

ESCOLA POLITÉCNICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA E TECNOLOGIA DE
MATERIAIS
DOUTORADO EM ENGENHARIA E TECNOLOGIA DE MATERIAIS

FELIPE NORNBORG SCHUCH

**ANÁLISE DO MERGULHO DE ESCOAMENTOS HIPERPICNAIS EM
CANAL INCLINADO POR MEIO DE SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE
GRANDES ESCALAS**

Porto Alegre
2020

PÓS-GRADUAÇÃO - STRICTO SENSU



Pontifícia Universidade Católica
do Rio Grande do Sul

ANÁLISE DO MERGULHO DE ESCOAMENTOS HIPERPICNAIS EM CANAL INCLINADO POR MEIO DE SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE GRANDES ESCALAS

FELIPE NORBERG SCHUCH
GRADUADO EM ENGENHARIA MECÂNICA
MESTRADO EM ENGENHARIA E TECNOLOGIA DE MATERIAIS

**TESE PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE DOUTOR EM ENGENHARIA E
TECNOLOGIA DE MATERIAIS**

**Porto Alegre
Março de 2020**

ANÁLISE DO MERGULHO DE ESCOAMENTOS HIPERPICNAIS EM CANAL INCLINADO POR MEIO DE SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE GRANDES ESCALAS

FELIPE NORNBORG SCHUCH

GRADUADO EM ENGENHARIA MECÂNICA

MESTRADO EM ENGENHARIA E TECNOLOGIA DE MATERIAIS

ORIENTADOR: PROF. DR. JORGE HUGO SILVESTRINI

Tese realizada no Programa de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia de Materiais (PGETEMA) da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Doutor em Engenharia e Tecnologia de Materiais.

Trabalho vinculado ao projeto “Modelagem Matemática e Simulação Numérica de Processos Sedimentares com Foco em Correntes de Densidade - SINAPSE”. Cooperação Instituição/Empresa com recursos da Petrobras S.A.

**Porto Alegre
Março de 2020**

Ficha Catalográfica

S384a Schuch, Felipe Nornberg

Análise do mergulho de escoamentos hiperpicnais em canal inclinado por meio de simulação numérica de grandes escalas / Felipe Nornberg Schuch. – 2020.

150 f.

Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia de Materiais, PUCRS.

Orientador: Prof. Dr. Jorge Hugo Silvestrini.

1. Mergulho do escoamento. 2. Corrente de turbidez. 3. Simulação de grandes escalas. 4. Critério de mergulho. I. Silvestrini, Jorge Hugo. II. Título.

Elaborada pelo Sistema de Geração Automática de Ficha Catalográfica da PUCRS
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

Bibliotecária responsável: Clarissa Jesinska Selbach CRB-10/2051



ANÁLISE DO MERGULHO DE ESCOAMENTOS HIPERPICNAIS EM CANAL INCLINADO POR MEIO DE SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE GRANDES ESCALAS

CANDIDATO: FELIPE NORNBERG SCHUCH

Esta Tese de Doutorado foi julgada para obtenção do título de DOUTOR EM ENGENHARIA E TECNOLOGIA DE MATERIAIS e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia de Materiais da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul.

DR. JORGE HUGO SILVESTRINI - ORIENTADOR

BANCA EXAMINADORA

DR. ECKART MEIBURG - MECHANICAL ENGINEERING - UCSB

DR. RAFAEL MANICA - INSTITUTO DE PESQUISAS HIDRÁULICAS - UFRGS

DR. RUBEM MÁRIO FIGUEIRÓ VARGAS - DO PGETEMA - PUCRS

*Para Gabri, Anna, Dudu, Lulu, Paola, Gu e aos que estão por vir,
a nova geração ilumina os nossos dias.*

Agradecimentos

Comparando o desenvolvimento acadêmico com o escalar de uma escada, deixo aqui meus sinceros agradecimentos a todos os bons professores que encontrei pela minha jornada, pois o caminho para atingir os patamares mais elevados depende da superação de todos os degraus anteriores a eles.

Ainda na mesma comparação, devo dizer que a base dessa escada foi muito bem arquitetada pelos meus pais, Luiz e Noeli, e às suas memórias eu devo todos os agradecimentos.

Por estarem sempre ao meu lado, e principalmente por colaborarem no amortecimento de todas as perturbações, deixo meus agradecimentos às minhas irmãs e namorada. Vocês conseguiram tornar meu caminho menos turbulento.

