E_{24}	Achei interessante, porque foi uma forma de pesquisa diferente do que fazemos normalmente, e também deu para perceber como as informações dos livros são diferentes das da internet.
P_4E_{25}	Achei muito legal, bastante interessante e bem diferente do que estamos acostumados.

Fonte: Elaborado pela pesquisadora (2020).

Observa-se que, dos 25 participantes, apenas dois avaliaram negativamente a tarefa, os estudantes E_8 e E_{14}, alegando que a tarefa foi entediante e cansativa, respectivamente. Mais do que isso, para E_8 a tarefa não ajudou na compreensão da matéria estudada. Quanto aos demais, as enunciações evidenciam que a atividade foi interessante, diferente do habitual e proporcionou aprendizagens para além dos conceitos estudados. É relevante o destaque que alguns estudantes atribuem ao fato da atividade ter sido realizada em livros, como pode-se verificar nos ditos de P_4E_{12}, P_4E_{20} e P_4E_{24}. Para esses estudantes, a falta de acesso à *internet* não prejudicou a realização das pesquisas, uma vez que os livros contêm as informações procuradas. P_4E_{20} menciona que a pesquisa em livros exige mais atenção, uma vez que não se encontra de forma direta as respostas desejadas, do mesmo modo, P_4E_{24} ressalta que as informações obtidas a partir de livros são distintas das advindas da internet.

Os ditos trazem à tona que a consulta em livros de História da Matemática possibilitou aos estudantes meios para que os processos de ensino e de aprendizagem ocorressem de outro modo, contribuindo para uma aprendizagem motivada e significativa. Observa-se que a motivação não se atribui à História da Matemática em si, mas sim ao fato da pesquisa histórica ter sido realizada em livros. Ao que parece, para esses estudantes que são nativos digitais, a realização de pesquisas em livros possibilitou movimentos de contraconduta, uma vez que ao saírem de sua zona de conforto, a *internet*, sua aprendizagem foi conduzida de outro modo.

É sabido que a motivação para os processos de ensino e de aprendizagem é um entre os possíveis efeitos de uma prática pedagógica diferente do habitual. No caso desses estudantes e dessa proposta de ensino, a oportunidade de consultar em livros se difere da didática geralmente adotada pela docente, resultando na geração da motivação, como esperado. Isso significa que, dependendo dos participantes do estudo, a utilização de livros pode ou não motivar a aprendizagem, cabendo ao professor avaliar o momento certo para a utilização desse recurso.

Na sequência da proposta de ensino, após a realização do debate entre os estudantes a fim de confrontar as informações obtidas por meio dos livros de História da Matemática, passou-se à realização dos problemas 64 e 40 do papiro. Em grupos ou individualmente, os estudantes receberam a tarefa de resolver primeiro o problema 64: “Se te digo, divide 10 héqats de cevada por 10 homens, de tal maneira que a diferença entre cada homem e o seu vizinho seja em héqats de cereal, 1/8, qual é a parte que cabe a cada homem?”. Por aproximadamente 50 minutos, os estudantes refletiram, discutiram e esboçaram estratégias de resolução para o problema. Passado esse tempo, os estudantes compartilharam com os colegas suas estratégias, registrando-as no quadro.

Do mesmo modo como para a resolução do problema anterior, no problema 40: “Cem medidas de trigo foram repartidas entre 5 pessoas de maneira que a 2ª recebeu a mais que a 1ª tanto quanto a 3ª recebeu a mais que a segunda, a 4ª a mais que a 3ª e a 5ª a mais que a 4ª. E ainda, as 2 primeiras juntas obtiveram 7 vezes menos que as 3 restantes. Quanto coube a cada uma?”, os estudantes tiveram aproximadamente 50 minutos para refletir, discutir e esboçar estratégias, individual ou coletivamente. Passado esse tempo, os estudantes compartilharam com os demais as estratégias desenvolvidas, registrando-as no quadro.

Sobre as tarefas de resolução de problemas históricos referentes aos momentos 6, 7, 8 e 9 da proposta de ensino, os estudantes foram solicitados a descrever como foi o processo de realização a tarefa, destacando dificuldades, e facilidades. Para tal, propôs-se a seguinte reflexão: *Iniciando o estudo das Progressões Aritméticas solicitei à turma que refletisse e resolvesse dois problemas encontrados no Papiro de Rhind. Descreva como foi para você realizar essa tarefa*, cujas respostas encontram-se no Quadro 27.

Quadro 27 – P_4Q_1: Iniciando o estudo das Progressões Aritméticas solicitei à turma que refletisse e resolvesse dois problemas encontrados no Papiro de Rhind. Descreva como foi para você realizar essa tarefa:

P_4E_1	Não consegui fazer, somente com a resolução da professora. No decorrer da resolução, descobri que era mais fácil do que eu pensava, mas exigia certo raciocínio lógico, que eu, consequentemente, não possuo.
P_4E_2	Foi bem difícil, mas gostei. Sem fórmula é mais complicado.
P_4E_3	Tive um pouco de dificuldade em interpretar as questões, mas assim que consegui, não tive problema nenhum em resolver. E realizar essa tarefa foi legal porque gosto de ser desafiado.
P_4E_4	Foi um pouco difícil de executa-lo, porém, era para ser usado mais a questão de lógica. Depois que descobri a lógica das questões, ficou bem mais fácil, mas até chegar ali hehehehe foi complicado.
P_4E_5	Eu faltei aula nesse dia.
P_4E_6	Achei um pouco difícil, porém conversando e discutindo modos de realizar os problemas com outro colega conseguimos fazer.
P_4E_7	Difícil
P_4E_8	Foi difícil, pois são problemas que exigem além de muita interpretação muito raciocínio lógico, ambas características que sou péssima.
P_4E_9	Foi uma tarefa complicada, pois envolvia muita lógica e compreensão do que se dizia no problema. Porém indo parte por parte, consegui resolver os exercícios.
P_4E_{10}	No começo toda e qualquer PG é difícil, naqueles bastou entender o enunciado e colocar a formula que era fácil em pratica.
P_4E_{11}	Bem difícil, pois quem criou a fórmula não sabia nem somar, então foi bem complicado, fora isso eu gostei
P_4E_{12}	Foi ótima, não tive muitas dificuldades pois tínhamos os colegas para que nós pudéssemos debater e tirara as nossa dúvidas.
P_4E_{13}	Foi difícil no início mais depois com um pouco mais de conhecimento ficou fácil
P_4E_{14}	Não entendi o que era para fazer muito bem, foi bem complicado interpretar e tentar resolver, mas no final deu tudo certo.
P_4E_{15}	Não vi facilidades, pois tive bastante dificuldade na hora de resolve-lo.
P_4E_{16}	Foi bem difícil resolver sem saber as formulas, mas depois foi algo muito simples

P_4E_{17}	Não me lembro direito, mas foi bem difícil de saber que o 1° era x e que o 2° era x+y e assim vai. No segundo eu achei um pouco mais fácil, mas mesmo assim tive muitas dificuldades.
P_4E_{18}	No dia em que nos foi apresentado os exercícios, não tive nenhuma facilidade em fazer. Tive dificuldade pois não entendia muito bem a proposta de progressão - naquela época, já que hoje entendo.
P_4E_{19}	No começo tive bastante dificuldades mas com ajuda do professor foi tudo fácil.
P_4E_{20}	Eu e meu grupo fomos pelo caminho certo desde o início, mas como nunca tínhamos feito algo do tipo, tivemos dúvidas em relação ao que estava sendo feito, e se estava certo ou não, mas depois de a professora nos auxiliar, conseguimos concluir, e eu achei fácil, no final de tudo.
P_4E_{21}	Eu achei bem legal essa matéria, porém um pouco complicada. Uma dificuldade que eu tive, foi apenas a parte de interpretação de texto, facilidades acho que as fórmulas que ajudaram muito.
P_4E_{22}	Foi bem fácil, porque não eram contas longas, pois tinha que ter lógica envolvida.
P_4E_{23}	Eu tive um pouco de dificuldade para começar o exercício, mas com o auxílio da professora e dos colegas consegui desenvolver.
P_4E_{24}	Foi difícil no começo por que tive muita dificuldade em interpretar as questões, mas tirando isso, quando eu conseguir entender as questões, eu achei as formas de montar as contas bem legais.
P_4E_{25}	No primeiro momento achei difícil pois não conhecia nenhuma técnica de resolução, ai a sora foi ajudando e dando umas dicas e o problema foi se resolvendo. Dificuldades para desenvolver a conta e facilidade quando fiz pela lógica.

Fonte: Elaborado pela pesquisadora (2020).

As enunciações dos estudantes evidenciam que a maioria enfrentou dificuldades para realizar a tarefa, em especial no seu início, porém, ao longo do processo, as dificuldades foram amenizando, abrindo espaço para a compreensão e aprendizagem. Os estudantes destacam a importância dos momentos de reflexões em grupo e compartilhamentos de ideias entre colegas como um fator que possibilitou atenuar as dificuldades iniciais, como observa-se nos ditos de P_4E_6 e P_4E_{12}.

Entre as dificuldades mencionadas pelos estudante, destaca-se a necessidade de interpretar os problemas, como citam P_4E_3, P_4E_{21} e P_4E_{24}. Os ditos de P_4E_8 e P_4E_9 mostram que, para esses estudantes, além das dificuldades de interpretação, a falta de raciocínio lógico mostrou-se uma imponente barreira ao desenvolvimento da atividade. Por outro lado, para os estudantes P_4E_{22} e P_4E_{25}, a atividade de resolução dos problemas do Papiro foi fácil, justamente pela lógica matemática envolvida na atividade.

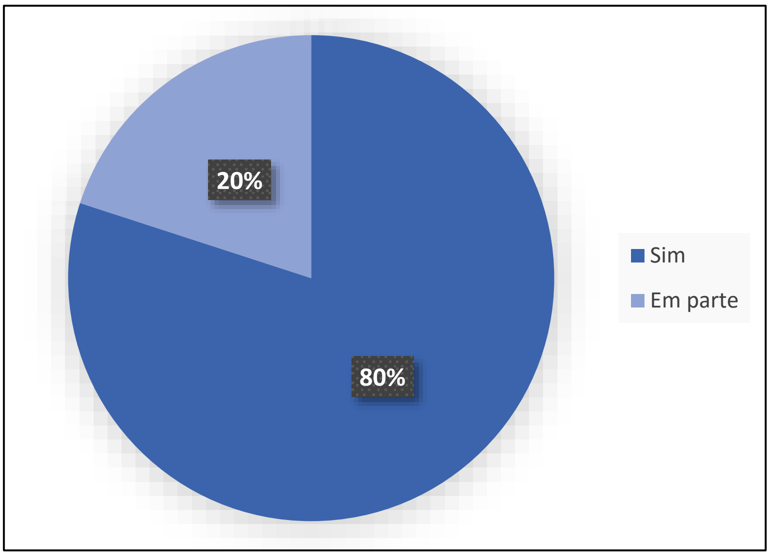
Apesar de alguns estudantes apontarem a interpretação e o raciocínio lógico como fatores que dificultaram a resolução dos problemas, é relevante destacar que tais habilidades deveriam ser requeridas à aprendizagem matemática independentemente da estratégia metodológica proposta pelo docente. Entretanto, é sabido que algumas abordagens, em especial aquelas pautadas na reprodução de exercícios estritamente similares aos exemplos apresentados pelo professor, não criam condições que possibilitam aos estudantes refletir, interpretar e raciocinar logicamente.

Como destaca Lara (2011), algumas abordagens metodológicas não visam a formação de sujeitos críticos, como as formalistas, cuja visão de ensino é regulada pela transmissão de conteúdos por parte do professor, ou a tecnicista, em que a Matemática é “[...] reduzida a um conjunto de regras, técnicas e algoritmos; caráter mais mecanicista e pragmático.” (LARA, 2011, p. 112). Nesse sentido, a menção à interpretação e o raciocínio lógico sinalizam que os estudantes estavam imersos em práticas pedagógicas que não promoviam o emprego dessas habilidades. Efeito disso, ao serem confrontados com a necessidade de recorrerem ao raciocínio lógico e à interpretação para a resolução dos problemas do Papiro de Rhind, encontraram dificuldades.

Por fim, vale destacar as enunciações de P_4E_{17} e P_4E_{18}, que afirmaram ter enfrentado dificuldades para a realização da tarefa. Entretanto, seus ditos trazem à tona que apesar das dificuldades a aprendizagem ocorreu, como por exemplo P_4E_{17}, mostrou lembrar-se da estratégia de resolução por ele utilizada, expressando-a matematicamente. Em suma, a resolução de problemas históricos do Papiro de Rhind, realizada em grupos ou individualmente, criou condições de possibilidade para que os estudantes recorressem à interpretação e ao raciocínio lógico, saindo da inércia que decorre do ensino regulado pela reprodução.

Ainda tendo os problemas do Papiro como referência para as reflexões, na continuidade da proposta de ensino, especificamente no décimo e décimo primeiro momentos, solicitou-se aos estudantes a elaboração de uma fórmula para determinar quanto coube a cada homem. Nos jogos de linguagem presentes na Matemática Escolar, a intenção era construir uma fórmula para determinar o termo geral da sequência. A partir de uma construção conjunta, os estudantes chegaram a uma fórmula, utilizando-a para a resolução de exercícios propostos no décimo terceiro momento. Sobre a atividade, os estudantes foram questionados: N*a sua opinião, a fórmula criada a partir dos problemas do Papiro deu conta de resolver exercícios de Progressões Aritméticas?* Por tratar-se de uma questão mais objetiva, as respostas dadas limitaram-se em “Sim” ou “Em parte”. Portanto, optou-se por elaborar o Gráfico 3 representando a frequência das respostas fornecidas pelos 25 estudantes.

Gráfico 3 - P_4Q_3: A fórmula criada a partir dos problemas do Papiro deu conta de resolver exercícios de Progressões Aritméticas?



Fonte: Elaborado pela pesquisadora (2020).

Observa-se que a maioria respondeu positivamente à questão, evidenciando que, por meio dos problemas do Papiro, foi possível elaborar uma estratégia de resolução capaz de resolver não apenas esses problemas, mas os exercícios extraídos de variados livros didático. Nesse sentido, a fórmula elaborada pelos estudantes se apresenta como um outro modo de matematizar frente aos modos de matematizar da Matemática Escolar, uma vez que não se restringe à reprodução de uma estratégia elaborada *a priori*. Dentre os ditos, destaca-se a enunciação de P_4E_6: “Sim, porque a fórmula criada a partir dos problemas do Papiro é a mesma fórmula que aprendemos depois.”, pois traz à tona a sua compreensão de que a fórmula elaborada pelos estudantes apresenta fortes semelhanças de família com a fórmula escrita nos jogos de linguagem escolares.

Ao final da proposta, apresentou-se aos estudantes a definição de Progressões Aritméticas presente nos livros didáticos escolares, bem como, as fórmulas de termo geral e soma de termos, utilizando-se os jogos de linguagem presentes na Matemática Escolar. Diante disso, questionou-se aos estudantes: *Ao final da proposta, apresentei a fórmula em sua linguagem tradicional, própria da Matemática Escolar. Você viu relações entre a fórmula construída com a linguagem do Papiro e a própria da Matemática Escolar? Quais?* Além de P_4E_6, outros estudantes observaram tais semelhanças, como pode-se verificar no Quadro 28.

Quadro 28 – P_4Q_4: Você viu relações (semelhanças) entre a fórmula construída com a linguagem do Papiro e a própria da Matemática Escolar?

P_4E_1	Poucas, mas os elementos em ambas as linguagens se encaixam perfeitamente.
P_4E_2	Depois que montávamos a fórmula era só matemática básica que usávamos.
P_4E_3	Não sei.
P_4E_4	Tem algumas semelhanças, mas usamos letras diferentes para representar cada coisa.
P_4E_5	Sim, o que era chamado de número procurado na fórmula do papiro era o An em fórmula escolar, a diferença fixa era o r e assim por diante.
P_4E_6	Sim, a diferença fixa é chamada de razão, o primeiro termo é chamado de A1, o último termo é An e a quantidade de termos ou a posição do termo é chamada de N.
P_4E_7	Não me recordo dessa parte.
P_4E_8	Sim, ambas pedem a mesma coisa.
P_4E_9	Sim, os termos eram os mesmos porém com nomes diferentes, apresentando o mesmo método e lógica de resolução dos exercícios propostos.
P_4E_{10}	A sua estrutura.
P_4E_{11}	Sim, era tudo igual, menos as representações (a1, r, etc).
P_4E_{12}	Sim eram praticamente a mesma formula só que com linguagens diferentes.
P_4E_{13}	Só a troca das palavras por símbolos que correspondem a elas.
P_4E_{14}	Sim, semelhanças totais, pois só alteravam-se os nomes e os símbolos.
P_4E_{15}	Não! Nenhuma.
P_4E_{16}	Sim, todas eram progressões.
P_4E_{17}	O primeiro termo e a razão.
P_4E_{18}	Sim. No final, a semelhança é a própria fórmula, já que mudam apenas as letras.
P_4E_{19}	Sim, como Gauss somava sem muito esforço e etc.
P_4E_{20}	Em termos de linguagem, não. Por exemplo, antes tínhamos a “constante”, que na linguagem escolar, foi chamada de “razão”.
P_4E_{21}	Não, porque o que hoje a gente chama de constante, antes chamávamos de razão, como por exemplo.
P_4E_{22}	Não.
P_4E_{23}	Sim, o termo geral principalmente.
P_4E_{24}	Sim, como nas duas fórmulas quase sempre temos que saber o valor da primeira pessoa, e da diferença, ou no caso de P.A. a razão.
P_4E_{25}	Sim haviam semelhanças, as posições eram as mesmas só mudou os nomes.

Fonte: Elaborado pela pesquisadora (2020).

Os ditos dos estudantes evidenciam que sete não perceberam semelhanças entre a fórmula elaborada a partir dos problemas do Papiro e a apresentada ao final da proposta, própria da Matemática Escolar. Entre esses, observa-se que P_4E_7, P_4E_{15}, P_4E_{22} pertencem ao grupo de cinco estudantes que não responderam positivamente à P_4Q_3, ilustrada no Gráfico 3 acima. Além desses, P_4E_{20} e P_4E_{21} não encontraram semelhanças pois, ao busca-las, limitaram-se a analisar as linguagens de ambas as fórmulas, possivelmente uma consequência dos termos linguísticos utilizados na elaboração da questão. Certamente não há semelhanças entre as fórmulas se limitarmos a análise às palavras utilizadas, uma vez que cada fórmula é composta pelos jogos de linguagem específicos das formas de vida nas quais se desenvolveram. Apesar da negativa, os próprios estudantes apresentam semelhanças por eles identificadas, como observa-se no dito de P_4E_{20}: “Por exemplo, antes tínhamos a “constante”, que na linguagem escolar, foi chamada de “razão”.”, sinalizando que, apesar de responder negativamente à questão, o estudante identificou corretamente semelhanças entre as fórmula.

Por outro lado, a partir dos ditos observa-se que 18 estudantes responderam positivamente à questão. Desses, alguns listaram as semelhanças percebidas, destacando-se P_4E_4, P_4E_5, P_4E_6, P_4E_{11}, P_4E_{12}, P_4E_{13} e P_4E_{14}, que mostram ter compreendido que independentemente de utilizarem linguagens distintas, a lógica de resolução de ambas as fórmulas é a mesma. Os ditos criam condições de afirmar que a estratégia elaborada pelos estudantes, que empregam jogos de linguagem distintos dos jogos de linguagem presentes na Matemática Escolar por estarem relacionados à forma de vida egípcia, apresentam semelhanças de família com as regras escolares. Mais do que isso, evidenciam que por meio dessas semelhanças, foi possível compreender os jogos de linguagem presentes na Matemática Escolar.

Na questão a seguir objetivou-se analisar qual das fórmulas é mais significativa para os estudantes. Para tal, o seguinte questionamento foi proposto: *Das duas fórmulas, a construída com a linguagem do Papiro e a própria da Matemática Escolar, alguma delas tem mais significado para você? Por quê?* As respostas encontram-se no Quadro 29.

Quadro 29 – P_4Q_6: Das duas fórmulas, a construída com a linguagem do Papiro e a própria da Matemática Escolar, alguma delas tem mais significado para você? Por quê?

P_4E_1	A da matemática escolar, porque me familiarizei mais.
P_4E_2	Não, as duas ajudam a resolver os problemas.
P_4E_3	Não sei.
P_4E_4	A da Matemática Escolar. Pois mostra a nossa linguagem e interpretação.
P_4E_5	Eu achei a fórmula do papiro mais simples de entender, mas a fórmula escolar acabou ficando mais enfatizada na minha cabeça por conta das vídeos aulas que assisti.
P_4E_6	Não.
P_4E_7	Não. Pois não me ajudou em nada.
P_4E_8	A com a linguagem do papiro, pois é mais fácil a compreensão do que está sendo pedido.
P_4E_9	Não, para mim as duas apresentam mesmo significado, somente são escritas de modos diferentes.
P_4E_{10}	Não.
P_4E_{11}	A escolar, pois vou levar para a vida toda.
P_4E_{12}	A da linguagem do papiro pois a professora trouxe para o nosso meio com uma linguagem que nós escolhemos, foi mais fácil.
P_4E_{13}	A da Matemática Escolar tem mais significado pois faz mais sentido para mim.
P_4E_{14}	Não, pois era só interpretar os problemas e saber o lugar de cada número.
P_4E_{15}	Não tem nada significativo para mim.
P_4E_{16}	A da matemática escolar pois é possível utilizar de uma forma muito mais rápida e fácil.
P_4E_{17}	Não.
P_4E_{18}	Acho que a da Matemática Escolar, já que foi a que mais utilizei e tive mais facilidade em usar.
P_4E_{19}	A tradicional da matemática pois é algo que já é pra dar.
P_4E_{20}	Não, as duas, apesar da linguagem diferente, querem dizer a mesma coisa.

P_4E_{21}	Acho que a da matemática escolar, porque elas eram mais fáceis de serem entendidas e aplicadas
P_4E_{22}	Fórmula da matemática escolar, porque ela é usada mais que a outra.
P_4E_{23}	A do papiro, pois ela é mais dinâmica e rápida.
P_4E_{24}	Sim, a do termo geral por que foi a que eu mais tive facilidade em gravar.
P_4E_{25}	A do papiro pois parece algo mais fácil.

Fonte: Elaborado pela pesquisadora (2020).

Das enunciações presentes no Quadro 29, observa-se que apenas cinco estudantes atribuem mais significado à fórmula por eles elaborada, a partir dos problemas do Papiro de Rhind. Entre as justificativas, evidencia-se que os estudantes consideraram a fórmula por eles construída mais fácil, inclusive por eles terem escolhido a linguagem pela qual a fórmula seria expressa, como se observa em P_4E_{12}. Outros 10 estudantes não tomaram partido em prol de uma ou outra linguagem, dentre os quais, destacam-se os ditos de P_4E_9 e P_4E_{20}, que justificam seu posicionamento por considerar ambas as fórmulas igualmente significativas já que só se diferenciam pela linguagem adotada. É relevante retomar que P_4E_{20} foi um dos estudantes que, na questão P_4Q_4 não encontrou semelhanças entre as fórmulas, pois limitou sua análise aos termos linguísticos utilizados em ambas as fórmulas, como discutido acima.

Por fim, os outros 10 estudantes atribuem maior significado à fórmula própria da Matemática Escolar, mencionando, como justificativa, uma maior familiaridade e facilidade em memorizar. Destacam-se os ditos de alguns estudantes cujos argumentos evidenciam as relações de poder emanentes da hegemonia da Matemática Escolar. O estudante P_4E_{11} atribui mais sentido à fórmula escolar, pois a levará pela vida toda, ou o estudante P_4E_{19} que argumenta que a fórmula da Matemática Escolar pois o seu ensino já está previsto entre os conteúdos a serem abordados na escola.

No Quadro 30 encontram-se as respostas para a seguinte questão: *Na sua opinião, uma fórmula ou técnica é mais importante que a outra? Qual? Por quê?.*

Quadro 30 – P_4Q_9: Na sua opinião, uma fórmula ou técnica é mais importante que a outra?

P_4E_1	Para mim, a fórmulas de PG são melhores e mais fáceis, porque mesmo havendo multiplicações e divisões, eu achava o resultado mais rápido.
P_4E_2	Para mim, nenhuma é mais importante que nenhuma. Fórmula é melhor em números maiores.
P_4E_3	Não sei.
P_4E_4	A fórmula é importante para sabermos, pois é ela que usaremos em ENEM/Vestibular. Mas, pela escola, não vi diferença.
P_4E_5	Eu acho técnicas mais duvidosas, eu nunca tenho certeza se a minha técnica pode estar certa, então eu acho que as fórmulas são mais importantes pro resultado final a menos que seja método sofrido.
P_4E_6	Não, elas são praticamente iguais.

P_4E_7	Não pois na muda em nada.
P_4E_8	Não.
P_4E_9	Não, pois as fórmulas possuem diferentes métodos de resolução. Cada forma se utiliza para determinado exercício.
P_4E_{10}	Nenhuma é mais importante mas cada uma tem sua hora de ser usada.
P_4E_{11}	É importante saber usar as fórmulas/técnicas em todos os cálculos.
P_4E_{12}	Não, acho que vai de cada um saber como aplicar tal formula para mim por exemplo o método sofrido foi mais eficaz.
P_4E_{13}	Não, pois levam ao mesmo resultado.
P_4E_{14}	Não, pois às vezes, temos de usar as duas para a resolução dos problemas. Só acho a fórmula da soma mais complicada de se trabalhar.
P_4E_{15}	Não! Pois as Duas são muito úteis para se fazer as contas
P_4E_{16}	A formula, por que as vezes por técnicas não tem elementos suficientes pra chegar ao resultado.
P_4E_{17}	A fórmula é mais importante, pois ela sempre está certa.
P_4E_{18}	Creio que a técnica. Porque através da técnica, ao menos no meu caso, o período de fixação do conteúdo é menor. Trabalhando a técnica, geralmente consigo resolver o problema com mais facilidade.
P_4E_{19}	Não pois levará ao mesmo resultado.
P_4E_{20}	Mais importante de modo geral não, mas em determinados exercícios, precisávamos de determinada fórmula ou técnica, então ela acabava se tornando algo importante para o exercício.
P_4E_{21}	Não todas as fórmulas são importantes por que nem todos aprendem do mesmo jeito, assim facilitando ainda mais para os alunos.
P_4E_{22}	Fórmula, porque nela é mais fácil de se trabalhar.
P_4E_{23}	Não, todas são importantes para a resolução (dependendo do exercício).
P_4E_{24}	Acho que a fórmula mais importante é a do termo geral por que além de ser a mais utilizada, geralmente temos que usar ela para complementar a outra fórmula.
P_4E_{25}	Acho que as própria fórmulas com os nomes "formais" da própria linguagem matemática por ser exigido em concursos.

Fonte: Elaborado pela pesquisadora (2020).

De modo semelhante aos resultados advindos da questão anterior *(P_4Q_6)*, observam-se alguns ditos que apontam para a fórmula escolar em função do poder que ela carrega consigo, fruto dos processos de hegemonização da Matemática Escolar. Nos ditos de P_4E_4 e P_4E_5, os estudantes mencionam 'a fórmula' sem especificar se tratam da elaborada a partir dos problemas do papiro ou a proveniente da Matemática Escolar: “A fórmula é importante para sabermos, pois é ela que usaremos em ENEM/Vestibular. Mas, pela escola, não vi diferença.” (P_4E_4) e “ Eu acho técnicas mais duvidosas, eu nunca tenho certeza se a minha técnica pode estar certa, então eu acho que as fórmulas são mais importantes pro resultado final a menos que seja método sofrido.” (P_4E_5).

Pelos argumentos apontados, nota-se que os estudantes estão referenciando a fórmula hegemônica, própria da Matemática Escolar. P_4E_4 justifica sua escolha citando os processos seletivos de ENEM e Vestibular, enquanto P_4E_5 manifesta incerteza em relação ao uso de técnicas. Em uma linha de argumentação semelhante, P_4E_{25} embasa sua escolha pela fórmula da Matemática Escolar pelo fato dela ser exigida em concursos. Tais ditos trazem à tona o poder regulador da Matemática, que leva os estudantes a optarem pela fórmula expressa nos jogos de linguagem presentes na Matemática Escolar dada a certeza e segurança da sua utilidade.

Como mostra Lara (2001), a Matemática, por meio de suas normas, governa os sujeitos, controlando seus modos de pensar, agir e raciocinar. Isso pois, "[...] exerce um tipo de controle, constituindo-se como uma técnica específica de poder que "fabrica" indivíduos, tomando-os como objetos e instrumentos de seu exercício, e produzindo subjetividades segundo as normas que estabelece." (LARA, 2001, p. 33). Desse modo, "[...] produz efeitos, fazendo com que outras instituições – as de Ensino Médio e os cursos pré-vestibulares – regulem seus/suas alunos/as e adequem seu ensino segundo aquele padrão de conhecimento." (LARA, 2001, p. 30).

A última questão analisada, cujas respostas encontram-se no Quadro 31, questionou aos estudantes se tomar conhecimento de que é possível recorrer à outras técnicas, além das fórmulas definidas *a priori*, para a resolução de problemas e exercícios, modificou de algum modo sua forma de pensar.

Quadro 31 – P_4Q_8: Saber que é possível utilizar outra técnica ou linguagem, diferente da linguagem da Matemática Escolar, mudou algo em sua forma de pensar? O que?

P_4E_1	Na matemática, sempre soube que há sempre, ou quase sempre, dois caminhos, então não mudou muito a minha forma de pensar.
P_4E_2	Sim, que não precisamos decorar fórmulas para resolver.
P_4E_3	Não sei.
P_4E_4	Sim. Comecei a tentar facilitar mais as contas e não só ficar na fórmula.
P_4E_5	Isso me faz pensar que a matemática é algo realmente impressionante. Você pode fazer uma conta de mil formas diferentes que no final o resultado é o mesmo. E o fato de ter vários caminhos para chegar no resultado torna isso mais fácil pois cada um se familiariza com um modo diferente.
P_4E_6	Não.
P_4E_7	Sim. Eu não preciso gastar tempo com fórmulas gigantes.
P_4E_8	Sim, facilitou mais a compreensão.
P_4E_9	Sim, abrangeu novos pensamentos de resolução dos exercícios, pois como dito, envolve muita lógica, o que facilitou a resolução de outros exercícios.
P_4E_{10}	Sim, me fez pensar de outras formas as vezes pra fazer uma conta.
P_4E_{11}	Na forma de pensar não, mas despertou curiosidade.
P_4E_{12}	Sim, sempre tive dificuldade nos conteúdos mas saber que eu pude escolher o método e quem mais me encaixei é um alivio, as vezes pela linguagem da matemática é muito difícil pra mim.
P_4E_{13}	Ajudou a entender um pouco mais as questões.
P_4E_{14}	Sim, é bom saber que há outros métodos além dos tradicionais.
P_4E_{15}	Mudou sim! A facilidade de resolver os problemas!
P_4E_{16}	Sim, pois assim percebesse que nem sempre matemática é composta com uma regra única de resolução.
P_4E_{17}	Não.
P_4E_{18}	Sim, porque nesses casos, em momentos em que não sabemos a fórmula, criamos um modo diferente de resolver - e que possui o mesmo resultado final.

P_4E_{19}	Sim, ativou mais a nossa lógica e mudou aquela coisa de só regras e etc.
P_4E_{20}	Sim, creio que saber antes a linguagem do Papiro foi mais fácil em certos aspectos, já que não usando a linguagem formal, dava para atribuir várias palavras ao mesmo termo, de forma que o entendimento ficava mais claro.
P_4E_{21}	Sim, nos mostra outras formas de realizas contas de mesma dificuldades com formas diferentes.
P_4E_{22}	Não.
P_4E_{23}	Sim, pois me fez pensar que a matemática não segue um padrão específico, pois existe vários modos de resolver a mesma conta.
P_4E_{24}	Sim, por que eu consegui perceber que dá sim para resolver alguns exercícios sem a fórmula, e também quando usamos essa outra técnica até conseguimos nos basear nela para montar as fórmulas.
P_4E_{25}	Sim, eu tinha mais facilidade no primeiro momento quando não precisava ser na linguagem escolar. Por que eu podia chamar de modo que fizesse mais sentido para mim e que eu não fosse me confundir.

Fonte: Elaborado pela pesquisadora (2020).

Das enunciações apresentadas no Quadro 31, observa-se que cinco estudantes responderam negativamente à questão, ou seja, afirmando que ter conhecimento da possibilidade de recorrer à outras técnicas ou linguagens, distintas da linguagem da Matemática Escolar, para resolução de problemas, não modificou sua forma de pensar. Por outro lado, os outros estudantes responderam positivamente, justificando sua posição com diversos argumento.

Dentre eles, destacam-se P_4E_2, P_4E_4, P_4E_{19}, cujos argumentos sinalizam que os estudantes compreenderam que em diversos casos não é preciso decorar fórmulas e aplicar regras estabelecidas *a priori*. P_4E_{24}, com uma linha de argumentação semelhante, reitera que é possível solucionar problemas sem a aplicação direta de fórmulas mas, para além disso, destaca a possibilidade de elaborar uma estratégia de resolução própria. Corroborando, os ditos de P_4E_5, P_4E_{10}, P_4E_{14}, P_4E_{16}, P_4E_{21} trazem à tona o entendimento desses estudantes de que existem diversos modos passíveis de serem aplicados para a resolução de um único problema. Todos esses ditos evidenciam que os estudantes estão deixando para trás pensamentos, hábitos e atitudes, até então frequentes e tidos como verdadeiros, no que tange ao ensino a à aprendizagem de Matemática. Isso é efeito da tomada de conhecimento sobre a possibilidade de recorrer à outras técnicas, além das fórmulas definidas *a priori*, para a resolução de problemas e exercícios.

Por fim, é relevante destacar as enunciações de P_4E_{12}, P_4E_{20}, P_4E_{25} que, em seus ditos, destacam que a linguagem matemática por vezes é difícil e, a partir dos problemas do Papiro, os estudantes tiveram a oportunidade de escolher uma linguagem mais significativa e compreensível. P_4E_{25} sintetiza os argumentos dos demais estudantes, mencionando que: “Sim, eu tinha mais facilidade no primeiro momento quando não precisava ser na linguagem escolar. Por que eu podia chamar de modo que fizesse mais sentido para mim e que eu não fosse me confundir.”. Os ditos evidenciam que, para esses estudantes, os jogos de linguagem presentes na Matemática Escolar, por meio de seus simbolismos e abstrações, podem confundir e dificultar o entendimento dos conceitos matemáticos e/ou a operacionalização destes durante a resolução de exercícios e problemas.

Por meio dos jogos de linguagem selecionados para a elaboração da fórmula, que se deu a partir dos problemas do Papiro, os estudantes puderam escolher termos carregados de sentido, possibilitando a compreensão da estratégia de resolução dos problemas e exercícios de Progressões Aritméticas. Em outras palavras, os estudantes elegeram jogos de linguagem com significados atrelados às regras e formas de vida na qual se desenvolveram. Como ressalta Walkerdine (1995), quando a produção do conhecimento emerge de uma problematização familiar aos estudantes há diferenças nos processos de ensino e de aprendizagem, pois “[...] faz parte de todo um corpo de práticas de intersecção, nas quais o pensamento mesmo é produzido, incorporado, emocionalmente carregado.” (WALKERDINE, 1995, p. 222).

5.1.2 Síntese das ações emergentes

A proposta de ensino possibilitou aos estudantes a realização de pesquisas sobre a História da Matemática em livros específicos, fornecidos pela pesquisadora. Com a realização da pesquisa, evidencia-se que os estudantes se sentiram motivados, especialmente pelo fato da pesquisa não se dar na *internet*, mas em livros. Como nativos digitais que são, a pesquisa em livros possibilitou aos estudantes movimentos de contraconduta, uma vez que ao saírem de sua zona de conforto - a *internet* - sua aprendizagem foi conduzida de outro modo. Como consequência, além da motivação, os estudantes mencionaram que a consulta nos livros de História da Matemática atribuiu significado à aprendizagem. Portanto, a ação de **oportunizar a consulta em livros específicos de História da Matemática**, teve como efeitos, movimentos de contraconduta frente aos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática, motivando os estudantes e proporcionando aprendizagens para além dos conceitos estudados.

Na sequência da proposta, ao serem desafiados a solucionar os problemas do Papiro de Rhind, alguns estudantes enfrentaram dificuldades, seja pela linguagem presente nos problemas, pelo nível de dificuldade da proposta ou pela mudança metodológica da docente. Entretanto, observou-se que a ação de **propiciar momentos em grupo para discussões, reflexões e compartilhamentos**, não apenas amenizou tais dificuldades, como gerou aprendizagem. Os ditos dos estudantes evidenciaram que a ação de **iniciar um conceito com resolução de problemas históricos** oportunizou o emprego das habilidades de interpretação e raciocínio lógico, por vezes não motivadas a partir de abordagens pedagógicas que visam a reprodução de exercícios estritamente similares aos exemplos apresentados pelo professor, e não criam condições que possibilitam aos estudantes refletir, interpretar e raciocinar logicamente.

As atividades realizadas no sexto e oitavo momento da proposta, resolução dos problemas 64 e 40 respectivamente, ocorreram sem a explicação prévia sobre o conceito de Progressões Aritméticas. A ação de **motivar a criação de uma forma própria de resolver os exercícios**, mostrou aos estudantes que existem diversos modos de matematizar a fim de solucionar um problema. Consequentemente, observou-se que a elaboração de um modo de matematizar próprio favoreceu uma reflexão sobre a hegemonia do modo de matematizar da Matemática Escolar. Além disso, os ditos dos estudantes evidenciam que essa ação oportuniza que a aprendizagem do conceito de Progressões Aritméticas ocorra de outro modo, distinto das estratégias didáticas pautadas na reprodução.

A proposta de ensino mostrou que, ao introduzir o conceito e as fórmulas de Progressões Aritméticas nos jogos de linguagem presentes na Matemática Escolar, é pertinente a ação de **comparar os jogos de linguagem de distintos modos de matematizar,** nesse caso, os modos de matematizar elaborados pelos estudantes e os modos de matematizar própria da Matemática Escolar. A ação de comparação possibilitou aos estudantes compreender que há diversos modos de matematizar, bem como, identificar as semelhanças de família entre os jogos de linguagem utilizados nesses distintos modos. Além disso, ao identificar as semelhanças de família, oportunizou-se que a aprendizagem das fórmulas ocorresse de outro modo, sem a reprodução irrefletida dos dizeres do professor.

Por fim, a última ação pedagógica emergente desta proposta de ensino, consiste em **oportunizar a resolução de exercícios sem privilegiar um único jogo de linguagem**. Como efeitos, observa-se que os estudantes refletiram sobre a hegemonia da Matemática Escolar, uma vez que não foi exigido um modo de resolução específico, favorecendo, inclusive, a compreensão de que em diversos casos não é preciso decorar fórmulas e aplicar regras estabelecidas *a priori*. Mais do que isso, oportunizou-se a elaboração de estratégias próprias para a resolução de problemas, facultando aos estudantes a oportunidade de escolher uma linguagem mais significativa e compreensível. Em suma, mediante a oportunidade de resolver exercícios sem privilegiar um único jogo de linguagem, mostrou-se aos estudantes que existem diversos modos de matematizar.

O Quadro 32 sintetiza e organiza as ações emergentes desta proposta, destacando os efeitos observados:

Quadro 32 – Progressões Aritméticas: ações emergentes

Ações	Efeitos
Oportunizar a consulta em livros específicos de História da Matemática	Possibilita movimentos de contraconduta frente aos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática.
	Motiva para os processos de ensino e de aprendizagem.
	Proporciona aprendizagens que não se limitam aos conceitos presentes no conteúdo programático.
Propiciar momentos em grupo para discussões, reflexões e compartilhamentos	Contribui para o esclarecimento de dúvidas.
	Cria um ambiente dialógico.
	Propicia aprendizagens.
Iniciar um conceito com resolução de problemas históricos.	Mobiliza a interpretação e o raciocínio lógico.
	Combate a inércia que decorre do ensino regulado pela reprodução.
Motivar a criação de uma forma própria de resolver os exercícios.	Oportuniza que a aprendizagem do conceito seja conduzida de outro modo.
	Mostra que há diversos modos de matematizar.
	Favorece uma reflexão sobre a hegemonia do modo de matematizar da Matemática Escolar.
Comparar os jogos de linguagem de distintos modos de matematizar.	Possibilita identificar as semelhanças de família entre os distintos jogos.
	Mostra que há diversos modos de matematizar.
	Oportuniza que a aprendizagem das fórmulas seja conduzida de outro modo.
Oportunizar a resolução de exercícios sem privilegiar um único jogo de linguagem.	Possibilita a reflexão dos estudantes sobre a hegemonia da Matemática Escolar.
	Favorece a compreensão de que em diversos casos não é preciso decorar fórmulas e aplicar regras estabelecidas *a priori*.
	Destaca a possiblidade de elaborar estratégias próprias de resolução.
	Mostra que há diversos modos de matematizar.
	Faculta aos estudantes a oportunidade de escolher uma linguagem mais significativa e compreensível.

Fonte: Elaborado pela pesquisadora (2020)

Em suma, por meio da articulação entre a Etnomatemática e a História da Matemática, para o ensino de Progressões Aritméticas, seis ações pedagógicas emergiram. Na próxima seção, analisam-se os resultados advindos da proposta de ensino sobre Trigonometria.

5.2 Trigonometria

A proposta de ensino sobre Trigonometria (Apêndice D) foi realizada com 59 estudantes do 2º ano do Ensino Médio, com idades entre 16 e 17 anos, de uma escola pública estadual da zona norte de Porto Alegre. Teve, como principal objetivo, verificar de que modo os estudantes utilizam a História da Matemática para a produção de vídeos envolvendo conceitos trigonométricos. Diferentemente das demais propostas, esta realizou-se pouco em sala de aula, e muito extraclasse, efeito da abordagem metodológica adotada.

Com base em Lara (2019), os momentos da proposta de ensino foram planejados a fim de valer-se a Etnomatemática como um método de ensino e de pesquisa. Ao definir a Etnomatemática como método, a autora propõe três etapas: Etnografia; Etnologia; Validação. A 1ª etapa corresponde à realização de pesquisas e investigações acerca de um tema de estudo, seja por meio de observações e entrevistas, ou, no caso desta proposta, por meio de pesquisa bibliográfica. Ao longo desta etapa, toma-se conhecimento dos distintos jogos de linguagem presentes nas formas de vida estudadas, neste caso, aquelas atreladas à História da Trigonometria.