Esta Tese se desenvolveu no Laboratório de Simulação de Escoamentos Turbulentos (LaSET), na Escola Politécnica da PUCRS, nos projetos de pesquisa DNS-DAM¹ e SINAPSE², em uma cooperação Instituição/Empresa com recursos da Petrobras S.A. Sou grato a toda a equipe do LaSET, que contribuiu de maneira significativa em todas as etapas do desenvolvimento deste trabalho, em especial ao nosso coordenador, Prof. Jorge H. Silvestrini. Completo agora oito anos como membro do laboratório, passando por iniciação científica, mestrado e doutorado, em um período de intenso aprendizado e desenvolvimento pessoal.

O presente trabalho foi realizado com o apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Códigos de Financiamento 88887.154060/2017-00 e 88881.187490/2018-01, sendo o segundo pelo Programa de Doutorado Sanduíche no Exterior (PDSE).

I would like to thanks Prof. Eckart Meiburg and all people from the CFD Lab at UC Santa Barbara. I will never forget the fantastic time I had over there.

Visiting the Faculty of Engineering at Imperial College London, for the releasing of a new version and repository for the code Incompact3d at its 2nd User Meeting, was a great experience for me. I would like to thanks Dr. Sylvain Laizet for making it possible.

Todos os recursos computacionais foram providos pelo Laboratório de Alto Desempenho (LAD), da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul (PUCRS).

¹ Simulação numérica de geração e evolução de correntes hiperpichnais por DNS (DNS-DAM). Termo de Cooperação N° 0050.0092355.14.9., de Setembro de 2014 a Março de 2019.

² Modelagem matemática e simulação numérica de processos sedimentares com foco em correntes de densidade (SINAPSE). Termo de Cooperação N° 5900.0110995.19.9., de Julho de 2019 até o momento.

The Riddle of Strider³

*“All that is gold does not glitter,
Not all those who wander are lost;
The old that is strong does not wither,
Deep roots are not reached by the frost.*

*From the ashes a fire shall be woken,
A light from the shadows shall spring;
Renewed shall be blade that was broken,
The crownless again shall be king.”*

(J.R.R. Tolkien, *The Fellowship of the Ring*, 1954)

³ **O sem coroa:** Nem tudo que é ouro fulgura, Nem todo o vagante é vadio; O velho que é forte perdura, Raiz funda não sofre frio. Das cinzas um fogo há de vir, Das sombras a luz vai jorrar; A espada há de, nova, luzir, O sem-coroa há de reinar. (Tradução por Lenita Maria Rimoli Esteves e Almiro Pisetta, *A Sociedade do Anel*, 2003).

Resumo

SCHUCH, Felipe Nornberg. **ANÁLISE DO MERGULHO DE ESCOAMENTOS HIPERPICNAIS EM CANAL INCLINADO POR MEIO DE SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE GRANDES ESCALAS**. Porto Alegre. 2020. Tese de Doutorado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia de Materiais, PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO RIO GRANDE DO SUL.

Escoamentos hiperpicnais são observados quando a massa específica de um fluido que adentra em uma bacia em repouso é maior que aquela do fluido ambiente. Essa diferença pode ser devido à temperatura, salinidade, turbidez ou concentração. Em uma configuração de fundo inclinado, a quantidade de movimento do escoamento diminui progressivamente, até que ele mergulhe sob o fluido ambiente e escoe junto ao leito. Destaca-se a relevância do estudo quanto à saúde de ecossistemas nas regiões de foz de rios, no gerenciamento e operação de reservatórios e no campo da geologia, uma vez que antigos depósitos de areia podem preservar registros sobre ambientes climáticos e tectônicos, além de formarem importantes reservatórios de hidrocarbonetos. No presente trabalho, simulações numéricas 3D são realizadas para um escoamento hiperpicnal que evolui no leito de um canal inclinado. Usando técnicas numéricas projetadas para supercomputadores, as equações incompressíveis de Navier-Stokes e transporte são resolvidas para reproduzir os experimentos de [Lamb et al. \(2010\)](#). Este estudo apresenta e verifica uma nova estrutura numérica, desenvolvida para a correta reprodução e análise do fenômeno de mergulho e suas características associadas. Uma boa concordância é encontrada entre os dados experimentais de [Lamb et al. \(2010\)](#), o modelo analítico de [Parker e Toniolo \(2007\)](#) e as simulações apresentadas. Uma nova equação é proposta para a previsão da profundidade para mergulho, incluindo o papel da velocidade de sedimentação e da declividade do leito do canal. A alta resolução espaço-temporal das simulações permite verificar as hipóteses estabelecidas, e uma boa concordância é encontrada não apenas para a posição de mergulho estacionária observada, mas também para a evolução temporal até atingir tal posição. Por fim, investiga-se o impacto observado quando o fluido ambiente no canal é alternado de água doce para salgada, onde percebe-se que tal mudança não é relevante quando a velocidade de sedimentação é nula, contanto que a diferença de densidade dos fluidos seja mantida constante. Por outro lado, uma nova dinâmica é observada na zona de mergulho e a jusante dela na presença de sedimentação, evidenciada pela convecção ascendente e mistura intensificada entre ambos os fluidos.

Palavras-chave: Mergulho do escoamento; corrente de turbidez; simulação de grandes escalas; Critério de mergulho.

Abstract

SCHUCH, Felipe Nornberg. **ANALYSIS OF THE PLUNGING OF HYPERPYCNAL FLOWS ON TILTED BED BY LARGE-EDDY SIMULATIONS**. Porto Alegre. 2020. PhD Thesis. Graduation Program in Materials Engineering and Technology, PONTIFICAL CATHOLIC UNIVERSITY OF RIO GRANDE DO SUL.

Hyperpycnal flows are observed when the density of a fluid entering in a quiescent basin is greater than that in the ambient fluid. This difference can be due to temperature, salinity, turbidity, concentration, or a combination of them. When the inflow momentum decreases, it eventually plunges under the ambient fluid and flows along the bed as an underflow density current. This study is relevant in terms of the health of ecosystems in the regions of river deltas, in the management and operation of reservoirs and in the field of geology, since old sand deposits can preserve records of climatic and tectonic environments, in addition to become important hydrocarbon reservoirs. In the present work, 3D numerical simulations are performed for the hyperpycnal flow evolving over the bed of a tilted channel. Using numerical techniques designed for supercomputers, the incompressible Navier-Stokes and transport equations are solved to numerically reproduce the experiments of [Lamb et al. \(2010\)](#). This study focuses on the presentation and validation of a new numerical framework for the correct reproduction and analysis of the plunging phenomenon and its associated features. A good agreement is found between the experimental data of [Lamb et al. \(2010\)](#), the analytical model of [Parker e Toniolo \(2007\)](#) and the presented simulations. A new equation is proposed in order to predict the critical depth for plunging, including the role of the settling velocity and the bed slope. The high spatiotemporal resolution of the numerical simulations allows to verify the initial hypotheses established and a good agreement is found not only for the observed stationary plunging position, but also for the temporal evolution until reaching such a position. A negative value for the mixing coefficient was observed for the first time for the hyperpycnal flow in a tilted channel. This indicates that if the settling velocity of the suspended material is high enough, the submerged flow may lose fluid to the environment (dentrainment), instead of incorporating. Finally, a new scenario takes into consideration the interstitial inflowing density slightly different from the ambient, that is changed from fresh to salt water. Results show that the ambient stratification is not relevant when there is no settling velocity, as long as the density difference stays constant. On the other hand, a new dynamic is observed at the plunging zone and downstream of it when in the presence of sedimentation, evidenced by the upwards convection and intensified mixing between both fluids.

Keywords: Plunging flow; turbidity current; Large-eddy simulation; Plunging criteria.