A 2ª etapa consiste na compreensão e entendimento dos jogos de linguagem percebidos ao longo da 1ª etapa. É o momento em que se vinculam os jogos de linguagem próprios das formas de vida estudadas aos jogos de linguagem presentes na Matemática Escolar (LARA, 2019). Por fim, a 3ª etapa é destinada para interpretação e julgamento, de modo que os estudantes refletirão sobre as semelhanças de família existentes entre os jogos de linguagem das formas de vida investigadas na 1ª etapa, com aqueles próprios da Matemática Escolar, apresentados pelo professor na 2ª Etapa. Nesse sentido, assumindo as três etapas propostas por Lara (2019) como referência, desenhou-se uma proposta de ensino em que o estudante é o protagonista do processo de aprendizagem.

5.2.1 Síntese das ocorrências

Nos primeiros três momentos da proposta de ensino foram apresentadas as informações mínimas que deveriam estar presentes nos vídeos produzidos, bem como, foram estipuladas algumas regras e critérios para avaliação. Foram momentos exploratórios, em que os estudantes puderam organizar a divisão dos grupos, esclarecer eventuais dúvidas oriundas da explicação da atividade e iniciar o planejamento do roteiro para a execução do vídeo. No quarto momento, 1ª etapa do método de ensino proposto por Lara (2019), os estudantes receberam diversos livros sobre a História da Matemática em geral, bem como, alguns específicos sobre a História da Trigonometria, a fim de pesquisar acerca das informações mínimas apresentadas no primeiro momento da proposta. Alguns estudantes manifestaram estranheza ao manusear os livros, sem saber por onde começar, sendo necessária uma conversa sobre o sumário e o índice remissivo que a maioria dos livros apresenta. Por outro lado, alguns estudantes demonstraram segurança e entusiasmo frente aos livros, admirados com a possibilidade de utilizá-los.

A atividade durou aproximadamente 120 minutos até que todos os grupos estabelecessem contato com todos os livros. Diante da variedade de livros e informações, os estudantes fotografaram as páginas consideradas importantes, para que uma leitura aprofundada pudesse se realizar em outro momento. A fim de investigar se o material disponibilizado os auxiliou na realização da pesquisa, questionou-se: *Em determinado momento a professora disponibilizou livros sobre a História da Matemática. O material auxiliou nas suas pesquisas? De que modo?* O Quadro 33 apresenta as respostas fornecidas pelos estudantes.

Quadro 33 – P_5Q_5: Em determinado momento a professora disponibilizou livros sobre a História da Matemática. O material auxiliou nas suas pesquisas?

P_5E_1	Sim! Por meio dele conseguimos encontrar o problema histórico e entender um pouco mais.
P_5E_2	Não para mim. Não sei se ajudou meu colega
P_5E_3	Sim, usamos apenas eles.
P_5E_4	Sim. Sobre a origem da trigonometria.
P_5E_5	Auxiliou na procura do tema e na descoberta dos recursos antigos da Matemática.
P_5E_6	Sim, informações que não tinham na internet ajudaram a complementar a pesquisa.
P_5E_7	Sim. Além de ela ter indicado, nos trouxe livros com linguagens e amostragem nada atual - ou seja, bem rústica, da maneira antiga. E para ser sincero, se não fosse os livros que ela nos trouxe, teríamos muito mais problemas.
P_5E_8	Na verdade, auxiliaria, mas nós do grupo nos aprofundamos mesmo nas pesquisas na web.
P_5E_9	Sim, muitas coisas que não encontrei na internet como as medidas usadas antigamente e etc.
P_5E_{10}	Sim, a professora nos deu vários livros contendo, história da trigonometria, contas da época e etc. O material nos ajudou bastante para entender um pouco mais sobre a história por trás daquilo que estamos a estudar.
P_5E_{11}	Auxiliou demais, nosso vídeo inteiro praticamente é com base nos livros.
P_5E_{12}	Sim, através dos livros conseguimos encontrar diversas histórias que não encontramos na internet.
P_5E_{13}	Sim, nas aulas ela emprestava os livros, ajudou bastante, pois foi em um dos livros que pegamos o problema matemático apresentado no vídeo.
P_5E_{14}	Sim, com umas informações.
P_5E_{15}	Auxiliou na procura do problema histórico.
P_5E_{16}	Sim, ajudou bastante na parte da história sobre o teorema de Pi, e quem o criou.
P_5E_{17}	Sim nós achamos o nosso exemplo no livro também e lá explicava um pouco melhor do que na internet e dizia coisas sobre a história da trigonometria tiramos foto do livro e usamos na nossa explicação
P_5E_{18}	Sim, para curiosidades e exercícios.
P_5E_{19}	Auxiliou muito, pois foi com os livros que tiramos o nosso problema.
P_5E_{20}	Sim, ajudou na resolução do problema histórico.
P_5E_{21}	Sim, pois tinhas várias informações valiosas que não se encontravam em lugar nenhum, inclusive o problema 56 do papiro e sua resolução.
P_5E_{22}	Sim, nós usamos os problemas encontrados nos livros.
P_5E_{23}	Meu grupo e eu tiramos apenas uma foto de um pequeno paragrafo da introdução da trigonometria então tiramos uma ideia daquilo e nos serviu como um norte para explicar o conceito, mas mesmo assim a maior parte das fontes vêm da internet.
P_5E_{24}	Sim auxiliou, usamos alguns dos livros

P_5E_{25}	Sinceramente não.
P_5E_{26}	Na minha não por que faltei no dia... mas os outros colegas utilizaram
P_5E_{27}	Sim, auxiliou no exemplo do problema histórico que não achamos na internet.
P_5E_{28}	Um pouco, não achamos muitas informações sobre astronomia.
P_5E_{29}	Ajudou para facilitar o que falaríamos na introdução do conteúdo e do vídeo, tiramos foto de um pequeno parágrafo mas foi essencial.
P_5E_{30}	Sim, mas nós já tínhamos escolhido o problema e gravado a 1ª parte do vídeo.
P_5E_{31}	Claro me dando exercícios para poder resolver e os nomes dos matemáticos.
P_5E_{32}	Os livros ajudaram muito para achar informações verdadeiras, mais variedades de dados e também ajudou a achar a conta trigonométrica.
P_5E_{33}	Demais, principalmente por ter muita informação que a gente não consegue achar pela internet.
P_5E_{34}	Sim, de modo que facilitasse as pesquisas e produções do Grupo
P_5E_{35}	Sim muito, nosso trabalho foi quase todo baseado em um livro da professora, dando informações sobre a origem do conteúdo e mais curiosidades sobre o papiro de Rhind.
P_5E_{36}	Utilizamos muito a internet como meio de pesquisa e fonte, mas pegamos trechos dos livros disponibilizadas pela professora para termos ideia de que modo começar o trabalho.
P_5E_{37}	Ajudou muito, pois foi nele que achamos o problema que deveríamos resolver
P_5E_{38}	Sim, muito. Tinha uma questão sobre Pi, me ajudou muito na resolução do problema histórico.
P_5E_{39}	Ajudou, com algumas coisas
P_5E_{40}	Sim, ele nos ajudou na pesquisa do modo de fazer o exercício pedido.
P_5E_{41}	Sim. Como nosso vídeo era referente a perguntas e respostas, conseguimos capturar diversos trechos de dentro dos livros e transformar em perguntas.
P_5E_{42}	Sim, ela distribuiu vários livros para nos ajudar. Usamos um problema histórico da trigonometria de um livro.
P_5E_{43}	Sim, todas as informações que foram passadas no vídeo teve como fonte os livros.
P_5E_{44}	Sim, bastante, coisas que não achamos na internet, a maioria na verdade das coisas que usamos estava nos livros.
P_5E_{45}	Sim, a professora disponibilizou os livros que ajudou demais nas pesquisas, comparamos com explicações da internet e nenhuma se compara a explicação completa do livro que sem dúvida fez com que nosso trabalho fosse melhor apresentado.
P_5E_{46}	Para achar cálculos antigos da trigonometria
P_5E_{47}	Sim, ajudou tanto para confirmar coisas feitas procuradas da internet quanto achar mais coisas
P_5E_{48}	Auxiliou apenas no exercício.
P_5E_{49}	Sim, ajudou na parte do problema histórico.
P_5E_{50}	Sim, o livro que utilizamos ajudou a resolver um problema histórico do papiro de Rhind.
P_5E_{51}	Sim e quem salvou a pesquisa para a formulação do trabalho foram os livros de fonte confiável.
P_5E_{52}	Sim, fez eu entender a história, para eu apresentar o vídeo junto dos componentes do grupo.
P_5E_{53}	Sim. Na aula, a ajudar a fazer o trabalho
P_5E_{54}	Sim, pois os livros falam sobre a história completa e verdadeira.
P_5E_{55}	Foi interessante, porém não acho que trouxe uma contribuição a mais do que os sites da internet.
P_5E_{56}	Sim auxiliou muito principalmente na hora de fazer o vídeo.
P_5E_{57}	Sim, nos deu uma boa base sobre a história da trigonometria, pegamos bastante coisa dos livros.
P_5E_{58}	Sim, pois foi de um dos livros que achamos um exercício histórico.
P_5E_{59}	Sim, ela disponibilizou livros em uma das suas aulas para que lêssemos e tirássemos fotos. Ajudou em algumas informações importantes e no problema histórico.

Fonte: Elaborado pela pesquisadora (2020).

Das respostas fornecidas pelos estudantes, observa-se que mais de 50 afirmaram que os livros disponibilizados auxiliaram na realização da atividade. Entre os motivos elencados, evidencia-se nos ditos de P_5E_{13}, P_5E_{17}, P_5E_{19}, P_5E_{21}, P_5E_{27}, P_5E_{32} e P_5E_{42}, que o acesso aos livros viabilizou atender uma das informações mínimas solicitadas: apresentação e resolução de um problema histórico. Isso pois, entre os livros disponibilizados aos estudantes, alguns apresentam e discutem os problemas ou as situações que motivaram a emergência de determinados conceitos trigonométricos.

Certamente, é possível encontrar os problemas ou as situações que motivaram a emergência de determinados conceitos trigonométricos na *internet*, no entanto, as enunciações dos estudantes ao responderem esta questão, evidenciam certa preferência pelos resultados derivados dos livros. Por exemplo, P_5E_{17} classifica as explicações presentes nos livros como melhores em comparação com aquelas encontradas na rede, assim como P_5E_{21}, que considerou as informações presentes nos livros como valiosas e distintas das encontradas na *internet*. P_5E_{51} considera que os livros disponibilizados salvaram a pesquisa, pois são, segundo o estudante, fontes confiáveis.

É relevante destacar as enunciações de P_5E_{11}, P_5E_{35}, P_5E_{43} e P_5E_{44}, pois para esses estudantes o trabalho foi único e exclusivamente produzido a partir dos livros sobre a História da Matemática. Observa-se que mesmo sendo frutos de uma geração digital, habituados à instantaneidade das buscas na *internet*, à multiplicidade de fontes e à diversidade de formatos pelo quais as informações se apresentam, esses estudantes, além de terem recebidos positivamente a tarefa proposta, a realizaram satisfatoriamente.

Disponibilizar distintos livros sobre a História da Matemática criou condições de possibilidade para a realização da atividade, não apenas pelo fato de nos livros as informações se apresentarem de modo mais organizado, claro e confiável, como destacaram alguns estudantes. Mas pelo fato de o grupo de estudantes envolvidos nesta proposta de ensino ser bem diverso, desde aqueles que necessitam trabalhar em turno inverso para ajudar à família, até aqueles que já realizaram intercâmbio fora do país. Em função dessa diversidade, foi importante fornecer os livros de história para a realização da consulta em sala de aula pois, desse modo, criam-se meios para a realização da pesquisa por parte de todos os estudantes.

No Quadro 34 os estudantes respondem a seguinte solicitação: *Descreva vantagens e desvantagens no uso dos livros de História da Matemática para a realização das pesquisas sobre a História da Trigonometria.*

Quadro 34 – P_5Q_7: Descreva vantagens e desvantagens no uso dos livros de História da Matemática para a realização das pesquisas sobre a História da Trigonometria:

P_5E_1	A linguagem. Acho que de resto foi mais tranquilo, mas entender como se era feito antigamente foi o mais difícil para mim.
P_5E_2	A vantagem seria que nos livros havia muito mais chance de o que estar ali não ser uma informação falsa. A desvantagem é que o textos eram maçantes.
P_5E_3	É complicado de encontrar todas as informações.
P_5E_4	Desvantagens: achar algo falando sobre astronomia. Vantagens: achei uma parte no livro que iria falar no vídeo.
P_5E_5	Os livros vão mais profundo na matéria, mas são muitas vezes desatualizados e também é difícil de achar o que procura.
P_5E_6	Os livros embora sejam muito mais confiáveis não geram aquela acomodação de ter o que tu precisa em mãos, é necessário ler e procurar o que precisa.
P_5E_7	Através dos livros, encontramos problemas matemáticos, onde pudemos utilizar no vídeo. Essa foi, sem dúvida, a maior vantagem.
P_5E_8	Vantagens: acho que teria o que custamos pra achar, que foi o problema histórico, e desvantagens não tem.
P_5E_9	A vantagem é conseguir uma pesquisa mais completa, com mais informações e com informações mais confiáveis. E a desvantagem é que leva muito mais tempo que na internet.
P_5E_{10}	A vantagem de usar um livro é que podemos ter a certeza que aquilo que estamos a ler é verdade, a desvantagem é que é um livro e como é feito de papeis, depois de um bom tempo guardado tem que se ter cada vez mais cautela a usá-lo pois pode rasgar ou estragar.
P_5E_{11}	Não vejo desvantagens livros são mais precisos e contém várias informações cruciais para o desenvolvimento do trabalho.
P_5E_{12}	Acho que o livro ajudou a complementar e consertar a história nos trabalhos.
P_5E_{13}	Vantagens: Sabemos que as coisas que estão escritas no livro é verídica. Desvantagens: A única desvantagem que tem, é que temos que ficar procurando nas páginas o que precisamos.
P_5E_{14}	Informações pontuais e necessárias
P_5E_{15}	Vantagem é o conteúdo embasado, desvantagem é a demora para encontrar o necessário.
P_5E_{16}	Ajudou bastante, porém foi um pouco complicado de entender, a internet também não teve uma explicação boa a respeito de como fazer o teorema antigo, mais ajudou na história e no cálculo.
P_5E_{17}	Vantagens: ter algumas informações que não tinha na internet, poder tirar foto das páginas Desvantagens: não ter os livros em casa na hora de tirar algumas dúvidas mais pontuais que não saíram na foto tirada
P_5E_{18}	Muito extenso, mas as informações corretas.
P_5E_{19}	As vantagens foram que tiram bastante exemplos, problemas históricos. As desvantagens é muito coisa pra ler.
P_5E_{20}	Na minha opinião, houve só vantagem, que foi ter fontes certas sobre a história da Trigonometria.
P_5E_{21}	Vantagens é que tem bastante informação que não se encontra na internet, mas as desvantagens são que não possui uma pesquisa dinâmica, ou seja, eu vou ter que ficar um tempão folhando para poder achar o que eu quero.
P_5E_{22}	A vantagem é que tem mais dado que a internet.
P_5E_{23}	A vantagem é que tudo que está ali é verídico, mas é muito mais difícil de retirar o que realmente importa por conta da linguagem antiga.
P_5E_{24}	Vantagens: quando procurar encontra algo certo ou aproximado; Desvantagens: Demorar para procurar.
P_5E_{25}	Praticamente não usamos
P_5E_{26}	Vantagem: tudo q está no livro é verídico... Desvantagem: demora um pouco mais pra achar o que procura
P_5E_{27}	Como eu gosto de ler, adoro fazer esse tipo de trabalho com livros, não achei desvantagens.

P_5E_{28}	Dificilmente o livro está errado, diferente da Internet, mas é um pouco mais trabalhoso de pesquisar algumas coisas.
P_5E_{29}	As vantagens é que está tudo explicado passo a passo e é uma luz pra quem precisou de uma ajuda inicial, as desvantagens foram que perdemos muito tempo tentando compreender o que falava no livro.
P_5E_{30}	Tiramos mais dúvidas com os livros, pois como eu já tinha dito, já tínhamos gravado uma parte do vídeo.
P_5E_{31}	Não tive desvantagem nenhuma, mas eu tive vantagens ao procurar por exercícios no livro.
P_5E_{32}	Vantagens: contém informações verdadeiras e muitas variedades. Desvantagens: não é prático para quem está com pressa, nem todos tinham aqueles livros em casa, contém muitas coisas desnecessárias para o nosso trabalho e para ter melhor entendimento do conteúdo seria bom ler o livro todo, que não foi o nosso caso.
P_5E_{33}	A vantagem é ter muita informação que você não consegue encontrar em outros lugares. A desvantagem é a demora para achar exatamente o que você precisa.
P_5E_{34}	Vantagens: Uma fonte de pesquisa mais "antiga" e de fácil acesso Desvantagens: O tempo perdido na procura das páginas.
P_5E_{35}	A vantagem é que são informações oficiais e concretas sobre indícios históricos, e a desvantagem que é muito mais demorado para achar, pois só muitas informações.
P_5E_{36}	A vantagem é saber que aquilo é uma fonte confiável, e a desvantagem é a faltada praticidade, pois era um trabalho muito extenso.
P_5E_{37}	A vantagem é que tem tudo que eu precisava para pôr no vídeo, a desvantagem é que os livros são enormes, então fica mais difícil de achar o que procurava.
P_5E_{38}	Vantagens: informações únicas, que as vezes não encontramos na internet. Desvantagens: Demora pra achar as informações.
P_5E_{39}	Livro tem que pesquisar bem mais, mas como vantagem tudo lá é verdade
P_5E_{40}	Não vejo nenhuma desvantagem, acho que e uma fonte de informações muito boa, por que nos livros temos mais certeza que e verdadeira a informação, e as vezes as informações são muito mais detalhadas.
P_5E_{41}	Vantagens: Fontes confiáveis e bastante conteúdo sobre o assunto. Desvantagens: Dificuldade no entendimento da escrita, nos confundindo muito na hora de decidir o que colocar como conteúdo no vídeo.
P_5E_{42}	Coisas que não tem na internet tem no livro e pode ser até mais aprofundado o assunto. Não vejo desvantagem.
P_5E_{43}	Temos a certeza das respostas, porém é preciso de mais concentração para ler e achar o que está sendo procurado.
P_5E_{44}	Vantagens de informações certas, sem dúvidas, desvantagens é o tempo que perdemos procurando certas coisas que precisávamos.
P_5E_{45}	Vantagens é que nos livros contém muita informação para um bom desempenho no trabalho, pesquisar em livros é uma certeza que o trabalho está correto. Não vejo desvantagem nas pesquisas em livros.
P_5E_{46}	Ajudou bastante, se não fosse o livro não iríamos achar os cálculos antigos
P_5E_{47}	Confiável, porém fica muito mais difícil encontrar o desejado
P_5E_{48}	A vantagem e o problema histórico desvantagem e que tem muita coisa que a gente não acabou usando.
P_5E_{49}	Não era um conteúdo fácil de ser compreendido de primeira, tinha muitos símbolos...
P_5E_{50}	A vantagem do livro é seu conteúdo, que muitas vezes é melhor que a internet, mas a desvantagem é que as vezes é difícil de entende-lo.
P_5E_{51}	Desvantagem é a falta de familiarização dos alunos com a pesquisa em um livro e a vantagem é poder confiar nas informações
P_5E_{52}	A vantagens é que nos livros, está praticamente completa a história, e a desvantagem seria a falta desses livros para serem usados pois são muitos antigos.
P_5E_{53}	Dinâmica diferente a aula.
P_5E_{54}	Vantagem é que nos livros falam sobre a história completa, e como desvantagem é difícil de encontrar livros sobre a história da trigonometria pois são muito antigos.

P_5E_{55}	Vantagens é que é uma fonte muito confiável, e a desvantagens é que é muito dificultoso achar uma específica informação.
P_5E_{56}	Vantagens: temos informações corretas. Desvantagens: demora um pouco mais a pesquisa.
P_5E_{57}	Para mim os livros não tem erro, é uma fonte muito confiável, porém é mais demorado de se achar o conteúdo procurado
P_5E_{58}	Vantagens: Ao usar o livro para aprofundar o conhecimento sobre a história da trigonometria conseguimos alguns detalhes que muitas vezes não estão escritos na internet, pois na internet encontramos muitos resumos; Desvantagens: Para quem não tem o costume de ler é muitas vezes cansativo achar algo específico em meio de tantas informações.
P_5E_{59}	Vantagens é que contém muitas informações importantes. E as desvantagens é que tem muito conteúdo e fica um pouco mais complicado de encontrar o que quer.

Fonte: Elaborado pela pesquisadora (2020)

Os ditos corroboram os achados da questão anterior, de que a consulta nos livros de História da Matemática foi bem-sucedida para os estudantes. De modo geral, observa-se que a vantagem mais citada relaciona-se à veracidade das informações presentes nos livros, enquanto que, a desvantagem diz respeito ao tempo empreendido para a busca e leitura. Apesar de alguns estudantes terem realizado previamente pesquisas na *internet*, observa-se que o acesso aos livros oportunizou confirmar ou abandonar esses achados. Os ditos dos estudantes evidenciam o *status* de poder que os livros têm sobre a *internet*, uma vez que a maioria manifestou incerteza em relação às informações procedentes da rede, admitindo como verdadeiras e confiáveis aquelas presentes nos livros.

Outras vantagens mencionadas relacionam-se às informações apresentadas nos livros que, segundo os estudantes, são mais aprofundadas e diversificadas do que aquelas encontradas com as pesquisas na *internet*. De modo recorrente, os estudantes expuseram que apenas nos livros sobre a História da Matemática foi possível encontrar exemplos de problemas e cálculos históricos, reiterando o exposto no Quadro 32.

Como desvantagens foram mencionadas a dificuldade em manusear os livros a fim de encontrar as informações desejadas e o fato de não ter o livro à disposição em casa para esclarecer eventuais dúvidas. Os ditos de P_5E_6, P_5E_{19}, P_5E_{43}, P_5E_{58}, entre outros, mostram que para esses estudantes, uma das desvantagens da realização de consultas em livros é a necessidade de ler. Segundo os estudantes, a atividade exigiu a leitura de textos extensos que apresentavam uma diversidade de informações irrelevantes ao tema do trabalho. De fato, diferentemente do que a pesquisa na internet, que é rápida, interativa e dinâmica, a pesquisa em livros nem sempre permite o acesso a qualquer hora e lugar e não é prática, uma vez que exige leitura e, consequentemente, mais tempo. Observa-se que para esses estudantes, as dificuldades são fruto da realidade altamente tecnológica que se vive, caracterizada pela instantaneidade e acessibilidade do acesso à informação.

É relevante destacar que, para P_5E_1, P_5E_{23}, P_5E_{41}, P_5E_{49} e P_5E_{50} as desvantagens relacionam-se à linguagem presente nos livros. Como afirmam os estudantes, a linguagem, com expressões antigas e repletas de simbolismos, por vezes dificulta a compreensão. Nesta proposta de ensino, em que uma das atividades propostas foi a resolução e apresentação de um problema histórico, naturalmente os estudantes foram confrontados com essas distintas linguagens e modos de matematizar históricos.

Por isso, a necessidade possibilitar momentos para reflexões e esclarecimentos entre estudantes e professor, como o que se realizou no 5º momento da proposta, a fim de minimizar tais dificuldades. Tais esclarecimentos nada mais são do que a efetivação da 1ª e 2ª etapas do método de ensino da Etnomatemática, uma vez que o professor auxilia na interpretação e resolução do problema histórico que deve ser apresentado no produto final.

Por outro lado, P_5E_8, P_5E_{20}, P_5E_{27}, P_5E_{31}, P_5E_{40}, P_5E_{42} e P_5E_{45} listaram apenas vantagens em relação ao uso de livros para a pesquisa, verbalizando que não observaram desvantagens. Por fim, destaca-se a enunciação de P_5E_{53}, pois, para esse estudante, a reflexão independe a fonte de busca ou a linguagem utilizada, assumindo a vantagem da realização de pesquisas pelo fato da dinâmica da aula acontecer de modo diferente.

Em paralelo à produção dos vídeos, no 7º momento da proposta, os conceitos trigonométricos foram abordados em sala de aula. Além daqueles mencionados pelos estudantes na apresentação da prévia (5º momento), os demais conceitos presentes no conteúdo programático da escola foram tratados. Na questão oito, *A produção do vídeo contribuiu de algum modo para a sua aprendizagem sobre a Trigonometria? De que modo?* (Quadro 35), os estudantes refletiram acerca das contribuições que a produção do vídeo possibilitou à aprendizagem de trigonometria.

Quadro 35 – P_5Q_8: A produção do vídeo contribuiu de algum modo para a sua aprendizagem sobre a Trigonometria? De que modo?

P_5E_1	Sim! Conheci fatos históricos e aprendi de uma maneira diferente. Isso meio que me "obrigou" a pesquisar e ver os vídeos sobre.
P_5E_2	Para entender a matéria, não. Mas para entender como alguém chegou naquele raciocínio, sim.
P_5E_3	Aprendi alguns cálculos que me ajudaram.
P_5E_4	Sim. Nas fórmulas e na forma de fazer.
P_5E_5	Incentivou a pesquisa sobre a matéria.
P_5E_6	Não.
P_5E_7	Sim, pude aprender bastante sobre a trigonometria. Aprendi, por exemplo, que na decolagem de um avião, há o cálculo trigonométrico.
P_5E_8	Sim! Bastante, eu realmente consegui entender o conteúdo, acho que se todas as matérias fossem assim seria tudo mais fácil e claro.

P_5E_9	Um pouco, sempre que ouvia alguns nomes lembrava algumas coisas ditas em aula ou vice-versa.
P_5E_{10}	Acho que sim porque faz a gente trabalhar mais em grupo, assim, faz com que a aula seja menos maçante, faz os alunos terem uma experiência mais divertida e ao mesmo tempo saindo um pouco daquela aula monótona de sempre e ao mesmo tempo faz com todos nós entendam melhor o conteúdo.
P_5E_{11}	Contribuiu, por exemplo, eu descobri a fórmula de Pitágoras através desse vídeo, pois até então eu não conhecia a fórmula.
P_5E_{12}	A forma que o trabalho foi executado estimulou bastante, e aprendi que a trigonometria é usada em áreas que eu nem imaginava.
P_5E_{13}	Sim, pois gravamos o vídeo de uma forma engraçada e isso ajuda na aprendizagem do conteúdo.
P_5E_{14}	Sim, entendi um pouco mais a fundo de pra que e como ele foi criado, não apenas decorar fórmulas e coisas chatas.
P_5E_{15}	Sim, para o entendimento da história, mas para cálculos e prática não.
P_5E_{16}	Sim. Saber a história da trigonometria é sempre importante, agora se me perguntarem eu já sei o que responder.
P_5E_{17}	Sim eu realmente aprendi sobre a história tenho domínio sobre o assunto.
P_5E_{18}	Em alguns aspectos, como por exemplo, os estudos.
P_5E_{19}	Sim, que trigonometria é fácil, mas ao mesmo tempo difícil.
P_5E_{20}	Sim, me ajudou na compreensão do surgimento e uso do conteúdo.
P_5E_{21}	Eu tive que decorar algumas informações e lembro delas até hoje.
P_5E_{22}	Sim. Isso facilitou, pois tentamos fazer do nosso modo.
P_5E_{23}	Sobre a história muito, já sobre as contas só me deixou apreensiva com o que esperar.
P_5E_{24}	Em uma parte sim, a formula de Pitágoras.
P_5E_{25}	Sim, pois agora sabemos um pouco sobre a história
P_5E_{26}	+/- acho q pra mim não foi muito produtivo.
P_5E_{27}	Sim, pois as pesquisas, perguntas e respostas, e a forma de como ensaiamos para fazer a gravação nos ajudaram a aprender e memorizar o conteúdo.
P_5E_{28}	Um pouco, porque eu tive que estudar para poder explicar no vídeo como a trigonometria mudou ao longo dos anos e como ela é utilizada.
P_5E_{29}	Sim, pois como precisou de muita dedicação e de várias vezes me encontrar com o grupo, fizemos bem explicadinho tudo e no final ajudou a compreender a Trigonometria de um modo mais fácil.
P_5E_{30}	Sendo sincero, não. Quem pesquisou sobre a trigonometria foram as meninas.
P_5E_{31}	Sim, por que aprendi um pouco mais sobre a trigonometria e também outras formulas usadas nela.
P_5E_{32}	Fazer um vídeo contribuiu na minha aprendizagem, pois me incentivou a fazer as pesquisas (lendo as informações eu aprendi muitas coisas) e também como o vídeo foi feito muito na prática eu tive que decorar várias coisas para falar.
P_5E_{33}	Sim, pois nos fez pesquisar muito não só a história da trigonometria, como a história de pessoas e povos importantes na época.
P_5E_{34}	Sim, ajudou que eu prestasse atenção e me interessasse mais pela aula.
P_5E_{35}	De certo modo sim, aprendi para que realmente se usa a matéria e fórmulas que talvez use no futuro.
P_5E_{36}	Sim, consegui ter uma ideia a mais dos ângulos e pesquisar por conta própria foi bem interessante
P_5E_{37}	Não muito, pois a teoria, não costuma cair na prova.
P_5E_{38}	Sim. Me ajudou a gostar da história e também a me interessar sobre a trigonometria, assim fica mais fácil de aprender os cálculos.
P_5E_{39}	Acho que não.
P_5E_{40}	Sim, com a pesquisa e na hora de gravar eu consegui entender não só a dinâmica da matéria como a sua história.

P_5E_{41}	Sim, pois fizemos diversas pesquisar sobre a história da Trigonometria e certamente acabamos aprendendo várias situações e dados sobre a antiguidade.
P_5E_{42}	Entender melhor sobre o assunto.
P_5E_{43}	Sim, aprendi algumas fórmulas.
P_5E_{44}	Sim, foi uma forma diferente de aprender a matéria, mais divertida e extrovertida, mais fácil de gravar e aprender.
P_5E_{45}	Sim, algumas explicações prefiro que sejam dita a mim por um aluno, eu entendo muito mais.
P_5E_{46}	Aprendi muito mais sobre os egípcios e húngaros.
P_5E_{47}	Sim, pois eu tive que memorizar a matéria para conseguir gravar e isso fez gravar mais do que apenas lendo a matéria na internet.
P_5E_{48}	Sim, achei mais interessante essa parte histórica da matemática.
P_5E_{49}	Sim, porque a cada pesquisa tinha cada vez mais coisas pra aprender.
P_5E_{50}	Como eu já disse em outra questão contribuiu para saber sobre problemas históricos etc, mas também traz uma visão diferente mostrando que a trigonometria não está só na matemática, mas em diversos lugares.
P_5E_{51}	Sim. De um modo diferente. Aulas de matemática geralmente são as mais serias e maçantes e trazer uma produção de vídeo, trabalho em equipe. Isso ajudou muito para uma boa aprendizagem
P_5E_{52}	Sim, fez eu entender diversos aspectos na ajuda de realizar os exercícios proposto.
P_5E_{53}	Sim. Me fez estudar a história dela.
P_5E_{54}	Sim para realização de exercícios propostos pela professora, e a introdução da matéria.
P_5E_{55}	Acho que não, apenas para tirar algumas curiosidades.
P_5E_{56}	Sim, no vídeo também teve desenvolvimentos de cálculos, o que aprimora a aprendizagem.
P_5E_{57}	Sim, para entender o porquê foi criada e desenvolvida e também vimos alguns problemas para resolver
P_5E_{58}	Sim, ajudou a entender o porquê de esse conteúdo existir e no que ele contribuiu e contribui na sociedade.
P_5E_{59}	Sim, me ajudou a entender melhor a história e o porquê da "criação da trigonometria".

Fonte: Elaborado pela pesquisadora (2020).

As enunciações dos estudantes evidenciam que, para 50 deles, a produção do vídeo contribuiu para a sua aprendizagem das mais diversas maneiras. Para P_5E_1, P_5E_{15}, P_5E_{16}, P_5E_{17}, P_5E_{23}, P_5E_{25}, P_5E_{40} e P_5E_{41}, a atividade possibilitou conhecer e aprender fatos históricos relacionados à Trigonometria em geral. De modo mais específico, P_5E_2, P_5E_{14}, P_5E_{20}, P_5E_{57}, P_5E_{58} e P_5E_{59} ressaltam que, devido ao fato de estudar a história para a elaboração do vídeo, foi possível entender como as civilizações e povos da antiguidade desenvolveram determinados conceitos trigonométricos. Para corroborar, apresenta-se dito de P_5E_{33}, para quem a aprendizagem histórica não se limitou aos conceitos trigonométricos em si, avançando para a história das civilizações e povos da época: “Sim, pois nos fez pesquisar muito não só a história da trigonometria, como a história de pessoas e povos importantes na época.”.

Esses ditos reiteram o caráter holístico das propostas de ensino que articulam História da Matemática e Etnomatemática, uma vez que, implicitamente ou explicitamente, objetivam confrontar os estudantes com os jogos de linguagem e as formas de vida das distintas civilizações e povos que contribuíram para o desenvolvimento dos conceitos matemáticos.

Nesse sentido, oportunizam aos estudantes conhecer os hábitos, costumes, linguagens, práticas e contextos históricos nos quais determinados conceitos foram gerados, organizados ou difundidos.

Além das questões históricas, alguns estudantes destacaram aprendizagens relativas à conceitos e cálculos trigonométricos, como P_5E_{11}, P_5E_{20}, P_5E_{24}, P_5E_{36}, P_5E_{38}, P_5E_{42}, P_5E_{43} e P_5E_{56}. Destacam-se os ditos de P_5E_{11} e P_5E_{24}, pois ressaltam que a atividade possibilitou a aprendizagem do Teorema de Pitágoras, desconhecido para eles até aquele momento. Ademais, outros estudantes, como P_5E_7, P_5E_{12}, P_5E_{35} e P_5E_{50} sublinham que foi possível aprender sobre as aplicações e usos de alguns conceitos trigonométricos, em especial aqueles abordados nos vídeos.

Outros estudantes, como P_5E_1, P_5E_{10}, P_5E_{13}, P_5E_{14}, P_5E_{29}, P_5E_{44} e P_5E_{51}, salientam que por meio da atividade de elaboração de vídeos, foi possível aprender de forma diferente, pois, a aula se tornou menos maçante e monótona. Mais do que isso, possibilitou uma aprendizagem mais divertida, por meio de trabalhos em grupo e sem a necessidade de decorar fórmulas. De modo semelhante, P_5E_5, P_5E_{18}, P_5E_{27}, P_5E_{28}, P_5E_{32} e P_5E_{49} afirmam que a produção do vídeo contribuiu para a sua aprendizagem pois os incentivou à pesquisar e estudar determinados conceitos trigonométricos, dada a necessidade de apresenta-los no vídeo elaborado.

Novamente os ditos trazem à tona que a produção dos vídeos proporcionou outro modo para aprender determinados conceitos, em virtude dos estudos e pesquisas necessários a compreensão do que seria apresentado. Diante disso, observa-se que a proposta de ensino possibilitou a esses estudantes, movimentos de contraconduta frente às didáticas docentes ditas tradicionais, pautadas na exposição e na reprodução de conceitos. O dito de P_5E_8 reafirma essa constatação: “Sim! Bastante, eu realmente consegui entender o conteúdo, acho que se todas as matérias fossem assim seria tudo mais fácil e claro.”

Percebe-se que a ideia de produzir um material no qual o estudante tenha que apresentar parte do que aprendeu, nesta proposta de ensino em formato de vídeo, exige dos estudantes, entre outras coisas, dedicação e leitura na realização de pesquisas. Efeito disso, propicia outros modos de aprender Matemática, especificamente, Trigonometria, deixando de lado aulas expositivas e reguladas pela cópia, reprodução e ausência de reflexão.

Dando continuidade às análises, a questão: *Na sua opinião, entre produzir um vídeo sobre a história de um conteúdo ou a professora apresentar tais informações, qual desses modos contribui mais para a sua aprendizagem? Justifique sua resposta*, apresentada no Quadro 36, aprofunda a reflexão no sentido de captar dos estudantes suas percepções acerca do modo mais efetivo para aprender: produzindo vídeos ou recebendo as mesmas informações da professora.

Quadro 36 – P_5Q_9: Na sua opinião, entre produzir um vídeo sobre a história de um conteúdo ou a professora apresentar tais informações, qual desses modos contribui mais para a sua aprendizagem?

P_5E_1	O vídeo. Pois interagimos e, como disse anteriormente, somos obrigados a tentar entender e pesquisar sobre o assunto.
P_5E_2	O modo que pra mim seria melhor é aquele que a professora traz as informações, não por preguiça de fazer um vídeo, mas por ser professora, ela não nos traria informações falsas.
P_5E_3	O vídeo é melhor por eu acabar procurando por mim mesma, tendo a chance de encontrar uma interpretação que me permita entender melhor o conteúdo.
P_5E_4	Produzir um vídeo faz você pesquisar rápido e aprender fora da aula sem atrasar a aula, já em sala, a professora explicando, isso demoraria e poderia até atrasar mais a matéria que poderíamos ir até mais fundo.
P_5E_5	Produzir o vídeo é mais divertido e quando as pessoas são postas para fazer a pesquisa elas tendem a entender melhor o conteúdo.
P_5E_6	O vídeo é bem mais vantajoso, pois é necessário que nós façamos uma pesquisa para a elaboração do vídeo, e explicando o conteúdo brincando é muito mais fácil de aprender.
P_5E_7	A forma mais interativa, sem dúvidas. Porque estimula o aluno a procurar e faz com que ele se sinta mais interessado no assunto.
P_5E_8	Mil vezes produzir um vídeo, é muito mais dinâmico, não que a professora não explique direito, ela é a melhor, só que com vídeo nós pesquisamos e trabalhos em grupo, acho bem melhor assim.
P_5E_9	A professora, pois ela vai explicar melhor e é mais confiável porque ela não iria dar nada errado.
P_5E_{10}	O vídeo eu acho que contribui mais, porque já passamos vários períodos apenas escutando todos os dias, o vídeo nos faz pensar um pouco mais sobre o assunto e nos faz pesquisar sobre tal assunto.
P_5E_{11}	Acho que gravar o vídeo faz com que eu absorva mais informações porquê pesquisando coisas pra colocar no vídeo fazem com que eu tenha q resumir e saber o que eu estou escrevendo para poder explicar casa haja perguntas ou algo do tipo.
P_5E_{12}	A professora detalharia melhor sobre a história, mas o intuito de nós mesmos pesquisarmos sobre a história ajudou, pois aprendemos com mais calma e o que precisávamos no momento.
P_5E_{13}	Na minha opinião, os dois jeitos ajudam na minha aprendizagem, é que produzir um vídeo acaba sendo um pouco mais fácil, pois podemos fazer de uma forma mais descontraída.
P_5E_{14}	Fazer, porque tivemos que nós mesmos ver as informações e procurar pra fazê-lo.
P_5E_{15}	A produção do vídeo nos força a aprender, funciona melhor.
P_5E_{16}	Vídeo. Por que foi algo que a gente teve que pesquisar e entender, para poder ensinar e apresentar o vídeo.
P_5E_{17}	Fazer o vídeo pois as vezes na aula não presto atenção por que estou cansada ou os outros alunos não param de falar, fazendo o vídeo consegui me concentrar e fazer algo legal que realmente queria.
P_5E_{18}	Não sei...
P_5E_{19}	Nos produzir um vídeo, pois enquanto estamos pesquisando, estamos aprendendo.
P_5E_{20}	Acho que o vídeo fica bem interessante, pois é uma forma diferente e bem dinâmica de aprender.
P_5E_{21}	Eu prefiro ter aula com a professora e ela explicar sobre e também fazer algumas dinâmicas diferentes na rua ou na sala.
P_5E_{22}	Montar um vídeo, pois temos que ir atrás das informações e fazendo isso aprendemos mais ainda.

P_5E_{23}	O vídeo, porque ouvir a sora Ju falar durante uma aula até vai fixar alguma coisa, mas não tanto quanto ter que realmente saber o conteúdo para ter que explicar para ela.
P_5E_{24}	A Professora apresentar tais informações, Por que para fazermos os vídeos utilizamos muito tempo, sendo que poderíamos ter pulado essa parte de história e termos ido adiante nas outras matérias ao invés de ter ficado tudo acumulado.
P_5E_{25}	A professora apresentar as informações, por que eu aprendo mais escutando do que lendo ou pesquisando.
P_5E_{26}	Depende, por quê se o grupo for organizado tem como tirar bastante coisa do vídeo, se não, acho melhor a sora explicar.
P_5E_{27}	Eu gostei das duas formas, mas acho que se tivesse mais tempo para produzir o vídeo, teríamos mais aprendizagem.
P_5E_{28}	Acho que produzir o vídeo me ajudou a entender mais sobre o conteúdo porque tive que pesquisar bastante sobre ele.
P_5E_{29}	Eu prefiro quando a professora explica, pois enquanto ela passa a matéria, vai surgindo dúvidas e posso perguntá-la e tirar na hora.
P_5E_{30}	Por mais legal que tenha sido fazer o vídeo, preferia a professora passando o conteúdo, pois podemos tirar muito mais as dúvidas e absorver muito mais.
P_5E_{31}	O vídeo por que a pesquisa me ajudou bastante na hora de saber sobre a trigonometria.
P_5E_{32}	Fazer um vídeo eu aprendo mais, até porque é eu que corro atrás das pesquisas e só vou aprender através do meu próprio esforço.
P_5E_{33}	Eu acho que o melhor método é a professora apresentar as informações e debater com os alunos sobre o tema, explicando o que lhe pedirem, porém produzir um vídeo contribui muito mais na aprendizagem, pois nos faz memorizar cada parte da história para apresentar.
P_5E_{34}	Acho que produzir vídeos ajudou mais, pois você "entra" na história e não fica na mesma aula de sempre.
P_5E_{35}	Ainda acho que ser ensinado, é mais fácil de aprender, mas procurar por si próprio realmente ajuda na aprendizagem.
P_5E_{36}	Nós mesmos pesquisando produzindo e até na hora da edição ter que ficar ouvindo várias vezes aquilo que foi dito ajuda na aprendizagem da matéria.
P_5E_{37}	Prefiro que a professora passe as informações, pois em vídeo, acaba sendo meio superficial.
P_5E_{38}	Produzir o vídeo. Como a gente mesmo pesquisa, e também corremos atrás das informações em busca de nota, acabamos aprendendo mais do que a professora explicando, que na maioria das vezes nem prestamos atenção.
P_5E_{39}	Professora apresentar tais informações por acho mais fácil de entender.
P_5E_{40}	Acho que os dois modos contribuem pra aprendizagem, por que nos dois modos nós aprendemos a história só que de modo diferentes.
P_5E_{41}	Professora apresentar tais informações. Pois como dito, os sites nos quais buscamos as informações não são 100% confiáveis e nem sempre entendemos tudo.
P_5E_{42}	Produzir um vídeo, é bem mais divertido aprender assim.
P_5E_{43}	Pode-se dizer que produzir um vídeo contribuiu mais para nossa aprendizagem, porque para sabermos do que estamos falando precisamos pesquisar toda a história, enquanto se a professora apresentar, ela pode pular algum tópico que ela sabe, mas que não é tão relevante para a história.
P_5E_{44}	Produzir o vídeo, porque foi uma forma diferente e mais divertida, fora que além de ter que estudar pra falar no vídeo, tivemos que gravar várias vezes algumas partes.
P_5E_{45}	Hoje eu prefiro produzir um vídeo, não entendo as explicações da minha professora.
P_5E_{46}	Eu pesquisar sobre o assunto pois gravo mais informações.
P_5E_{47}	Eu acho que a professora apresentando seria melhor, pois eu só precisaria prestar atenção.
P_5E_{48}	Acho que produzir o vídeo, por que a gente obrigado a pesquisar sobre, e acaba digerindo informação mais facilmente.
P_5E_{49}	Os dois poderiam ser feitos, seria muito mais produtivos.
P_5E_{50}	O vídeo com certeza, pois o tempo para pesquisar é mais longo e facilita a aprendizagem.