Lista de ilustrações

Figura 1.1 – Representação esquemática de uma corrente de densidade na configuração canal fechado. Após a retirada da placa separadora, o fluido mais denso $\tilde{\rho}_c$ move-se junto ao fundo e para o lado direito, enquanto o fluido menos denso $\tilde{\rho}_a$ desloca-se junto ao topo e para o lado esquerdo.	24
Figura 1.2 – Representação esquemática de correntes de turbidez em ambiente marinho. Fonte: Farenzena (2020).	25
Figura 1.3 – Transporte de sedimentos em ambiente marinho.	26
Figura 3.1 – Estruturas presentes na região frontal de uma corrente de gravidade. Fonte: Adaptado de Simpson (1999).	33
Figura 3.2 – Representação esquemática do processo de mergulho do escoamento em um canal inclinado em conjunto com a variação do coeficiente de mistura γ (Equação 3.2) em função da coordenada longitudinal x_1 .	35
Figura 3.3 – Representação esquemática dos volumes de controle, CVI e CVII, apresentados por Akiyama e Stefan (1984). Fonte: Adaptado de Parker e Toniolo (2007).	39
Figura 3.4 – Previsões para a razão de aspecto φ , número de Froude densimétrico no ponto de mergulho Fr_p e a jusante Fr_d como função do coeficiente de mistura γ . Fonte: Modificado de Parker e Toniolo (2007).	39
Figura 3.5 – Classificação quanto ao tipo de escoamento observado. Fonte: Adaptado de Arita e Nakai (2008).	43
Figura 3.6 – Configuração experimental empregada nos estudos de Lamb et al. (2010). Fonte: Modificado de Lamb et al. (2010).	45
Figura 3.7 – Campo instantâneo de concentração de partículas, para $t = 270$. A concentração no caso 3D é apresentada como uma média na direção transversal. Fonte: Schuch (2016).	48
Figura 3.8 – Esquema das forças atuantes sobre uma partícula esférica, sendo elas: Força peso \tilde{F}_p , força de empuxo \tilde{F}_b e força de arrasto \tilde{F}_d .	49
Figura 3.9 – Representação esquemática dos métodos para simulação numérica: (a) mostra o espectro da turbulência, com destaque para a fração resolvida por cada metodologia, para comparação, enquanto (b) mostra o resultado esperado.	54
Figura 4.1 – Representação esquemática do domínio de cálculo das simulações numéricas, fora de escala.	58

Figura 4.2 – Representação esquemática do domínio de cálculo das simulações numéricas (fora de escala). Ele é dividido em quatro seções: Em cinza, o leito com declividade S é inserido pelo método de fronteiras imersas (IBM); TS representa a seção de testes, onde o escoamento é analisado; SZ_a representa a zona esponja a montante de TS, responsável por adicionar turbulência na entrada do canal; SZ_b representa a zona esponja a jusante de TS, empregada para eliminar a turbulência próxima a fronteira de saída. Também são apresentados os coeficientes de absorção para velocidade σ_{abu} e escalar σ_{abc}	60
Figura 4.3 – Representação do perfil vertical de concentração (4.15) em função da coordenada vertical x_2 e da velocidade de sedimentação u_s (para $Re = 2.500$ e $Sc = 1$), adicionalmente ao perfil vertical de velocidade $u_1(x_2)$ inicial, dado pela Equação 4.16.	63
Figura 4.4 – Comparação da dissipação numérica artificial entre os esquemas de derivada segunda. Linhas sólida para o <i>núcleo DNS</i> (4.22) e linhas tracejada representa o <i>núcleo ILES</i> (4.23). Fonte: Cortesia de Frantz (2018).	68
Figura 4.5 – Representação esquemática de funções simétrica e antissimétrica aos contornos, em adição às respectivas derivada primeira e segunda. Ambas exemplificam também condições de contorno periódicas. Os círculos representam os pontos no interior do domínio computacional, para $1 \leq i \leq n$, enquanto x marca os pontos fantasmas.	69
Figura 4.6 – Representação esquemática da reconstrução baseada no uso de polinômios de Lagrange para (a) o campo de velocidades e (b) a concentração escalar. As cores azul e laranja indicam as regiões de fluido e de sólido, respectivamente, enquanto os pontos sólidos indicam a informação utilizada para a interpolação.	74
Figura 4.7 – Decomposição bidimensional do domínio para um arranjo de $P_{row} \times P_{col} = 4 \times 3$ processadores. Fonte: Laizet e Li (2011).	77
Figura 5.1 – Visualização lateral do campo de concentração total para o Caso 4. Apenas para a seção de teste ($0 \leq x_1 \leq 250$), para os tempos adimensionais 500, 1.000, 3.000 e 5.000 de cima para baixo, respectivamente.	80
Figura 5.2 – Visualização instantânea do campo de concentração (mesmo esquema de cores da Figura 5.1), combinada com iso-superfícies de critério-Q (1%) para os casos 4 a 7 respectivamente de cima para baixo, em $t = 5.000$	81