P_5E_{51}	O modo fora do comum que é a produção do vídeo. A professora não só passou o trabalho mas instigou os alunos a pesquisarem por conta própria, forneceu os livros também. Isso ajudou muito.
P_5E_{52}	Os dois modos contribui, mas produzir um vídeo acaba ajudando mais, pois fiquei muito mais tempo estudando sobre o assunto e entender sobre o que dizia.
P_5E_{53}	Não muito. Pois a contas são bem diferentes.
P_5E_{54}	Os dois são muito efetivos, porém produzir um vídeo ajuda muito, porque a pessoa que está produzindo tem mais tempo para estudar a matéria. O que geralmente não acontece se for a professora na sala, pois o período da matéria é bem pequeno.
P_5E_{55}	Na minha opinião é mais relevante a professora apresentar as informações e contar embasado no seu conhecimento nos dando certezas das informações, e assim cativando curiosidades que depois podemos procurar e fazer uma pesquisa.
P_5E_{56}	Nós tendo que apresentar um vídeo, vamos precisar estudar um pouco mais o conteúdo para fazer um trabalho se vídeo.
P_5E_{57}	Produzir um vídeo, porque você meio que se obriga a estudar para aprender a matéria.
P_5E_{58}	A professora apresentar tais informações, pois quando estou em aula o objetivo é de aprender o que está sendo passado, mas quando fomos fazer o trabalho ficamos muito tempo se distraindo com outras coisas já que não estamos no colégio.
P_5E_{59}	Ambos contribuem muito para a aprendizagem, mas acho que na produção de vídeo de certa forma aprendemos mais pois temos que fazer pesquisas, tirar informações que consideramos importantes e na explicação da professora sobre a história ela só apresenta o que ela considerar importante, e muitas vezes os alunos nem prestam muita atenção, coisa que na produção de vídeo eles são obrigados a fazer.

Fonte: Elaborado pela pesquisadora (2020).

Os ditos dos 59 estudantes evidenciam que a maioria deles, 37, acredita que a produção dos vídeos contribui mais para a sua aprendizagem do que a exposição dessas mesmas informações a partir da fala da professora. Desse modo, os ditos corroboram as reflexões suscitadas na questão anterior, de que a produção de um material – nesta proposta de ensino trata-se de um vídeo - no qual o estudante tenha que expressar seus entendimentos, propicia outros modos para aprender Matemática.

O argumento mais recorrente apresentado é que, por meio das pesquisas necessárias à produção do vídeo, o estudante aprende mais e melhor. Isso foi mencionado por, pelo menos, menos 15 discentes, como P_5E_3, P_5E_{11}, P_5E_{16}, P_5E_{19}, P_5E_{32}, P_5E_{38}, P_5E_{52} e P_5E_{57}. Os ditos a seguir evidenciam esses argumentos: "O vídeo é melhor por eu acabar procurando por mim mesma, tendo a chance de encontrar uma interpretação que me permita entender melhor o conteúdo." (P_5E_3) e "Fazer um vídeo eu aprendo mais, até porque é eu que corro atrás das pesquisas e só vou aprender através do meu próprio esforço." (P_5E_{32}).

Reforçando a argumentação de que o vídeo contribui de modo mais efetivo para a sua aprendizagem, P_5E_{23}, P_5E_{33}, P_5E_{43} e P_5E_{44} ressaltam que a necessidade de explicar, por meio do vídeo, motivou a aprendizagem dos conceitos, do mesmo modo que P_5E_{20} e P_5E_{44} salientam que a produção do vídeo configura uma forma diferente e mais dinâmica de aprendizagem.

Nesse sentido, reitera-se que produzir um material no qual o estudante tenha que apresentar parte do que aprendeu exige, entre outras coisas, dedicação e leitura na realização de pesquisas. Efeito disso, propicia outros modos de aprender Matemática, além das aulas expositivas e reguladas pela cópia e ausência de reflexão.

Entre os estudantes que defendem a apresentação do professor como o modo que mais contribui para a aprendizagem, observam-se distintas justificativas, desde argumentações de que se aprende mais e melhor ouvindo até que as dúvidas podem ser sanadas pelo professor no ato da exposição. Novamente emergem ditos que associam as pesquisas na internet a insegurança quanto à veracidade das informações disponibilizadas nas redes, como observam-se em P_5E_2, P_5E_8, P_5E_{41} e P_5E_{55}. Para amenizar tal insegurança, é relevante disponibilizar aos estudantes a realização de consultas em fontes seguras e reconhecidas cientificamente, corroborando a defesa de que, apesar de sujeitos nativos digitais, os estudantes preferem a realização de consultas em livros.

Outra vez observam-se que muitos estudantes julgaram a atividade divertida e motivadora, como P_5E_5, P_5E_{42} e P_5E_{44}. Entretanto, vale ressaltar que não significa que foi a História da Matemática em si que os motivou, mas o ato de produzir o vídeo, uma vez que ficou a critério dos estudantes escolher de que modo as informações mínimas seriam transmitidas e adaptadas.

Na sequência dos questionamentos propostos, objetivou-se investigar se houveram dificuldades para cumprir a tarefa de apresentar, no vídeo elaborado pelos estudantes, um problema histórico. Para tal, o seguinte questionamento foi proposto: *Uma das exigências para a entrega do vídeo foi a apresentação e resolução de um problema histórico envolvendo Trigonometria. Você encontrou algum tipo de dificuldade para cumprir essa tarefa? Qual/quais? Explique.* As respostas atribuídas à questão encontram-se no Quadro 37.

Quadro 37 – P_5Q_{12}: Uma das exigências para a entrega do vídeo foi a apresentação e resolução de um problema histórico envolvendo Trigonometria. Você encontrou algum tipo de dificuldade para cumprir essa tarefa?

P_5E_1	Sim hehe. Entender o problema histórico e encontra-lo foi muito difícil. Tivemos que conversar e ver muito vídeo-aula para entender.
P_5E_2	Eu não, pois não correspondia à minha parte de pesquisa.
P_5E_3	Não, os cálculos eram mais simples.
P_5E_4	Procurando na internet não Mas queríamos um problema pegado do livro que iria ser mais confiável mas como não achamos nos livros pegamos da internet.
P_5E_5	No meu problema foi um pouco difícil de achar informações sobre ele, não eram muitos lugares que tinham bastante informação.
P_5E_6	Essa parte do trabalho não era minha, mas eu sendo integrante do grupo acompanhei o desenvolvimento desse tópico exigido. Foi bem difícil achar um problema fácil de nós

	compreendermos e também de explicarmos, acho que até se repetiu em vários grupos o mesmo problema, pois era bem difícil mesmo.
P_5E_7	Encontramos dificuldade para encontrar o problema. Mas, conforme disse acima, a prof. nos trouxe livros e, através deles, conseguimos encontrar.
P_5E_8	Sim!!!! Muita dificuldade, porque como eu comentei, não achávamos de jeito nenhum esse problema histórico, tivemos que pesquisar MUITOO!!! Mas conseguimos achar.
P_5E_9	Sim. Encontrar um problema e resolver, precisou de três pessoas pra raciocinar mas no fim conseguimos.
P_5E_{10}	Não, pesquisei no livro dado pela professora, portanto não tive nenhuma dúvida ou problema com a questão histórica.
P_5E_{11}	Foi um pouco complicado de achar um problema histórico. Mas achamos a teoria de Hiparco pra calcular a distância da Terra à lua, ela é complexa porém dá pra entender sua linha de raciocínio. A parte dos desenhos dessa explicação foram um pouco cruéis para desenhar também.
P_5E_{12}	Tivemos bastante dificuldade em descobrir o que era Sect, depois que descobrimos, conseguimos concluir o problema.
P_5E_{13}	Na realidade só foi um pouco difícil de achar o problema, pois quem ficou com a parte de resolver o problema foi a minha colega.
P_5E_{14}	O tempo, porque ocorreu um imprevisto mas fora isso, nada.
P_5E_{15}	Não, utilizamos um problema de fácil compreensão e que não foi difícil.
P_5E_{16}	Sim. A internet não tinha nenhum problema histórico, foi complicado para achar, graças ao livro a gente conseguiu achar o problema.
P_5E_{17}	Sim como já disse o problema tinha uma resolução dos egípcios e foi bem difícil entender a maneira como eles faziam.
P_5E_{18}	Como o conhecimento era pouco, sim, encontrei dificuldades.
P_5E_{19}	Sim principalmente em achar o problema histórico.
P_5E_{20}	A resolução foi difícil, porque a maneira que eles resolveram é diferente da usada atualmente, então tivemos que entender para "transformar" na maneira que de hoje.
P_5E_{21}	Sim bastante, primeiramente para encontrar na internet o problema em si e a resolução, e depois quando achamos ele no livro demoramos um pouco para entender mas depois com um pouco de trabalho em equipe conseguimos resolver.
P_5E_{22}	Não, pois tivemos ajuda do livro e tínhamos noção do conteúdo.
P_5E_{23}	A minha maior dificuldade foi realmente entender o problema para explica-lo com mais clareza, pois no problema que escolhemos apareceu mais de um matemático, mais de uma cultura e cada um contribuindo de formas e raciocínios diferentes. E a outra dificuldade que encontramos foi tentar achar uma maneira menos cansativa de apresenta-lo, pois de início somente eu iria falar o problema e estava cansativo demais ouvir só a minha voz por mais de 5 min. e então acabamos dividindo por partes.
P_5E_{24}	Na verdade tínhamos nos esquecido do problema então depois de editado fomos perceber então a Duda acabou fazendo o problema.
P_5E_{25}	Foi um pouco difícil pois tive que aprender vendo vídeos na internet de outros problemas pra me basear nesse o que dificultou um pouco.
P_5E_{26}	Bem difícil porque na internet não tinha muita variedade.
P_5E_{27}	Sim, foi muito difícil achar um problema histórico, ainda mais um que deveria ser explicado. Achei a data do roteiro ruim também, pois faltava pouco tempo para o envio do vídeo e nós gostaríamos de ter gravado bem antes para fazer um trabalho de melhor qualidade.
P_5E_{28}	A maior dificuldade foi encontrar um problema histórico sobre astronomia no livro.
P_5E_{29}	É difícil encontrar um problema histórico, mas meu grupo fez muitas pesquisas e conseguimos encontrar um bem interessante, foi mais difícil entender o problema em si, mas a internet facilitou o entendimento.
P_5E_{30}	Foi difícil encontrar, pois quase todos fizeram sobre o problema 64, e eu queria um diferente, mas o grupo acabou fazendo sobre esse. Encontramos dificuldades com a resolução, mas no final, deu tudo certo.

P_5E_{31}	Foi difícil tentar resolver os exercícios por que eu ainda não tinha muito noção do fazer então eu tive pesquisar o cálculo na internet
P_5E_{32}	Foi muito difícil achar a conta na internet, eu não teria conseguido sem os livros da professora, outra complicação foi entender a conta, mas com o auxílio da prof. eu percebi que era muito fácil.
P_5E_{33}	Não achei dificuldade em resolver o problema, porém achei difícil encontrar informações sobre ele, já que se trata de uma conta que é pouco citada na internet.
P_5E_{34}	Não encontramos, pois nosso vídeo foi em torno de um problema para construir pirâmides, problema esse criado por nós mesmos.
P_5E_{35}	Na verdade desde o começo já tinha em mente o que poderíamos fazer e no final foi concretizada minha ideia de fazer um teatro sobre a origem das pirâmides de Gizé, que no final foi fácil de apresentar e fácil de entender, e muito cômico também.
P_5E_{36}	Sim, no início não entendemos a forma de “problema histórico”, depois de entender o que era pedido fomos pesquisando e achamos o nosso problema histórico, tivemos que ler várias e várias vezes, entender o que explicava para assim explicar no vídeo.
P_5E_{37}	Não, pois quando encontramos o problema 56 ele já estava resolvido, então não foi tão difícil.
P_5E_{38}	Não.
P_5E_{39}	Sim, foi difícil de achar um.
P_5E_{40}	Acho que só tive problemas mesmo na interpretação do exercício.
P_5E_{41}	Sim, e muita. Pois procuramos em diversos sites (YouTube, Google...) como resolver e foi muito difícil encontrar. No livro proposto pela professora Juliana P. tinha o exercício e a resolução, porém era muito complicado de entender.
P_5E_{42}	Para achar um problema histórico foi bem complicado, sorte que a professora Juliana disponibilizou ou livros.
P_5E_{43}	Não, foi só uma questão de pesquisa.
P_5E_{44}	Sim, pois foi muito difícil de acharmos o problema, e quando achávamos o problema não achávamos a resolução, apresentamos o problema da forma que conseguimos.
P_5E_{45}	Não, achamos nas pesquisas em livro.
P_5E_{46}	Sim muita, pois na internet não tem kkkk só nos livros conseguimos achar.
P_5E_{47}	Não encontrei dificuldades, pois é facilmente encontrado uma explicação com a internet.
P_5E_{48}	Não muito, pois no site tinha instrução.
P_5E_{49}	Não, porque tinha nos livros alguns. E foi ruim de achar um que ficasse legal pra nossa pesquisa.
P_5E_{50}	Sim, pois, o problema tem 5000 anos e o modo que os matemáticos da época resolviam é diferente da nossa resolução.
P_5E_{51}	Sim porque a internet não dá fontes confiáveis e a resolução completar das exercícios antigos.
P_5E_{52}	Na resolução do problema não, mas na apresentação sim, na hora de falar principalmente, a pessoa sempre a pessoa sempre trava.
P_5E_{53}	Sim editar o vídeo.
P_5E_{54}	O grupo teve problema apenas em apresentar pois travamos muito.
P_5E_{55}	Não cheguei até essa parte.
P_5E_{56}	Não, porque os cálculos que fizemos eram do livro.
P_5E_{57}	Não.
P_5E_{58}	Sim, foi muito difícil achar um exercício histórico considerado bom na internet, o exercício que usamos foi achado em um dos livros passados pela professora na sala de aula.
P_5E_{59}	A principal dificuldade foi encontrar um problema histórico.

Fonte: Elaborado pela pesquisadora (2020).

Os ditos dos estudantes evidenciam que a maioria enfrentou dificuldades para a realização da tarefa, destacando-se dois argumentos recorrentes: dificuldades em encontrar o problema; dificuldades em entender o problema. Em relação aos estudantes que apresentaram dificuldades para encontrar o problema, como por exemplo, P_5E_8, P_5E_{16}, P_5E_{41}, P_5E_{42}, P_5E_{46}, P_5E_{58}, observa-se que a consulta nos livros sobre História da Matemática possibilitou superar tal dificuldade. Como destacaram os estudantes, nessa e em outras questões analisadas ao longo da proposta de ensino, os livros disponibilizados possibilitaram a realização da tarefa, visto que tratava-se de uma temática bastante específica: resolver um problema histórico sobre Trigonometria.

O fato do problema ser histórico culminou no outro argumento mais citado pelos estudantes: dificuldades em entender o problema. Como enfatizaram P_5E_{17}, P_5E_{20}, P_5E_{23} e P_5E_{50}, o modo como os problemas são apresentados e resolvidos nos livros se difere da resolução ensinada nas escolas, especialmente pela linguagem utilizada. Nas palavras de P_5E_{20}, “A resolução foi difícil, porque a maneira que eles resolveram é diferente da usada atualmente, então tivemos que entender para "transformar" na maneira que de hoje.”. Em outras palavras, os jogos de linguagem utilizados nos problemas históricos se diferem dos jogos de linguagem presentes na Matemática Escolar.

Ainda nesta linha de argumentação, P_5E_{23} destacou que “A minha maior dificuldade foi realmente entender o problema para explica-lo com mais clareza, pois no problema que escolhemos apareceu mais de um matemático, mais de uma cultura e cada um contribuindo de formas e raciocínios diferentes.”. Evidencia-se no dito do estudante sua compreensão de que distintas culturas contribuem de diferentes formas para a resolução de problemas, ou seja, distintas formas de vida apresentam diferentes jogos de linguagem.

Para encerrar, no Quadro 38 exibido abaixo, estão presentes as enunciações atribuídas pelos estudantes à seguinte questão: *Você julga importante conhecer os aspetos históricos acerca do conteúdo matemático que será estudado? Justifique sua resposta.*

Quadro 38 – P_5Q_{10}: Você julga importante conhecer os aspetos históricos acerca do conteúdo matemático que será estudado?

P_5E_1	Em partes, acho importante apenas passar algumas curiosidades pois, as vezes, confunde mais a nossa cabeça.
P_5E_2	Um pouco, porque saber como ele descobriu aquilo não vai me fazer entender a matéria e tirar uma nota boa.
P_5E_3	Não muito, mas eu gosto mais de estudar a história da matemática então eu gostei mais.
P_5E_4	Sim. Pois muitas vezes entendemos melhor a matéria através da história.
P_5E_5	Um pouco, amplia um pouco o conhecimento, mas deixa o ensino um pouco mais lento.
P_5E_6	Não, eu particularmente aprendo só na prática mesmo, pois não consigo ver relação na história da matemática com o conteúdo matemático em si.
P_5E_7	Sim, pois sempre é interessante aprender como que foi feito e resolvido as questões naquela época.
P_5E_8	Pra ser bem sincero, eu não acho necessário, porque sempre estudei e me aprofundei exatamente só no conteúdo, mas gostei da experiência.

P_5E_9	Acho interessante mas não importante, pois não influência tanto na matéria em sala.
P_5E_{10}	Sim, porque muitas vezes estudando várias matérias importantes e nem sabendo como elas ficaram famosas e porque estamos estudando tal matéria.
P_5E_{11}	Importante nem tanto, mas eu acho legal conhecer e saber mais sobre o conteúdo estudo, faz parecer mais interessante.
P_5E_{12}	Até então, achava desnecessário, mas depois que eu vi onde ele era utilizado, passei a dar mais importância a matéria.
P_5E_{13}	Sim, até por que é importante sabermos como foi criado tal conteúdo, como ele era usado.
P_5E_{14}	Sim, mais informações pra você não só uma linha de pensamento única e que as vezes te ajuda a fazer os problemas também.
P_5E_{15}	Não, discordo que seja fundamental e que auxilie na compreensão.
P_5E_{16}	Sim. Por que você precisa saber a história, para colocar em prática e saber da onde vem aquilo.
P_5E_{17}	Sim acaba mandando mais vontade de estudar.
P_5E_{18}	Sim, é sempre bom saber a origem de tudo.
P_5E_{19}	Sim, porque trigonometria é tudo importante.
P_5E_{20}	Sim, pois ajuda num maior entendimento do porque isso surgiu, como surgiu, quando foi preciso.
P_5E_{21}	Sim, pois você aprende desde o início do matéria ou seja você aprende a evolução dela é ajuda bastante.
P_5E_{22}	Sim, estudar eles nos dá uma noção do avanço.
P_5E_{23}	Sim, saber de onde veio e que logica foi usada da sempre um norte para começarmos o conteúdo.
P_5E_{24}	Acho que os aspectos históricos foram algo só para matar tempo.
P_5E_{25}	Interessante é, mas importante não pois não altera na forma como será usada as formulas.
P_5E_{26}	Sim, pra entender aonde é usado.
P_5E_{27}	Eu acho muito importante, até porque desperta o interesse da aprendizagem.
P_5E_{28}	Sim, sabendo porque ele foi criado sabemos como devemos usá-lo.
P_5E_{29}	É importante, pois é na história que sabemos como surgiu e de como os matemáticos pensavam na antiguidade e é bastante interessante a maneira que eles calculavam.
P_5E_{30}	Sou péssimo para responder isso, não gosto de história então acho um pouco chato.
P_5E_{31}	Eu acho importante por que esse conteúdo é o mais difícil na minha opinião e é sempre bom aprendermos tudo sobre ele.
P_5E_{32}	Eu acho muito importante aprender coisas históricas sobre o conteúdo que vamos estudar, porque isso faz a gente ter noção do motivo de estarmos estudando isso, como começou existir essa matéria, onde pode ser usada e pode até facilitar nosso aprendizado quando conhecemos o conteúdo no passado.
P_5E_{33}	Sinceramente, não acho muito importante, pois atualmente o ser humano não anda ligando muito para o seu passado, então para ser alguém bem sucedido não precisa saber de história, porém como aprimorar o conhecimento é sempre bom, eu acho que é essencial trabalhos desse tipo para estimular a nossa curiosidade.
P_5E_{34}	Sim, acho muito bom.
P_5E_{35}	Com a tecnologia agora não creio que seja tão importante como antes, mas ainda assim é sempre bom conhecer as origens.
P_5E_{36}	Dependendo da matéria acho interessante, como a trigonometria foi usada para medição de terras para plantações, achei muito interessante usarmos isso como exemplo, porque teremos linhas de raciocínios para na hora de atividades.
P_5E_{37}	Sim, temos que saber sua origem, seu uso, para que podemos até achar algo em comum com nós mesmos.
P_5E_{38}	Sim. Assim nos interessamos e fica mais fácil de aprender os cálculos.
P_5E_{39}	Não muito, não acho que ajuda.
P_5E_{40}	Não acho que seja importante, acho que auxilia na hora de compreender as fórmulas e contas, por que se entendermos o modo de como ela era utilizada, fica mais fácil entender como utilizá-la agora.

P_5E_{41}	Sim, pois para obtermos uma melhor aprendizagem, necessitamos conhecer como os antigos povos lidavam com o assunto, para nos inspirarmos neles.
P_5E_{42}	Intendemos porque foi criado e é bem interessante.
P_5E_{43}	Sim, muitas das fórmulas foram criadas envolto desses aspectos históricos.
P_5E_{44}	Sim, as vezes auxilia muito mais na matéria saber um por que e aonde utilizar os cálculos, do que apenas saber desenvolver a conta.
P_5E_{45}	Acho importante porque pode se tornar mais fácil de entender.
P_5E_{46}	Alguns pontos sim outros não, pois tinha muita coisa desnecessária.
P_5E_{47}	Eu não considero útil, pois eu acho que a história por trás não é tão importante assim.
P_5E_{48}	Sim, deixa a matéria mais fácil.
P_5E_{49}	Sim, dá uma noção maior do que vamos ter que aprender e estudar.
P_5E_{50}	Sim, porém, saber a prática é melhor para o aprendizado e para passar em vestibulares etc.
P_5E_{51}	Sim pra matemático deixar de ser uma matéria chata só com inúmeros e contas difíceis.
P_5E_{52}	Se fosse para outros conteúdos da matemática, falaria que não, porém na trigonometria é importante para o resto da matéria.
P_5E_{53}	Não. Pois acho que não irei usar na minha vida.
P_5E_{54}	Sim porque além de tá aprendendo o que geralmente não se vê na matéria, ajuda na construção de contas.
P_5E_{55}	Não julgo importante, porque acho que é mais relevante a matéria matemática em si, porém acho interessante.
P_5E_{56}	Acho que sim, sempre interessante saber de onde surgiu toda essa matéria.
P_5E_{57}	Sim, para entendermos o porquê de existir tal conteúdo.
P_5E_{58}	Não muito, pois não usamos no nosso cotidiano e geralmente em provas só encontramos questões práticas sobre o conteúdo e não sobre sua história. É um conhecimento a mais sobre o conteúdo, mas não vejo como algo necessário.
P_5E_{59}	Sim, pois nos tira aquela dúvida de " Pra que alguém inventou isso? ".

Fonte: Elaborado pela pesquisadora (2020).

Os ditos dos 59 estudantes evidenciam que para a maioria deles, cerca de 35, é importante conhecer os aspetos históricos sobre os conceitos matemáticos estudados na escola. Aproximadamente 12 estudantes responderam negativamente a questão, não reconhecendo como relevante os aspectos históricos, enquanto outros dez mostraram-se em dúvida.

Entre as justificativas e argumentos apresentados pelos estudantes que responderam de modo positivo, foi recorrente a afirmação de que se entende melhor os conceitos matemáticos por meio da sua história, pois é possível compreender como e por que se deu sua emergência, como é visível em P_5E_4 P_5E_7, P_5E_{10}, P_5E_{13}, P_5E_{18}, P_5E_{20}, P_5E_{21}, P_5E_{23}, P_5E_{28}, P_5E_{29}, P_5E_{32}, P_5E_{44}. Nesse sentido, observa-se nas enunciações, que a atividade de elaborar um vídeo abordando aspectos históricos relacionados aos conceitos trigonométricos, possibilitou a esses estudantes conhecer e compreender os processos de geração desses conhecimentos. Efeito disso, revelaram os estudantes, a aprendizagem desses conceitos tornou-se mais significativa.

Em consonância com esses estudantes, P_5E_{12}, P_5E_{17}, P_5E_{27}, P_5E_{38} e P_5E_{51}, consideraram que a pesquisa histórica motivou e despertou o interesse para a aprendizagem dos conceitos trigonométricos. É relevante destacar o dito de P_5E_{14}: “Sim, mais informações pra você não só uma linha de pensamento única e que as vezes te ajuda a fazer os problemas também". Observa-se que, para esse estudante, a pesquisa histórica proporcionou o contato com outras linhas de pensamento, contribuindo para a sua aprendizagem. Em outras palavras, o estudante reconhece a importância de diferentes modos de matematizar, produzidos historicamente, para sua aprendizagem matemática e para a resolução de problemas.

Independentemente de julgarem os conhecimentos históricos importantes ou não, como se observa em P_5E_{50}, P_5E_{55} e P_5E_{58}, para esses estudantes, é mais relevante a prática matemática. Em outros termos, a aprendizagem matemática torna-se mais significativa a esses estudantes se for baseada em exercícios e resoluções de problemas, em especial por ser essa prática a necessária ao dia-a-dia, nas avaliações escolares e no vestibular.

De modo semelhante, para P_5E_6, a aprendizagem só se dá mediante a prática, porém, mais do que isso, o estudante ressalta que não identificou relações entre os aspectos históricos estudados para a elaboração do vídeo e os conteúdos matemáticos. Corroborando o dito de P_5E_6, as enunciações de P_5E_9 e P_5E_{25} reiteram que não identificaram relações entre a História da Matemática e os conceitos abordados em sala de aula. Os ditos de P_5E_{33} e P_5E_{35} consideram que, com o avanço tecnológico, estudar a história não é importante. Mais do que isso, P_5E_{33} afirma que conhecer o passado não é necessário para ser alguém bem sucedido.

Ao final da proposta de ensino, foram entregues 15 vídeos, cujas características estão apresentadas no Quadro 39:

Quadro 39 – Caracterização dos vídeos produzidos

	Grupo	Dinâmica	Duração	Problema histórico
V_1	5 integrantes	Vídeo narrado com a realização de desenhos.	7 minutos	Distância entre a lua e a terra.
V_2	3 integrantes	Vídeo narrado com a apresentação de imagens.	10 minutos	Distância entre a terra, a lua e o sol.
V_3	5 integrantes	Teatro encenando uma vídeo aula.	7 minutos	Problema 56 do Papiro de Rhind: Calcular o seqt da pirâmide.
V_4	3 integrantes	Vídeo falado com a apresentação de imagens como ilustração.	8 minutos	Medir a distância entre a terra e algumas estrelas.
V_5	4 integrantes	Teatro encenando o jogo "Quem quer ser um milionário?".	5 minutos	Problema 56 do Papiro de Rhind: Calcular o seqt da pirâmide.
V_6	3 integrantes	Vídeo falado e encenado com a apresentação de imagens como ilustração.	8 minutos	Medir a largura de um rio.
V_7	4 integrantes	Teatro encenando o Jornal da Trigonometria, com a realização de entrevistas à matemáticos famosos.	8 minutos	Problema 56 do Papiro de Rhind: Calcular o seqt da pirâmide.

V_8	4 integrantes	Teatro encenando uma aula em que os estudantes devem resolver um problema.	7 minutos	Problema 56 do Papiro de Rhind: Calcular o seqt da pirâmide.
V_9	4 integrantes	Vídeo narrado com a apresentação de textos e imagens.	17 minutos	Distância entre a terra, a lua e o sol
V_{10}	2 integrantes	Vídeo falado com a apresentação de imagens como ilustração.	18 minutos	Calcular a que altura uma escada toca a parede.
V_{11}	5 integrantes	Vídeo falado com a utilização do quadro branco e de desenhos a como suporte para ilustração.	5 minutos	Problema 56 do Papiro de Rhind: Calcular o seqt da pirâmide.
V_{12}	1 integrante	Vídeo narrado com a apresentação de imagens e desenhos.	5 minutos	Calcular a altura de uma pirâmide.
V_{13}	4 integrantes	Vídeo narrado e encenado com a apresentação de imagens.	6 minutos	Problema 56 do Papiro de Rhind: Calcular o seqt da pirâmide.
V_{14}	3 integrantes	Teatro encenando o Jornal Nacional, com a realização de entrevistas.	7 minutos	Determinar o valor de Pi.
V_{15}	4 integrantes	Teatro encenando uma aula em que os estudantes devem pesquisar sobre a Trigonometria.	10 minutos	Problema 56 do Papiro de Rhind: Calcular o seqt da pirâmide.

Fonte: elaborado pela pesquisadora (2020)

Como alguns estudantes destacaram na questão 12 (Quadro 37), houve dificuldade em encontrar um problema histórico envolvendo trigonometria, de modo que, muitos grupos utilizaram os livros disponibilizados pela pesquisadora para tal. Efeito disso, os problemas históricos abordados nos vídeos foram repetitivos, como é possível observar no Quadro 39, em que o problema 56 do Papiro de Rhind foi apresentado por diversos grupos.

Em síntese, a proposta de ensino realizada criou condições de possibilidade para que os estudantes aprendessem de outras maneiras os conceitos trigonométricos, tornando-se sujeitos ativos dos processos de ensino e aprendizagem. Mais do isso, possibilitou pesquisar e conhecer os processos de geração, organização e difusão dos conceitos trigonométricos, além de contatar outros modos de matematizar, expressos em jogos de linguagem com suas regras específicas.

5.2.2 Síntese das ações emergentes

A análise dos ditos coletados por meio dos questionários evidencia alguns dos efeitos que a realização da proposta de ensino sobre Trigonometria possibilitou aos processos de ensino e aprendizagem dos estudantes. Nesta seção, serão abordadas algumas das ações pedagógicas que possibilitaram a emergência desses efeitos.

Assim como em outras propostas de ensino já apresentadas, nessa solicitou-se a realização de pesquisas sobre a História da Matemática, em especial, a história da Trigonometria. De acordo com os ditos dos estudantes, a realização da pesquisa propiciou o conhecimento de fatos históricos relacionados aos conceitos trigonométricos estudados, oportunizando a compreensão dos processos de geração, organização e difusão desses conceitos. É relevante destacar que os ditos analisados evidenciam que a realização da pesquisa proporcionou que a aprendizagem dos conceitos matemáticos ocorresse de outras maneiras, sem as tradicionais exposição docente e reprodução discente. Em suma, tais efeitos são consequência da ação pedagógica de **solicitar a realização de pesquisas sobre a História da Matemática, destacando as contribuições de distintas civilizações**.

Ressalta-se que tais efeitos poderiam ser consequência de uma didática docente orientada pela exposição desses mesmos temas, abordando fatos históricos relacionados aos conceitos trigonométricos estudados, além dos processos de geração, organização e difusão desses conceitos. No entanto, como destacaram os estudantes na questão nove (Quadro 35), a produção dos vídeos contribui mais para a sua aprendizagem do que a exposição dessas mesmas informações a partir da fala da professora.

Ademais, uma vez que na proposta de ensino sobre Trigonometria a articulação entre a História da Matemática e a Etnomatemática se efetivou adotando-se a Etnomatemática como um método de ensino, faz-se necessária a realização, por parte dos estudantes, de pesquisas relacionadas ao tema estudado. Afinal, a 1ª etapa do método de ensino proposto por Lara (2019) corresponde à realização de pesquisas e investigações acerca do tema de estudo, a fim de conhecer distintos jogos de linguagem presentes na história da Trigonometria.

Como consequência, a ação de **oportunizar a consulta em livros específicos de História da Matemática** se torna essencial, visto que cria condições de possibilidade para que a pesquisa se realize. Entre os efeitos dessa ação, os ditos dos estudantes evidenciam que os livros ampliaram as possíveis fontes de consultas, agregando informações nem sempre disponibilizadas na *internet*. Com isso, tem o efeito de fomentar a leitura e confrontar os estudantes com distintos jogos de linguagem, uma vez que as informações históricas recorrentemente utilizam linguagens relativas ao tempo e espaço nas quais se desenvolveram. Por fim, considerando que alguns estudantes manifestaram insegurança quanto à veracidade das informações publicadas na rede de dados, ter à disposição livros sobre a História da Matemática possibilita não utilizar a *internet*.

Em propostas de ensino que solicitem a realização de pesquisas, observa-se que é relevante a ação pedagógica de **propiciar momentos em grupo para discussões, reflexões e**

compartilhamentos. Entre os efeitos observados a partir dessa ação, verifica-se que se criam condições de possibilidade para a compreensão e entendimento dos jogos de linguagem percebidos ao longo das pesquisas. Desse modo, cria-se um ambiente dialógico, contribuindo para a minimização de dúvidas e propiciando aprendizagens.

Essa proposta de ensino teve a particularidade de solicitar dos estudantes a entrega de um vídeo contendo a pesquisa histórica por eles realizada. Os ditos dos estudantes evidenciam que a produção desse material incentivou a pesquisa e o estudo, propiciou o conhecimento de fatos históricos relacionados aos conceitos estudados, mas em especial, oportunizou compreender os processos de geração, organização e difusão dos conceitos matemáticos. Além disso, estimulou a interpretação e o julgamento dos jogos de linguagem percebidos ao longo das pesquisas sobre a História da Matemática, visto que seriam exposto no material produzido e entregue. Ademais, as enunciações dos estudantes trouxeram à tona que houve a aprendizagem dos conceitos matemáticos envolvidos, possibilitando que a aprendizagem ocorra de outras maneiras, diferentemente da habitual exposição de conceitos e conteúdo. Todos esses efeitos são fruto da ação pedagógica de **fomentar a produção e a entrega de um material**, no caso desta proposta, um vídeo.

Por fim, outra ação emergente da articulação entre a História da Matemática e a Etnomatemática para o ensino da Trigonometria, foi **requerer a resolução de um problema histórico**. Como dito em outros momentos, o vídeo elaborado pelos estudantes deveria conter a resolução de um problema histórico que abarcasse conceitos trigonométricos, de modo que, como efeitos, observou-se a oportunidade de confrontar os estudantes com distintos jogos de linguagem, como aqueles encontrados em suas pesquisas e os empregados pela Matemática Escolar. Nesse sentido, oportuniza reconhecer que distintos jogos de linguagem são produzidos por diferentes formas de vida. Além disso, verificou-se que a ação fomentou o hábito da leitura, bem como, proporcionou a aprendizagem dos conceitos matemáticos envolvidos.

O Quadro 40 sintetiza e organiza as ações emergentes dessa proposta, destacando os efeitos observados.

Quadro 40 –Trigonometria: ações emergentes

Ações	Efeitos
Solicitar a realização de pesquisas sobre a História da Matemática, destacando as contribuições de distintas civilizações.	Propicia o conhecimento de fatos históricos relacionados aos conceitos estudados.
	Oportuniza compreender os processos de geração, organização e difusão dos conceitos matemáticos.
	Proporciona que a aprendizagem dos conceitos matemáticos envolvidos ocorra de outras maneiras

Oportunizar a consulta em livros específicos de História da Matemática.	Cria condições de possibilidade para a realização da pesquisa.
	Amplia as fontes de pesquisa.
	Possibilita não utilizar a *internet*.
	Fomenta o hábito da leitura.
	Confronta com distintos jogos de linguagem.
Propiciar momentos em grupo para discussões, reflexões e compartilhamentos.	Possibilitar a compreensão e entendimento dos jogos de linguagem percebidos ao longo das pesquisas sobre a História da Matemática.
	Contribui para o esclarecimento de dúvidas.
	Cria um ambiente dialógico.
	Propicia aprendizagens.
Fomentar a produção e a entrega de um material.	Propicia o conhecimento de fatos históricos relacionados aos conceitos estudados.
	Estimula a interpretação e o julgamento dos jogos de linguagem percebidos ao longo das pesquisas sobre a História da Matemática.
	Proporciona a aprendizagem dos conceitos matemáticos envolvidos.
	Oportuniza que a aprendizagem ocorra de outras maneiras.
	Incentiva a pesquisa e o estudo.
	Oportuniza compreender os processos de geração, organização e difusão dos conceitos matemáticos.
Requerer a resolução de um problema histórico.	Confronta com distintos jogos de linguagem.
	Proporciona a aprendizagem dos conceitos matemáticos envolvidos.
	Fomenta o hábito da leitura.
	Oportuniza reconhecer que distintos jogos de linguagem são produzidos por diferentes formas de vida.

Fonte: elaborado pela pesquisadora (2020)

Em suma, por meio da articulação entre a Etnomatemática e a História da Matemática, para o ensino de Trigonometria, cinco ações pedagógicas emergiram. Na próxima seção, analisam-se os resultados advindos da proposta de ensino sobre o Teorema de Tales.

5.3 Teorema de Tales

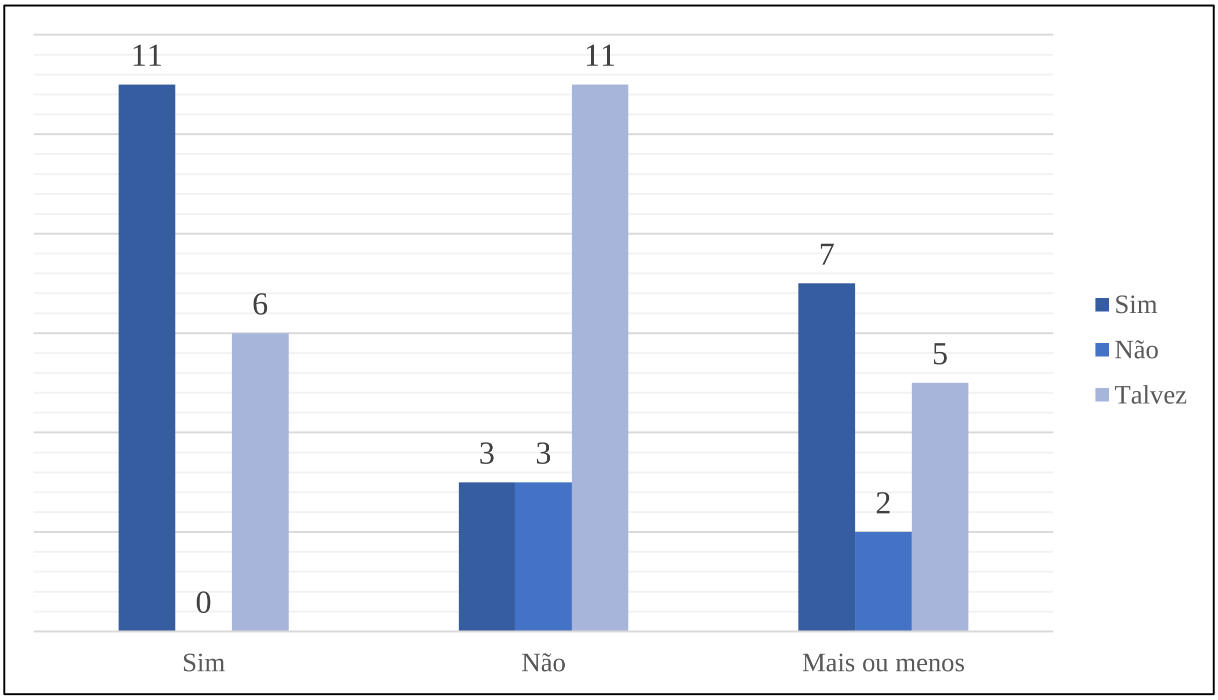
A proposta de ensino sobre o Teorema de Tales (Apêndice E) foi realizada com 50 estudantes com idades entre 14 e 18 anos, do 9º ano do Ensino Fundamental, de uma escola estadual da cidade de Rio Grande, no estado do Rio Grande do Sul. Com uma duração aproximada de 580 minutos, distribuídos em 12 momentos, o principal objetivo da proposta de ensino foi utilizar a História da Matemática articulada com a Etnomatemática para o ensino do Teorema de Tales. A elaboração da proposta inspirou-se em Lara (2013), especialmente na sugestão apresentada pela autora para abordar “Tales de Mileto e a altura da grande pirâmide”, a partir da articulação entre Modelagem Matemática, Etnomatemática e História da Matemática.

5.3.1 Síntese das ocorrências

No 1° momento dessa proposta de ensino, além da apresentação, os estudantes responderam oralmente a duas questões: 1) *Você gosta de Matemática?* 2) *Na sua opinião, conhecer partes da história da Matemática, relacionadas aos conteúdos que serão estudados, poderá te deixar mais entusiasmado para aprender*? (Gráfico 4). Tais questões foram propostas com o intuito de conhecer um pouco da relação que estes estudantes tem com a Matemática, bem como, registrar a opinião inicial acerca do uso da História da Matemática nas aulas de Matemática.

Não foram oferecidas opções de resposta para as questões, no entanto, as resposta citadas foram, para 1) sim, não e mais ou menos e, para 2), sim, não e talvez. No Gráfico 4 pode-se observar as respostas fornecidas por 48 estudantes, para cada questão separadamente, bem como, comparar as respostas de ambas.

Gráfico 4 - P_6Q_{extra}: Você gosta de Matemática? Conhecer partes da História da Matemática poderá te deixar mais entusiasmado para aprender?