Figura 5.3 – Posição do ponto de mergulho x_p e profundidade do canal h_p em função do tempo. As marcações “×” indicam a posição experimental para o mergulho, e são usadas como referência de tempo nas Figuras 5.4 e 5.5.	82
Figura 5.4 – Visualização instantânea dos valores médios na direção transversal x_3 do fenômeno de mergulho, cada caso no tempo assinalado na Figura 5.3. As setas indicam a direção e magnitude da velocidade, a paleta de cores representa o campo de concentração total. As linhas brancas e pretas representam os perfis de elevação experimentais de Lamb et al. (2010) e numéricos, respectivamente.	83
Figura 5.5 – Perfil de elevação e velocidade média em profundidade U em função de x_1 . As linhas tracejadas em preto correspondem a $U = Q_0/h$. As linhas tracejadas coloridas correspondem aos dados experimentais de Lamb et al. (2010).	84
Figura 5.6 – Posição de mergulho x_p e a profundidade do canal h_p em função do número de Froude densimétrico inicial Fr_0	85
Figura 5.7 – Vazão volumétrica por unidade de largura do fluxo submerso Q_d em função da distância a jusante do ponto de mergulho. Os pontos representam os dados experimentais de Lamb et al. (2010) e o coeficiente de mistura $\gamma = 0,2$ é apresentado para referência.	86
Figura 5.8 – Razão de aspecto entre a profundidade do escoamento a jusante do ponto de mergulho H_d por h_p em função de x_1 . Os pontos representam os dados experimentais de Lamb et al. (2010), enquanto a razão $H_d = 0,7h_p$ é prevista por Parker e Toniolo (2007) para $\gamma = 0,2$	87
Figura 5.9 – Número de Froude densimétrico da corrente de turbidez em função de x_1 , calculado de acordo com a Equação 5.4. Os pontos representam os dados experimentais de Lamb et al. (2010). Os números de Froude densimétrico na posição de mergulho Fr_p e a jusante Fr_d são previstos por Parker e Toniolo (2007) para $\gamma = 0,2$	88
Figura 5.10 – Profundidade esperada para mergulho H_p , calculada de acordo com (5.8). As linhas sólidas representam diferentes valores para $\xi = r_0 u_s / S$, enquanto a linha tracejada indica os limites de acordo com (5.9). Os pontos indicam as simulações propostas, discutidas na Tabela 5.3. . .	92
Figura 5.11 – Representação do domínio de cálculo, com exagero na direção vertical. A linha tracejada em cinza mostra a transição para o fundo plano (onde $x_1 = 297,5h_0$). O eixo vertical direito mostra a altura total para cada caso. . .	94

Figura 5.12–Visualização do campo de concentração c com média na direção transversal x_3 para os tempos adimensionais 400 (a), 1.000 (b) e 4.000 (c). Mesmo esquema de cores da Figura 5.13. Os doze casos são organizados verticalmente de acordo com a declividade do leito S e horizontalmente de acordo com a velocidade de sedimentação u_s	96
Figura 5.13–Visualização dos campos de concentração c com média na direção transversal x_3 do caso 5.0-30 para os tempos 125, 250, 500, 1.000 e 2.000 de (a) até (e). A seguir, grandezas do escoamento em média de profundidade: (f) Velocidade U , (g) concentração C e (h) número de Froude densimétrico Fr . As linhas tracejadas em preto correspondem à Equação 5.11.	98
Figura 5.14–Visualização do campo de concentração c com média na direção transversal x_3 , com $t = 400$, para os casos com velocidade de sedimentação nula e diferentes declividades de (a) até (d). As linhas coloridas representam a altura do escoamento H para cada caso. A seguir, grandezas do escoamento em média de profundidade: (e) Velocidade U , (f) concentração C e (g) número de Froude densimétrico Fr	100
Figura 5.15–Visualização do campo de concentração c com média na direção transversal x_3 com $t = 1000$ para os casos com $S = 5\%$ e diferentes velocidade de sedimentação u_s de (a) até (c). As linhas verdes representam a altura do escoamento H para cada caso. A seguir, as grandezas do escoamento em média de profundidade: (d) Velocidade U , (e) concentração C e (f) número de Froude densimétrico Fr . Por fim, a velocidade de cisalhamento no fundo do canal u_τ (g), calculada segundo a Equação 5.12.	102
Figura 5.16–Evolução temporal de: (a) Posição da frente x_f , (b) velocidade da frente u_f , (c) distância para mergulho x_p , (d) profundidade de mergulho h_p e (e) número de Froude densimétrico no ponto de mergulho Fr_p ($Fr_p = 0,45$ é exibido para referência).	104
Figura 5.17–Variação longitudinal x_1 das grandezas com média no tempo em regime estacionário e em profundidade, sendo elas: (a) Velocidade U , (b) altura H e (c) concentração C . É exibido para comparação o decaimento exponencial da concentração segundo a velocidade de sedimentação, de acordo com a Equação 5.11b.	106
Figura 5.18–Variação longitudinal x_1 das grandezas com média no tempo em regime estacionário e em profundidade, sendo elas: (a) Fluxo de massa $M = CHU$, (b) número de Froude densimétrico Fr e (c) coeficiente de mistura γ	108