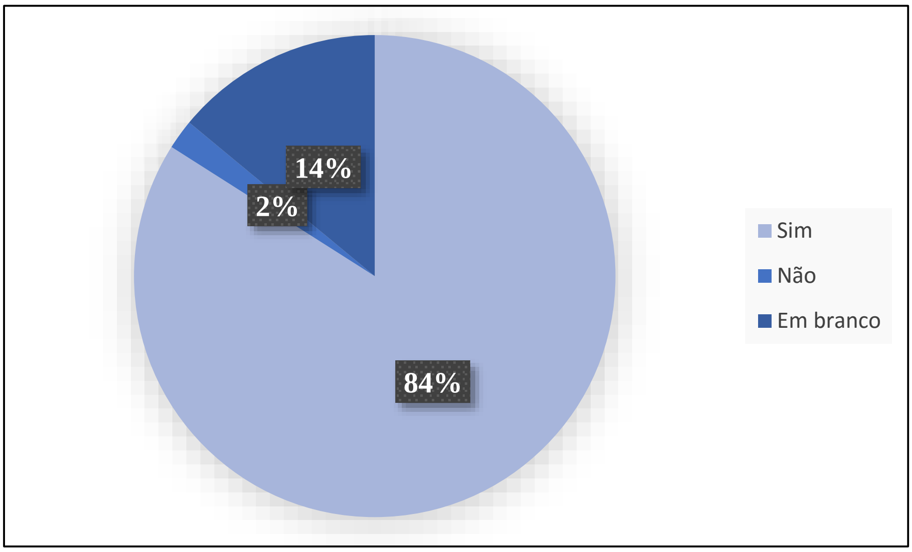
Fonte: Elaborado pela pesquisadora (2020).

Observa-se, em relação à questão "Você gosta de Matemática?", um equilíbrio entre as respostas, especialmente entre o número de estudantes que gosta (17) e não gosta de Matemática (17). Dos 17 estudantes que não gostam da disciplina, 11 afirmam que conhecer partes da História da Matemática, relacionadas aos conteúdos que serão estudados, talvez os deixem mais entusiasmados para aprender. Em relação ao questionamento: "Na sua opinião, conhecer partes da história da Matemática, relacionadas aos conteúdos que serão estudados, poderá te deixar mais entusiasmado para aprender?"; houve um equilíbrio entre os estudantes que acreditam que sim, poderá os deixar mais motivados (21) e os que acreditam que talvez os deixará mais motivados (22).

Após responderem aos dois questionamentos, no 2º momento da proposta os estudantes foram orientados que, ao longo da exposição sobre os trechos da História da Matemática, deveriam registrar, no caderno, as respostas para as seguintes questões: quem foi Tales?; em que período da história da humanidade Tales viveu?; onde viveu?; o que motivou o surgimento das ideias que se tornaram o Teorema de Tales?; em que se usa o Teorema de Tales atualmente?.

A escolha por tais questões foi intencional, pois, a partir delas, criam-se condições para compreender como se deu a geração das ideias que vieram a ser denominadas Teorema de Tales. Portanto, o longo do 3° momento, apresentou-se aos estudantes, com o auxílio do recurso multimídia, uma pequena biografia de Tales, destacando-se questões culturais e geográficas da época e do lugar em que viveu. Sobre essa atividade, o seguinte questionamento foi posto à reflexão: *Nas primeiras aulas sobre o Teorema de Tales foi solicitado que você respondesse algumas questões. Como suporte para esta tarefa, foram apresentados, pela pesquisadora, alguns trechos da História da Matemática. Na sua opinião, a fala da pesquisadora abordou todos esses assuntos?* Por tratar-se de uma questão mais objetiva, as respostas dadas limitaram-se em "sim" ou "não". Portanto, optou-se por realizar o Gráfico 5 representando a frequência das respostas fornecidas pelos 50 participantes.

Gráfico 5 - P_6Q_1: Na sua opinião, a fala da pesquisadora abordou todos esses assuntos?



Fonte: elaborado pela pesquisadora (2020).

Observa-se que a maioria dos estudantes respondeu positivamente à questão, afirmando que a explanação feita pela pesquisadora possibilitou a realização da tarefa, como observa-se nos ditos de P_6E_{21} e P_6E_{45}, respectivamente: "Sim e buscou se aprofundar o máximo possível para que nós entendêssemos o que Tales teve que passar para desenvolver seu teorema." e "Sim abordou, o que deixou o Teorema da Tales bem mais curioso e interessante.". Entretanto, destaca-se o dito "Sim, na minha opinião ela abordou todos esses assuntos, mas poderia ter "parado" mais em cada assunto para nós alunos compreender melhor." (P_6E_7) pois, apesar de responder positivamente à questão, evidencia que a compreensão poderia ter sido melhor se a abordagem fosse mais lenta.

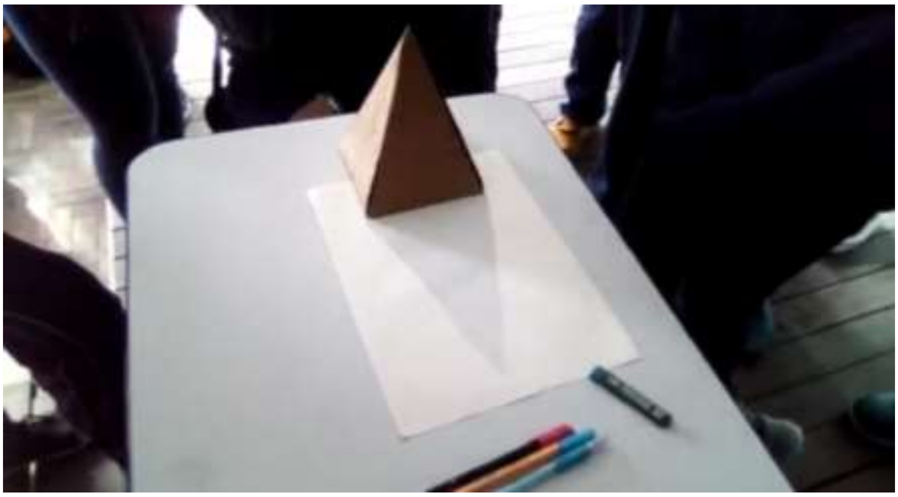
De certa forma, esse dito vai ao encontro de alguns dos resultados evidenciados na proposta de ensino sobre Trigonometria, em especial na P_5Q_9. Isso pois, como tornou-se evidente naquela proposta, a maioria dos estudantes preferiu pesquisar sobre a História da Trigonometria à obter as mesmas informações por meio de uma explanação pois, desse modo, se pode ler e buscar suficientemente até que haja compreensão. O dito de P_5E_3 (Quadro 36) endossa o exposto: "O vídeo é melhor por eu acabar procurando por mim mesma, tendo a chance de encontrar uma interpretação que me permita entender melhor o conteúdo.".

Na sequência da proposta de ensino sobre o Teorema de Tales, 4º momento, alguns estudantes socializaram com os demais colegas as respostas atribuídas a cada questão, de modo que, aqueles que por algum motivo não encontraram ao longo da explanação as respostas, puderam complementar com a ajuda dos colegas. Destaca-se, nesse momento de partilha, o questionamento proposto por um estudante: como ele calculou a altura da pirâmide? A questão emerge uma vez que, ao final da explanação, foi mencionado aos estudantes as três situações que Tales de Mileto teria enfrentado, e que teriam possibilitado as reflexões acerca das relações entre os feixes de retas paralelas e suas transversais. A pergunta da estudante vai ao encontro da proposta de ensino, visto que, a atividade prevista para ser realizada no 5º momento baseava-se exatamente nessa situação.

Diante disso, os estudantes foram convidados a medir a altura de uma pirâmide, confeccionada em papelão. Para isso, todos se posicionaram ao entorno da mesa, sobre a qual estava a pirâmide, e começaram a criar hipóteses sobre as possíveis técnicas aplicadas por Tales. Para fomentar a reflexão, os estudantes foram questionados sobre os possíveis instrumentos e técnicas utilizadas por Tales. Muitas ideias foram trazidas, como, por exemplo, medir o tamanho da sombra em vários dias e horários distintos e calcular uma média desses valores. Desse modo, a cada ideia proposta, um debate se formava a fim de avaliar se a ideia era possível de ser aplicada naquele momento histórico ou não, tendo em vista o conhecimento e os instrumentos da época. Ao longo dessas reflexões, foi dito aos estudantes que, embora hoje saibamos que existem diversas técnicas para calcular a medida da altura da pirâmide, interessava apenas aquela empregada por Tales, uma vez que foi essa técnica que possibilitou a geração das ideias denominadas Teorema de Tales.

A ideia de utilizar a sombra foi proposta em meio às demais, uma vez que a todo momento era reiterado que os estudantes deveriam imaginar quais os recursos Tales dispunha naquela época. Após avaliar a validade da ideia, os estudantes utilizaram uma lanterna com a intenção de criar uma sombra da pirâmide sobre a mesa (Ilustração 3):

Ilustração 3 - Calculando a altura da pirâmide.



Fonte: Imagem registrada pela pesquisadora (2019)

Com uma projeção de sombra visivelmente maior do que a altura da própria pirâmide questionou-se aos estudantes se a sombra parecia ser de mesma medida que a altura. Imediatamente os estudantes perceberam que aquela sombra projetada não correspondia à medida procurada. Novamente várias ideias foram mencionadas pelos estudantes, ao passo que a cada ideia, uma reflexão era proposta a fim de verificar a sua aplicabilidade naquela época. Alguns estudantes, por iniciativa própria, utilizaram a internet com o intuito de pesquisar de que modo Tales utilizou a sombra da própria pirâmide para medir a altura da pirâmide.

Outros estudantes utilizaram a lanterna com o intuito de projetar uma sombra cujo tamanho fosse bem próximo à altura da pirâmide. Diante disso, foi preciso propor a seguinte reflexão: Tales teria a mesma visão que eles estavam tendo da sombra? Em outras palavras, os estudantes observavam a situação de cima, dado o tamanho do objeto que se pretendia medir, e desse modo torna-se fácil enxergar uma sombra de tamanho próximo ao que se deseja, mas Tales teve a mesma oportunidade?

Diante disso, tornou-se claro para os estudantes que Tales precisou desenvolver uma técnica para encontrar o momento certo de medir o tamanho da sombra da pirâmide. Assim, a fim de motivar os estudantes nessa busca, a todo momento era questionado sobre quais os instrumentos Tales dispunha naquela época e naquele lugar. Reiteradamente, técnicas hoje possíveis de serem realizadas foram mencionadas, mas procurou-se destacar aos estudantes que interessava aquela que possibilitou a emergência das ideias que levaram ao teorema.

Passados alguns minutos, e após diversas ideias terem sido mencionadas, foi preciso dizer aos estudantes de que modo Tales utilizou a sua sombra para determinar o momento exato em que a sombra da pirâmide correspondia à altura da mesma. De acordo com alguns estudantes, a ideia parece bastante óbvia quando dita, no entanto, nenhum deles conseguiu imaginar essa hipótese. Sabendo o método empregado por Tales, os estudantes calcularam a altura da pirâmide.

A técnica empregada no 6º momento da proposta consiste no seguinte procedimento: adotando-se algum material escolar para fazer o papel de Tales, nesse caso um lápis já usado até a metade, mediu-se sua altura. Posiciona-se Tales ao lado da pirâmide e, a partir dessa posição, marca-se no chão (nesse caso em uma folha de ofício) a medida correspondente à altura de Tales. A seguir, com o auxílio de uma lanterna, posiciona-se a luz de modo que a sombra projetada através de Tales toque o ponto correspondente à sua altura, marcado no chão. Neste exato momento deve-se marcar o ponto que a sombra da pirâmide atingiu. Finalmente, com o auxílio de uma régua, mede-se o tamanho da sombra, acrescentando a medida da metade do lado da base da pirâmide.

Diante disso, compreendendo a técnica utilizada, os estudantes efetuaram a medição, no entanto, observou-se relativa dificuldade em operar com a régua para realizar as marcações e medições, de modo que não ficou evidente se as dificuldades foram resultado de uma má compreensão do procedimento. Vale destacar que os momentos de reflexão em busca da solução, bem como, as dificuldades operacionais, propiciaram discussões que foram além dos conceitos envolvidos no Teorema de Tales, integrando esse à outros assuntos da Matemática. Como, por exemplo, o que é a altura de uma pirâmide e qual a diferença entre a altura da pirâmide e a altura de sua face (apótema).

No 8º momento da proposta de ensino, a fim de enfatizar as diferenças entre os dois modos de matematizar atribuídos à Tales, questionou-se aos estudantes de que modo Tales utilizou sua sombra, reiterando-se que nesse modo de matematizar era preciso que a sombra de Tales tivesse a mesma medida que sua altura. Esse detalhe os fez refletir que apenas em uma posição específica do sol a sombra projetada no chão teria a medida correta e, consequentemente, os fez questionar como calcular a altura da pirâmide em outras posições solares. Desse modo, criou-se condições de possibilidade para que os estudantes refletissem acerca do segundo modo de matematizar atribuído à Tales.

Novamente diversas ideias advindas dos estudantes foram postas à reflexão e prova, reiterando-se sempre a necessidade de que os instrumentos e técnicas utilizados deveriam ser pensados frente às possibilidades daquela época. Após alguns minutos de debate, elaboração e refutação de hipóteses, ideias relacionadas aos conceitos de razão e proporção foram mencionadas, criando-se a necessidade de uma formalização. Nesse sentido, houve uma explicação sobre esses conceitos, trazendo para a reflexão exemplos do cotidiano em que são empregados.

Assim, de modo mais fácil do que em relação ao primeiro modo de matematizar atribuído à Tales, os estudantes calcularam a altura da pirâmide, realizando o seguinte procedimento: adotando-se algum material escolar para fazer o papel do bastão, nesse caso um lápis já usado até a metade, mediu-se sua altura. Posicionando-o ao lado da pirâmide e, com o auxílio de uma lanterna, projeta-se luz sobre os objetos, construindo duas sombras no chão (folha de ofício). Em seguida, com o auxílio de uma régua, tomam-se as medidas do tamanho de ambas as sombra, cuidando para que, no caso da sombra da pirâmide, seja acrescida a medida da metade do lado da sua base. Concretizadas as medições, o procedimento é finalizando realizando-se os devidos cálculo de proporção.

Após solucionado o problema a partir do segundo modo de matematizar, uma síntese e registro dos raciocínios empregados foram realizadas, sanando eventuais dúvidas em relação à estratégia desenvolvida. Ao final do 9º momento, alguns estudantes relataram que entre um encontro e outro, realizaram pesquisas na internet a fim de compreender de que modo Tales calculou a altura da pirâmide. Percebeu-se que, apesar dos estudantes terem encontrado na internet informações que explicam os modos pelos quais Tales teria calculado a altura da pirâmide, as informações são vagas. Isso pois, não explicam detalhadamente como Tales de fato utilizou as sobras, nem quais as relações entre altura/sombra e o teorema que leva seu nome. Nesse sentido, a utilização da internet como fonte de buscas para os estudantes serviu como ponto de partida para as discussões dentro da sala de aula, pois não criaram condições de possibilidade para que o estudante compreendesse os métodos empregados por Tales apenas por meio das pesquisas.

Sobre a tarefa de calcular a altura da pirâmide (6º e 8º momentos da proposta), os estudantes foram questionados: *Na sequência do projeto a turma foi desafiada a resolver o mesmo problema enfrentado por Tales: calcular a altura de uma pirâmide. Qual a sua opinião sobre a realização desta tarefa*. As respostas fornecidas podem ser visualizadas no Quadro 41:

Quadro 41 – P_6Q_4: Na sequência do projeto a turma foi desafiada a resolver o mesmo problema enfrentado por Tales: calcular a altura de uma pirâmide. Qual a sua opinião sobre a realização desta tarefa:

P_6E_1	Achei a realização da tarefa muito interessante para a gente entender e conhecer melhor como tudo aconteceu e surgiu o teorema de tales.
P_6E_2	Foi bastante legal. Pois assim a gente conseguiu ver a dificuldade de Tales para medir a pirâmide.
P_6E_3	Foi uma tarefa divertida que reuniu toda a turma.
P_6E_5	Foi bem legal, reunimos a turma e foi bem divertido.

P_6E_6	Com essa "atividade" consegui aprender um pouco mais, de como o Tales mediu a pirâmide, além também que foi engraçado participar.
P_6E_7	Achei essa tarefa muito interessante e necessária para os alunos verem como realmente Tales fez a medição da pirâmide.
P_6E_8	Foi muito interessante e legal.
P_6E_9	Acredito que ao realizar a tarefa, os alunos se conectaram mais com a matéria e a história por trás.
P_6E_{10}	Aprendemos a calcular a altura da pirâmide na prática, ou seja, uma forma melhor de aprender do que usando só teoria.
P_6E_{11}	Eu acho essa tarefa intuitiva e prática.
P_6E_{13}	Foi muito boa pois abriu muito o caminho de como foi desenvolvido seu cálculo.
P_6E_{14}	Não sei. Achei difícil, desnecessário.
P_6E_{15}	Bem interativa, o que é bom, porque achei que as pessoas ficam mais imersas no conteúdo.
P_6E_{16}	No primeiro momento a turma estava pouco participativa, porém após um tempo nos soltamos e a atividade foi bastante didática e divertida.
P_6E_{17}	Eu achei importante para todo mundo poder contribuir um pouco.
P_6E_{18}	Eu achei bem legal, ajudou a ver o problema da percepção de Tales naquela época onde não tinha tecnologia.
P_6E_{19}	Foi bom pôr em prática para entender melhor.
P_6E_{20}	Uma coisa fácil não complicada assim.
P_6E_{21}	Minha opinião é que achei muito legal resolver isso.
P_6E_{22}	Foi boa porque quando a gente prática a matéria fica melhor na mente.
P_6E_{23}	Eu achei meio complicada, mas ao mesmo tempo "interessante".
P_6E_{24}	A atividade foi bem legal, nem um outro professor fez isso, ainda achei diferente a forma de aprender.
P_6E_{25}	Foi muito interessante.
P_6E_{27}	Foi uma tarefa muito boa, por que a gente fazendo o mesmo que ele a gente aprenderia melhor.
P_6E_{28}	Foi difícil no começo, mas ao longo das explicações e da ajuda da professora, essa tarefa se tornou fácil de entender e divertido de se praticar.
P_6E_{29}	Muito legal e bem desafiador.
P_6E_{30}	Foi difícil, desafiador e legal.
P_6E_{31}	Ela foi muito boa, pois nós entendemos na prática o jeito que Tales chegou a resposta.
P_6E_{32}	É difícil no começo, mas quando você aprende com a aula é mais fácil e prático.
P_6E_{33}	Achei super legal a ideia de nos colocar no lugar dele, foi muito desafiador.
P_6E_{34}	Achei complicado e desnecessário, pois com a modernidade de hoje não precisamos utilizar essa medida.
P_6E_{35}	Muito interessante.
P_6E_{38}	Foi difícil, desafiador e legal.
P_6E_{41}	Achei bem dinâmica e de forma que todos participassem e entendessem o conteúdo.
P_6E_{42}	Diferente porém difícil.
P_6E_{43}	Legal, mas ainda me deixou com dúvida.
P_6E_{44}	Achei muito legal na minha opinião.
P_6E_{45}	Eu acho que foi uma tarefa bem complicada e levamos algumas aulas para isso, mas com o auxílio da professora nós conseguimos resolve-la.
P_6E_{46}	Foi muito legal descobrir como Tales usou a sombra e a estaca para descobrir a altura da pirâmide.
P_6E_{47}	Achei legal, pois nós tentamos fazer o que Tales fez.
P_6E_{48}	Eu achei a atividade bem boa, porque a turma interagiu bastante e ajudou dando ideias.
P_6E_{49}	Diferente porém difícil.
P_6E_{50}	Foi muito legal, descobrir como Tales usou a sombra e a estaca para descobrir a altura da pirâmide.

Fonte: elaborado pela pesquisadora (2020).

Dos 43 estudantes que responderam à questão, verifica-se que aproximadamente 35 deles responderam positivamente, muitos adjetivando-a como legal, desafiadora, interessante e divertida. Como analisado nas demais propostas, tais adjetivações podem ser efeito da dinâmica adotada nas propostas de ensino, caracterizada pela realização de pesquisas, trabalhos em grupos ou resolução de problemas históricos, como nesta sobre o Teorema de Tales.

Mais do que isso, nas enunciações apresentadas no Quadro 41, foram recorrentes afirmações de que foi possível entender por meio da prática, como argumentaram P_6E_{19}, P_6E_{22}, P_6E_{31}, e P_6E_{47}. De modo semelhante, P_6E_{33} afirma que: "Achei super legal a ideia de nos colocar no lugar dele, foi muito desafiador.". É relevante atentar aos ditos de P_6E_{10} e P_6E_{24} pois, para esses estudantes, a atividade se mostrou como uma forma alternativa de aprender, visto que "Aprendemos a calcular a altura da pirâmide na prática, ou seja, uma forma melhor de aprender do que usando só teoria." (P_6E_{10}) e "A atividade foi bem legal, nem um outro professor fez isso, ainda achei diferente a forma de aprender." (P_6E_{24}).

Ademais, os ditos dos estudantes trazem à tona que a atividade oportunizou a participação da maioria dos estudantes, como se observa em P_6E_{17}, P_6E_{41} e P_6E_{48}. Possivelmente, tais ditos advém dos momentos em que, em volta da mesa e observando a pirâmide e sua sombra projetada, os estudantes eram constantemente desafiados a elaborar hipóteses quanto às técnicas empregadas por Tales. Foi nítida a participação dos estudantes, seja propondo ideias, manuseando a lanterna a fim de projetar as sombras, debatendo com os colegas ou pesquisando na *internet*, de modo que as enunciações supracitadas endossam o observado em aula.

De certo modo, os ditos de P_6E_9 e P_6E_{15} reafirmam a participação dos estudantes, pois, "[...] ao realizar a tarefa, os alunos se conectaram mais com a matéria e a história por trás." (P_6E_9), bem como, "as pessoas ficam mais imersas no conteúdo." (P_6E_{15}). Isso mostra que, apesar da dinamicidade e interatividade da tarefa, permeada por debates e tentativas de resolução muitas vezes infrutíferas, ou seja, um ambiente propício para distrações, a atividade possibilitou aos estudantes imersão e conectividade com o conteúdo.

Por fim, ainda acerca das opiniões dos estudantes sobre a tarefa de calcular a altura da pirâmide, observa-se que apesar da boa aceitação e das positivas adjetivações recebidas, isso não significa ausência de dificuldades, como é possível observar nos ditos de P_6E_{23}, P_6E_{30} e P_6E_{38}. Nesse mesmo sentido, destaca-se a enunciação de P_6E_{28}: "Foi difícil no começo, mas ao longo das explicações e da ajuda da professora, essa tarefa se tornou fácil de entender e divertido de se praticar.". O dito desse estudante evidencia a importância da participação do professor ao longo da tarefa, pois é por meio da proposição de reflexões e questionamentos, do esclarecimentos de dúvidas e do encorajamento para a elaboração de estratégias, que o professor de fato auxilia os estudantes na resolução da tarefa.

Ao final da proposta, já no seu 11º momento, apresentou-se a definição de Teorema de Tales com os jogos de linguagem presentes na Matemática Escolar e, em seguida, realizaram-se exemplos e exercícios. Sobre essa atividade, os estudantes foram questionados: *Após calcular a altura da pirâmide por meio das estratégias atribuídas à Tales, foi apresentada definição de Teorema de Tales. Quais relações foram percebidas entre as estratégias de Tales para calcular a altura da pirâmide e a definição de Teorema de Tales?* Observa-se que 39 estudantes responderam à questão, cujas enunciações se encontram no Quadro 42:

Quadro 42 – P_6Q_5: Quais relações foram percebidas entre as estratégias de Tales para calcular a altura da pirâmide e a definição de Teorema de Tales?

P_6E_2	A relação que eu percebi, foi a estaca de madeira com as linhas cortadas na transversal.
P_6E_5	A estaca de madeira com as linhas transversais.
P_6E_6	A relação que eu percebi foi que nos dois modos que Tales usou/criou ele necessitava de alguma sombra.
P_6E_7	As relações entre as estratégias e a definição do Teorema de Tales é que ele "pensou" da mesma forma.
P_6E_8	Levou tempo para ele saber a altura exata da pirâmide.
P_6E_9	O conceito por trás dos dois.
P_6E_{10}	Os dois usam retas para medir e solucionar o problema.
P_6E_{11}	Para entender a total definição devemos saber o raciocínio elaborado até lá.
P_6E_{13}	São que as definições são que é usado muita divisão que envolve teorema de Tales.
P_6E_{14}	Não sei.
P_6E_{15}	Para calcular a altura da pirâmide foi usado o teorema de tales (usando o sol).
P_6E_{16}	Que as medidas da sombra da estaca eram proporcionais as medidas da sombra da pirâmide.
P_6E_{17}	Que as paralelas cortado por retas transversais, os segmentos determinados.
P_6E_{18}	Saber o tamanho da estaca, o tamanho da sombra da estaca e o tamanho da sombra da pirâmide, e o teorema de Tales serve para calcular a altura da pirâmide, e descobrir o valor de uma incógnita.
P_6E_{19}	Ele pensou da mesma forma.
P_6E_{20}	Bem ele perdeu o tempo dele para calcular.
P_6E_{21}	As relações foram o feixe de retas paralelas e as linhas transversais.
P_6E_{22}	Agora quase nada.
P_6E_{23}	As relações percebidas eram o modo que ele fez e a inteligência de pensar nisso.
P_6E_{24}	Se pegasse a estaca de madeira botava as na ponta medindo o que o Tales imaginou uma linha imaginaria cruzando e formando outra geometria.
P_6E_{25}	Levou tempo para ele saber a altura exata.
P_6E_{27}	Não entendi.
P_6E_{28}	Seria o cálculo tanto na parte mental, ou seja, imaginar o cálculo através do que é visto, quanto a parte prática/escrita, que seria botar esse cálculo no papel, praticar através dele.
P_6E_{29}	Horário, tempo e sombra.
P_6E_{30}	Sombra, horário, tempo e posição do sol.
P_6E_{32}	Que o Tales sabia fazer uma conta tanto mentalmente quanto no papel.
P_6E_{33}	Por causa das retas paralelas e transversais.

P_6E_{34}	Sim, pois ele utilizou o mesmo teorema para medir a pirâmide e as retas transversais e paralelas.
P_6E_{35}	São parecidas por causa das retas transversais e paralelas.
P_6E_{38}	Horário, tempo e sombra.
P_6E_{41}	Bom, mesmo não entendendo muito a questão, a relação que eu achei foram as figuras geométricas e as linhas.
P_6E_{42}	Horário, sombra e tempo.
P_6E_{43}	Sim as estratégias de Tales e as contas utilizadas hoje tinham a semelhança de uma pirâmide.
P_6E_{44}	Eu não vim a aula nesse dia.
P_6E_{45}	Que ele pôs em prática tudo que teorizou.
P_6E_{46}	Foram percebidas que para calcular a altura da pirâmide teve um trabalho e um raciocínio bem alto em relação a definição.
P_6E_{47}	As linha que ele utilizava.
P_6E_{48}	Sim, na sombra tem as retas da pirâmide e nos cálculos que fizemos em aula também tem essas retas.
P_6E_{49}	Horário, sombra e tempo.

Fonte: elaborado pela pesquisadora (2020).

Entre as relações percebidas pelos estudantes, algumas manifestaram-se de forma isolada, como por exemplo, P_6E_{18} menciona que ambos modos de matematizar almejam determinar o valor de uma incógnita, P_6E_{13} identifica a realização da operação de divisão e P_6E_{41} cita a presença de figuras geométricas e linhas em ambos os modos de matematizar. Entretanto, outras foram expressas recorrentemente, como observa-se nos ditos de P_6E_2, P_6E_5 e P_6E_{48} em que há o reconhecimento da analogia entre a estaca (bastão) de madeira, utilizada por Tales para auxiliar na medição, e as linhas transversais que constituem o Teorema de Tales.

Além desses, outros estudantes reconheceram a presença de retas transversais e/ou paralelas em ambos modos de matematizar, como se verifica em P_6E_{10}, P_6E_{21}, P_6E_{33} e P_6E_{35}. Percebe-se claramente a transição entre os jogos de linguagem utilizados em ambos os modos de matematizar, o histórico atribuído à Tales e o próprio da Matemática Escolar, evidenciando a compreensão das regras e das semelhanças de família presentes nesses jogos.

Por outro lado, houve quem respondesse à questão listando apenas relações entre os dois modos de matematizar históricos atribuídos à Tales, como se verifica no dito de P_6E_6, que menciona o fato de ambas utilizarem a sombra. É relevante destacar a enunciação de P_6E_{16}, que embora não responda diretamente à questão, reconhece a proporcionalidade existente entre a medida da sombra da estaca e a medida da sombra da pirâmide, articulando os jogos de linguagem próprios da Matemática Escolar (conceito de proporcionalidade), com aqueles advindos dos modos de matematizar históricos (objetos e suas sombras).

Nesse sentido, de forma geral observa-se que, independentemente das relações apontadas pelos estudantes ao articularem os modos de matematizar histórico e escolar ou apenas os históricos, a atividade criou condições de possibilidade para a comparação entre os jogos de linguagem existentes em distintas formas de vida por meio das semelhanças de família neles presentes. Mais do que isso, possibilitou a compreensão e a formalização de alguns elementos matemáticos envolvidos no Teorema de Tales, como as retas transversais e a proporcionalidade.

A próxima questão analisada teve intuito de verificar, junto aos estudantes participantes da proposta de ensino, quais as vantagens de conhecer alguns aspectos históricos para aprender o Teorema de Tales. Para tal questionou-se: *Na sua opinião, quais as vantagens de conhecer alguns aspectos da História da Matemática para aprender o Teorema de Tales?* As respostas encontram-se no Quadro 43.

Quadro 43 – P_6Q_6: Na sua opinião, quais as vantagens de conhecer alguns aspectos da História da Matemática para aprender o Teorema de Tales?

P_6E_1	As vantagens são que nós conhecemos e se aprofundando mais no assunto, descobrimos coisas interessantes que nunca pensamos que poderiam ter acontecido.
P_6E_2	Se torna mais fácil de se resolver o Teorema de Tales.
P_6E_3	A vantagem é que acaba sabendo tudo que ele fez para chegar no resultado e acaba que pode-se utilizar os métodos dele.
P_6E_5	Acho que dependendo da pessoa, ela fica mais interessada no conteúdo.
P_6E_6	A vantagem é que você adquiri mais conhecimento e em certos casos é sempre bom ter conhecimento.
P_6E_7	As vantagens são que conhecemos um pouco mais de onde surgiu tudo isso e que não é uma coisa sem fundamento.
P_6E_8	É de ter mais conhecimento sobre a história da matemática.
P_6E_9	Os alunos se conectam mais a matéria, ficando assim melhor e mais divertido de aprender.
P_6E_{10}	Nos faz ter vocação para aprender com os instrumentos que temos hoje.
P_6E_{11}	Você fica [?] no conteúdo apresentado ao saber dos fatos e melhora seu conhecimento.
P_6E_{13}	São que com a história aumenta mais o interesse do aluno, assim como despertou o meu.
P_6E_{14}	Não sei.
P_6E_{15}	Como eu conheço mais da "matéria" ela fica mais interessante e talvez mais fácil.
P_6E_{16}	Sabendo as origens temos uma ideia de como funciona e onde aplicamos. Temos noções do porquê.
P_6E_{17}	Faz a gente se interessar mais pelo conteúdo.
P_6E_{18}	Me faz ver o ponto de vista de Tales naquela época.
P_6E_{19}	É melhor para compreender o conteúdo.
P_6E_{20}	Agora quase nada usa o teorema de tales para calcular.
P_6E_{21}	As vantagens é que deixa a matemática mais legal e interessante de aprender é bem legal aprender sobre a história da matemática.
P_6E_{22}	Medir a pirâmide.
P_6E_{23}	As vantagens é que tu aprende uma coisa diferente e "interessante".
P_6E_{24}	As vantagens de conhecer a história facilita na hora de estudar também.
P_6E_{25}	De ter mais conhecimento sobre a história da matemática.
P_6E_{27}	Calculo.
P_6E_{28}	Aprendendo a história, nós podemos saber quem foi esse personagem, o que ele realizou e o que ele fez parte em certo assunto.
P_6E_{29}	Nos aprofundamos na matéria agora temos conhecimento sobre a matéria.
P_6E_{30}	Tem várias vantagens, não só para aprender o teorema de Tales.

P_6E_{31}	Aprendemos mais sobre a matéria, nos aprofundamos mais e nos interessemos pela matéria.
P_6E_{32}	Que podemos saber além de fazer uma conta, aprender muito mais sobre aquele assunto.
P_6E_{33}	Acho interessante saber como ele chegou até lá, faz parecer ser menos difícil.
P_6E_{34}	Acho que é mais fácil de entender as matérias.
P_6E_{35}	Acho que a vantagem é ter mais conhecimento.
P_6E_{38}	Foi que se aprofundamos mais na matéria.
P_6E_{41}	Acho que quando tu aprende o conteúdo aplicado com mais facilidade.
P_6E_{42}	Só achei vantajoso para quem procura e gosta da matéria, pois pra quem não gosta não soma.
P_6E_{43}	Acho que não tem vantagens, para mim.
P_6E_{44}	Que a gente descobre como as coisas foram criadas.
P_6E_{45}	Entender o que o criador queria ao desenvolver esse teorema e saber quando é necessário usá-lo, além de nos ajudar a entender o próprio teorema.
P_6E_{46}	Na minha opinião as vantagens são em ter mais facilidade para aprender a matéria e até mesmo por ganhar interesse sobre o assunto.
P_6E_{47}	Na verdade não entendi o motivo da gente saber a história do teorema de Tales, mas achei legal a gente saber. Sabendo da história de onde surgiu, podemos pegar melhor a matéria.
P_6E_{48}	As vantagens para mim é que com a história fica mais interessante saber mais sobre a matéria.
P_6E_{49}	Uma vantagem é que aprendemos mais a matéria.
P_6E_{50}	Para poder facilitar o entendimento, saber a história por trás ajuda a entender.

Fonte: Elaborado pela pesquisadora (2020).

Para P_6E_5, P_6E_9, P_6E_{13}, P_6E_{15}, P_6E_{17}, P_6E_{21}, P_6E_{23}, P_6E_{31} e P_6E_{48}, a principal vantagem de conhecer aspectos históricos para aprender o Teorema de Tales é que torna o conteúdo mais interessante. Como observado nas demais propostas de ensino, este tem sido um dos adjetivos atribuídos às propostas realizadas a partir da articulação entre a História da Matemática e a Etnomatemática. Para além desta adjetivação, P_6E_{34}, P_6E_{41} e P_6E_{50} reconhecem como vantagem o fato de que facilitou o entendimento dos conceitos envolvidos no Teorema de Tales. Nesse sentido, uma vez que tenha facilitado o entendimento, pode-se afirmar que a proposta de ensino oportunizou a aprendizagem desses conceitos, como se verifica no dito: "Na minha opinião as vantagens são em ter mais facilidade para aprender a matéria e até mesmo por ganhar interesse sobre o assunto." (P_6E_{47}).

Outra vantagem destacada pelos estudantes relaciona-se ao fato de que, por meio da proposta de ensino, tornou-se possível compreender aspectos relativos aos processos de geração dos conceitos matemáticos relacionados ao Teorema de Tales. Para P_6E_7, conhecer sobre a origem do Teorema fez o estudante compreender que "não é uma coisa sem fundamento", assim como para P_6E_{16}, "Sabendo as origens temos uma ideia de como funciona e onde aplicamos. Temos noções do porquê.", ou para P_6E_{33}, visto que, "Acho interessante saber como ele chegou até lá, faz parecer ser menos difícil.". Nessa mesma linha de argumentação, P_6E_{45}, afirma que "Entender o que o criador queria ao desenvolver esse teorema e saber quando é necessário usá-lo, além de nos ajudar a entender o próprio teorema".

Em suma, verifica-se que, para esses estudantes, a principal vantagem em recorrer à História da Matemática para o ensino do Teorema de Tales consiste no fato de que, por meio dela, torna-se possível compreender aspectos relacionados à geração, organização e difusão dos conhecimentos matemáticos. Efeito disso, atribui significado à aprendizagem, auxilia na compreensão conceitual e no entendimento acerca da sua aplicabilidade. Na sequência do questionário aplicado aos estudantes, objetivou-se verificar quais aspectos históricos, relativos ao Teorema de Tales, foram julgados importantes de conhecer. Para tal, solicitou-se*: Cite alguns aspectos da História da Matemática, relacionados ao Teorema de Tales, você julgou importante conhecer. Justifique por que você o julga importante*. As enunciações dos 43 estudantes que responderam à questão encontram-se no Quadro 44:

Quadro 44 – P_6Q_8: Cite alguns aspectos da História da Matemática, relacionados ao Teorema de Tales, você julgou importante conhecer. Justifique por que você o julga importante:

P_6E_1	A importância de conhecer a história é que descobrimos um pouco mais de como surgiu e adquirimos mais conhecimentos.
P_6E_2	A medição da pirâmide. Porque assim a gente tem uma noção de como é difícil medir algo.
P_6E_3	A mais importante foi saber como ele chegou /fez para chegar no seu resultado.
P_6E_5	De como eram medidas as coisas no passado.
P_6E_6	Para mim foi importante saber como ele mediu a pirâmide, a maneira que ele usou para medir.
P_6E_7	A importância é que podemos adquirir mais conhecimento, conhecer um pouco do porque ele fez isso e conhecer aos poucos mais de matemática.
P_6E_8	Não, porque não gosto de matemática.
P_6E_9	O que o levou a desenvolver o teorema e talvez conhecer o seu passado.
P_6E_{10}	O jeito que o Tales solucionou o problema da pirâmide.
P_6E_{11}	Báskara, Geometria, Pitágoras entre outros, sua importância vem devido aos métodos usados por Pitágoras.
P_6E_{13}	Foi importante conhecer como ele descobriu o Teorema de Tales, como ele descobriu como medir a pirâmide.
P_6E_{14}	Não sei.
P_6E_{15}	A medição usando o sol, pois é, uma boa medida para medir grandes coisas, ainda mais na época, que não existia outros modos, é bem interessante.
P_6E_{16}	As viagens de Tales que influenciaram toda a matéria para a organização de seu teorema.
P_6E_{17}	Eu não sabia que ele tinha usado uma estaca para medir uma pirâmide, eu achei bem curioso.
P_6E_{18}	Os desafios de Tales e as formas que ele calculou a altura da pirâmide, para aprender outra forma de calcular.
P_6E_{19}	A importância é que aprendemos mais sobre a história da matemática.
P_6E_{20}	Para mim não para a humanidade.
P_6E_{21}	A medição da pirâmide com a sombra. Achei interessante porque nunca tinha ouvido ou pensado em fazer algo assim.
P_6E_{22}	A altura da pirâmide e a largura do barco na costa.
P_6E_{23}	O importante foi conhecer o Tales pela inteligência dele, ele pensava em métodos incríveis.
P_6E_{24}	O teorema de Pitágoras eu aprendi uma vez, mas queria aprender novamente porque eu achei legal e me interessei.
P_6E_{25}	Não, porque não gosto dessa matéria.
P_6E_{27}	Começou na Babilônia, por que foi lá que tudo começou.

P_6E_{28}	"Tudo o que sabemos sobre ele foi dito por pessoas que viveram com ele e após ele", porque sem isso não vamos saber quem ele foi e "como é usado o Teorema de Tales atualmente", pois pode ter mudado o uso de um tempo pra cá.
P_6E_{29}	O jeito de entender e ler a fração.
P_6E_{30}	É importante conhecer as pirâmides e o jeito de ler as frações.
P_6E_{31}	Começou na Babilônia, é importante pois foi onde começou.
P_6E_{32}	Que ele foi para a Babilônia e aprendeu o teorema, pois foi ali onde tudo começou.
P_6E_{33}	Eu achei interessante como ele conseguiu cumprir com o desafio que foi dado, com poucos recursos.
P_6E_{34}	Não sei.
P_6E_{35}	Eu achei interessante ele fazer esses cálculos, porque antigamente não se tinha tanto conhecimento como hoje em dia.
P_6E_{38}	O jeito de entender o tamanho da pirâmide.
P_6E_{41}	Achei o jeito que Tales media e tudo mais porque me ajudou a entender melhor.
P_6E_{42}	A leitura matemática, de números, frações e como a matemática está no nosso dia a dia.
P_6E_{43}	Como ele media a pirâmide, para conhecer mais a fórmula.
P_6E_{44}	Eu não vim a aula.
P_6E_{45}	O fato de ele ter usado a sombra para medir a pirâmide foi fundamental para que pudéssemos medir a pirâmide que a professora trouxe.
P_6E_{46}	Alguns aspectos são que a matemática é fundamental para o dia a dia ou ao menos grande parte.
P_6E_{47}	Calcular uma pirâmide com apenas a sombra.
P_6E_{48}	As retas paralelas, porque começou a envolver cálculo.
P_6E_{49}	O jeito de ler as frações.
P_6E_{50}	Foi interessante descobrir que por trás dele teve que ter um desafio por trás.

Fonte: elaborado pela pesquisadora (2020).

Os ditos dos estudantes evidenciam que não houve uma generalização acerca dos aspectos históricos considerados importantes, visto que diversas passagens históricas foram mencionadas. Além disso, apesar de variados aspectos históricos terem sido destacados, poucos estudantes justificaram os motivos pelos quais tais passagens foram consideradas relevantes, como se verifica em: “As viagens de Tales que influenciaram toda a matéria para a organização de seu teorema.” (P_6E_{16}) e “Calcular uma pirâmide com apenas a sombra.” (P_6E_{47}). Observa-se que dois aspectos históricos distintos foram trazidos à tona, entretanto, não houve uma justificativa para tal escolha.

Por outro lado, houve quem justificasse atribuindo adjetivações ao trecho histórico eleito, como por exemplo, “A medição usando o sol, pois é, uma boa medida para medir grandes coisas, ainda mais na época, que não existia outros modos, é bem interessante.” (P_6E_{15}); “Eu não sabia que ele tinha usado uma estaca para medir uma pirâmide, eu achei bem curioso.” (P_6E_{17}).

Alguns estudantes afirmaram que foi importante conhecer o modo como Tales solucionou o problema para calcular a altura da pirâmide, como se observa nos ditos de P_6E_2, P_6E_6, P_6E_{10}, P_6E_{13} e P_6E_{18}. Entretanto, apenas dois desses estudantes justificaram sua escolha, como P_6E_2 “A medição da pirâmide. Porque assim a gente tem uma noção de como é difícil medir algo.” e P_6E_{18}, “Os desafios de Tales e as formas que ele calculou a altura da pirâmide, para aprender outra forma de calcular.”. Tais ditos vão ao encontro de outros apresentados no Quadro 40, em que alguns estudantes afirmaram que por meio da atividade de calcular a altura da pirâmide, ou seja, enfrentando um problema semelhante ao proposto a Tales, tornou-se possível aprender de outro modo, por meio da prática.

Por fim, outro aspecto histórico mencionado mais de uma vez pelos estudantes, refere-se às relações que os cálculos e estratégias empregados por Tales tem com o povo babilônico. Como se verifica nos ditos de P_6E_{27}, P_6E_{31} e P_6E_{32}, para esses estudantes foi importante saber da origem do Teorema de Tales, como destaca P_6E_{32} “Que ele foi para a Babilônia e aprendeu o teorema, pois foi ali onde tudo começou.”. Em outras palavras, para esses estudantes, o fragmento histórico de maior relevância se refere à possibilidade de que a proposição agora conhecida como Teorema de Tales tenha sido apreendida por Tales durante suas viagens à Babilônia. Em suma, se observa que está por trás das argumentações dos estudantes, tanto desses que mencionaram a Babilônia como daqueles que citaram o problema para calcular a altura da pirâmide, a ideia de conhecer uma origem ou a motivação para o desenvolvimento das ideias que se tornaram o Teorema de Tales.

Para finalizar a análise desta proposta de ensino, questionou-se aos estudantes: *Conhecer trechos da História relacionados ao Teorema de Tales modificou seu modo de enxergar a Matemática? Justifique sua resposta*. Dos 50 participantes do estudo, 43 responderam à questão, como pode-se verificar no Quadro 45.

Quadro 45 – P_6Q_9: Conhecer trechos da História relacionados ao Teorema de Tales modificou seu modo de enxergar a Matemática? Justifique sua resposta.

P_6E_1	Não, meu modo de enxergar a matemática continua o mesmo.
P_6E_2	Sim, tirando que as contas são grandes, para mim, ficou mais legal.
P_6E_3	Não mudou muito, só saber o que foi feito para chegar nos resultados.
P_6E_5	Não modificou nada, contínuo gostando de qualquer forma, só achei que conhecendo eu me interessei mais.
P_6E_6	Não modificou, mas consegui adquirir mais conhecimento que se aparecer algo que eu precise usar o Teorema da Tales vou saber fazer.
P_6E_7	Não, continuo enxergando matemática da mesma forma, não tenho justificativa, só tenho esta sensação.
P_6E_8	Não, pois continua a mesma coisa.
P_6E_9	A matemática no geral não, porém com o teorema sim. Como eu já havia falado, saber a história faz com que se conecte mais e é mais fácil de se compreender a matéria.
P_6E_{10}	Sim, agora deu para enxergar que qualquer pessoa pode ser boa em matemática, porque comparando aos dias de hoje Tales não tinha nada e conseguiu medir a altura da pirâmide.
P_6E_{11}	Sim. Me fez mais interessado em matemática na verdade.
P_6E_{13}	Sim, pois fez ficar o assunto mais interessante.

P_6E_{14}	Não sei. Mudou um pouco, mas não sei explicar no que.
P_6E_{15}	Não muito. Matemática para mim é um passatempo, me divirto fazendo os cálculos, tanto as questões pedidas quanto alguns aleatórios.
P_6E_{16}	Muito pouco, mas facilita o entendimento.
P_6E_{17}	Eu acho que não, pois o mesmo de fazer e o mesmo.
P_6E_{18}	Não, porque eu ainda continuo gostando de matemática.
P_6E_{19}	Sim, entendi melhor como usar o teorema.
P_6E_{20}	Não, porque entrou letras na matemática.
P_6E_{21}	Não muito. Porque ao mesmo tempo que fiquei interessado também fiquei um pouco desinteressado.
P_6E_{22}	Não, porque não.
P_6E_{23}	É que antes a gente não pensava na história dela e isso foi bem diferente, agora sempre se imagina a história de cada matéria.
P_6E_{24}	Sim, porque comecei a entender melhor o Teorema.
P_6E_{25}	Não, continua a mesma coisa.
P_6E_{27}	Sim! Por que é bem mais explicado.
P_6E_{28}	Sim, pois é bom aprender sobre a história, principalmente sobre matemática, é bom mudar um pouco a rotina de sempre.
P_6E_{29}	Sim, pois pude entender Tales.
P_6E_{30}	Não, pois eu não gosto de matemática.
P_6E_{31}	Sim, fez eu me interessar mais pela matéria.
P_6E_{32}	Sim, pois acabamos sabendo coisas interessantes.
P_6E_{33}	Fez parecer um pouco mais fácil, entender como ele chegou lá, faz parecer mais possível.
P_6E_{34}	Mudou, não gostei da história dele.
P_6E_{35}	Com a história parece mais fácil entender como ele chegou até o resultado.
P_6E_{38}	Não, pois não gosto de matemática então o meu modo de vista ficou o mesmo, mas tive mais conhecimento.
P_6E_{41}	Sim, pois acho que conhecendo eu me interessei mais em aprender.
P_6E_{42}	Não, pois matemática não me chama a atenção.
P_6E_{43}	Não, porque não gosto muito de matemática.
P_6E_{44}	Eu não vim a aula.
P_6E_{45}	Sim, ele me fez querer saber mais sobre a história de matemática.
P_6E_{46}	Sim, fez eu despertar um interesse sobre a matemática para saber mais a fundo sua história.
P_6E_{47}	Não, continua sendo complicado.
P_6E_{48}	Não muito porque eu já gostava bastante de matemática.
P_6E_{49}	Não modificou.
P_6E_{50}	Sim porque eu achava que a matemática era só calcular contas chatas, mas com a ajuda da história por trás ela me mostrou que não.

Fonte: elaborado pela pesquisadora (2020).

Dos 43 respondentes, 21 afirmaram que conhecer aspectos da História da Matemática relacionados ao Teorema de Tales não modificou seu modo de enxergar a Matemática. Analisando-se as justificativas mencionadas pelos estudantes, é possível observar que, para P_6E_5, P_6E_{18} e P_6E_{41} não houve modificações uma vez que esses estudantes continuaram gostando de Matemática. Os ditos desses estudantes parecem reduzir a finalidade proposta de ensino aos estudantes que não gostam de Matemática, ou seja, recorrer à História da Matemática para ensinar o Teorema de Tales teria com a intenção fazer com que os estudantes que não gostam de Matemática passem a gostar.

Ainda em relação aos 21 estudantes que responderam negativamente a questão, observa-se que para P_6E_6 e P_6E_9, embora não tenha havido alguma modificação no modo como os estudantes enxergam a Matemática, conhecer aspectos históricos os fez adquirir mais conhecimento sobre o Teorema de Tales. Nas palavras de P_6E_9: “A matemática no geral não, porém com o teorema sim. Como eu já havia falado, saber a história faz com que se conecte mais e é mais fácil de se compreender a matéria”.

Dos 20 estudantes que responderam positivamente, ou seja, conhecer aspectos da História da Matemática relacionados ao Teorema de Tales modificou seu modo de enxergar a Matemática, dois argumentos apareceram frequentemente. O primeiro deles, que os aspectos históricos tornaram a Matemática e a sua aprendizagem mais interessante (P_6E_{11}, P_6E_{13}, P_6E_{31}, P_6E_{41} e P_6E_{46}), seguido do argumento de que, por meio da História foi possível entender melhor o Teorema de Tales (P_6E_{19}, P_6E_{24} e P_6E_{35}).

Além disso, é relevante destacar as enunciações de P_6E_{10}: “Sim, agora deu para enxergar que qualquer pessoa pode ser boa em matemática, porque comparando aos dias de hoje Tales não tinha nada e conseguiu medir a altura da pirâmide.” e P_6E_{33}: “Fez parecer um pouco mais fácil, entender como ele chegou lá, faz parecer mais possível.”. Observa-se que, para esses estudantes, conhecer aspectos históricos os aproximou da Matemática, tornando-a mais atingível e resolvível. Em seus ditos verifica-se que a atividade de calcular a altura da pirâmide foi o que tornou possível enxergar a Matemática desse modo, ou seja, a resolução de um problema histórico.

Em síntese, a proposta de ensino aplicada criou condições de possibilidade para que os estudantes refletissem, por meio da resolução de um problema histórico, sobre o processo de geração do Teorema de Tales. Mais do isso, possibilitou: aproximar os estudantes da Matemática; aprender o Teorema de Tales de outro modo, para além de registros teóricos no quadro; a participação dos estudantes na construção do conhecimento.

5.3.2 Síntese das ações emergentes

A análise dos ditos coletados por meio dos questionários evidencia alguns efeitos que a realização da proposta de ensino sobre Teorema de Tales possibilitou aos processos de ensino e aprendizagem dos estudantes: refletir sobre o processo de geração do Teorema de Tales; desenvolver estratégias para a resolução de problemas históricos; aprender o Teorema de Tales;

entre outros. Esta seção almeja refletir sobre quais foram as ações pedagógicas que possibilitaram a emergência desses efeitos.

Para essa proposta, cujo objetivo foi articular História da Matemática e Etnomatemática para o ensino do Teorema de Tales, iniciou-se com a apresentação de alguns aspectos históricos relacionados ao conceito estudado. A apresentação, que foi elaborada com o intuito de criar condições para a compreensão de como se deu a geração das ideias que vieram a ser denominadas Teorema de Tales, abordou uma pequena biografia de Tales, incluindo questões culturais e geográficas de onde viveu, e destacou quais situações problema teriam sido propostas a Tales para que os conceitos relativos ao teorema que recebeu seu nome fossem formalizados.

Entre os ditos dos estudantes, observa-se que a explanação atingiu seu intuito e propiciou a compreensão do processo de geração dos conhecimentos matemáticos relacionados ao Teorema de Tales. Mais do que isso, tornou a aprendizagem desafiadora e interessante, motivando os estudantes ao longo do processo, facilitando assim o entendimento desses mesmos conceitos. Portanto, tais efeitos são frutos da ação pedagógica de **apresentar aspectos históricos relacionados ao conceito estudado**.

Na sequência da atividade, após a explanação histórica que apresentou aos estudantes as situações problema que teriam sido propostas a Tales criando-se condições de possibilidade para que os conceitos relativos ao teorema fossem formalizados, os estudantes foram desafiados a resolve-la. Para tal, receberam uma pirâmide em papelão e, unidos em um grande grupo, passaram a hipotetizar acerca das estratégias empregadas por Tales a fim de calcular a altura da pirâmide.

Nesse sentido, a partir da ação pedagógica de **utilizar a situação-problema que motivou a geração e/ou desenvolvimento de um conceito**, evidenciou-se que a atividade foi propícia para a elaboração e o desenvolvimento de estratégias e proporcionou que a aprendizagem dos conceitos matemáticos envolvidos se desse de outra forma. Dado o fato que a situação-problema foi resolvida a partir de dois modos de matematizar históricos, inicialmente utilizando a sombra de Tales e, em seguida, uma estaca de madeira, a atividade de calcular a altura da pirâmide foi determinante na proposta de ensino uma vez que oportunizou o reconhecimento de que distintos jogos de linguagem são produzidos por diferentes formas de vida. De acordo com os ditos analisados, a atividade favoreceu a participação da maioria dos estudantes, aproximando-os da Matemática e tornando a aprendizagem desafiadora e interessante.

Por fim, após a resolução da situação-problema, houve a formalização do Teorema de Tales, em seus jogos de linguagem presentes na Matemática Escolar. Assim, confrontou-se os estudantes com distintos modos de matematizar, os históricos e aquele próprio da Matemática Escolar e, como efeitos, observou-se que proporcionou a compreensão das regras envolvidas nesses jogos, evidenciou-se as semelhanças de família neles presentes, possibilitando a comparação entre os distintos jogos de linguagem, bem como, a formalização de alguns elementos matemáticos envolvidos no Teorema de Tales. Em suma, tais efeitos advêm da ação pedagógica de **confrontar os estudantes com distintos modos de matematizar**.

No Quadro 46 tais ações e efeitos são retomados e sintetizados, a fim de organizar os principais resultados da proposta de ensino sobre Teorema de Tales.

Quadro 46 - Teorema de Tales: ações emergentes

Ações	Efeitos
Apresentar aspectos históricos relacionados ao conceito estudado.	Propicia a compreensão dos processos de geração dos conhecimentos matemáticos.
	Torna a aprendizagem desafiadora e interessante.
	Facilita o entendimento dos conceitos.
Utilizar a situação-problema que motivou a geração e/ou desenvolvimento de um conceito.	Propicia a elaboração e o desenvolvimento de estratégias.
	Proporciona que a aprendizagem dos conceitos matemáticos envolvidos ocorra de outra forma.
	Oportuniza reconhecer que distintos jogos de linguagem são produzidos por diferentes formas de vida.
	Torna a aprendizagem desafiadora e interessante.
	Favorece a participação dos estudantes.
	Aproxima o estudante da Matemática.
Confrontar os estudantes com distintos modos de matematizar.	Proporciona a compreensão das regras envolvidas.
	Evidencia as semelhanças de família presentes nos distintos modos de matematizar.
	Possibilita a comparação entre os distintos jogos de linguagem.
	Possibilita a compreensão e a formalização de alguns elementos matemáticos envolvidos no Teorema de Tales.

Fonte: Elaborado pela pesquisadora (2020).

Em suma, por meio da articulação entre a Etnomatemática e a História da Matemática, para o ensino do Teorema de Tales, três ações pedagógicas emergiram. Na próxima seção, analisam-se os resultados advindos da proposta de ensino sobre as Técnicas para multiplicar.

5.4 Técnicas para multiplicar

Esta proposta de ensino sobre as Técnicas para multiplicar (Apêndice C) foi realizada com 23 estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública estadual da cidade de Rio Grande. Novamente seu principal objetivo foi criar condições de possibilidade para que os estudantes reflitam acerca dos diversos modos de matematizar, desenvolvidos ao longo da História da Matemática, para a realização do produto entre dois números. Para isso, ao longo da proposta, foram apresentados três métodos distintos, intitulado Egípcio, Gelósia e Chinês.

5.4.1 Síntese das ocorrências

Diferentemente da proposta narrada e analisada na seção 4.3, a realização desta proposta se deu em dois encontros, sendo o primeiro de 80 minutos e o segundo de 160 minutos, tornando-se possível desenvolver praticamente todos os momentos previstos[29] de modo satisfatório. No primeiro encontro foram distribuídas folhas pautadas e iniciou-se a proposta solicitando aos estudantes a realização do produto entre dois números quaisquer, como, por exemplo, $12 * 7$. Após a realização do produto e a conferência do resultado, os estudantes foram convidados a refletir e responder oralmente sobre as seguintes questões: como você resolveu?; você conhece outra maneira de realizar essa conta?; será que existem outras maneiras?; será que foi sempre assim que se realizou a operação de multiplicação?.

Em relação à primeira pergunta, observa-se que os estudantes realizaram o produto entre os dois números utilizando as regras da Matemática Escolar, armando o produto e efetuando as multiplicações com o auxílio da tabuada. Já para a segunda questão proposta, enquanto a maioria dos estudantes afirmou que não conhece outra maneira para realizar o produto $12 * 7$, alguns estudantes propuseram alternativas. A primeira delas para que se realizasse o produto $7 * 12$ ao invés de $12 * 7$, como opção para resolver a mesma conta, enquanto a segunda proposta baseava-se na transformação do produto em adição, realizando-se $12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12$. Observa-se, nessas respostas, que novamente estão ancoradas nos jogos de linguagem presentes na Matemática Escolar, refletindo regras geralmente ensinadas na escola.

Ainda que os estudantes não conheçam outras formas para realizar o produto, foi unânime o reconhecimento de que existem outros modos de matematizar, assim como, o fato que nem sempre o produto entre dois números se realizou do modo como lhes foi ensinado. Com essa conversa, abriu-se o espaço para o 2º momento da proposta, destinado a apresentação

[29] Novamente optou-se por não realizar com os estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental os momentos 12, 13 e 14 da proposta de ensino apresentada no Apêndice C.

do tema e dos objetivos, mencionando aos estudantes que seriam abordados os seguintes métodos: Egípcio; Gelósia; Chinês.

Iniciando o 3º momento da proposta, destinado ao modo de matematizar egípcio, apresentou-se aos estudantes aspectos históricos sobre esse povo, situando local e temporalmente os registros relativos ao produto entre dois números, possibilitando uma reflexão acerca do quão antigo são os registros do modo de matematizar egípcio. A partir disso, os estudantes foram convidados a refletir e resolver a seguinte situação-problema: "Por exemplo, supondo que cada pessoa tenha direito a doze sacos de grãos [...], a quantos sacos um grupo de vinte e sete pessoas teria direito?" (ROQUE, 2014, p.77). Após interpretar o problema, os estudantes sugeriram realizar a operação $27 * 12$, possibilitando assim o seguinte questionamento: como os egípcios calcularam?

A partir disso, a forma egípcia de matematizar foi apresentada, problematizando-se as duplicações sucessivas realizadas e convidando os estudantes a participar do processo multiplicativo/ aditivo. Após um tempo de debate, em que os estudantes elaboraram estratégias a fim de compreender o processo empregado pelos egípcios, finalizou-se o 3º momento da proposta esclarecendo-se a operacionalização utilizada a fim de resolver a situação-problema.

Na sequência, no 4º momento da proposta de ensino, os estudantes foram desafiados à resolver outros produtos utilizando-se a forma egípcia de matematizar, como, por exemplo, $40 * 32, 15 * 0, -24 * 5$. Observou-se que os estudantes manifestaram dificuldades em iniciar o processo, possivelmente por que no exemplo extraído de Roque (2014) estava explícito qual valor relativo à uma pessoa (uma pessoa tem direito a 12 sacos de grãos), induzindo assim que o processo inicia com a relação $1 \rightarrow 12$, e, a partir de então, realizam-se as duplicações sucessivas. Em relação aos exemplos solicitados, $40 * 32, 15 * 0, -24 * 5$, por serem escritos utilizando-se das regras presentes nos jogos de linguagem da Matemática Escolar, a relação inicial não é evidente, tornando o início do processo mais dificultoso. Após refletir e discutir sobre a resolução de cada exemplo, no 5º momento da proposta, os estudantes registraram em sua folha pautada quais vantagens/desvantagens se comparado o método egípcio com o modo de multiplicar aprendido na escola, bem como, quais as semelhanças do método egípcio com o modo de multiplicar escolar.

O 6º momento da proposta foi destinado ao modo de matematizar da Gelósia e, do mesmo modo como se procedeu em relação ao modo de matematizar egípcio, inicialmente apresentou-se aos estudantes aspectos históricos sobre esse método, situando-o local e temporalmente. Assim como no 3º momento da proposta, a abordagem do método da Gelósia se deu na prática, a partir da resolução de um exemplo, no caso, $157 * 23$. Para tal, desenhou-se a Gelósia com a quantidade de linhas e colunas adequadas, marcando-se as diagonais nas respectivas celas e posicionando os algarismos nos locais adequados.

Após apresentado o modo de matematizar presente no método da Gelósia, novamente os estudantes praticaram, por meio da resolução dos seguintes exemplos: $12 * 324$; $319 * 707$; $-15 * 5$. Enquanto os estudantes exercitavam, observou-se que, em comparação ao modo de matematizar egípcio, o método da Gelósia pareceu mais complicado. Efeito disso, o 7º momento da proposta, destinado à resolução dos exemplos, durou mais tempo que o previsto, pois muitos estudantes solicitaram ajuda para a realização da atividade. Também por isso, quando alguns estudantes finalizaram a resolução dos exemplos supracitados, passaram a auxiliar os demais colegas, estabelecendo-se assim uma rede de trocas e compartilhamentos entre os próprios colegas. Para finalizar o método da Gelósia, no 8º momento da proposta, os estudantes refletiram e registraram em suas folhas quais vantagens/desvantagens ao comparar o método da Gelósia com o modo de multiplicar aprendido na escola, bem como, quais as semelhanças entre o método da Gelósia e o modo de multiplicar escolar.

Como último modo de matematizar escolhido para tratar nesta proposta de ensino, no 9º momento abordou-se o modo de matematizar chinês. Para tal, inicialmente apresentou-se aos estudantes alguns aspectos históricos sobre o povo, situando-o local e temporalmente e, na sequência, o método chinês para o produto entre dois números a partir da realização do exemplo $326 * 23$. A explicação sobre esse método demandou mais tempo do que o planejado, pois os estudantes estavam dispersos e aparentemente cansados. Diante disso, foi preciso tomar a decisão de não realizar o 10º momento da proposta, no qual estava previsto a prática do modo de matematizar chinês por meio de exemplos.

Consequentemente, afetou o 11º momento da proposta de ensino, destinado à reflexão sobre as vantagens e desvantagens do método chinês em relação ao modo de multiplicar que aprendido na escola, bem como, as semelhanças entre esses dois modos de matematizar. Isso pois, uma das intenções por trás da resolução dos exemplos, é a de criar condições de possibilidade para as reflexões propostas.

Para finalizar a proposta de ensino, os estudantes responderam ao questionário, instrumento de pesquisa desta tese. A fim de minimizar possíveis dúvidas de interpretação, optou-se por ler cada pergunta ao grupo de estudantes, fornecendo um tempo adequado para a elaboração e registro das suas respostas. Como efeito imediato, observou-se que poucas questões não foram respondidas, como poderá ser verificado na sequência.

A primeira questão analisada propôs aos estudantes uma reflexão acerca da temática principal da proposta de ensino, que versou sobre distintos modos de matematizar o produto entre dois números: *Qual a sua opinião sobre conhecer outros métodos para a realização de contas de multiplicação*. As 23 respostas fornecidas encontram-se no Quadro 47.

Quadro 47 – P_7Q_3: Qual a sua opinião sobre conhecer outros métodos para a realização de contas de multiplicação:

P_7E_1	Eu achei bem legal, porque eu não sabia que tinham outros métodos e nem sabia como realiza-los, fiquei bem feliz em aprender.
P_7E_2	Eu achei muito legal mas é bem difícil alguns deles. E é bem importante aprender métodos novos de multiplicação.
P_7E_3	Sim, gostei demais se pudesse conhecia todo dia um método novo.
P_7E_4	Além de ser fácil e bom aprender contas novas e eficaz eu gostei muito e achei fácil, eu gostei muito de aprender novos métodos.
P_7E_5	Achei muito legal e divertido.
P_7E_6	Eu achei muitas coisas, gostei.
P_7E_7	Eu gostei muito de conhecer novos métodos.
P_7E_8	Muito legal queria aprender mais que é ótimo até porque eu sou péssimo em matemática, mas o mais legal foi o da Gelósia, muito bom!
P_7E_9	Eu achei legal aprender o método da Gelósia, o Egípcio e o da China.
P_7E_{10}	Legal e ruim.
P_7E_{11}	Legal, assim fica mais fácil de responder algumas questões.
P_7E_{12}	Eu achei legal conhecer novos métodos de multiplicação.
P_7E_{13}	Eu gostei, mas achei um pouco difícil.
P_7E_{14}	Eu achei legal, um pouco difícil mas bom gostei muito.
P_7E_{15}	Eu achei legal, divertido e um pouco difícil, mas tirando isso eu amei e agora eu tenho outros métodos para realizar outras contas.
P_7E_{16}	Eu amei conhecer esses outros métodos porque eles são bem diferentes um dos outros e cada um tem uma forma diferente adorei.
P_7E_{17}	Legal, interessante e etc.
P_7E_{18}	Divertido e legal me ajudando muito nas multiplicações.
P_7E_{19}	Eu achei irado essas multiplicações.
P_7E_{20}	Sim.
P_7E_{21}	Achei muito legal.
P_7E_{22}	Muito legal e divertido.
P_7E_{23}	É bom.

Fonte: Elaborado pela pesquisadora (2020).

Observa-se que todos os estudantes responderam positivamente ao questionamento, julgando interessante, divertido ou legal conhecer outros métodos para a realização de contas de multiplicação. Destaca-se o dito de P_7E_1 "Eu achei bem legal, porque eu não sabia que tinham outros métodos e nem sabia como realiza-los, fiquei bem feliz em aprender." pois, para esse estudante, a existência de outros modos de matematizar era desconhecida. Tal enunciação evidencia que a Matemática Escolar, ao priorizar um único modo de matematizar, acaba por limitar o acesso à outras regras e jogos de linguagem, contribuindo para a hegemonização das formas de pensar.

Alguns estudantes consideraram difíceis os modos de matematizar abordados na proposta, como se observa em *P_7E_2*, *P_7E_{13}*, *P_7E_{14}* e *P_7E_{15}*. O dito de *P_7E_{15}* evidencia que, apesar da dificuldade, é provável que os modos de matematizar abordados na proposta de ensino sejam utilizados em outros momentos da sua vida escolar: “Eu achei legal, divertido e um pouco difícil, mas tirando isso eu amei e agora eu tenho outros métodos para realizar outras contas.”.

Outros estudantes manifestaram interesse em aprender mais sobre os métodos, como se verifica em *P_7E_3* e *P_7E_8*. Para esse estudante, especialmente, seu interesse em aprender mais sobre os métodos se dá pelas dificuldades que sente em relação à Matemática: “Muito legal queria aprender mais que é ótimo até porque eu sou péssimo em matemática, mas o mais legal foi o da Gelósia, muito bom!” (*P_7E_8*). Observa-se que, para esse estudante, os modos de matematizar abordados na proposta podem ser um recurso alternativo às dificuldades de aprendizagem em Matemática. Outros estudantes, independentemente de manifestarem dificuldades em Matemática, também mostraram interesse em recorrer aos modos de matematizar abordados na proposta de ensino, como *P_7E_{15}*.

Com o objetivo de verificar qual o modo de matematizar considerado de mais fácil entendimento, questionou-se aos estudantes: *Comparando o algoritmo de multiplicação aprendido na escola com as técnicas desenvolvidas por outras civilizações, qual/quais você acha de mais fácil ENTENDIMENTO? Justifique sua* resposta. No Quadro 48 estão as 22 respostas fornecidas para a questão.

Quadro 48 – P_7Q_4: Comparando o algoritmo de multiplicação aprendido na escola com as técnicas desenvolvidas por outras civilizações, qual/quais você acha de mais fácil ENTENDIMENTO? Justifique sua resposta:

P_7E_1	O mais fácil pra mim foi o método Egípcio, porque com cálculos pequenos é possível alcançar a resposta final.
P_7E_2	O mais fácil é o método da Gelósia. Porque é um método pequeno e facílimo.
P_7E_3	Sim eu acho todos fáceis, mas o método da Gelósia é moleza, antes não tinha entendido mas a professora Juliana me ajudou e entendi, porque tem a tabuada.
P_7E_4	Todos os métodos são fáceis e bons mas eu prefiro o método Chinês porque podemos entender tudo e aprender mais rápido.
P_7E_5	Gostei do modo Gelósia porque é simples.
P_7E_6	Eu achei mais fácil com a professora Kelen, porque é mais fácil.
P_7E_7	Todos os modos são fáceis, porque a matemática não tem mistério.
P_7E_8	Gelósia é a multiplicação Indiana e muito legal bem mais fácil e bem explicado, ótimo.
P_7E_9	O modo mais fácil foi o da Gelósia porque você faz o retângulo e faz linhas diagonais e você faz as multiplicações dos números.
P_7E_{10}	Vezes porque é fácil.
P_7E_{11}	As que eu mais achei fácil foi: Chinês, Gelósia foram as mais fáceis de entender.
P_7E_{12}	Eu achei a Chinês porque é mais fácil e eu consegui fazer de primeira.
P_7E_{13}	Eu achei a Gelósia mais fácil porque tem menos números.

P_7E_{14}	Eu achei o método da Gelósia mais fácil porque é fácil um pouco melhor mais aprende rápido e é fácil de fazer.
P_7E_{15}	O mais fácil é o Chinês. Porque é dezena, centena e de unidades que eu acho [?]. E amei do Chinês.
P_7E_{16}	Eu achei o da Gelósia porque ele é mais fácil. Também melhor de fazer nas horas de calcular e também porque a professora explicou direitinho. Também o Chinês porque ele é simples e mais fácil também.
P_7E_{18}	Método Chinês pelas paletas de bambu e pela divisão da unidade, dezena e centena.
P_7E_{19}	Método do Egito porque uso a multiplicação do 2.
P_7E_{20}	Da Gelósia.
P_7E_{21}	Acho mais fácil o Chinês.
P_7E_{22}	Para mim o modo fácil é o da Gelósia.
P_7E_{23}	Sim, do Chinês porque tem que fazer os risquinhos.

Fonte: Elaborado pela pesquisadora (2020).

Os ditos desses estudantes evidenciam que o modo de matematizar considerado de mais fácil entendimento foi o método da Gelósia. Entre os estudantes que escolheram esse modo de matematizar (P_7E_2, P_7E_3, P_7E_5, P_7E_8, P_7E_9, P_7E_{13}, P_7E_{14}, P_7E_{22}), destaca-se o dito de P_7E_{13} pois, em sua justificativa, afirma que a Gelósia é de mais fácil entendimento porque apresenta uma quantidade menor de números. Também destaca-se o dito de P_7E_3: “Sim eu acho todos fáceis, mas o método da Gelósia é moleza, antes não tinha entendido mas a professora Juliana me ajudou e entendi, porque tem a tabuada.”. Observa-se que a opção pelo método da Gelósia é justificada pela presença da tabuada, ou seja, o reconhecimento das regras dos jogos de linguagem presentes na Matemática Escolar foi determinante para a sua escolha.

Outros estudantes consideraram o modo de matematizar chinês de mais fácil entendimento, como se observa nos ditos de P_7E_4, P_7E_{12}, P_7E_{15}, P_7E_{18}, P_7E_{21}, P_7E_{23}. Entre as justificativas, nos ditos de P_7E_{15} *e* P_7E_{18} é possível identificar que suas escolhas fundamentam-se no fato de que, nesse modo de matematizar, há unidades, dezenas e centenas, assim como no algoritmo da multiplicação escrito nos jogos de linguagem da Matemática Escolar. Nesse sentido, observam-se afinidades com a justificativa de P_7E_3 para a sua escolha pelo método da Gelósia, ou seja, o reconhecimento das semelhanças de família entre os jogos de linguagem dos distintos modos de matematizar, abordados na proposta, e os jogos de linguagem do algoritmo da multiplicação escolar, determinaram as escolhas desses estudantes. Observa-se a Matemática Escolar exercendo seu poder disciplinador sobre esses estudantes, uma vez que suas escolhas estão sujeitas à presença de semelhanças de família em relação às regras da Matemática Escolar. Em suma, a Matemática acaba por estabelecer uma norma, que regula e conduz as escolhas desses estudantes.

Por fim, ainda sobre essa questão, observa-se o dito de *P_7E_6*: “Eu achei mais fácil com a professora Kelen, porque é mais fácil.". Para esse estudante, o modo de matematizar de mais fácil compreensão foi aquele ensinado pela professora regente da turma, ou seja, o algoritmo da multiplicação da Matemática Escolar. É possível que o estudante esteja tão familiarizado com as regras e os jogos de linguagem presentes na Matemática Escolar que julgue os demais modos de matematizar complexos.

Na sequência do questionário, solicitou-se aos estudantes uma reflexão semelhante, entretanto, voltada à comparação acerca da aplicabilidade dos distintos modos de matematizar: *Comparando o algoritmo de multiplicação aprendido na escola com as técnicas desenvolvidas por outras civilizações, qual/quais você acha de mais fácil APLICAÇÃO? Justifique sua resposta*. No Quadro 49 estão as 23 respostas atribuídas à questão.

Quadro 49 – P_7Q_5: Comparando o algoritmo de multiplicação aprendido na escola com as técnicas desenvolvidas por outras civilizações, qual/quais você acha de mais fácil APLICAÇÃO? Justifique sua resposta:

P_7E_1	A mais fácil de fazer é a Gelósia. Porque é pequeno e cálculos fáceis e é bem divertido de fazer.
P_7E_2	O mais fácil de fazer é o da Gelósia e dos Egípcios. Porque só preciso fazer uns risquinhos e uns quadradinhos e deu.
P_7E_3	A mais fácil de fazer é a Gelósia, porque é só fazer um quadrado grande, calcular um traço para separar as casas e botar uns números.
P_7E_4	O mais fácil é o Chinês, porque ele é muito fácil e simples e eficaz nas provas.
P_7E_5	Achei os dois difíceis.
P_7E_6	A mais fácil de fazer é a da escola porque o jeito é mais prático.
P_7E_7	O modo Chinês, porque ele é muito fácil.
P_7E_8	A mais fácil é a Gelósia porque eu entendi (interpretei) mas enfim foi a que mais gostei, achei legal!
P_7E_9	O mais fácil de fazer no caderno é a Gelósia porque tem que fazer o retângulo e fazer uma linha na diagonal e achei legal.
P_7E_{10}	Vezes.
P_7E_{11}	E a Gelósia e o Chinês.
P_7E_{12}	Eu acho a da escola por fazer todo o dia.
P_7E_{13}	A mais fácil de fazer é a que eu aprendi na escola.
P_7E_{14}	A que aprendi no colégio é mais fácil de fazer.
P_7E_{15}	A dos Chinês que eu achei mais fácil, divertido e mais fácil de resolver.
P_7E_{16}	Eu acho que a Gelósia, porque ela é mais simples de entender. Eu também achei a do Chinês, porque ele é mais fácil e simples também.
P_7E_{17}	A que eu aprendi na escola porque eu estou acostumado e é mais fácil.
P_7E_{18}	É mais fácil de entender a multiplicação aprendida na escola.
P_7E_{19}	Eu acho porque a multiplicação [?].
P_7E_{20}	A normal porque é mais rápido.
P_7E_{21}	Não sei.
P_7E_{22}	Para mim é do Chinês por que é só contar e desenhar.
P_7E_{23}	A dos Chineses porque é rapidinho e mais fácil.

Fonte: Elaborado pela pesquisadora (2020).

As enunciações evidenciam que a maioria dos estudantes considera o algoritmo de multiplicação escolar aquele de mais fácil aplicação, como se verifica em P_7E_6, P_7E_{12}, P_7E_{13}, P_7E_{14}, P_7E_{17}, P_7E_{18} e P_7E_{20}. Entre as justificativas apresentadas pelos estudantes, observa-se que para P_7E_6 e P_7E_{20} a multiplicação escolar, intitulada pelo estudante como 'normal', é mais prática e rápida em relação aos modos de matematizar históricos. Já para P_7E_{12} e P_7E_{17}, a multiplicação escolar é de mais fácil aplicação por ser realizada diariamente, ou seja, por já estarem habituados com suas regras. Portanto, tais ditos reforçam o argumento de que a escolha pelo algoritmo da multiplicação baseia-se na familiaridade dos estudantes em relação às regras e aos jogos de linguagem próprios da Matemática Escolar.

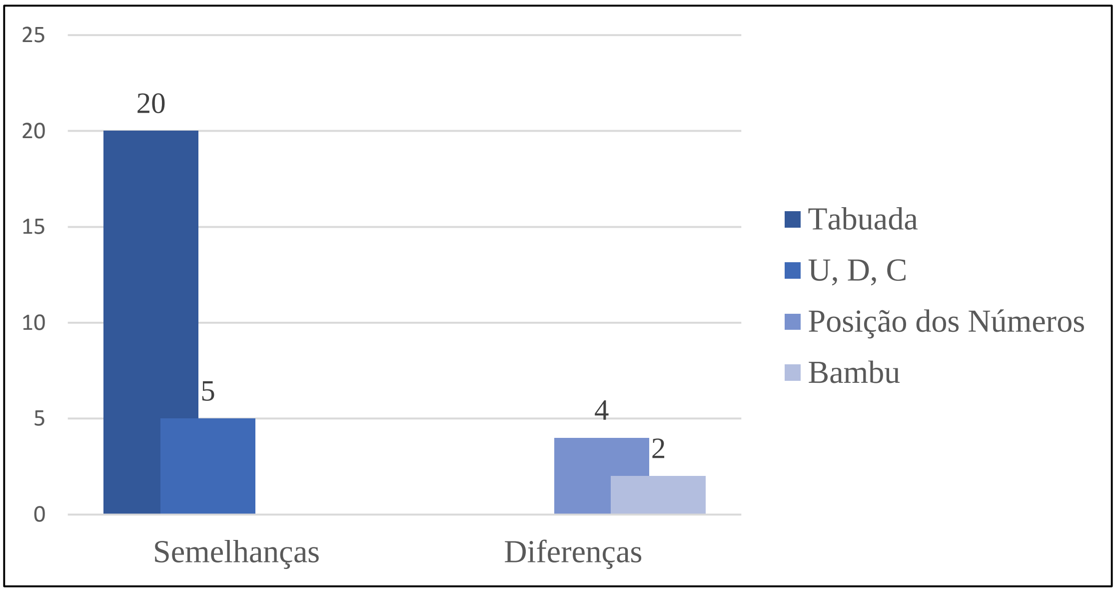
Em relação aos modos de matematizar históricos, verifica-se que o modo chinês foi considerado de mais fácil aplicação quando comparado aos demais métodos tratados ao longo da proposta de ensino. Como justificativa para essa escolha, foi recorrente a argumentação de que se trata de um método fácil, destacando-se especialmente o dito de P_7E_{22}: "Para mim é do Chinês por que é só contar e desenhar.". Como se observa, o fato de o método basear-se na elaboração de um desenho e, posteriormente, na contagem das interseções emergentes, ou seja, em regras e jogos de linguagem distintos dos presentes na Matemática Escolar, o torna mais aplicável. Desse modo, percebe-se que a justificativa desse estudante vai de encontro às justificativas citadas nessa mesma questão por P_7E_{12} e P_7E_{17}, visto que não fundamenta-se nas semelhanças de família estabelecidas com as regras e os jogos de linguagem presentes na Matemática Escolar.

Em relação aos estudantes que consideram a Gelósia como o método de mais fácil aplicação, destacam-se os ditos de P_7E_3 e P_7E_9 pois, para esses estudantes, a facilidade da Gelósia advém do fato de que basta desenhar sua estrutura e delimitar as celas. Essas argumentações vão na mesma linha do dito de P_7E_{22}, dado que não ancoram-se às semelhanças de família que os modos de matematizar históricos possuem em relação ao algoritmo da Matemática Escolar.

Em suma, o Quadro 48 evidenciou que 12 entre os 23 estudantes consideram algum dos modos de matematizar históricos como sendo de mais fácil aplicação. Frente a isso, argumenta-se que os modos de matematizar históricos podem ser tomados como movimentos de contraconduta frente aos modos de matematizar da Matemática Escolar. Isso por que recorrerem à regras e jogos de linguagem distintos daqueles presentas na Matemática Escolar, possibilitando aos estudantes outras formas para a realização do produto entre dois números, distinta do algoritmo da multiplicação ensinado na escola.

Com o objetivo de verificar se semelhanças entre os distintos modos de matematizar foram percebidas pelos estudantes, solicitou-se: *destaque semelhanças e / ou diferenças que as técnicas de cada civilização tem em relação ao algoritmo da multiplicação aprendido na escola*. Frente ao fato de que poucas, porém repetitivas, semelhanças e diferenças foram mencionadas, optou-se por apresentar as respostas por meio do Gráfico 6[30].

Gráfico 6 - P_7Q_6: Destaque semelhanças e / ou diferenças que as técnicas de cada civilização tem em relação ao algoritmo da multiplicação aprendido na escola:



Fonte: Elaborado pela pesquisadora (2020).

De antemão se observa que os estudantes perceberam mais semelhanças do que diferenças entre os modos de matematizar. Cerca de 20, dos 22 estudantes que responderam à questão, identificaram que uma das semelhanças presentes nos distintos modos de matematizar é a utilização da tabuada. De fato, com exceção do modo de matematizar chinês, cuja execução pode ser feita sem a utilização da tabuada, os demais modos de matematizar, tanto o algoritmo escolar, como o egípcio e a Gelósia recorrem à tabuada.

Tratando-se especificamente do modo chinês, é sabido que a quantidade de intersecções resultantes do arranjo dos bambus corresponde ao produto dos números que estão representados pela varetas, entretanto, a contagem dessas interseções pode, ou não, se dar a partir da tabuada. Como observado na questão anterior, a suposta ausência da tabuada no modo de matematizar

[30] Para fins estéticos, optou-se por utilizar as iniciais U,D,C em substituição às nomenclaturas unidade, dezena, centena.

chinês, que como afirma P_7E_{22} se resume em contar e desenhar (Quadro 48), foi um dos motivos para esse modo de matematizar ser considerado de mais fácil aplicação.

Outra semelhança notada entre os modos de matematizar consiste na identificação, por parte dos estudantes, da organização do sistema decimal de numeração em ordens e classes. Cerca de 5 estudantes identificaram tal semelhança, como por exemplo, nos ditos de P_7E_{12} e P_7E_{17}, respectivamente: “Egípcio: tabuada, Gelósia: tabuada, Chinês: unidade, dezena, centena.”; “As técnicas sempre usam as unidades cada um tem seu jeito.”. Observa-se que para P_7E_{12} não há presença da tabuada no modo chinês, ao passo que, a única semelhança desse com o algoritmo da multiplicação escolar é a presença de unidade, dezena, centena em suas diversas classes.

Em relação às diferenças mencionadas, os ditos dos estudantes destacam a posição ocupada pelos números, como se verifica, por exemplo, no dito de P_7E_1: “O modo parecido é que usamos a tabuada (se necessário), e o diferente são os números em posições diferentes.”. Em outras palavras, a diferença observada pelos estudantes consiste no fato de que os modos de matematizar históricos não seguem a organização do algoritmo escolar de multiplicação, que posiciona multiplicando e multiplicador da direita para a esquerda, de modo que suas unidades, dezenas e centenas, em suas diversas classes, estejam dispostas uma acima da outra. Em suma, as diferenças citadas referem-se as regras utilizadas pelas distintas formas de vida para operacionalizar seu modo de matematizar, como se evidencia em P_7E_4: “Todos sempre tem a resposta correta, mas eles tem jeitos diferentes de se realizar a conta correta”.

Na sequência dos questionamentos propostos aos estudantes, almejou-se compreender se o conhecimento de outras técnicas e modos para a realização do produto entre dois números modificou algo em sua forma de pensar. Para tal, questionou-se: *Conhecer outros modos de realizar contas de multiplicação mudou algo em sua forma de pensar?* Verifica-se que 22 estudantes responderam a questão, cujas enunciações encontram-se no Quadro 50.

Quadro 50 – P_7Q_7: Conhecer outros modos de realizar contas de multiplicação mudou algo em sua forma de pensar?

P_7E_1	Não. Porque mesmo sendo contas diferentes, não muda a forma de pensar.
P_7E_2	Não, porquê é a mesma forma de pensar como a tabuada, e a única coisa que muda é a conta.
P_7E_3	Sim, pois adoro conhecer outras técnicas novas de matemáticas e etc.
P_7E_4	Eu não, conheço 4 contas apenas e mais nenhuma.
P_7E_6	Não, porque eu acho fácil também é um pouco parecido com as outras contas.
P_7E_7	Sim, porque eu conheci 3 modos de multiplicação bem divertidos.
P_7E_8	Não mudou nada porque não é muito diferente.
P_7E_9	Sim porque na hora de fazer a conta eu posso me lembrar desses modos.
P_7E_{10}	Sim.
P_7E_{11}	Não, é só uma forma de responder uma questão mais rápido.

P_7E_{12}	Não, porque eu acho que não mudou nada.
P_7E_{13}	Não, porque eu não vou usar isso para a minha vida.
P_7E_{14}	Não, porque eu acho que não vai mudar nada.
P_7E_{15}	Sim, porque a forma é bem diferente e fácil.
P_7E_{16}	Sim porque a forma de pensar é bem mais diferente e de calcular também.
P_7E_{17}	Não.
P_7E_{18}	Não.
P_7E_{19}	Sim porque métodos melhoram a minha matemática.
P_7E_{20}	Não. Porque não muda o jeito de fazer.
P_7E_{21}	Sim, mudou mas eu não sei porque.
P_7E_{22}	Não porque é a mesma coisa só muda a forma de fazer.
P_7E_{23}	Não porque já aprendemos outros modos.

Fonte: Elaborado pela pesquisadora (2020).

Observam-se nos ditos dos estudantes que, para a maioria, conhecer outros modos de matematizar não modificou sua forma de pensar. Entre as justificativas apresentadas, destacam-se as enunciações de P_7E_2 e P_7E_{22} pois, para esses estudantes, devido ao fato de que a principal diferença entre os modos de matematizar encontra-se na forma de executá-los, não há modificações em sua maneira de pensar. Já para P_7E_{13}, que também responde negativamente à pergunta, a justificativa se ampara na ideia de que os diversos modos de matematizar não têm utilidade em sua vida. Nas palavras do estudante, “Não, porque eu não vou usar isso para a minha vida.”.

Por outro lado, ainda que em menor número, alguns estudantes afirmam que o conhecimento de outros modos de matematizar modificou sua forma de pensar. Destaca-se o dito de P_7E_9 pois, de acordo com o estudante, isso ocorre “[..] porque na hora de fazer a conta eu posso me lembrar desses modos.”. Em outros termos, de acordo com o estudante, os modos de matematizar abordados na proposta de ensino poderão ser utilizados quando for preciso realizar o produto entre dois números. Assim, observa-se que os modos de matematizar históricos, tratados ao longo proposta de ensino, podem vir a ser movimentos de contraconduta frente aos modos de matematizar escolares. Isso pois, propicia ao estudante a opção de escolha em relação ao modo de matematizar desejado para conduzir o processo de multiplicação.

Nesse sentido, a questão a seguir objetivou investigar: *Você usaria algum dos métodos antigos para realizar multiplicações? Justifique sua resposta*. As 22 respostas atribuídas à questão encontram-se no Quadro 51.

Quadro 51 – P_7Q_8: Você usaria algum dos métodos antigos para realizar multiplicações? Justifique sua resposta

P_7E_1	Não. Mesmo sendo contas legais e curtas a nossa conta original é um pouco mais fácil.

P_7E_2	Não, porquê essas contas de outros lugares mais antigos são um pouco mais difíceis. Eu prefiro a conta tradicional.
P_7E_3	Sim, muitas vezes e especialmente a Gelósia pois eu acho a Gelósia melhor do que as nossas contas de agora.
P_7E_4	Eu uso as 4 para ver a reposta correta mas fez eu muitas contas erradas que eu fiz.
P_7E_6	Não, mas talvez eu usaria em alguma conta.
P_7E_7	Sim, eu usaria o modo Chinês.
P_7E_8	Sim se fosse necessário porque gostei bastante eu adorei.
P_7E_9	Sim porque tenho mais chances de acertar a conta.
P_7E_{10}	Não sei.
P_7E_{11}	Sim, porque algumas delas são fáceis de fazer e rápido tipo a Gelósia.
P_7E_{12}	Sim, porque se eu achar difícil o método normal eu posso fazer outro.
P_7E_{13}	Sim. Talvez eu usaria o método da Gelósia, porque eu achei mais fácil de se realizar.
P_7E_{14}	Sim, usaria o método da Gelósia porque é fácil e rápido de fazer.
P_7E_{15}	Sim, porque é mais fácil que dá para usar nas provas ou multiplicações.
P_7E_{16}	Provavelmente sim, porque a do Chinês é uma ótima ideia para quem não sabe usar, eu usaria sim.
P_7E_{17}	Não, porque algumas não dão certo.
P_7E_{18}	Sim, por ser mais fácil que a multiplicação aprendido normalmente nas escolas.
P_7E_{19}	Provavelmente, porque pode ser útil.
P_7E_{20}	Sim em alguns casos.
P_7E_{21}	Sim, usaria o Chinês porque ele é de Bamboo.
P_7E_{22}	Não porque é mais demorado.
P_7E_{23}	Não.

Fonte: Elaborado pela pesquisadora (2020).

Os ditos evidenciam que aproximadamente 14 estudantes utilizariam algum dos modos de matematizar históricos no seu dia-a-dia escolar. Entre as diversas justificativas, observa-se que algumas delas legitimam os modos de matematizar históricos, tratados ao longo proposta de ensino, como movimentos de contraconduta frente aos modos de matematizar escolares. Por exemplo: “Sim, muitas vezes e especialmente a Gelósia pois eu acho a Gelósia melhor do que as nossas contas de agora.” (P_7E_3); “Sim, porque se eu achar difícil o método normal eu posso fazer outro.” (P_7E_{12}); “Sim, por ser mais fácil que a multiplicação aprendido normalmente nas escolas.” (P_7E_{18}).

Constata-se que, para esses estudantes, os modos de matematizar históricos poderão ser empregados em qualquer momento, como uma alternativa ao modo de matematizar escolar, especialmente quando, por meio do algoritmo da Matemática Escolar, a resolução se mostrar dificultosa. Nesse sentido, não há uma revolta, desobediência, insubmissão, dissidência ou inconduta, mas a possibilidade de novas formas de condução, contracondutas.

Por outro lado, alguns estudantes afirmam que não utilizariam os modos de matematizar históricos, pois o modo de matematizar escolar é mais fácil e não tão demorado, como se observa, por exemplo, nos ditos de P_7E_1, P_7E_2 e P_7E_{22}. Evidentemente esses estudantes estão mais familiarizados com as regras e os jogos de linguagem presentes na Matemática Escolar, visto que a escola enquanto instituição que regula os estudantes, prioriza um único modo de matematizar. Ademais, considerando que ao longo da proposta de ensino os estudantes tiveram pouco tempo para praticar cada um dos modos de matematizar, é compreensível o julgamento de que os modos de matematizar históricos são complexos, aproximando-se das discussões suscitadas a partir da questão 4.

Em síntese, a proposta de ensino que abordou distintos modos de matematizar históricos para determinar o produto entre dois números, possibilitou aos estudantes refletir acerca desses diversos modos de matematizar, suas vantagens e desvantagens frente ao modo de matematizar da Matemática Escolar. Mais do que isso, possibilitou aos estudantes um banco de recursos alternativos ao modo de matematizar escolar, com regras e jogos de linguagem distintos daqueles empregados na escola. Esses, entre outros efeitos advindos desta proposta de ensino, são tratados com maior profundidade na próxima seção.

5.4.2 Síntese das ações emergentes

A nova aplicação desta proposta, com outras estratégias metodológicas e um novo grupo de estudantes, reforçou as ações e efeitos emergentes da primeira aplicação, bem como, possibilitou a emergência de ações pedagógicas distintas. Igualmente como nas demais propostas de ensino, nesta seção almeja-se evidenciar ações pedagógicas emergentes da articulação entre a Etnomatemática e a História da Matemática.

As enunciações dos estudantes, ao responderem os questionamentos suscitados, evidenciaram que a apresentação dos distintos modos de matematizar históricos possibilitou um banco de recursos alternativos ao modo de matematizar escolar, com regras e jogos de linguagem variados. Nesse sentido, oportunizou uma reflexão acerca da hegemonia da Matemática Escolar, uma vez que o produto entre dois números foi realizado de distintas maneiras, utilizando-se recursos para além do algoritmo escolar. Ademais, por meio dos modos de matematizar históricos, evidenciou que a Matemática pode ser uma disciplina interessante e divertida. Em suma, tais efeitos são frutos da ação pedagógica de **apresentar distintos modos de matematizar, pautados em regras e jogos de linguagem diferentes dos escolares.**

Essa ação se deu paralelamente com a ação de **relacionar os distintos modos de matematizar aos seus aspectos históricos, geográficos e sociais**. Como efeitos, observou-se que os estudantes sentiram-se motivados a participar da proposta de ensino, visto que conheceram os contextos nos quais tais técnicas se desenvolveram. Logo, propiciou o entendimento de que os modos de matematizar se relacionam ao contexto de sua forma de vida.

Mais do que apresentar como as distintas civilizações realizavam o produto entre dois números, a proposta de ensino designou um momento para que os estudantes praticassem, por meio da realização de exemplos. Observou-se que, a partir da operacionalização com os distintos modos de matematizar, os estudantes compreenderam que existem distintas formas de operacionalizar a fim de resolver uma situação-problema. Mais do que isso, proporcionou compreender algumas das vantagens e desvantagens, além dos limites, de cada modo de matematizar, evidenciando regras e jogos de linguagem diferentes do modo de matematizar escolar. Em suma, esses foram os efeitos da ação de **oportunizar a operacionalização com distintos modos de matematizar históricos**, realizada no quarto, sétimo e décimo momentos da proposta de ensino.

Por fim, a ação de **discutir sobre as semelhanças e diferenças entre os diversos modos de matematizar**, realizada ao final da proposta de ensino, favoreceu a compreensão das semelhanças de família entre os distintos modos de matematizar, tanto os históricos como o próprio da Matemática Escolar. Mais do que isso, contribuiu para a valorização das regras e jogos de linguagem próprios da Matemática Escolar.

No Quadro 52, apresentado abaixo, estão expostas as ações pedagógicas e os respectivos efeitos emergentes da realização desta proposta de ensino, que teve como objetivo articular a História da Matemática à Etnomatemática por meio da apresentação dos diversos métodos históricos para a realização do produto entre dois números.

Quadro 52 – Técnicas de multiplicar: ações emergentes

Ações	Efeitos
Apresentar distintos modos de matematizar, pautados em regras e jogos de linguagem diferentes dos escolares.	Evidencia que a Matemática pode ser uma disciplina *interessante* e *divertida*.
	Oportuniza a reflexão sobre a hegemonização da Matemática Escolar.
	Possibilita recursos alternativos ao modo de matematizar escolar.
Relacionar os distintos modos de matematizar aos seus aspectos históricos, geográficos e sociais.	Propicia o entendimento de que os modos de matematizar se relacionam ao contexto de sua forma de vida.
	Motiva a participação dos estudantes.
Oportunizar a operacionalização com distintos modos de matematizar históricos.	Favorece a compreensão de que existem distintos modos de operacionalizar a fim de resolver uma situação-problema.
	Proporciona compreender as vantagens e desvantagens de cada modo de matematizar.
	Evidencia regras e jogos de linguagem diferentes d modo de matematizar escolar.

Discutir sobre as semelhanças e diferenças entre os diversos modos de matematizar.	Favorece a compreensão das semelhanças de família entre os distintos modos de matematizar.
	Contribui para a valorização das regras e jogos de linguagem próprios da Matemática Escolar.

Fonte: Elaborado pela pesquisadora (2020).

Em suma, por meio da articulação entre a Etnomatemática e a História da Matemática, para o ensino das Técnicas para multiplicar, quatro ações pedagógicas emergiram. Na próxima seção, realizam-se as considerações deste capítulo, destacando quais ações emergentes contribuem de modo mais significativo para os objetivos desta tese.

5.5 Considerações do capítulo

Este capítulo apresentou os resultados advindos da realização de quatro outras propostas de ensino, elaboradas a partir da articulação entre a História da Matemática e a Etnomatemática. Dessas, duas são novas aplicações de propostas já realizadas e analisadas no quarto capítulo (Progressões Aritméticas e Técnicas para multiplicar) e outras duas são propostas inéditas (Trigonometria e Teorema de Tales). Com as propostas realizadas neste capítulo, tornou-se possível reafirmar ações pedagógicas já emergentes, bem como, observar a manifestação de novas. Entretanto, frente aos objetivos desta tese, interessam as ações que contribuem para que os estudantes possam compreender a hegemonização dos jogos de linguagem presentes na Matemática Escolar. Assim, para realizar as considerações finais deste capítulo, retomam-se as ações pedagógicas cujos efeitos contribuem para a compreensão da hegemonização da Matemática Escolar.

Da primeira proposta analisada, cujo objetivo foi utilizar a História da Matemática articulada com a Etnomatemática para o ensino de Progressões Aritméticas, seis ações pedagógicas emergiram. Dessas, observa-se que três criaram condições de possibilidade para reflexão e compreensão acerca dos processos de hegemonização da Matemática Escolar: **motivar a criação de uma forma própria de resolver os exercícios**; **comparar os jogos de linguagem de distintos modos de matematizar**; **oportunizar a resolução de exercícios sem privilegiar um único jogo de linguagem**. Observou-se que, com essas ações, tornou-se evidente a existência de outros modos de matematizar além daquele ensinado na escola, com linguagens e regras específicas. Desse modo, favoreceu-se uma reflexão sobre a hegemonia dos modos de matematizar da Matemática Escolar, uma vez que emergem questionamentos na tentativa de compreender os motivos pelos quais apenas determinados modos de matematizar são ensinados no ambiente escolar e outros não.

Com o objetivo de verificar de que modo os estudantes utilizam a História da Matemática para a produção de vídeos envolvendo conceitos trigonométricos, da segunda proposta emergiram cinco ações pedagógicas. Observa-se que todas as ações emergentes dessa proposta alcançaram efeitos que possibilitaram aos estudantes reflexões sobre os processos de hegemonização da Matemática Escolar. Por exemplo, as ações de **oportunizar a consulta em livros específicos de História da Matemática** e **requerer a resolução de um problema histórico**, confrontaram os estudantes com distintos jogos de linguagem, evidenciando a existências de modos de matematizar distintos daquele priorizado pela Matemática Escolar. Mais do que isso, propiciou o reconhecimento de que distintos jogos de linguagem são produzidos por diferentes formas de vida. Já as ações de **solicitar a realização de pesquisas sobre a História da Matemática** e **fomentar a produção e a entrega de um material**, oportunizaram a compreensão dos processos de geração, organização e difusão dos conceitos matemáticos envolvidos na produção dos vídeos. Por fim, verificou-se que a ação de **propiciar momentos em grupo para discussões, reflexões e compartilhamentos,** criou condições de possibilidade para a compreensão e entendimento dos jogos de linguagem percebidos ao longo das pesquisas.

Na terceira proposta apresentada, que objetivou utilizar a História da Matemática articulada com a Etnomatemática para o ensino do Teorema de Tales, as três ações pedagógicas emergentes criaram condições de possibilidade para reflexões acerca dos processos de hegemonização da Matemática Escolar. A ação de **apresentar aspectos históricos relacionados ao conceito estudado** contribui para tais reflexões uma vez que propiciou a compreensão dos processos de geração dos conhecimentos matemáticos, evidenciando que distintos modos de matematizar foram mobilizados até que o Teorema de Tales adquirisse tal *status*. Com a ação de u**tilizar a situação-problema que motivou a geração e/ou desenvolvimento de um conceito**, oportunizou-se reconhecer as relações entre os jogos de linguagem e suas respectivas formas de vida, evidenciando que distintas formas de vida produzem distintos jogos de linguagem. Por fim, a ação de **confrontar os estudantes com distintos modos de matematizar**, possibilitou aprofundar as reflexões acerca da heterogeneidade dos jogos de linguagem, uma vez que proporcionou a compreensão das regras envolvidas em seus respectivos jogos e possibilitou a comparação entre os distintos jogos de linguagem.

Enfim, a última proposta de ensino apresentada objetivou criar condições de possibilidade para que os estudantes refletissem acerca dos diversos modos de matematizar, desenvolvidos ao longo da História da Matemática para a realização do produto entre dois números. Desta proposta, as quatro ações emergentes contribuem, de alguma forma, para a reflexão e compreensão da hegemonização da Matemática Escolar. Por exemplo, com a ação de **apresentar distintos modos de matematizar, pautados em regras e jogos de linguagem diferentes dos escolares**, oportunizou-se diretamente uma reflexão sobre a hegemonização da Matemática Escolar, visto que alguns estudantes sequer reconheciam a possibilidade de operacionalizar diferentemente do que lhes foi ensinado na escola. Além disso, ao **oportunizar a operacionalização com distintos modos de matematizar históricos**, favoreceu-se a compreensão de que existem distintas formas de operacionalizar a fim de resolver uma situação-problema, bem como, evidenciaram-se regras e jogos de linguagem diferentes do modo de matematizar escolar. Com a ação de **relacionar os distintos modos de matematizar aos aspectos seus históricos, geográficos e sociais** propiciou-se aos estudantes o entendimento de que os modos de matematizar se relacionam ao contexto de sua forma de vida. Por fim, com a ação de **discutir sobre as semelhanças e diferenças entre os diversos modos de matematizar** favoreceu-se a compreensão das semelhanças de família entre os distintos modos de matematizar.

Portando, das 18 ações emergentes ao longo das quatro propostas de ensino aqui analisadas, evidenciou-se que 15 delas criaram condições de possibilidade para que os estudantes refletissem acerca da hegemonização da matemática Escolar. O próximo capítulo tem o intuito de aprofundar as análises sobre essas ações, bem como, articulá-las às ações emergentes das propostas de ensino analisadas no capítulo quatro.

6. ARTICULANDO AS AÇÕES EMERGENTES

O mapeamento teórico realizado no primeiro capítulo desta tese possibilitou evidenciar e constatar a ausência de estudos que articulem História da Matemática e Etnomatemática, à luz das teorizações pós-estruturalistas de Foucault e Wittgenstein. Endossam tal constatação os referenciais teóricos adotados, visto que alguns teóricos vislumbram somente articulações parciais, como por exemplo, Etnomatemática e História da Matemática (D'AMBROSIO, 2007), Etnomatemática e as teorizações foucaultiana e wittgensteiniana (KNIJNIK 2012; WANDERER, 2013; LARA, 2019), História da Matemática, Etnomatemática e as teorizações foucaultianas (LARA, 2013), História da Matemática e as teorizações wittgensteiniana (MIGUEL, MIORIM, 2017).

Entretanto, entre os teóricos aqui referenciados, não há a proposição dessa articulação quádrupla, ainda mais voltada aos processos de ensino e de aprendizagem da Educação Básica. Tais constatações e reflexões foram algumas das motivações que outrora geraram o problema de pesquisa que orientou o desenvolvimento desta tese: *Quais ações pedagógicas emergem da articulação da Etnomatemática com a História da Matemática e de que modo contribuem para que os estudantes da Educação Básica compreendam a hegemonização dos jogos de linguagem presentes na Matemática Escolar?* A análise das sete propostas de ensino elaboradas a partir da articulação entre a História da Matemática e a Etnomatemática, a partir das teorizações pós-estruturalistas de Foucault e Wittgenstein, das quais participaram 210 estudantes da Educação Básica, cria condições de possibilidade para responde-la.

Emergiram as seguintes ações: iniciar um conceito com resolução de problemas históricos; motivar a criação de um modo próprio de resolver os exercícios; oportunizar a resolução de exercícios sem privilegiar um único jogo de linguagem; solicitar a realização de pesquisas sobre a História da Matemática, destacando as contribuições de distintas civilizações; propiciar momentos em grupo para discussões, reflexões e compartilhamentos; utilizar um material histórico para abordar um conceito ou parte dele; utilizar a situação-problema que motivou a geração e/ou desenvolvimento de um conceito; apresentar distintos modos de matematizar, pautados em regras e jogos de linguagem diferentes dos escolares; oportunizar a operacionalização com distintos modos de matematizar; discutir sobre as semelhanças e diferenças entre os diversos modos de matematizar; oportunizar a consulta em livros específicos de História da Matemática; comparar os jogos de linguagem de distintos modos de matematizar; fomentar a produção e a entrega de um material; requerer a resolução de um problema histórico; apresentar aspectos históricos relacionados ao conceito estudado; confrontar os estudantes com distintos modos de matematizar; relacionar os distintos modos de matematizar aos seus aspectos históricos, geográficos e sociais.

Observa-se que, a maioria dessas ações tem, como pano de fundo, a ideia de confrontar os estudantes com distintos modos de matematizar, advindos de diferentes formas de vida, em espaços e tempos variados. Tal confronto ocorre de múltiplas maneiras, seja apresentando-as diretamente aos estudantes, como na proposta de ensino sobre as diversas Técnicas para Multiplicar, seja conduzindo-os à pesquisa de outros modos de matematizar, como na proposta sobre Trigonometria ou, ainda, fomentando a elaboração de modos de matematizar próprios, distintos do modo de matematizar escolar, como na proposta sobre Progressões Aritméticas.

Ao final das análises, verifica-se que mesmas ações emergem em distintas propostas de ensino, como a ação de utilizar a situação-problema que motivou a geração e/ou desenvolvimento de um conceito, que emergiu nas propostas de ensino sobre Logaritmos e Teorema de Tales. Por outro lado, quando foi aplicada a mesma proposta de ensino, em outro grupo de estudantes, distintas ações emergiram, como por exemplo, a ação de comparar os jogos de linguagem de distintos modos de matematizar, que esteve presente apenas na segunda edição da proposta de ensino sobre Progressões Aritméticas. Diante disso, optou-se por elaborar o Quadro 53[31] evidenciando em qual (quais) proposta(s) de ensino determinada ação pedagógica emergiu.

Quadro 53 – Frequência das ações emergentes

Ação	Propostas
Iniciar um conceito com resolução de problemas históricos.	PA_1, PA_2
Motivar a criação de um modo próprio de resolver os exercícios.	PA_1, PA_2
Oportunizar a resolução de exercícios sem privilegiar um único jogo de linguagem.	PA_1, PA_2
Solicitar a realização de pesquisas sobre a História da Matemática, destacando as contribuições de distintas civilizações.	PA_1, Logaritmos, Trigonometria
Propiciar momentos em grupo para discussões, reflexões e compartilhamentos.	Logaritmos, PA_2, Trigonometria
Utilizar um material histórico para abordar um conceito ou parte dele.	Logaritmos
Utilizar a situação-problema que motivou a geração e/ou desenvolvimento de um conceito.	Logaritmos, Teorema de Tales
Apresentar distintos modos de matematizar, pautados em regras e jogos de linguagem diferentes dos escolares	Técnicas para Multiplicar_1, Técnicas para Multiplicar_2
Oportunizar a operacionalização com distintos modos de matematizar.	Técnicas para Multiplicar_1, Técnicas para Multiplicar_2

[31] Utiliza-se o recurso subscrito a fim de diferenciar as aplicações de uma mesma proposta de ensino, seguindo sua ordem de realização. Logo o subscrito 1 refere-se às propostas de Progressões Aritméticas e Técnicas para multiplicar analisadas no quarto capítulo da tese, enquanto o subscrito 2 refere-se à essas mesmas propostas, contudo analisadas no quinto capítulo.

Discutir sobre as semelhanças e diferenças entre os diversos modos de matematizar.	Técnicas para Multiplicar$_1$, Técnicas para Multiplicar$_2$
Oportunizar a consulta em livros específicos de História da Matemática	PA_2, Trigonometria
Comparar os jogos de linguagem de distintos modos de matematizar.	PA_2
Fomentar a produção e a entrega de um material.	Trigonometria
Requerer a resolução de um problema histórico.	Trigonometria
Apresentar aspectos históricos relacionados ao conceito estudado.	Teorema de Tales
Confrontar os estudantes com distintos modos de matematizar	Teorema de Tales
Relacionar os distintos modos de matematizar aos seus aspectos históricos, geográficos e sociais.	Técnicas para Multiplicar$_2$

Fonte: Elaborado pela pesquisadora (2020).

Contudo, o objetivo desta tese vai além do ato de elencar ações pedagógicas, visto que pretende categorizá-las e analisá-las a fim de entender de que modo contribuem para que os estudantes da Educação Básica compreendam a hegemonização dos jogos de linguagem presentes na Matemática Escolar. O processo de categorização, independentemente da metodologia adotada, requer escolhas, posicionamentos, tomadas de decisão. Frente aos dados coletados, materializados nesta tese sob a forma de ações pedagógicas, observa-se que podem ser diversas as possibilidades de efetuar esse processo, ou seja, de categorizar uma única ação. Na certeza de legitimar o processo de categorização, optou-se por embasar as decisões tomadas nos efeitos produzidos por cada ação no grupo de estudantes participantes das propostas de ensino.

A maioria das ações emergentes produziu mais de um efeito no grupo de estudantes e, por diversas vezes, um mesmo efeito mostrou-se produto de distintas ações. Nesses casos, tendo sempre como pano de fundo as hipóteses assumidas nesta tese, dois critérios foram estabelecidos para auxiliar no processo de categorização: analisar qual a relevância desse efeito frente aos demais produzidos por uma ação; observar em qual momento da proposta de ensino a respectiva ação foi realizada.

Estabelecidos tais critérios, uma primeira categorização possível se dá com as ações de: iniciar um conceito com resolução de problemas históricos; solicitar a realização de pesquisas sobre a História da Matemática, destacando as contribuições de distintas civilizações; apresentar distintos modos de matematizar, pautados em regras e jogos de linguagem diferentes dos escolares; oportunizar a consulta em livros específicos de História da Matemática; apresentar aspectos históricos relacionados ao conceito estudado.

Observa-se que essas cinco ações pedagógicas possibilitaram sensibilizar os estudantes dentro de cada proposta, oportunizando o contato com distintos modos de matematizar, uma vez que problematiza a existência de diversos modos de matematizar, em especial aqueles advindos de distintas civilizações. Desse modo, estará se problematizando acerca dos diversos jogos de linguagem e suas formas de vida, as regras que os constituem e as semelhanças de família existentes.

Isso é relevante uma vez que, a hipótese desta tese é que, o reconhecimento dos jogos de linguagem, presentes na História da Matemática, possibilita aos estudantes compreenderem aspectos como: as diversas formas de matematizar articuladas aos diferentes usos da Matemática, encontradas nas diferentes formas de vida presentes em distintas civilizações desde a antiguidade; a constituição de diferentes jogos de linguagem presentes nessas formas de vida; o processo de marginalização de alguns jogos de linguagem historicamente constituídos; a hegemonização dos jogos de linguagem presentes na Matemática Escolar; as condições de emergência de determinados conceitos ao longo da história da humanidade.

Nesse sentido, entre os efeitos observados nas ações dessa categoria, estão a capacidade de: proporcionar aos estudantes o entendimento de que existem distintos modos de matematizar para resolver uma situação-problema; propiciar aos estudantes o conhecimento de fatos históricos relacionados aos conceitos estudados, como a compreensão dos processos de geração dos conhecimentos matemáticos; confrontar os estudantes com distintos jogos de linguagem. Assim, seja por meio de pesquisa bibliográfica, de um problema histórico ou a partir da explanação docente, há a sensibilização sobre e a apreensão de distintas forma de vida e seus modos de matematizar.

Uma segunda categorização possível se dá com a aproximação das ações de: motivar a criação de um modo próprio de resolver os exercícios; propiciar momentos em grupo para discussões, reflexões e compartilhamentos; utilizar a situação-problema que motivou a geração e/ou desenvolvimento de um conceito; oportunizar a operacionalização com distintos modos de matematizar; requerer a resolução de um problema histórico; relacionar as distintos modos de matematizar aos seus aspectos históricos, geográficos e sociais.

Observa-se que essas seis ações pedagógicas possibilitaram aos estudantes momentos de compreensão e entendimento sobre as relações entre os diversos jogos de linguagem e modos de matematizar envoltos em cada proposta de ensino. São ações cujos efeitos encaminham os estudantes no sentido de compreender os diversos modos de matematizar de cada forma de vida, assim como os processos de hegemonização dos jogos de linguagem presentes na Matemática Escolar. Mais do que isso, tem como característica a prática matemática a partir de distintos modos de matematizar, possibilitando a discussão acerca das regras que constituem esses jogos de linguagem.

Por exemplo, nas propostas de ensino sobre Progressões Aritméticas, tal característica fica evidenciada quando os estudantes elaboram um modo próprio de matematizar, fruto dos problemas do Papiro de Rhind ou, nas propostas sobre Técnicas para multiplicar, durante a qual os estudantes recorrem a modos de matematizar desenvolvidos por distintas civilizações. Ademais, ações que propiciam momentos discussões, reflexões e compartilhamentos em grupo, pois, como efeitos, observa-se sua potencialidade em promover a compreensão e o entendimento dos distintos modos de matematizar.

Entre os efeitos observados para as ações que compõem essa categoria, destacam-se a capacidade de: oportunizar que a aprendizagem do conceito seja conduzida de outro modo; possibilitar a compreensão e entendimento dos jogos de linguagem percebidos ao longo das pesquisas sobre a História da Matemática; propiciar o reconhecimento de que distintos jogos de linguagem são produzidos por diferentes modos de vida; evidenciar regras e jogos de linguagem diferentes do modo de matematizar escolar.

Por fim, pode-se estabelecer uma terceira categoria, na qual se enquadram as seguintes ações: oportunizar a resolução de exercícios sem privilegiar um único jogo de linguagem; discutir sobre as semelhanças e diferenças entre os diversos modos de matematizar; utilizar um material histórico para abordar um conceito ou parte dele; comparar os jogos de linguagem de distintos modos de matematizar; fomentar a produção e a entrega de um material; confrontar os estudantes com distintos modos de matematizar. Observa-se que essas seis ações criaram condições de possibilidade para a interpretação e o julgamento dos distintos modos de matematizar abordados. Nesse sentido, após contatar e operacionalizar com distintos modos de matematizar, advindos de diferentes formas de vida e expressos com variados jogos de linguagem e regras, enquadram-se nessa categoria aquelas ações que problematizam refletir acerca das semelhanças de família observadas.

São ações realizadas após um primeiro contato com os conceitos abordados em cada proposta, ou seja, não almejam introduzir os conceitos, visto que tal contato foi estabelecido por ações das categorias anteriores. Por esse motivo, são ações cujos efeitos possibilitam aprofundar o entendimento dos estudantes sobre os modos de matematizar abordados em cada proposta de ensino, ao ponto de realizar interpretações e julgamentos. Por exemplo, na proposta de ensino sobre o Teorema de Tales, após utilizar a situação-problema que motivou a geração e/ou desenvolvimento do conceito, os estudantes foram confrontados com os distintos modos de matematizar atribuídos à Tales. O mesmo se evidencia na proposta sobre Logaritmos, visto que após utilizar a situação-problema que motivou a geração e/ou desenvolvimento do conceito por meio da relação entre o Logaritmo e o expoente, utilizou-se um material histórico para aprofundar parte do conceito.

Entre os efeitos observados para as ações que compõem essa categoria, destacam-se a capacidade de: estimular a interpretação e o julgamento dos jogos de linguagem percebidos ao longo das pesquisas sobre a História da Matemática, favorecer a compreensão das semelhanças de família entre os distintos modos de matematizar; oportunizar aprofundar o entendimento do conceito; proporcionar aos estudantes a oportunidade de escolher uma linguagem mais significativa e compreensível; oportunizar que a aprendizagem ocorra de outras maneiras; possibilitar a reflexão dos estudantes sobre a hegemonia da Matemática Escolar.

A opção por categorizar desse modo ocorreu, principalmente pela condução de cada uma das propostas, que, em sua maioria, previa momentos de sensibilização frente ao tema principal da proposta, compreensão dos modos de matematizar estudados e julgamento das semelhanças de família existentes Nesse sentido, entende-se que os efeitos produzidos nos estudantes por cada uma das ações emergentes legitimam essa categorização, visto que, a partir deles torna-se possível verificar se e quando houve cada um desses momentos.

Ao agrupar as ações por suas semelhanças e diferenças, observa-se que as três categorias emergentes aproximam-se substancialmente das três etapas cíclicas, sugeridas por Lara (2019), para definir a Etnomatemática como método de ensino e de pesquisa: Etnografia – sensibilização/apreensão; Etnologia – compreensão/entendimento; e, Validação – interpretação/julgamento (LARA, 2019). Em uma perspectiva wittgensteiniana, a autora elabora tais etapas fundamentando-se nas fontes de representação do conhecimento de Kant (2015) e nas etapas previstas por Ferreira (2003).

Rememorando as três etapas cíclicas que definem a Etnomatemática como um método de ensino e de pesquisa (LARA, 2019), a Etnografia versa sobre os estágios iniciais da investigação, nos quais se realizam observações, descrições e trabalhos de campo. É o momento em que ocorre a sensibilização e a apreensão por meio do contato com determinado grupo com o intuito de invantariar dados sobre sua forma de vida e seus modos de matematizar. A Etnologia, consiste no primeiro grau de abstração em direção à síntese, ou seja, na análise inicial dos dados advindos do trabalho de campo. Trata-se do momento em que ocorrem a compreensão e o entendimento pois o estudante reflete e articula os jogos de linguagem presentes na Matemática Escolar aos jogos de linguagem advindos do grupo investigado, expresso por meio de regras específicas. Enfim, a Validação é o último grau na direção da síntese, na qual acontecem a interpretação e o julgamento meio da comparação entre as regras advindas dos jogos de linguagem do grupo estudado, como as da Matemática Escolar.

Frente a isso, pode-se nomear cada uma das três categorias construídas de acordo com as etapas apresentadas por Lara (2019) para definir a Etnomatemática como um método de ensino e de pesquisa: Etnografia; Etnologia; e, Validação. Para corroborar o processo de categorização, foi construído o Quadro 54 com as ações pertencentes à cada categoria, destacando-se as propostas de ensino das quais emergiram e quais os efeitos produzidos nos estudantes. Destaca-se que, para a construção deste quadro, Quadro 54, os diversos efeitos produzidos por cada ação nas distintas propostas de ensino foram agrupados, a fim de evidenciar a potencialidade de cada ação.

Quadro 54 – Categorização, frequência e efeitos das ações emergentes

CA	PE	Ações	Efeitos
ETNOGRAFIA: sensibilização/apreensão	PA$_1$, PA$_2$	Iniciar um conceito com resolução de problemas históricos.	Evidencia a necessidade dos estudantes recorrerem a habilidades de leitura, interpretação e raciocínio lógico.
			Proporciona o entendimento de que existem distintas modos de matematizar.
			Combate a inércia que decorre do ensino regulado pela reprodução.
	PA$_1$, Logaritmos, Trigonometria	Solicitar a realização de pesquisas sobre a História da Matemática, destacando as contribuições de distintas civilizações.	Cria condições para compreender questões relacionadas aos contextos nos quais determinados conceitos matemáticos emergiram.
			Possibilita aprendizagens para além do conceito específico a um componente curricular.
			Mobiliza nos estudantes habilidades de leitura, interpretação, reescrita, síntese e criticidade.
			Possibilita a compreensão dos motivos pelos quais determinados conceitos matemáticos foram gerados.
			Propicia o conhecimento de fatos históricos relacionados aos conceitos estudados.
			Oportuniza compreender os processos de geração, organização e difusão dos conceitos matemáticos.
			Proporciona que a aprendizagem dos conceitos matemáticos envolvidos ocorra de outras maneiras.
	Técnicas para Multiplicar$_1$, Técnicas para Multiplicar$_2$	Apresentar distintos modos de matematizar, pautados em regras e jogos de linguagem diferentes dos escolares	Favorece a compreensão de que existem distintas modos de operacionalizar para resolver uma situação-problema.
			Proporciona uma reflexão sobre a hegemonia dos jogos de linguagem presentes na Matemática Escolar.
			Oportuniza alternativas aos modos de matematizar da Matemática Escolar para a realização do produto entre dois números.
			Evidencia que a Matemática pode ser uma disciplina *interessante* e *divertida*.
			Possibilita recursos alternativos ao modo de matematizar escolar.

	PA_2, Trigonometria	Oportunizar a consulta em livros específicos de História da Matemática	Possibilita movimentos de contraconduta frente aos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática.
			Motiva para os processos de ensino e de aprendizagem.
			Proporciona aprendizagens que não se limitam aos conceitos presentes no conteúdo programático.
			Cria condições de possibilidade para a realização da pesquisa.
			Amplia as fontes de pesquisa.
			Possibilita não utilizar a *internet*.
			Fomenta o hábito da leitura.
			Confronta com distintos jogos de linguagem.
	Teorema de Tales	Apresentar aspectos históricos relacionados ao conceito estudado.	Propicia a compreensão dos processos de geração dos conhecimentos matemáticos.
			Torna a aprendizagem desafiadora e interessante.
			Facilita o entendimento dos conceitos.
ETNOLOGIA: compreensão/entendimento	PA_1, PA_2	Motivar a criação de um modo próprio de resolver os exercícios.	Oportuniza que a aprendizagem do conceito seja conduzida de outro modo.
			Mostra que há diversas modos de matematizar.
			Favorece uma reflexão sobre a hegemonia do modo de matematizar da Matemática Escolar.
	Logaritmos, PA_2, Trigonometria	Propiciar momentos em grupo para discussões, reflexões e compartilhamentos.	Oportuniza uma reflexão sobre a variedade e a veracidade das informações históricas disponíveis na rede.
			Contribui para o esclarecimento de dúvidas.
			Cria um ambiente dialógico.
			Propicia aprendizagens.
			Possibilita a compreensão e entendimento dos jogos de linguagem percebidos ao longo das pesquisas sobre a História da Matemática.
	Logaritmos, Teorema de Tales	Utilizar a situação-problema que motivou a geração e/ou desenvolvimento de um conceito.	Motiva os estudantes para os processos de ensino e de aprendizagem.
			Auxilia no entendimento do conceito.
			Atribui significado à aprendizagem do conceito a ser estudado.
			Propicia a elaboração e o desenvolvimento de estratégias.
			Proporciona que a aprendizagem dos conceitos matemáticos envolvidos ocorra de outra modo.
			Oportuniza reconhecer que distintos jogos de linguagem são produzidos por diferentes modos de vida.
			Torna a aprendizagem desafiadora e interessante.
			Favorece a participação dos estudantes.
			Aproxima o estudante da Matemática.
	Técnicas para Multiplicar$_1$, Técnicas para Multiplicar$_2$	Oportunizar a operacionalização com distintas modos de matematizar.	Cria condições de possibilidade para que os estudantes avaliem as vantagens e desvantagens de cada método.
			Favorece a compreensão de que existem distintas modos de operacionalizar a fim de resolver uma situação-problema.

			Evidencia regras e jogos de linguagem diferentes da modo de matematizar escolar.
	Trigonometria	Requerer a resolução de um problema histórico.	Confronta com distintos jogos de linguagem.
			Proporciona a aprendizagem dos conceitos matemáticos envolvidos.
			Fomenta o hábito da leitura.
			Oportuniza reconhecer que distintos jogos de linguagem são produzidos por diferentes modos de vida.
	Técnicas para Multiplicar$_2$	Relacionar as distintos modos de matematizar aos seus aspectos históricos, geográficos e sociais.	Propicia o entendimento de que as modos de matematizar se relacionam ao contexto de sua modo de vida.
			Motiva a participação dos estudantes.
VALIDAÇÃO: interpretação/julgamento	PA_1, PA_2	Oportunizar a resolução de exercícios sem privilegiar um único jogo de linguagem.	Possibilita a reflexão dos estudantes sobre a hegemonia da Matemática Escolar.
			Favorece a compreensão de que em diversos casos não é preciso decorar fórmulas e aplicar regras estabelecidas *a priori*.
			Destaca a possiblidade de elaborar estratégias próprias de resolução.
			Mostra que há diversas modos de matematizar.
			Faculta aos estudantes a oportunidade de escolher uma linguagem mais significativa e compreensível.
	Logaritmos	Utilizar um material histórico para abordar um conceito ou parte dele.	Favorece a elaboração, confirmação e refutação de hipóteses acerca do funcionamento das tábuas.
			Oportuniza aprofundar o entendimento do conceito.
			Possibilita aos estudantes conhecer e refletir sobre métodos de calcular distintos dos apresentados no livro didático para o cálculo de logaritmos.
			Propicia conhecer e refletir sobre os processos de organização e difusão dos conhecimentos matemáticos.
	Técnicas para Multiplicar$_1$, Técnicas para Multiplicar$_2$	Discutir sobre as semelhanças e diferenças entre os diversos modos de matematizar.	Possibilita um aperfeiçoamento sobre os modos de matematizar da Matemática Escolar.
			Contribui para a valorização das regras e jogos de linguagem próprios da Matemática Escolar
			Favorece a compreensão das semelhanças de família entre os distintos modos de matematizar.
			Contribui para a valorização das regras e jogos de linguagem próprios da Matemática Escolar.
			Proporciona uma reflexão sobre a hegemonia dos modos de matematizar da Matemática Escolar.
	PA_2	Comparar os jogos de linguagem de distintas modos de matematizar.	Possibilita identificar as semelhanças de família entre os distintos jogos.
			Mostra que há diversas modos de matematizar.
			Oportuniza que a aprendizagem das fórmulas seja conduzida de outro modo.

	Trigonometria	Fomentar a produção e a entrega de um material.	Propicia o conhecimento de fatos históricos relacionados aos conceitos estudados.
			Estimula a interpretação e o julgamento dos jogos de linguagem percebidos ao longo das pesquisas sobre a História da Matemática.
			Proporciona a aprendizagem dos conceitos matemáticos envolvidos.
			Oportuniza que a aprendizagem ocorra de outras maneiras.
			Incentiva a pesquisa e o estudo.
			Oportuniza compreender os processos de geração, organização e difusão dos conceitos matemáticos.
	Teorema de Tales	Confrontar os estudantes com distintas modos de matematizar.	Proporciona a compreensão das regras envolvidas.
			Evidencia as semelhanças de família presentes nas distintas modos de matematizar.
			Possibilita a comparação entre os distintos jogos de linguagem.
			Possibilita a compreensão e a mobilização de alguns elementos matemáticos envolvidos no Teorema de Tales.

Fonte: Elaborado pela pesquisadora (2020).

Estabelecendo um comparativo entre a categorização neste capítulo realizada e as considerações advindas dos capítulos 4 e 5, observa-se que todas as ações emergentes, sejam em uma proposta ou outra, contribuíram de algum modo para que os estudantes refletissem sobre a hegemonização dos jogos de linguagem presentes na Matemática Escolar. Por meio das ações da categoria Etnografia, os estudantes estabeleceram um contato inicial com distintos modos de matematizar, advindos das mais variadas formas de vida. Após esse primeiro contato, e por intermédio das ações da categoria Etnologia, os estudantes entenderam as regras que compõem os diferentes jogos de linguagem, ou seja, as regras dos distintos modos de matematizar. Já a partir das ações da categoria Validação, os estudantes compararam, refletiram, analisaram, julgaram os distintos jogos de linguagem, atentando para suas semelhanças de família. Entenderam que há distintos modos de matematizar e analisaram suas potencialidades e limites.

Ademais, evidencia-se que as ações pedagógicas emergentes possibilitaram aos estudantes movimentos de contraconduta frente aos jogos de linguagem presentes na Matemática Escolar. Pois, quando os estudantes são confrontados com modos de matematizar distintos dos escolares, compreendem as regras de cada um desses jogos de linguagem e as validam por meio das semelhanças de família, cria-se possibilidade para “[...] querer ser conduzido de outro modo, por outros condutores e por outros pastores, para outros objetivos e para outras formas de salvação, por meio de outros procedimentos e de outros métodos.”

(FOUCAULT, 2008, p. 257). Ou seja, ocorrem movimentos que objetivam outra conduta, “Contraconduta no sentido de luta contra os procedimentos postos em prática para conduzir os outros [...] (FOUCAULT, 2008, p. 266). Em suma, a análise individual de cada proposta de ensino, assim como a análise conjunta, como se observa nesse processo de categorização, possibilitam defender a tese de que *A Etnomatemática articulada com a História da Matemática possibilita movimentos de contraconduta em relação à hegemonização dos jogos de linguagem presentes na Matemática Escolar, contribuindo para a aprendizagem de Matemática*.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

É chegado o momento de concluir a escrita desta tese, ainda que as reflexões, indagações e aprendizagens acerca da temática não encerrem com esta escrita. Ao contrário, as reflexões aqui suscitadas representam uma semente, que visa contribuir para as discussões sobre o ensino de Matemática, especialmente no que tange às potencialidades da articulação entre a Etnomatemática e a História da Matemática. Mais do que isso, visa lançar luz sobre essa articulação a partir das teorizações dos filósofos pós-estruturalistas Michel Foucault e Ludwig Wittgenstein.

Pensar a esse respeito mostrou-se possível quando os modos de matematizar d'ambrosiano e os jogos de linguagem na perspectiva wittgensteiniana são associados, articulados, comparados. Nesse sentido, ao longo desta tese, assumiu-se que os modos de matematizar de distintas civilizações são jogos de linguagem, dado que são modos próprios de linguagem, pautados por regras específicas e diretamente relacionados às formas de vida nas quais se originam e desenvolvem. Contudo, é sabido que no sistema educacional do qual fazemos parte, em especial nas salas de aula da Educação Básica brasileira, um único modo de matematizar é priorizado, aquele originado e desenvolvido predominantemente na Europa, que por meio de relações de poder e saber tornou-se hegemônico e difundiu-se pelos tempos e espaços sob o nome de Matemática[32].

A Matemática, por meio das suas provas graduadas, sua linguagem rebuscada de termos técnicos e atemporais, seu programa de conteúdos estanques e hierarquizados, atua sobre os estudantes disciplinando-os, subjetivando-os, regulando-os, normalizando-os. Assim, a Matemática exerce seu poder disciplinador (LARA, 2001), que prioriza uma única forma de pensar e agir matematicamente, um único modo de matematizar. Observa-se que nesse sistema, parece não haver espaço para modos de matematizar distintos, atuais ou históricos, advindos de outras civilizações, com regras diferentes daquelas empregadas e difundidas no espaço escolar.

De encontro a esse sistema, assumi para esta tese a hipótese de que, o reconhecimento dos jogos de linguagem, presentes na História da Matemática, possibilita aos estudantes compreenderem aspectos como: as diversas formas de matematizar articuladas aos diferentes usos da Matemática, encontradas nas diferentes formas de vida presentes em distintas civilizações desde a antiguidade; a constituição de diferentes jogos de linguagem presentes nessas formas de vida; o processo de marginalização de alguns jogos de linguagem

[32] Não é demasiado reiterar que aqui trata-se da Matemática Escolar e Acadêmica.

historicamente constituídos; a hegemonização dos jogos de linguagem presentes na Matemática Escolar; as condições de emergência de determinados conceitos ao longo da história da humanidade.

A fim de criar condições de possibilidade para a comprovação dessa tese, elaborei, realizei, analisei e refleti sobre sete propostas de ensino que, de algum modo, articularam Etnomatemática e História da Matemática. Participaram do estudo 210 estudantes da rede pública estadual do estado do Rio Grande do Sul, distribuídos em duas escolas de cidades distintas, Porto Alegre e Rio Grande. Das sete propostas, que abordaram os temas de Progressões Aritméticas, Logaritmos, Teorema de Tales, Trigonometria e Multiplicação, duas realizaram-se com o 5º ano do Ensino Fundamental, uma com o 9º ano desta mesma etapa da Educação Básica e as outras quatro com estudantes do 2º ano do Ensino Médio.

Dificuldades de diversas espécies e em distintos âmbitos circunscreveram os processos de elaboração, execução e análise das propostas de ensino. Dentre essas, algumas são efeitos do mesmo poder disciplinador da Matemática que moldou e subjetivou os estudantes participantes da pesquisa. Hoje entendo que, como professora, também estou subjetivada por esse poder, que por diversas vezes, me fez duvidar e questionar as propostas de ensino desenvolvidas: essa é a melhor maneira de abordar o conceito?; como os estudantes receberão a proposta?; terão dificuldades para realizar as atividades?; estou preparada para abordar os aspectos históricos desses conceitos?; se as pesquisas realizadas pelos estudantes resultarem em aspectos históricos que desconheço, conseguirei dar continuidade à proposta?.

Tais questionamentos são naturais e até desejáveis quando se planeja uma aula, independente das perspectivas metodológicas adotadas. No entanto, algumas vezes me paralisaram, impedindo-me de prosseguir, colocando em dúvida minhas capacidades e minhas crenças. Apesar das leituras e das imersões nos referenciais teóricos que a todo tempo oportunizavam refletir sobre os processos de ensino e de aprendizagem de Matemática, por vezes, o fato de ser formada dentro de um padrão, delimitado por determinadas regras e conjecturas, teve mais peso sobre minhas escolhas do que os referenciais teóricos adotados. Afinal, minhas reflexões acerca dos distintos modos de matematizar deram-se apenas a partir de 2014, após uma vida toda como estudante, já sendo licenciada, especialista e mestre. Em outras palavras, foram 27 anos aceitando um padrão, assumindo determinadas verdades e reproduzindo um modelo. Não exponho isso com o intuito de me eximir de culpa frente aos possíveis erros, imperfeições e inadequações deste relatório de tese, mas, para além de mostrar minhas limitações enquanto docente e pesquisadora, impulsionar e motivar alguém que, como eu, tardiamente se pôs a refletir, questionar, indagar verdades.

Trabalhar com a História da Matemática na perspectiva que adotei nesta tese significa, a todo momento, duvidar do modo como os acontecimentos históricos foram narrados e assumidos como verdadeiros ao longo da história da humanidade. Logo, subjetivada pelo poder disciplinador da Matemática, em determinadas ocasiões falhei e não questionei, duvidei, refleti e busquei como deveria. Por esse motivo, algumas propostas de ensino acabaram por ratificar uma História da Matemática já hegemônica, evidenciando que nem todo referencial teórico, nem toda narrativa histórica, possibilitam movimentos de contraconduta à hegemonização dos jogos de linguagem presentes na Matemática Escolar.

Destaco que em momento algum almejei elaborar propostas de ensino para serem assumidas como verdades inquestionáveis e reproduzidas irrefletidamente. Reconheço que outras propostas de ensino para esses mesmos conceitos matemáticos podem ser elaboradas por meio da articulação entre a História da Matemática, Etnomatemática e a perspectiva pós-estruturalista foucaultiana e wittgensteiniana. Como toda e qualquer pesquisa qualitativa realizada no campo da Educação Matemática, a forma como as propostas de ensino foram planejadas, executadas e analisadas são efeitos dos processos de subjetivação que me tornaram professora e pesquisadora.

A partir das propostas de ensino apresentadas, objetivei categorizar ações pedagógicas emergentes da articulação da Etnomatemática e da História da Matemática e analisar de que modo tais ações contribuem para que os estudantes da Educação Básica compreendam a hegemonização dos jogos de linguagem presentes na Matemática Escolar. Ao final do processo analítico, verifiquei a emergência de 17 ações pedagógicas distintas, a sua maioria originada em mais de uma proposta de ensino. Além das ações, analisei os efeitos por elas causados nos estudantes, em especial suas potencialidades para criar condições de possibilidade para que os mesmos refletissem acerca da hegemonização dos jogos de linguagem presentes na Matemática Escolar.

Esses mesmos efeitos legitimaram o processo de categorização realizado, para o qual emergiram três categorias substancialmente próximas das etapas da Etnomatemática como método de ensino e de pesquisa (LARA, 2019). Diante disso, as categorias emergentes foram nomeadas com base nas três etapas propostas pela autora: Etnografia – sensibilização/apreensão; Etnologia – compreensão/entendimento; e, Validação – interpretação/julgamento.

Constatei que, por meio das ações emergentes das propostas de ensino, os estudantes: contataram distintos modos de matematizar, advindos das mais variadas formas de vida; entenderam as regras que compõem esses diferentes jogos de linguagem; compararam, refletiram, analisaram, julgaram os distintos modos de matematizar, atentando para suas semelhanças de família; analisaram suas potencialidades e limites. Portanto, todas as ações emergentes contribuíram de algum modo para que os estudantes refletissem sobre a hegemonização dos jogos de linguagem presentes na Matemática Escolar.

Ao longo das propostas de ensino tornou-se evidente a não pretensão de rompimento com a Matemática Escolar no que tange aos seus conteúdos e conceitos, uma vez que as temáticas escolhidas priorizaram tratar dos assuntos previamente determinados para os anos escolares envolvidos. Contudo, objetivou, sim, romper com os modos pelos quais conceitos e conteúdos são abordados pelos docentes, evitando priorizar um único modo de matematizar, ou seja, o modo de matematizar escolar. Nesse sentido, a articulação entre a Etnomatemática e a História da Matemática, efetivada por meio das propostas de ensino, oportunizou aos estudantes movimentos de contraconduta frente aos jogos de linguagem presentes na Matemática Escolar, uma vez que possibilitou a compreensão dos processos de hegemonização desses jogos.

Outros movimentos de contraconduta podem ser identificados a partir das mesmas propostas de ensino, inclusive movimentos de contraconduta às propostas de ensino. Ainda que esse não tenha sido um aspecto analisado ao longo deste relatório, alguns ditos dos estudantes possibilitam pensar a esse respeito. Em algumas questões analisadas, observou-se que os estudantes priorizaram os jogos de linguagem presentes na Matemática Escolar em detrimento dos jogos de linguagem das formas de vida históricas, sem justificar suas escolhas, impedindo a análise de avançar nesse, ou em outro, aspecto. Como qualquer trabalho acadêmico, ao concluir este, percebo que algumas opções metodológicas poderiam ser diferentes, como por exemplo, o uso de questionários como principal instrumento para coleta de dados.

Algumas vezes, a escrita dos estudantes não estava legível, impedindo a realização da leitura e análise, outras vezes, ainda que legível, não foi possível compreender qual o sentido do que estava escrito. Adicionado a isso, o fato dos questionários serem realizados apenas ao final das propostas de ensino evidenciou que alguns estudantes não lembravam das tarefas, bem como, das reflexões e discussões por elas propiciadas. Logo, a combinação dos questionários a outros instrumentos, como a entrevista, possibilitaria trazer à tona informações para complementar e aprofundar as análises.

Os resultados desta pesquisa apontam implicações para o campo da Educação Matemática pois, torna-se evidente que, articuladas, Etnomatemática e História da Matemática potencializam-se, especialmente quando tal articulação ocorre à luz das teorizações pós-estruturalista de Foucault e Wittgenstein. Desse modo, evidencia-se a relevância do professor e dos estudantes refletirem sobre os modos de matematizar escolares a partir das suas histórias, suas regras e formas de vida, bem como, conhecerem e compreenderem outros modos de matematizar culturais, desenvolvidos ao longo da história da humanidade. Assim, se possibilita aos estudantes entender as condições de emergência de determinados conceitos ao longo da história e os processos de marginalização/hegemonização de alguns jogos de linguagem. Além disso, articuladas, ambas tendências contribuem para evidenciar a pluralidade de modos de pensar, rompendo com o poder disciplinador da Matemática, tornando os processos de ensino e de aprendizagem de Matemática mais significativos, humanistas, críticos, articulados com as realidades e criativos.

Tão relevantes quanto as contribuições para a Educação Matemática, são aquelas voltadas aos processos de ensino e de aprendizagem de Matemática na Educação Básica. As ações emergentes nas propostas de ensino mostram que é possível propor atividades matemáticas envolvendo a realização de pesquisas, consultas a livros e materiais históricos, trabalhos em grupo e resolução de problemas históricos. Mais do que isso, possibilita ao professor romper a tradicional tríade (conceito-exemplo-exercício) que conduz os processos de ensino e de aprendizagem, em que inicialmente o docente apresenta a definição do conceito, seguido da resolução de exemplos para, somente então, propor aos estudantes a resolução de exercícios.

Reiterando que as propostas de ensino aqui discutidas não podem ser assumidas como verdades inquestionáveis, é relevante para um estudo futuro, aprofundar as leituras acerca da História da Matemática para, a partir de então, repensar as atividades constituintes das propostas de ensino já elaboradas. Assim como a História da Matemática, que não está pronta e acabada, as propostas de ensino aqui apresentadas podem ser repensadas e atualizadas com o intuído de criar condições de possibilidade que potencializem a emergência de movimentos de contraconduta, em especial, frente aos jogos de linguagem presentes na Matemática Escolar.

Por outro lado, é relevante pensar na elaboração de outras propostas de ensino, tanto para a Educação Básica, como para a formação dos professores de Matemática. Em relação ao Ensino Superior, é possível investigar: De que modo é possível articular História da Matemática e Etnomatemática para o ensino de Cálculo, Geometria, Análise, Álgebra, entre outros?; Quais ações pedagógicas emergem da articulação entre História da Matemática e Etnomatemática no Ensino Superior?; Quais os efeitos dessa articulação na formação de professores de Matemática?. Ainda que as indagações, reflexões e aprendizagens não encerrem aqui, por hora é preciso finalizar essa escrita.

REFERÊNCIAS

AQUINO, J. G. A difusão do pensamento de Michel Foucault na educação brasileira: Um itinerário bibliográfico. **Revista Brasileira de Educação**. v. 18, n. 53, p. 301- 324 abr.- jun. 2013.

BIEMBENGUT, M. S. Modelagem Matemática & Resolução de Problemas, Projetos e Etnomatemática: Pontos Confluentes. **ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**. v.7, n.2, p.197-219, nov. 2014.

BRITO, A. de J.; CARVALHO, D. L. de. Utilizando a história no ensino de Geometria. In: MIGUEL, A. et al. **História da matemática em atividades didáticas**.2 ed. rev. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

CASTRO, E. **Vocabulário Foucault**. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

COMTE, A. **Curso de filosofia positiva; Discurso sobre o espírito positivo; Discurso preliminar sobre o conjunto do positivista; Catecismo positivista**. Seleção de textos de José Arthur Giannotti. trad. José Arthur Giannotti e Miguel Lemos. 2 ed. São Paulo: Abril Cultural, 1983. (Coleção Os Pensadores).

CONDÉ, M. L. L. **Wittgenstein: linguagem e mundo**. São Paulo, Annablume, 1998.

CHAQUIAM, M. **História da matemática em sala de aula:** uma proposta para a integração aos conteúdos matemáticos. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015.

D’AMBROSIO, U. Ethnomathematics and its place in the history and pedagogy of mathematics. **FLM Publishing Association**. v. 5, n. 1. p. 44 – 48, feb. 1985.

D’AMBROSIO, U. Reflections on ethnomathematics**. ISGEm Newsletter**. Albuquerque. v. 3, n. 1, p. 3 – 5, set. 1987.

D’AMBROSIO, U. **Educação matemática:** da teoria à prática. 4. ed. Campinas: Papiros, 1998.

D’AMBROSIO, U. A interface entre história e matemática: Uma visão histórico-pedagógica. In: John A. Fossa (Org.). **Facetas do Diamante:** ensaios sobre educação matemática e história da matemática. Rio Claro, SP: Editora da SBHMat, p. 241-271. 2000.

D’AMBROSIO, U. **Etnomatemática – elo entre as tradições e a modernidade**. 2ª ed. 3ª reimp. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

D’AMBROSIO, U. Etnomatemática e educação. In: KNIJNIK, G.; WANDERER, F.; OLIVEIRA, C. J. de. (Orgs) **Etnomatemática, currículo e formação de professores.** 1ª ed. 2ª reimp. Santa Cruz do Sul: EDUNISC, 2010.

EVES, H. **Introdução à História da Matemática**. Trad. Hygino H. Domingues. Campinas: Editora da UNICAMP, 2004.

FAUVEL, J.; MAANEN, J. V. **History in mathematical education**. The ICMI study. Dordrecht: Kluwer Academic, 2000.

FERREIRA, E. S. **O que é Etnomatemática**. Texto digital. 2003. Disponível em: < http://www.ufrrj.br/leptrans/arquivos/etno.pdf >. Acesso em: ago. 2018.

FERREIRA, A. B de H. **Dicionário Aurélio de língua portuguesa**. Coordenação Maria Baird Ferreira, Margarida dos Anjos. 5ª Ed. Curitiba: Positivo, 2010.

FISCHER, R. M. B. Foucault e a análise do discurso em educação. **Cadernos de Pesquisa**, n. 114, p. 197-223. nov., 2001.

FIORENTINI, D. Alguns modos de ver e conceber o ensino da Matemática no Brasil. **Zetetiké**. ano 3, n. 4, p. 1–38, 1995.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática:** percursos teóricos e metodológicos. 3ª ed. rev. Campinas: Autores Associados, 2009.

FOUCAULT, M. Entrevista con Michel Foucault. In: BELLOUR, R. **El libro de los otros.** Barcelona: Editorial Anagrama, 1973.

FOUCAULT, M. **Microfísica do poder**. Organização e tradução de Roberto Machado. 7ª ed. Rio de Janeiro: Edições Graal, 1979.

FOUCAULT, M. **A arqueologia do saber**. Trad. Luiz Felipe Baeta Neves. 3 ed. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 1987.

FOUCAULT, M. **Vigiar e punir**: nascimento da prisão. Tradução de Ligia M. Pondé Vassallo. 9ª ed. Petrópolis: Vozes, 1991.

FOUCAULT, M. O sujeito e o poder. In: RABINOW, P.; DREYFUS, H. **Michel Foucault, uma trajetória filosófica:** para além do estruturalismo e da hermenêutica. Trad. Vera Porto Carrero. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 1995.

FOUCAULT, M. **Arqueologia das ciências e história dos sistemas de pensamento**. Org. e seleção de textos. Manoel Barros da Motta. Trad. Elisa Monteiro. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 2000. (Ditos e Escritos II).

FOUCAULT, M. **A verdade e as formas jurídicas**. Rio de Janeiro: Editora Nau, 2005.

FOUCAULT, M. **Segurança, Território, População**: curso dado no Collège de France (1977 – 1978). Trad. Eduardo Brandão. São Paulo: Martins Fontes, 2008.

FOUCAULT, M. **A ordem do discurso**: aula inaugural no Collège de France, pronunciada em 2 de dezembro de 1970. Trad. Laura Fraga de Almeida Sampaio. 24ª ed. São Paulo: Edições Loyola, 2014.

FRIED, M. History of Mathematics in Mathematics Education. In. MATTHEWS, M (org) **International Handbook of Research in History, Philosophy and Science Teaching**. New York: Springer, 2014.

GERDES, P. Etnomatemática e educação matemática: uma panorâmica geral. **Revista Quadrante**, Lisboa, v. 5, n. 2, p. 1 – 29, 1996.

GERDES, P. Sobre o conceito de Etnomatemática. In: GERDES, P. **Etnomatemática:** cultura, Matemática, educação. Coletânea de textos 1979 – 1991. Reedição. Moçambique: Instituto Superior de Tecnologias e Gestão, 2012.

GLOCK, H. **Dicionário Wittgenstein**. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 1998.

KILPATRICK, J. La investigación en educación matemática: su historia y algunos temas de actualidad. In: KILPATRICK, J.; GÓMEZ, P.; RICO, L. (Editores) **Educación Matemática**. Bogotá, 1998.

KNIJNIK, G.; WANDERER, F. “A vida deles é uma matemática”: regimes de verdade sobre a educação matemática de adultos do campo. **Educação Unisinos**. São Leopoldo, n. 10, v.1, p. 56-61, 2006.

KNIJNIK, G.; SILVA, F. B. de S. da. “O problema são as fórmulas”: um estudo sobre os sentidos atribuídos à dificuldade em aprender matemática. **Cadernos de Educação**, Pelotas, n. 30, p. 63 – 78, 2008.

KNIJNIK, G., WANDERER, F., GIONGO, I. M., DUARTE, C. G. **Etnomatemática em movimento**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2012.

KNIJNIK, G. Um modo de teorizar no campo da pesquisa em educação matemática. In: KNIJNIK, G.; WANDERER, F. (orgs) **Educação Matemática e Sociedade**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2016.

KNIJNIK, G. Juegos de lenguaje matemáticos de distintas formas de vida: contribuciones de Wittgenstein y Foucault para pensar la educación matemática. **Educación Matemática,** México, p. 146-161, Marzo, 2014.

LARA, I. C. M. de**. Histórias de um “lobo mau”**: a matemática no vestibular da UFRGS. Dissertação de Mestrado (Mestrado em Educação) Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2001.

LARA, I. C. M. de. A constituição histórica de diferentes sujeitos matemáticos. **Acta Scientiae**, Canoas, v. 13, n. 2, p. 97-114, jul./dez. 2011.

LARA, I. C. M. de. O ensino da matemática por meio da história da matemática: possíveis articulações com a Etnomatemática. **VIDYA**, Santa Maria, v. 33, n. 2, p. 51-62, jul/dez. 2013.

LARA, I. C. M. de. Formas de vida e jogos de linguagem: a Etnomatemática como método de pesquisa e de ensino. **Com a Palavra o Professor**, Vitória da Conquista, v.4, n.9, p. 36-54, maio/ago. 2019.

LAVILLE, C. DIONE, J. **A construção do saber**: manual de metodologia da pesquisa em ciências humanas. Porto Alegre: Artmed; Belo Horizonte: Editora UFMG, 1999.

LÉVY, P. **Cibercultura**. São Paulo: Editora 34, 1999.

LÉVI-STRAUSS, C. **As estruturas elementares do parentesco**. Trad. Mariano Ferreira. 3 ed. Petrópolis, Vozes, 2003.

LINTZ, R. G. **História da Matemática**. Blumenau: Ed. Da FURB, 1999.

MACHADO, R. Por uma genealogia do poder. In: FOUCAULT, M. **Microfísica do poder**. Organização e tradução de Roberto Machado. 7ª ed. Rio de Janeiro: Edições Graal, 1979.

MENDES, I. A. A investigação histórica como agente da cognição Matemática na sala de aula. In: MENDES, I. A. et al. **A História como um agente de cognição na Educação Matemática**. Porto Alegre: Editora Sulina, 2006.

MENDES, I. A. Atividades históricas para o ensino de trigonometria. In: MIGUEL, A. et al. **História da matemática em atividades didáticas**.2 ed. rev. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

MENDES, I. A. **História da Matemática no ensino:** entre trajetórias profissionais, epistemológicas e pesquisas. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015.

MENDES, I. A.; CHAQUIAM, M. **História nas aulas de Matemática**: fundamentos e sugestões didáticas para professores. Belém: SBHMat, 2016.

MIGUEL, A. **Três estudos sobre história e educação matemática**. Tese de Doutorado (Doutorado em Educação) Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, 1993.

MIGUEL, A. As potencialidades pedagógicas da história da matemática em questão: argumentos reforçadores e questionadores. **ZETETIKÉ**, Campinas, v. 5, n. 8, p. 73 - 106, jul/dez. 1997.

MIGUEL, A.; MIORIM, M. A. **História na Educação Matemática:** propostas e desafios. 2ª ed. 1ª reimp. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2017.

MIORIM, M. A.; MIGUEL, A. A constituição de três campos afins de investigação: História da Matemática, Educação Matemática e História & Educação Matemática. **Teoria e Prática da Educação**. v. 4, n. 8, p. 35 – 62, março, 2001.

MONTEIRO, A.; MENDES, J. R. Etnomatemática como Movimento de Contraconduta na Mobilização de Saberes em Práticas Culturais. **Anais do VI Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**. Pirenópolis, 2015.

MORENO, A. R. **Introdução a uma pragmática filosófica:** de uma concepção de filosofia como atividade terapêutica a uma filosofia da linguagem. Campinas: Editora da UNICAMP, 2005.

ONUCHIC, L. de La R. Ensino-aprendizagem de matemática através da Resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V. (org.) **Pesquisa em Educação Matemática:** concepções e perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999.

RAGO, M. O efeito-Foucault na historiografia brasileira. **Tempo Social**. v. 7, n. 1-2, p. 67-82, 1995.

REICH, K.; FOLKERTS, M.; SCRIBA, C. J. Das Schriftenverzeichnis von Ewald Fettweis (1881-1967) samt einer Wijrdigung von Olindo Falsirol. **História Mathematica**. v. 16, p. 360 – 372, 1989.

REVEL, J. **Michel Foucault**: conceitos essenciais. São Carlos: Claraluz, 2005.

ROHRER, U. A. B. V. **Ethnomathematic**: New Approaches to its Theory and Application. Tese de doutorado (Doutorado em Pedagogia) Faculdade de Matemática, Universidade de Bielefeld, Alemanha, 2010.

ROQUE, T. **História da Matemática, uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas**, Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

ROQUE, T. Desmascarando a equação. A história no ensino de que matemática?. **Revista Brasileira de História da Ciência**. Rio de Janeiro, v. 7, n. 2, p. 167-185, jul – dez, 2014.

ROSA, M.; OREY, D. C. Vinho e Queijo**:** Etnomatemática e Modelagem. **BOLEMA**. Rio Claro, v. 16, n. 20, 2003.

SAITO, F. **História da Matemática e suas (re)construções contextuais**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015.

SANTOS, J. B. P. dos; TOLENTINO-NETO, L. C. B. de. O que os dados do SAEB nos dizem sobre o desempenho dos estudantes em Matemática?. Educação Matemática Pesquisa, São Paulo, v. 17, n. 2, p. 309 – 333, 2015.

SCHAFF, A. **História e verdade**. Lisboa: Editorial Estampa, 1994.

SPANIOL, W. "Formas de vida": significado e função no pensamento de Wittgenstein. **Sintese**. v. 17, n. 51, p. 11 – 31, 1990.

STRATHERN, P. **Foucault em 90 minutos**. Trad. Cassio Boechat. Rio de Janeiro: ZAHAR, 2003.

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional**. Petrópolis: Vozes, 2014.

VEIGA-NETO, A. **Espaços, Tempos e Disciplinas**: as crianças ainda devem ir à escola?. 10º Encontro Nacional de Didática e Prática de Ensino. Rio de Janeiro, 2000. Disponível em: <http://www.lite.fe.unicamp.br/cursos/nt/ta5.4.htm>. Acesso em: 09/02/2018.

VEIGA-NETO, A. **A ordem das disciplinas**. Tese de doutorado (Doutorado em Educação). Universidade Federal do Rio Grande do Sul: Porto Alegre, 1996.

VEIGA-NETO, A. Teoria e método em Michel Foucault (im)possibilidades. **Cadernos de Educação**. Pelotas, N. 34, P. 83 - 94, 2009.

VEIGA-NETO, A.; NOGUIERA, C. E. Conhecimento e saber: apontamentos para os estudos de currículo. In: DALBEN, A. I. L. de F.; PEREIRA, J. E. D.; LEAL, L. de F. V.; SANTOS, L. L. de C. P. (Orgs.) **Convergências e tensões no campo da formação e do trabalho docente**. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.

VEIGA-NETO, A. **Foucault e a Educação**. 3 ed. 1 reimp. Belo Horizonte: Autêntica, 2014.

VEIGA-NETO, A.; LOPES, M.C. Gubernamentalidad, biopolítica y inclusión. In: CORTEZ-SALCEDO, R. e MARÍN-DÍAZ, D. (comp.). **Gubernamentalidad y** educación: discusiones contemporâneas. Bogotá: IDEP, p. 105-122, 2011.

VELHO, E. M. H. Aprendizagem da geometria: a etnomatemática como método de ensino. 2014. 152 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Pontifica Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2014.

VILELA, D. S. Etnomatemática e a virada linguística: práticas educacionais. **Boletim do LABEM**. v. 7, n. 12, p. 45 - 59, jan./jul., 2016.

VILELA, D. S. **Usos e jogos de linguagem na matemática:** diálogo entre Filosofia e Educação Matemática. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2013.

WALKERDINE, V. O raciocínio em tempos pós-modernos. **Educação & Realidade**, Porto Alegre, v. 20, n. 2, p.207-226, 1995.

WANDERER, F**. Escola e Matemática Escolar: mecanismos de regulação sobre sujeitos escolares de uma localidade rural de colonização alemã no Rio Grande do Sul.** 2007. 228 f. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade do Vale do Rio dos Sinos, São Leopoldo, 2007.

WANDERER, F. Etnomatemática e o pensamento de Ludwig Wittgenstein. **Acta Scientiae**. v. 15, n. 2, p. 257 – 270, maio/ago., 2013.

WANDERER, F; SCHEFER, M. C. Metodologias de pesquisa na área da educação (matemática). In: KNIJNIK, G.; WANDERER, F. (orgs) **Educação Matemática e Sociedade**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2016.

WITTGENSTEIN, L. **O Livro Castanho.** Trad. Jose Marques. Edições 70: Rio de Janeiro, 1958.

WITTGENSTEIN, L**. Investigações Filosóficas**. 2 ed. São Paulo: Abril Cultural, 1979. (Coleção Os Pensadores).

APÊNDICES

Apêndice A – Proposta de ensino sobre Progressões Aritméticas

DADOS DA PROPOSTA	
Tema:	Progressões Aritméticas.
Objetivo Geral:	Utilizar a História da Matemática articulada com a Etnomatemática para o ensino de Progressões Aritméticas.
Objetivos específicos:	a) Conhecer as principais civilizações da antiguidade e as contribuições para o desenvolvimento do conceito de Progressões Aritméticas; b) resolver problemas de civilizações antigas envolvendo o conceito de Progressões Aritméticas; c) identificar as características de uma Progressões Aritméticas a partir dos problemas desenvolvidos.
PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	
Recursos:	Computador; projetor; Livros de História da Matemática.
Metodologia de Ensino:	Articular História da Matemática à Etnomatemática por meio da resolução de problemas históricos.
DESENVOLVIMENTO DA PROPOSTA	
1° MOMENTO	Duração: 5 minutos
Breve apresentação da proposta acompanhada de uma conversa inicial a fim de verificar, junto aos estudantes participantes, se os mesmos já haviam se questionado a respeito da origem e das aplicações dos conhecimentos matemáticos aprendidos na escola.	
2° MOMENTO	Duração: 20 minutos
Exposição do documentário The Story of Maths (2008) onde o professor da Universidade de Oxford, Marcus du Sautoy, apresenta um retorno ao passado dos povos e civilizações e destaca suas contribuições para o desenvolvimento da Matemática. A série é composta por quatro episódios, entretanto, nesta proposta de ensino os estudantes assistirão somente os minutos iniciais do primeiro episódio, onde Marcus apresenta um panorama geral do Egito, alguns de seus costumes, curiosidades acerca do povo e, é claro, algumas das suas contribuições para o desenvolvimento da Matemática.	
3° MOMENTO	Duração: 15 minutos
Debate acerca do documentário, em especial, sobre as seguintes questões: a) Quais civilizações foram citadas no vídeo?; b) Em qual época/data se tem registros dessa civilização?; c) Em qual região, país, continente, da atualidade, a civilização se desenvolveu?; d) Como era a sociedade da época? Destaque as condições econômicas, questões culturais, a composição social, entre outros.; e) Quais contribuições da civilização, citadas no vídeo, para o desenvolvimento da Matemática?; f) Quais as origens dos problemas matemáticos desenvolvidos, ou ainda, apresentados pela civilização?; g) Outras informações consideradas importantes.	
4° MOMENTO	Duração: 30 minutos

Divididos em equipes, os estudantes pesquisam sobre a história do Papiro de Rhind, com o intuito de responder questões como: a) o que é o Papiro de Rhind?; b) o que contém?; c) a que período da história está relacionado?; entre outras. A abordagem do Papiro é motivada pelo documentário e se justifica por conter problemas que criam condições de possibilidade para abordar o conceito de Progressões Aritméticas. Para a realização da pesquisa, serão disponibilizados os seguintes livros: Dirk Struik, História Concisa das Matemáticas, 1992; Tatiana Roque, História da Matemática, uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas, 2012; Carl Boyer, História da Matemática, 1996; e Howard Eves, Introdução à História da Matemática, 2004. Além da possibilidade de realizar as pesquisas nos livros fornecidos, os estudantes podem utilizar a internet a partir de seu aparelho celular.	
5° MOMENTO	Duração: 20 minutos
Debate e apresentação dos resultados obtidos ao longo da pesquisa.	
6° MOMENTO	Duração: 50 minutos
Resolução, individual ou coletiva, do problema de número 64 do Papiro de Rhind: “Se te digo, divide 10 héqats de cevada por 10 homens, de tal maneira que a diferença entre cada homem e o seu vizinho seja em héqats de cereal, 1/8, qual é a parte que cabe a cada homem?”	
7° MOMENTO	Duração: 30 minutos
Apresentação e discussão sobre as estratégias de resolução empregadas pelos estudantes. Registrar no quadro.	
8° MOMENTO	Duração: 50 minutos
Resolução, individual ou coletiva, do problema de número 40 do Papiro de Rhind: “Cem medidas de trigo foram repartidas entre 5 pessoas de maneira que a 2ª recebeu a mais que a 1ª tanto quanto a 3ª recebeu a mais que a segunda, a 4ª a mais que a 3ª e a 5ª a mais que a 4ª. E ainda, as 2 primeiras juntas obtiveram 7 vezes menos que as 3 restantes. Quanto coube a cada uma?”	
9° MOMENTO	Duração: 30 minutos
Apresentação e discussão sobre as estratégias de resolução empregadas pelos estudantes. Registrar no quadro.	
10° MOMENTO	Duração: 30 minutos
Discussão sobre as possíveis semelhanças entre ambos os problemas, com o intuito de delimitar suas características. Ou seja, listar particularidades destes problemas, identificados no enunciado ou nos modos de resolução empregados. Registrar no quadro. Refletir sobre o que é uma Progressão Aritmética e esboçar uma definição baseada nas características listadas.	
11° MOMENTO	Duração: 30 minutos
Continuar no processo de reflexão a fim de instigar os estudantes na construção de uma fórmula para que se possa determinar de modo genérico "quanto coube a cada um". Para tal, pode-se propor questões como: a) sempre é preciso saber quanto coube ao antecessor ou sucessor para saber quanto coube a alguém?; b) de que modo pode-se determinar quanto coube a alguém sem saber seu antecessor ou sucessor?	
12° MOMENTO	Duração: 20 minutos
Compartilhamento das fórmulas desenvolvidas pelos estudantes e discussão sobre as potencialidades e os limites de cada uma. Registro no quadro.	
13° MOMENTO	Duração: 180 minutos
Resolução de exercícios diversos, utilizando-se para tal, as fórmulas desenvolvidas pelos estudantes. Neste momento, os enunciados dos exercícios ainda são escritos com os jogos de linguagem da turma, inspirados nos problemas do papiro. Para isso, os exercícios a serem resolvidos devem ser reescritos, mantendo-se o objetivo, mas adaptando-se a linguagem. Correção e discussão acerca das estratégias utilizadas e dos resultados obtidos.	
14° MOMENTO	Duração: 50 minutos

Apresentação dos resultados da pesquisa sobre quem foi Carl Friedrich Gauss, quais suas contribuições para a Matemática e, em especial, qual a sua relação com as Progressões Aritméticas (pesquisa realizada em casa). Reflexão e debate em torno do problema proposto à Gauss sobre a soma de todos os números inteiros de 1 a 100. Resolução do problema, individual ou coletivamente. Registro no quadro.	
15º MOMENTO	Duração: 30 minutos
Apresentação e discussão sobre as estratégias de resolução empregadas pelos estudantes. Registrar no quadro.	
16° MOMENTO	Duração: 120 minutos
Apresentação do trabalho realizado em casa e em grupo, sobre distintas civilizações históricas. Neste trabalho, os estudantes devem destacar questões como: a) época em que viveu/vive a civilização:; b) povos da atualidade são descendentes deste?; c) qual região, país, continente, da atualidade, a civilização se desenvolveu?; d) como era a sociedade da época, destacando condições econômicas, questões culturais, a composição social, entre outros.; e) destacar contribuições importantes da civilização para o desenvolvimento da Matemática:; f) quais as origens dos problemas matemáticos desenvolvidos pela civilização?; g) apresentação de exemplos de problemas que envolvam o conceito de Progressões Aritmética e que tenha sido proposto/resolvido pela civilização.	
17° MOMENTO	Duração: 50 minutos
Apresentação aos estudantes da definição de P.A. com a linguagem da Matemática Escolar. Comparação entre a linguagem adotada pelos estudantes e a nomenclatura da linguagem da Matemática Escolar. Comparação entre as fórmulas de termo geral e soma dos termos, tanto a construída pelos estudantes como a própria da Matemática Escolar. Discussão e reflexão acerca das diferentes linguagens.	
18° MOMENTO	Duração: 30 minutos
Para encerrar, os estudantes respondem de forma escrita, aos seguintes questionamentos: **1)** Iniciando o estudo das Progressões Aritméticas solicitei à turma que refletisse e resolvesse dois problemas, encontrados no Papiro de Rhind: "Se te digo, divide 10 *héqats* de cevada por 10 homens, de tal maneira que a diferença entre cada homem e o seu vizinho seja em *héqats* de cereal, 1/8, qual é a parte que cabe a cada homem?". E o segundo foi: "Cem medidas de trigo foram repartidas entre 5 pessoas de maneira que a 2ª recebeu a mais que a 1ª tanto quanto a 3ª recebeu a mais que a segunda, a 4ª a mais que a 3ª e a 5ª a mais que a 4ª. E ainda, as 2 primeiras juntas obtiveram 7 vezes menos que as 3 restantes. Quanto coube a cada uma?" **Em ambos você foi desafiado a resolvê-los. Descreva como foi para você realizar essa tarefa**. **2)** Na sua opinião, **por que estes problemas do Papiro foram apresentados e não outros?** **3)** A partir dos elementos principais desses problemas foi elaborada uma fórmula, utilizando para tal a linguagem própria desses problemas. **Na sua opinião, a fórmula criada a partir da linguagem dos problemas do Papiro deu conta de resolver problemas de Progressões Aritméticas?** **4)** Ao final da proposta, apresentei a fórmula em sua linguagem tradicional, própria da Matemática Escolar. **Você viu relações entre a fórmula construída com a linguagem do Papiro e a própria da Matemática Escolar? Quais?** **5) Descreva quais dificuldades e/ou facilidades você enfrentou nessa transição, para comparar as duas fórmulas**. **6)** Das duas fórmulas, a construída com a linguagem do Papiro e a própria da Matemática Escolar**, alguma delas tem mais significado para você? Por quê?** **7)** No momento de realizar as atividades de aula e as avaliações, **você teve preferência sobre alguma das fórmulas? Por quê?** **8)** Conhecer outra linguagem, diferente da linguagem da Matemática Escolar, **mudou algo em sua forma de pensar? O que?** **9)** Na sua opinião, uma fórmula é mais importante que a outra? **Qual? Por quê?** **SUGESTÕES | COMENTÁRIOS:**	
TEMPO APROXIMADO DA PROPOSTA:	790 minutos

REFERÊNCIAS
BOYER, C. **História da Matemática**. Blucher LTDA, 1996 EVES, H. **Introdução à História da Matemática**. Campinas: UNICAMP, 2004. ROQUE, T. **História da Matemática, uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas**, Rio de Janeiro: Zahar, 2012 STRUIK, D. **História Concisa das Matemáticas**, Gradivas, 1992

Apêndice B – Proposta de ensino sobre Logaritmos

DADOS DA PROPOSTA	
Tema:	Logaritmos
Objetivo Geral:	Utilizar a História da Matemática articulada com a Etnomatemática para o ensino de Logaritmos.
Objetivos específicos:	a) Conhecer aspectos da história que motivaram a emergência dos Logaritmos; b) compreender a relação entre o Logaritmo e o expoente; c) trabalhar com mantissa e característica de um Logaritmo decimal a partir de livros didáticos antigos; d) identificar matemáticos que contribuíram para o desenvolvimento dos Logaritmos; e) verificar diferentes campos e/ou áreas que utilizam o conceito de Logaritmos.
PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	
Recursos:	Folhas fotocopiadas, *internet*, livros paradidáticos antigos e livros de História da Matemática.
Metodologia de Ensino:	Articular História da Matemática à Etnomatemática por meio da resolução de problemas históricos.
DESENVOLVIMENTO DA PROPOSTA	
1° MOMENTO	Realizado em casa
Pesquisar e responder as seguintes questões: a) Qual a motivação para a criação dos Logaritmos? b) Quais nomes de matemáticos/estudiosos da antiguidade fazem parte da história dos Logaritmos? c) Qual a importância da criação dos Logaritmos para o desenvolvimento das ciências em geral? d) Quais outras histórias ou fatos interessantes, relacionados à história dos Logaritmos, foi possível encontrar? Tarefa proposta para entregar de forma individual.	
2° MOMENTO	Duração: 20 minutos
A fim de promover um momento de socialização dos resultados obtidos nas pesquisas, estimular a produção em grupo e confrontar as diversas fontes utilizadas, os estudantes dividem-se em quatro equipes. Cada equipe é responsável por uma das quatro questões propostas no 1º momento e tem, como tarefa, escrever um texto que reúnas todas informações trazidas por cada integrante da equipe para responder sua questão.	
3° MOMENTO	Duração: 30 minutos
Apresentação dos textos produzidos pelas equipes formadas no 2º momento. Desse modo, um ambiente de discussão e troca de informações é criado em sala de aula, visto que informações de fontes diversas são apresentadas. Registra-se no quadro para que os demais estudantes possam complementar suas respostas.	
4° MOMENTO	Duração: 30 minutos
A fim de criar condições para que os estudantes compreendam a relação entre o Logaritmo e o expoente, esse momento destina-se à transformação de grandes multiplicações em simples adições (EVES, 2004). Ao transformar multiplicações em adições, os números passam a ser escritos como potências de mesma base, de modo que a adição ocorre com os expoentes, ou seja, a estratégia consiste em encontrar um expoente de tal modo que, quando elevado nessa mesma base, o resultado da potenciação coincide com o resultado da multiplicação proposta. O quadro abaixo apresenta um exemplo:	

Multiplicação:	Escrita com a mesma base:	Somando os expoentes:	Encontrando o resultado:
$19\,683 * 6\,561$	$3^9 * 3^8$	$9 + 8 = 17$	$3^{17} = 129\,140\,163$

Divididos em equipes, os estudantes recebem tabelas de potenciação para bases 2, 3, 5 e 7, como a tabela abaixo, que apresenta algumas potências de base 2:

Base	Expoente/ Ordem	Potência
2	1	2
2	2	4
2	3	8
2	4	16
2	5	32
2	6	64
2	7	128
2	8	256
2	9	512
2	10	1024
2	11	2048
2	12	4096
2	13	8192
2	14	16384
2	15	32768
2	16	65536
2	17	131072
2	18	262144
2	19	524288
2	20	1048576
2	21	2097152
2	22	4194304
2	23	8388608
2	24	16777216
2	25	33554432
2	26	67108864
2	27	134217728
2	28	268435456
2	29	536870912
2	30	1073741824
2	31	2147483648
2	32	4294967296
2	33	8589934592
2	34	17179869184
2	35	34359738368

Com tais tabelas, os estudantes elaboram e resolvem exercícios envolvendo o produto de dois números, utilizando-se da estratégia acima citada.

5° MOMENTO	Duração: 20 minutos

Após a criação e resolução dos exercícios no 4º momento, as equipes trocam entre si os exercícios criados, ocasionando que cada estudante resolve as contas de multiplicação envolvendo pelo menos duas bases distintas: a de sua criação; a recebida após a troca entre as equipes.

<table>
<tr><td>6° MOMENTO</td><td>Duração: 30 minutos</td></tr>
<tr><td colspan="2">Neste momento, os estudantes apresentam as estratégias utilizadas e compartilham com os colegas eventuais dúvidas. Registra-se no quadro. Com base nesse registro, propõem-se para reflexão e discussão a seguinte questão: “De acordo com a História da Matemática, os Logaritmos transformam multiplicações avançadas em adições elementares. Diante disso, o que é o Logaritmo?”. Para finalizar, apresenta-se a definição de logaritmo.</td></tr>
<tr><td>7° MOMENTO</td><td>Duração: 30 minutos</td></tr>
<tr><td colspan="2">Dada a importância das tábuas logarítmicas ao longo do desenvolvimento da Matemática, os estudantes são convidados a analisar o livro Tábua de Logaritmos, de Alberto Nunes Serrão. O livro, utilizado pelas escolas de educação básica até aproximadamente os anos 70 do século XX, contém diversas tábuas, dentre as quais a tábua VII, que apresenta Logaritmos decimais desde 1 até 10000.

Com o livro em mãos, os estudantes analisam a fim de compreender o significado das colunas N e Log para o cálculo dos Logaritmos. Para fomentar a reflexão e a discussão, os estudantes utilizam a calculadora científica para calcular alguns Logaritmos e comparar os resultados com as informações contidas na tábua, confirmando ou refutando as hipóteses por eles construídas.</td></tr>
<tr><td>8° MOMENTO</td><td>Duração: 30 minutos</td></tr>
<tr><td colspan="2">Os estudantes compartilham com os colegas os resultados de suas reflexões, encaminhando a finalização desse momento com a compreensão das noções de característica e mantissa. Registra-se no quadro.</td></tr>
<tr><td>9° MOMENTO</td><td>Duração: 30 minutos</td></tr>
<tr><td colspan="2">Os estudantes elaboram alguns exercícios envolvendo o cálculo de Logaritmos decimais a partir das noções de mantissa e característica, para serem realizados por seus pares, de modo que cada estudante pode calcular diversos Logaritmos decimais a partir das tábuas. Discussão final, encerrando a proposta.</td></tr>
<tr><td>10° MOMENTO</td><td>Duração: 60 minutos</td></tr>
<tr><td colspan="2">Para encerrar, os estudantes respondem de forma escrita, aos seguintes questionamentos:
1) Iniciando o estudo dos Logaritmos solicitei a turma que pesquisasse e respondesse seguintes questões: “a) Qual a motivação para a criação dos Logaritmos? b) Quais nomes de matemáticos/estudiosos da antiguidade fazem parte da história dos Logaritmos? c) Qual a importância da criação dos Logaritmos para o desenvolvimento das ciências em geral? d) Quais outras histórias ou fatos interessantes, relacionados à história dos Logaritmos, foi possível encontrar?”. Descreva quais facilidades/dificuldade você encontrou de realizar essa tarefa:
2) Classifique em ordem decrescente as questões a), b), c) e d), de acordo com o nível de dificuldade para responde-las: Justifique suas escolhas.</td></tr>
</table>

3) Você julga importante ou desnecessário conhecer tais informações acerca do conteúdo matemático? **Justifique sua resposta.** **4)** Conhecer tais informações modificou de alguma forma a sua aprendizagem sobre Logaritmos? **Justifique sua resposta.** **5)** Quando você estudou outros conteúdos da Matemática, seja no ensino fundamental ou médio, você já se questionou acerca da sua história? Como procedeu afim de sanar suas dúvidas? **6)** Após essa atividade, os estudantes foram divididos em equipes e receberam tabelas contendo diversas potências de uma mesma base (base 2, 3, 5 e 7). Solicitei que construíssem exemplos de grandes multiplicações para serem resolvidas com simples adições. **Qual a relação entre essa atividade e o estudo dos Logaritmos?** **7)** Outra atividade realizada foi a análise dos livros contendo tábuas de Logaritmos. Ao receber os livros, vocês foram desafiados a compreender de que modo se utiliza a tábua para o cálculo dos Logaritmos. Descreva como foi para você realizar essa tarefa. **Justifique sua resposta.** **8)** As tábuas não são mais utilizadas atualmente, visto que as calculadoras podem auxiliar no cálculo dos Logaritmos. **Descreva o que você achou de conhecer a forma como se calculava Logaritmos antes do aprimoramento das calculadoras:** **9)** As tábuas de Logaritmos auxiliam no entendimento de que o Logaritmo decimal pode ser escrito a partir da soma de uma parte inteira, chamada característica, com uma parte decimal, chamada mantissa. **O que você achou de utilizar um material histórico para aprender isso?** **10)** Tanto na atividade realizada com as tabelas de potenciação, como com as tábuas de Logaritmos, solicitei que cada estudante criasse seus próprios exemplos. **Descreva como foi para você esse processo de criação e destaque quais critérios você utilizou para criar os exemplos.** **11)** A maioria das atividades foram realizadas em quatro grupo. **Na sua opinião, quais as vantagens e desvantagens de realizar atividades em grupo:** **SUGESTÕES | COMENTÁRIOS:**	
TEMPO APROXIMADO DA PROPOSTA:	280 minutos.
REFERÊNCIAS	

BENTLEY, P. **O livro dos números:** uma história ilustrada da matemática. Trad. Maria Luiza X. de A. Borges. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Ed., 2009.

BOYER, C. **História da Matemática**. Blucher LTDA, 1996

EVES, H. **Introdução à História da Matemática**. Campinas: UNICAMP, 2004.

MAOR, E. ***e*****: a história de um número**. Trad. Jorge Calife. 4ª ed. Rio de Janeiro: Record, 2008.

ROQUE, T. **História da Matemática, uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas**, Rio de Janeiro: Zahar, 2012

STRUIK, D. **História Concisa das Matemáticas**, Gradivas, 1992

Apêndice C – Proposta de ensino sobre Técnicas para multiplicar

DADOS DA PROPOSTA	
Tema:	Técnicas de multiplicação
Objetivo Geral:	Criar condições que possibilitem aos estudantes refletir acerca dos diversos modos de matematizar desenvolvidos ao longo da História da Matemática para a realização do produto entre dois números.
Objetivos específicos:	a) Conhecer as principais características das civilizações da antiguidade que possibilitaram a criação de seus métodos específicos para a realização da multiplicação; b) apresentar diversas técnicas históricas, utilizadas por distintos povos e civilizações da antiguidade, para a realização do algoritmo da multiplicação; c) resolver exercícios de multiplicação utilizando os métodos históricos; d) compreender as vantagens/ desvantagens de cada método histórico; e) comparar os métodos históricos com o algoritmo da multiplicação aprendido na escola.
PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	
Recursos:	Computador; projetor; apresentação de slides; folhas de ofício.
Metodologia de Ensino:	Articular História da Matemática à Etnomatemática por meio da apresentação dos diversos métodos históricos para a realização do produto entre dois números.
DESENVOLVIMENTO DA PROPOSTA	
1° MOMENTO	Duração: 15 minutos
Solicitar aos estudantes a realização do produto entre dois números como, por exemplo, $12 * 7$. Após a realização individual, propor as seguintes questões para reflexão e debate: a) Como você resolveu?; b) você conhece outra maneira de realizar essa conta?; c) será que existem outras maneiras?; d) será que foi sempre assim que se realizou a operação de multiplicação?.	
2° MOMENTO	Duração: 5 minutos
Apresentar o tema e objetivos da proposta de ensino, mencionando aos estudantes que serão abordados os seguintes métodos: Egípcio; Gelósia; Chinês; Hindu.	
3° MOMENTO	Duração: 30 minutos
Apresentar aos estudantes informações históricas sobre a forma de multiplicar egípcia. De acordo com Eves (2004) já no Papiro de Rhind, documento egípcio datado de 1650 a. C. que contém 85 problemas matemáticos, há menção ao método egípcio para a realização da multiplicação entre dois números. Segundo o autor, os problemas tratados no Papiro representavam situações práticas vividas pelos egípcios daquela época, como a divisão de grãos de cevada entre homens trabalhadores, balanceamento de ração para animais e armazenamento de grãos. Segundo Roque (2014) um dos problemas poderia ser o seguinte: supondo que cada pessoa tenha direito a doze sacos de grãos, a quantos sacos um grupo de vinte e sete pessoas teria direito? Logo, uma das operações matemáticas possíveis para a resolução do problema é efetuar o produto entre doze e vinte e sete. Para a realização desse procedimento, os egípcios construíam duas colunas, e realizavam duplicações sucessivas, linha após linha, do seguinte modo:	

1 pessoa	12 sacos
2 pessoas	24 sacos
4 pessoas	48 sacos
8 pessoas	96 sacos
16 pessoas	192 sacos
32 pessoas	384 sacos

Ao realizar as duplicações sucessivas, não encontra-se quanto, de fato, ganhariam as 27 pessoas. Porém, sabe-se que as vinte sete pessoas ganharão o equivalente à soma de 1 pessoa + 2 pessoas + 8 pessoas + 16 pessoas ($1 + 2 + 8 + 16 = 27$). Portanto, 27 pessoas ganharão 12 sacos + 24 sacos + 96 sacos + 192 sacos = 324 sacos.
Logo, com o modo egípcio de multiplicar dois números, concluímos que $12 * 27 = 324$.

4°MOMENTO Duração: 30 minutos

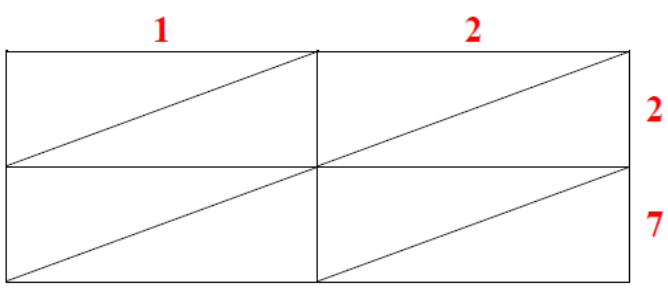
Utilizar a método egípcio para a resolução de outros exemplos, ampliando a discussão para o produto por zero ou envolvendo números negativos.

5° MOMENTO Duração: 15 minutos

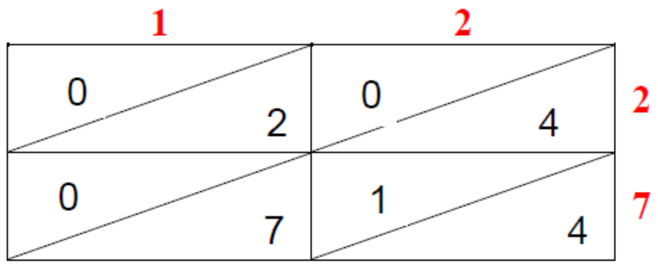
Propor os seguintes questionamentos para reflexão e debate: a) sempre será possível realizar o produto de dois números utilizando o método egípcio?; b) quais vantagens e desvantagens se compararmos o método egípcio com o modo de multiplicar que aprendemos na escola?; c) quais as semelhanças do método egípcio com o modo de multiplicar que aprendemos na escola?

6° MOMENTO Duração: 30 minutos

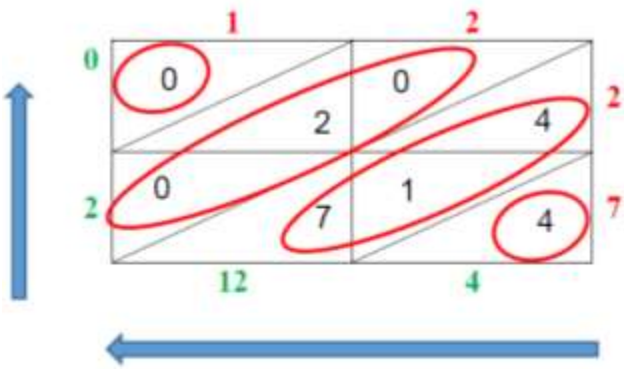
Apresentar aos estudantes informações históricas sobre o método da Gelósia. Segundo Eves (2004), é possível identificar duas maneiras distintas de realizar o algoritmo da multiplicação na civilização hindu: o método da Gelósia; método Hindu. Para Boyer (1974) isso é compreensível devido ao fascínio dos indianos pelo trabalho com números, em especial as operações e a resolução de equações. O método da Gelósia recebe esse nome por utilizar como base para o desenvolvimento do método uma figura semelhante a uma grande janela. Não se sabe ao certo quando ou onde este método apareceu, contudo, os registros históricos o século XII permitem concluir que foi na Índia. De acordo com Boyer (1974), para o desenho da gelosia era utilizado uma pequena tábua com farinha branca ou areia.
O método consiste em criar um grande quadro (gelosia) em que o número de colunas e linhas do quadro corresponde à quantidade de algarismos dos números que serão multiplicados. Feito o quadro, deve-se traçar diagonais em todos as celas formadas pelo encontro da coluna com a linha. Ao traçar as diagonais, as celas passam a ser triângulos, espaços nos quais serão escritos os resultados das pequenas multiplicações que serão realizadas, ficando a dezena na parte superior e a unidade na parte inferior.
Por exemplo, para realizar o produto $12 * 27$, a seguinte Gelósia é desenhada:



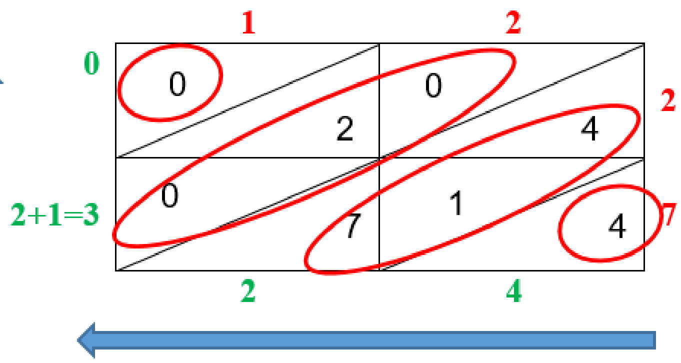
Após a gelosia estar montada, passa-se a realização das multiplicações. Assim, na primeira cela, é escrito o produto $1 * 2 = 02$, posicionado a unidade na parte inferior da cela, e a dezena na parte superior. Após a realização dos produtos cela a cela, tem-se a seguinte Gelósia:



Para finalizar, são somados os valores em cada diagonal, começando pela diagonal inferior, como mostra a seguir:



Assim como no algoritmo da multiplicação ensinado na escola, devido ao fato de nosso sistema de numeração ser decimal, ao efetuar as somas deve-se seguir as regras em relação à quantidade de unidades, dezenas, centenas e assim por diante. Trata-se de uma semelhança forte, uma vez que em ambos os métodos, da Gelósia e da Matemática Escolar, quando somam-se 10 unidades transforma-se em uma dezena, quando soma-se 10 dezenas transforma-se em uma centena e assim por diante



O resultado é lido de cima para baixo e da esquerda para a direita, ou seja, 12*27=324.

7° MOMENTO	Duração: 30 minutos

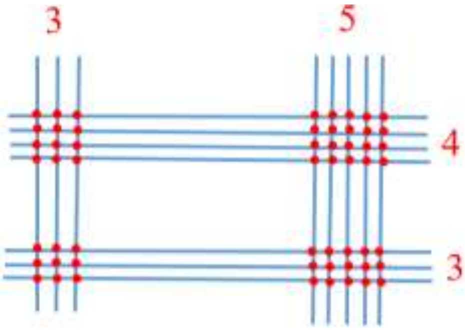
Utilizar a método da Gelósia para a resolução de outros exemplos, ampliando a discussão para o produto por zero ou envolvendo números negativos.

8° MOMENTO	Duração: 15 minutos

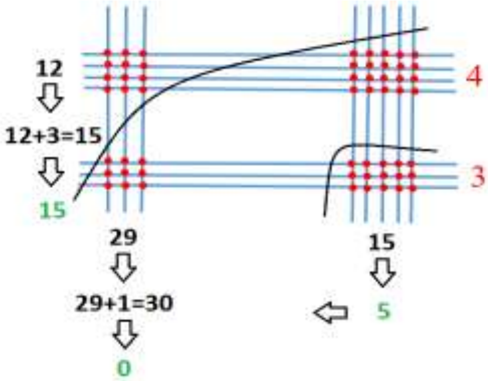
Propor os seguintes questionamentos para reflexão e debate: a) sempre será possível realizar o produto de dois números utilizando o método da Gelósia?; b) quais vantagens e desvantagens se compararmos o método da Gelósia com o modo de multiplicar que aprendemos na escola?; c) quais as semelhanças do método da Gelósia com o modo de multiplicar que aprendemos na escola?

9° MOMENTO	Duração: 30 minutos

Apresentar aos estudantes informações históricas sobre o método chinês. De acordo com Eves (2004), o método chinês era realizado com varetas de bambu, de modo que, dependendo dos números que se pretende multiplicar, é preciso um número razoável de varetas. Inicialmente, colocam-se as varetas de bambu em quantidade correspondente às unidades, dezenas e centenas dos números que se pretende multiplicar, de modo que as varetas do multiplicando fiquem no sentido vertical e do multiplicador no sentido horizontal. As varetas devem ficar sobrepostas pois o método depende dos pontos de encontro entre as varetas nos sentido horizontal e vertical, como pode ser observado no exemplo abaixo, no qual pretende-se calcular o produto entre 35 e 43. Por exemplo, para realizar o produto $35 * 43$, a posição dos bambus é:



A seguir, soma-se a quantidade de pontos de encontro, porém de modo que as unidades, dezenas e centenas sejam evidenciadas. Para isso, divide-se a figura em diagonais, começando da direita para a esquerda, de modo que a primeira intersecção de varetas corresponde à uma diagonal, a segunda intersecção de varetas, tanto para cima, quanto para o lado esquerdo, correspondem à segunda diagonal, e assim sucessivamente. De modo semelhante aos demais processos, sempre que a quantidade de unidades exceder nove, deve manter a unidade na diagonal atual e acrescentar quantas unidades forem necessárias na diagonal à esquerda. A imagem expressa na figura abaixo mostra o processo:



Portanto, o resultado de $35 * 43 = 1505$.

10° MOMENTO	Duração: 30 minutos

Utilizar a método chinês para a resolução de outros exemplos, ampliando a discussão para o produto por zero ou envolvendo números negativos.

11° MOMENTO	Duração: 15 minutos

Propor os seguintes questionamentos para reflexão e debate: a) sempre será possível realizar o produto de dois números utilizando o método chinês?; b) quais vantagens e desvantagens se compararmos o método chinês com o modo de multiplicar que aprendemos na escola?; c) quais as semelhanças do método chinês com o modo de multiplicar que aprendemos na escola?

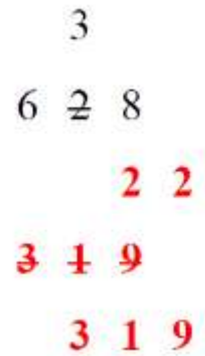
12° MOMENTO	Duração: 30 minutos

Apresentar aos estudantes informações históricas sobre o método hindu. De acordo com Eves (2004), para a realização desse método eram utilizados dois tipos de materiais: um pequeno quadro, acompanhado de uma pena de bambu e uma tinta branca; uma pequena tábua branca coberta por farinha vermelha e acompanhado de uma vareta. Em qualquer um dos materiais era possível apagar facilmente o que foi escrito, visto que os espaços para a realização dos algoritmos eram pequenos.
Antes do método de multiplicação propriamente dito, é necessário compreender como se dá a adição Hindu. Inicialmente monta-se o algoritmo do modo como ocorre a adição na Matemática Escolar,

unidade abaixo de unidade, dezena abaixo de dezena e assim por diante. No entanto, diferente das regras presentes nos jogos de linguagem que envolvem a adição na Matemática Escolar, inicia-se o processo da esquerda para a direita e os resultados são colocados para cima, e não para baixo como na Matemática Escolar.
Portanto, as adições são feitas algarismo a algarismo, de modo que o resultado parcial de cada adição será de no máximo de dezoito unidades (9+9). Assim, cada vez que a soma exceder nove, deve-se organizar as unidades excedentes, como será observado na figura 16, apagando o resultado anterior. Por esse motivo, era preciso que o material utilizado permitisse apagamentos rápidos, para que o novo valor fosse corrigido. Para facilitar a compreensão, os números que deveriam ser apagados serão riscados.
O resultado final é lido da esquerda para a direita e é composto pelos números que restaram, ou seja, que não foram apagados. Por exemplo, na adição $7283 + 5938$, Os números que serão adicionados, deverão ser acomodados de forma que as unidades fiquem abaixo das unidades e assim sucessivamente:

Portanto, 7283+5938=13221.
Voltando a multiplicação, o método tem uma pequena variação quando o multiplicando for uma unidade ou quando não for. Sendo uma unidade, coloca-se multiplicador e multiplicando lado a lado, sendo uma dezena, centena e assim por diante, coloca-se um abaixo do outro, de modo que a unidade do multiplicando fique abaixo do algarismo mais à esquerda do multiplicador. Ao calcular um exemplo, essas informações ficarão mais visíveis.
Para calcular o produto $319 * 22$, observa-se que o multiplicado possui unidade e dezena, logo, coloca-se multiplicando e multiplicador um abaixo do outro, de modo que a unidade do multiplicando fique abaixo do algarismo mais à esquerda do multiplicador. Começa-se o processo de multiplicação fazendo o produto entre o 2 (unidade do multiplicador 22) e cada um dos algarismos do multiplicando. Lembrando sempre de cuidar para que os excessos sejam corrigidos, como no exemplo anterior.

Feita a primeira rodada de multiplicações, deve-se mover o multiplicando uma casa para a direita. No exemplo, o multiplicando será riscado em sua posição original, já usada, e será acrescentado um novo multiplicador abaixo.



E recomeça-se uma nova rodada de multiplicações, agora com a dezena 2 do multiplicador 22.

O resultado final é formado pelos números que não foram apagados, ou seja, 319*22=7018.
Deve-se observar que no método hindu, quando o multiplicador possuir centena, unidade de milhar e assim por diante, esse processo de mover o multiplicando para a direita deve ser feito tantas vezes quantos algarismos, além da unidade, tiver o multiplicador.

13° MOMENTO	Duração: 30 minutos
Utilizar a método hindu para a resolução de outros exemplos, ampliando a discussão para o produto por zero ou envolvendo números negativos.	
14° MOMENTO	Duração: 15 minutos
Propor os seguintes questionamentos para reflexão e debate: a) sempre será possível realizar o produto de dois números utilizando o método hindu?; b) quais vantagens e desvantagens se compararmos o método hindu com o modo de multiplicar que aprendemos na escola?; c) quais as semelhanças do método hindu com o modo de multiplicar que aprendemos na escola?	
15° MOMENTO	Duração: 20 minutos
Propiciar um debate acerca dos métodos abordados ao longo da proposta de ensino, refletindo, em especial, sobre quais dificuldades e facilidades em cada método, quais possíveis semelhanças e diferença em relação ao método da matemática escolar, quais possíveis vantagens e desvantagens na utilização de cada método.	
16° MOMENTO	Duração: 60 minutos
Para encerrar, os estudantes respondem de forma escrita, aos seguintes questionamentos: **1)** Você sente alguma dificuldade para efetuar contas de multiplicação, quando devem ser realizadas sem a calculadora? **Comente sua resposta:** **2)** Durante sua trajetória acadêmica, você já desenvolveu outras técnicas diferentes do algoritmo de multiplicação aprendido na escola, para realizar contas de multiplicação? **Cite um exemplo e explique sua técnica:** **3)** Qual a sua opinião sobre conhecer outros métodos para a realização de contas de multiplicação:	

4) Comparando o algoritmo de multiplicação aprendido na escola com as técnicas desenvolvidas por outras civilizações, qual/quais você acha de mais **fácil ENTENDIMENTO? Justifique sua resposta**: **5)** Comparando o algoritmo de multiplicação aprendido na escola com as técnicas desenvolvidas por outras civilizações, qual/quais você acha de mais **fácil APLICAÇÃO? Justifique sua resposta**: **6) Destaque semelhanças e / ou diferenças** que as técnicas de cada civilização tem em relação ao algoritmo da multiplicação aprendido na escola: **7)** Conhecer outros modos de realizar contas de multiplicação **mudou algo em sua forma de pensar**? **8) Você usaria** algum dos métodos antigos para realizar multiplicações? Justifique sua resposta: **9)** Conhecer outros modos para a realização de contas de multiplicação permitiu que você compreendesse melhor o algoritmo de multiplicação aprendido na escola**? De que modo? Justifique sua resposta:** **SUGESTÕES | COMENTÁRIOS**

TEMPO APROXIMADO DA PROPOSTA:	400 minutos.

REFERÊNCIAS
BOYER, C. História da Matemática. Blucher LTDA, 1996 EVES, H. Introdução à História da Matemática. Campinas: UNICAMP, 2004. ROQUE, T. História da Matemática, uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas, Rio de Janeiro: Zahar, 2012

Apêndice D – Proposta de ensino sobre Trigonometria

<table>
<tr><th colspan="2">DADOS DA PROPOSTA</th></tr>
<tr><td>Tema:</td><td>Trigonometria</td></tr>
<tr><td>Objetivo Geral:</td><td>Verificar de que modo os estudantes utilizam a História da Matemática para a produção de vídeos.</td></tr>
<tr><td>Objetivos específicos:</td><td>a) Conhecer as principais civilizações da antiguidade e as suas contribuições para o desenvolvimento da trigonometria;
b) Fomentar a pesquisa sobre a história da Trigonometria;
c) Resolver problemas históricos que envolvam conceitos trigonométricos.
d) Confrontar os estudantes com distintos jogos de linguagem históricos relacionados aos conceitos trigonométricos.</td></tr>
<tr><th colspan="2">PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS</th></tr>
<tr><td>Recursos:</td><td>Computador; internet; projetor; câmera para gravação; Livros de História da Matemática.</td></tr>
<tr><td>Metodologia de Ensino:</td><td>Articular História da Matemática à Etnomatemática por meio das etapas da Etnomatemática como método de ensino e de pesquisa (LARA, 2019).</td></tr>
<tr><th colspan="2">DESENVOLVIMENTO DA PROPOSTA</th></tr>
<tr><td>1° MOMENTO/1ª Etapa</td><td>Duração: 20 minutos</td></tr>
<tr><td colspan="2">Apresentação da proposta, que consiste na elaboração e execução de um vídeo que aborde a História da Trigonometria. Instruir os estudantes sobre as informações mínimas que os vídeos precisam conter: nomes de personagens (matemáticos/físicos/filósofos/entre outros) que contribuíram para o desenvolvimento e avanço da Trigonometria e o porquê; quais civilizações contribuíram para o desenvolvimento e avanço da Trigonometria e o porquê; datas e períodos relacionados ao desenvolvimento e aos avanços da Trigonometria; resolução de um problema histórico envolvendo Trigonometria; algumas contribuições do avanço da Trigonometria para o desenvolvimento de outras áreas e campos de conhecimento.</td></tr>
<tr><td>2° MOMENTO</td><td>Duração: 20 minutos</td></tr>
<tr><td colspan="2">Apresentar as regras para a execução do vídeo. No caso desta proposta, três regras foram estabelecidas: 1) grupo com 4 integrantes, de modo que todos aparecem no vídeo em algum momento; 2) O vídeo deve conter uma introdução com as seguintes informações: nomes dos integrantes do grupo; nome da escola, nome da professora, nome da disciplina e conteúdo do vídeo; 3) O vídeo deve conter um encerramento com as seguintes informações: data/período de produção do vídeo e referências (vídeos, blogs, sites, livros) consultadas.</td></tr>
<tr><td>3° MOMENTO</td><td>Duração: 20 minutos</td></tr>
<tr><td colspan="2">Quando necessário, estipular critérios de avaliação para o produto final que, nesta proposta foram: 1) Veracidade das informações apresentadas; 2) Originalidade na produção do vídeo; 3) Qualidade de som e imagem; 4) Quantidade de informações apresentadas; 5) Respeito às instruções e regras estabelecidas no 1º e 2º momentos; 6) Apresentar a prévia na data marcada.</td></tr>
<tr><td>4° MOMENTO/1ª Etapa</td><td>Duração: 120 minutos</td></tr>
<tr><td colspan="2">Disponibilizar aos estudantes livros sobre a História da Matemática em geral, bem como, sobre a História da Trigonometria. Com os livros em mãos e reunidos nos seus respectivos grupos, os estudantes têm um momento para pesquisar sobre as informações históricas necessárias à elaboração do vídeo.</td></tr>
<tr><td>5° MOMENTO/1ª Etapa/ 2ª Etapa</td><td>Duração: 120 minutos</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="2">Em uma data a ser definida no terceiro momento, os grupos apresentam uma prévia do roteiro que será executado em formato de vídeo. Neste momento, o professor auxilia na interpretação e resolução do problema histórico que será apresentado com o produto final. Em paralelo, enquanto um grupo apresenta ao professor sua prévia, os demais grupos continuam suas pesquisas nos livros de História da Matemática, a fim de complementar suas buscas.</td></tr>
<tr><td>6° MOMENTO</td><td>Duração: 2 semanas</td></tr>
<tr><td colspan="2">Após a realização das pesquisas e a apresentação da prévia ao professor, momento no qual há o esclarecimento sobre as eventuais dúvidas para a resolução do problema histórico de será abordado no vídeo, os estudantes passam às filmagens. Essas podem ocorrem em casa ou na escola, dependendo da realidade de cada grupo.</td></tr>
<tr><td>7° MOMENTO/2ª Etapa/
3ª Etapa</td><td>Duração:2 semanas</td></tr>
<tr><td colspan="2">Em paralelo ao 6° momento, no 7° momento há a exposição formal dos conceitos trigonométricos, tanto aqueles que estarão presentes nos vídeos, como outros que o professor julgar relevantes ao ensino da Trigonometria. Ao longo da exposição, o professor, cria condições de possibilidade para que os estudantes reflitam sobre as semelhanças de família existentes entre os jogos de linguagem presentes nos problemas matemáticos históricos e aqueles próprios da Matemática Escolar.</td></tr>
<tr><td>8° MOMENTO</td><td>Duração:20 minutos</td></tr>
<tr><td colspan="2">Entrega dos vídeos, que pode ser de forma online ou via pendrive.</td></tr>
<tr><td>9° MOMENTO</td><td>Duração: 120 minutos</td></tr>
<tr><td colspan="2">Apresentação de alguns dos vídeos produzidos.</td></tr>
<tr><td>10° MOMENTO</td><td>Duração: 30 minutos</td></tr>
<tr><td colspan="2">Para encerrar, os estudantes responderam de forma escrita, aos seguintes questionamentos:
1) Descreva como o grupo se organizou para produzir o vídeo:
2) O que você aprendeu com a produção do vídeo?
3) Você enfrentou dificuldades no processo de produção do vídeo? QUAL/QUAIS? EXPLIQUE:
4) Qual/quais fontes de pesquisa você utilizou para encontrar os aspectos históricos da Trigonometria?
5) Em determinado momento a professora disponibilizou livros sobre a História da Matemática. O material auxiliou nas suas pesquisas? De que modo?
6) Descreva vantagens e desvantagens no uso da internet para a realização das pesquisas sobre a História da Trigonometria:
7) Descreva vantagens e desvantagens no uso dos livros de História da Matemática para a realização das pesquisas sobre a História da Trigonometria:
8) A produção do vídeo contribuiu de algum modo para a sua aprendizagem sobre a Trigonometria? De que modo?
9) Na sua opinião, entre produzir um vídeo sobre a história de um conteúdo ou a professora apresentar tais informações, qual desses modos contribui mais para a sua aprendizagem? Justifique sua resposta:
10) Você julga importante conhecer os aspetos históricos acerca do conteúdo matemático que será estudado? Justifique sua resposta.
11) Você julga necessário conhecer tais informações acerca do conteúdo matemático que será estudado? Justifique sua resposta.
12) Uma das exigências para a entrega do vídeo foi a apresentação e resolução de um problema histórico envolvendo Trigonometria. Você encontrou algum tipo de dificuldade para cumprir essa tarefa? Qual/quais? Explique:
SUGESTÕES | COMENTÁRIOS:</td></tr>
<tr><td>TEMPO APROXIMADO DA PROPOSTA:</td><td>2 semanas + 470 minutos</td></tr>
<tr><td colspan="2">REFERÊNCIAS</td></tr>
</table>

BENTLEY, P. **O livro dos números: uma história ilustrada da matemática**. Trad. Maria Luiza X. de A. Borges. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Ed., 2009.
BOYER, C. **História da Matemática**. Blucher LTDA, 1996
EVES, H. **Introdução à História da Matemática**. Campinas: UNICAMP, 2004.
FOSSA, J. (Org.). **Matemática e medida**: três momentos históricos. São Paulo: Editora Livraria da Física/SBHMat, 2009.
LARA, I. C. M. de. Formas de vida e jogos de linguagem: a Etnomatemática como método de pesquisa e de ensino. **Com a Palavra o Professor**, Vitória da Conquista, v.4, n.9, p. 36-54, maio/ago. 2019.
LINTZ, R. G. **História da Matemática**. Blumenau: Ed. Da FURB, 1999.
MIGUEL, A. et al. História da matemática em atividades didáticas.2 ed. rev. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.
ROQUE, T. **História da Matemática, uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas**, Rio de Janeiro: Zahar, 2012.
STRUIK, D. **História Concisa das Matemáticas**, Gradivas, 1992.

Apêndice E – Proposta de ensino sobre Teorema de Tales

DADOS DA PROPOSTA	
Tema:	Teorema de Tales
Objetivo Geral:	Articular História da Matemática e Etnomatemática para o ensino do Teorema de Tales.
Objetivos específicos:	a) Apresentar diversos aspectos históricos sobre Tales; b) Resolver o problema histórico proposto à Tales; c) Abordar o Teorema de Tales; d) Resolver exercícios que empreguem o Teorema de Tales.
PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	
Recursos:	Computador; projetor; pirâmide em papelão; papel; lápis; bastão; régua; vela ou lanterna.
Metodologia de Ensino:	Articular História da Matemática à Etnomatemática por meio da resolução de problemas históricos para o ensino do Teorema de Tales.
DESENVOLVIMENTO DA PROPOSTA	
1° MOMENTO	Duração: 20 minutos
Apresentação da proposta de ensino, destacando o assunto e a abordagem metodológica a ser realizada. A fim de conhecer os estudantes, propor duas perguntas: 1) Você gosta de Matemática? 2) Na sua opinião, conhecer partes da história da Matemática, relacionadas aos conteúdos que serão estudados, poderá te deixar mais entusiasmado para aprender?.	
2° MOMENTO	Duração: 10 minutos
Entregar aos estudantes algumas perguntas que deverão ser respondidas, no caderno: Quem foi Tales? Em que período da história da humanidade Tales viveu? Onde viveu? O que motivou o surgimento das ideias que se tornaram o Teorema de Tales? Em que se usa o Teorema de Tales atualmente?	
3° MOMENTO	Duração: 90 minutos
Apresentar aos estudantes, por meio de slides, uma pequena biografia de Tales, destacando questões culturais da época e do lugar em que viveu, a fim de criar condições que possibilitem aos estudantes compreender como se deu a geração das ideias que vieram a ser denominadas Teorema de Tales. Pretende-se que, com essa apresentação, se possibilite aos estudantes responder quem foi Tales, onde e em que período da história da humanidade viveu, o que motivou o surgimento das ideias que se tornaram o Teorema de Tales e em que se usa o Teorema de Tales atualmente.	
4° MOMENTO	Duração: 20 minutos
Debate acerca das respostas atribuídas às questões do 2º momento.	
5° MOMENTO	Duração: 20 minutos
Seguindo Lara (2013), propor que os estudantes reflitam acerca do mesmo problema proposto à Tales, de calcular a altura de uma pirâmide. De acordo com Eves (2004), dois modos distintos para calcular a altura da Pirâmide Quéops são atribuídos à Tales. O mais antigo teria sido mencionado por um discípulo de Aristóteles, chamado Hieronimos, em que Tales teria utilizado sua própria sombra como ferramenta para a medição; enquanto outro modo de matematizar foi mencionado por Plutarco, no período Greco-romano, de que Tales utilizou uma estaca (bastão) de madeira como instrumento para a medição. Diante disso, propor aos estudantes que o cálculo da altura da pirâmide se dê por duas formas distintas. Disponibilizar aos estudantes os seguintes materiais: pirâmide em papelão, lanterna (ou vela), régua, papel, lápis e um bastão. Como na imagem abaixo:	

6° MOMENTO	Duração: 120 minutos
A fim de calcular a atura da pirâmide com o primeiro modo de matematizar associado à Tales, em que o mesmo se utiliza da sua sombra no exato momento em que essa medida coincide com a medida da sua altura. Para tal, em um grande grupo, fomentar as discussões acerca das possíveis estratégias que poderiam ser empregadas a fim de solucionar o problema naquela época, entretanto, sem expor aos estudantes a estratégia desenvolvida por Tales. Neste momento é fundamental a participação do professor, auxiliando na elaboração, validação ou refutação das hipóteses e conduzindo as reflexões e indagações de modo intencional até os estudantes proporem a utilização das sobras, como fez Tales.	
7° MOMENTO	Duração: 30 minutos
Após solucionado o problema a partir do primeiro modo de matematizar, sintetizar o raciocínio empregado e registrá-lo no quadro. Neste momento, eventuais dúvidas em relação à estratégia desenvolvida podem ser sanadas.	
8° MOMENTO	Duração: 120 minutos
De modo semelhante ao realizado no 6º momento desta proposta, passa-se ao cálculo da atura da pirâmide a partir do segundo modo de matematizar associado à Tales, aqueles em que se utiliza da sombra de um bastão, contudo sem a necessidade dessa medida coincidir com o tamanho do bastão. Portanto, em um grande grupo, fomentar as discussões acerca das possíveis estratégias que poderiam ser empregadas a fim de solucionar o problema naquela época, novamente sem expor aos estudantes a estratégia desenvolvida por Tales. Neste momento é fundamental a participação do professor, auxiliando na elaboração, validação ou refutação das hipóteses e conduzindo as reflexões e indagações de modo intencional até os estudantes proporem a utilização das sobras, como fez Tales.	
9° MOMENTO	Duração: 30 minutos
Assim como no 7º momento desta proposta de ensino, após solucionado o problema a partir do segundo modo de matematizar, o professor sintetiza o raciocínio empregado e o registra no quadro. Neste momento, eventuais dúvidas em relação à estratégia desenvolvida podem ser sanadas.	
10° MOMENTO	Duração: 30 minutos
Após solucionado o problema a partir de dois modos de matematizar distintos, duas questões foram postas à reflexão: a) Qual a grande diferença entre os dois modos propostos por Tales? b) Qual dos dois modos propostos por Tales é mais eficaz?	
11° MOMENTO	Duração: 60 minutos
Apresentar a definição de Teorema de Tales, utilizando-se da linguagem da Matemática Escolar e propor a realização de exemplos.	
12° MOMENTO	Duração: 30 minutos
Para encerrar, os estudantes responderam de forma escrita, aos seguintes questionamentos: 1) Nas primeiras aulas sobre o Teorema de Tales foi solicitado que você respondesse as seguintes questões: Quem foi Tales?; Em que período da história da humanidade Tales viveu?; Onde viveu?;	

O que motivou o surgimento das ideias que se tornaram o Teorema de Tales?; Em que se usa o Teorema de Tales atualmente?. Como suporte para esta tarefa, foram apresentados, pela pesquisadora, alguns trechos da História da Matemática. Na sua opinião, a fala da pesquisadora abordou todos esses assuntos? 2) Quando você estudou outros conteúdos de Matemática, você já se questionou sobre a sua história? Em caso afirmativo, cite algumas dessas questões: 3) De acordo com a História da Matemática são atribuídos à Tales dois modos distintos de calcular a altura da pirâmide: utilizando sua própria sombra; ou uma estaca (bastão) de madeira. Qual a principal diferença entre as duas estratégias? 4) Na sequência do projeto a turma foi desafiada a resolver o mesmo problema enfrentado por Tales: calcular a altura de uma pirâmide. Qual a sua opinião sobre a realização desta tarefa: 5) Após calcular a altura da pirâmide por meio das estratégias atribuídas à Tales, foi apresentada definição de Teorema de Tales. Quais relações foram percebidas entre as estratégias de Tales para calcular a altura da pirâmide e a definição de Teorema de Tales? 6) Na sua opinião, quais as vantagens de conhecer alguns aspectos da História da Matemática para aprender o Teorema de Tales? 7) E quais as desvantagens de conhecer alguns aspectos da História da Matemática para aprender o Teorema de Tales? 8) Cite alguns aspectos da História da Matemática, relacionados ao Teorema de Tales, você julgou importante conhecer. Justifique por que você o julga importante: 9) Conhecer trechos da História relacionados ao Teorema de Tales modificou seu modo de enxergar a Matemática? Justifique sua resposta. 10) Na sua opinião, qual o melhor modo de aprender Matemática? 11) Na sua opinião, toda História da Matemática já foi contada? Justifique sua resposta. **SUGESTÕES | COMENTÁRIOS:**

TEMPO APROXIMADO DA PROPOSTA:	670 minutos

REFERÊNCIAS

BENTLEY, P. **O livro dos números: uma história ilustrada da matemática**. Trad. Maria Luiza X. de A. Borges. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Ed., 2009.

BOYER, C. **História da Matemática**. Blucher LTDA, 1996

EVES, H. **Introdução à História da Matemática**. Campinas: UNICAMP, 2004.

LARA, I. C. M. de. O ensino da matemática por meio da história da matemática: possíveis articulações com a Etnomatemática. **VIDYA**, Santa Maria, v. 33, n. 2, p. 51-62, jul/dez. 2013.

LINTZ, R. G. **História da Matemática**. Blumenau: Ed. Da FURB, 1999.

MIGUEL, A. et al. História da matemática em atividades didáticas.2 ed. rev. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

ROQUE, T. **História da Matemática, uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas**, Rio de Janeiro: Zahar, 2012

STRUIK, D. **História Concisa das Matemáticas**, Gradivas, 1992

Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul
Pró-Reitoria de Graduação
Av. Ipiranga, 6681 - Prédio 1 - 3º. andar
Porto Alegre - RS - Brasil
Fone: (51) 3320-3500 - Fax: (51) 3339-1564
E-mail: prograd@pucrs.br
Site: www.pucrs.br