Figura 5.19–Campo de concentração c com média no tempo em regime estacionário para os três casos com $S = 10\%$, e velocidades de queda de 0, 0,0015 e 0,003 de (a) até (c), respectivamente. As setas azuis representam as linhas de corrente, enquanto as linhas em vermelho indicam a isolinha onde $u_1 \times c = 0,5\%$	110
Figura 5.20–Relação entre valores para a profundidade no ponto de mergulho h_p : (a) Confrontando o valor mensurado nos dados numéricos e experimentais disponíveis e o valor estimado pela Equação 5.8, considerando $Fr_p = 0,45$ e $r_0 = 1$; (b) Mesma relação, mas agora em termos do erro relativo (Equação 5.15). A linha tracejada indica erro nulo, enquanto as áreas coloridas indicam o erro e desvio padrão para o conjunto completo de dados (em cinza) e para apenas as simulações desse trabalho (em azul).	111
Figura 5.21–Valores mensurados para número de Froude densimétrico no ponto de mergulho Fr_p e o fator de forma do perfil de concentração r_0 , em relação aos diferentes parâmetros empregados: Declividade do leito S , velocidade de sedimentação u_s e número de Froude densimétrico inicial Fr_0	113
Figura 5.22–Evolução temporal da profundidade para mergulho h_p , normalizada pela profundidade de mergulho estacionária h_{ps} e a correspondente escala de tempo t_c . A linha preta corresponde a Equação 5.16, modificada a partir do trabalho de Lee e Yu (1997).	114
Figura 5.23–Escala de tempo característica t_c para a obtenção de uma profundidade para mergulho estacionária h_{ps} em função da própria, em termos da escala adimensional (a) e dimensional (b). Um ajuste linear é fornecido para ambos os casos.	115
Figura 5.24–Visualização instantânea com média na direção transversal x_3 para o tempo adimensional $t = 900$. São exibidas a concentração escalar da corrente c (esquerda) e ambiente a (direita). Os casos estão ordenados verticalmente segundo a notação à direita. Em cinza está representado o leito inclinado e a linha branca representa a isolinha onde $u_1 \times c = 2,5\%$, definida como a separação entre corrente e ambiente nesta seção.	120
Figura 5.25–Evolução temporal para: (a) Número de Froude densimétrico no ponto de mergulho Fr_p (Equação 5.19); (b) Posição do ponto de mergulho x_p ; (c) Posição x_f e (d) velocidade u_f da frente do escoamento; (e) Massa suspensa da corrente m_{pc} , (f) do ambiente m_{pa} e (g) total m_{pt} (Equação 5.20); (h) Taxa de deposição total \dot{D}_t (Equação 5.21).	122

Figura 5.26–Campo de concentração da corrente c (esquerda) e ambiente a (direita) para os casos c-w, m-w, m-s, p-w e p-s de cima para baixo, respectivamente. Em preto são representadas as linhas de corrente, a linha branca indica o perfil de elevação que separa o escoamento submerso do ambiente (isolinha onde $u_1 \times c = 2,5\%$) e a área cinza indica o leito inclinado. Concentração e velocidade avaliados em uma média no tempo ($4000 \leq t \leq 6000$) e na direção transversal x_3	125
Figura 5.27–Variação longitudinal x_1 das grandezas com média no tempo em regime estacionário, sendo elas: (a) Altura do escoamento submerso H ; (b) Velocidade do escoamento submerso U ; (c) Coeficiente de mistura γ ; (d) Número de Froude densimétrico Fr (5.19); Concentração da corrente C (e) e do ambiente A (f) no escoamento submerso; (g) Fluxo de massa M ; Por fim, (h) a velocidade de cisalhamento no fundo do canal u_τ (5.12).	126
Figura A.1 – Fluxograma de execução da nova estrutura de execução do código: Incompact3d à esquerda e do pós-processamento à direita, ao centro está o bloco de processamento auxiliar, que é comum aos dois primeiros.	144
Figura B.1 – Visualização do depósito para a posição $x_1 = 128,28$ e $x_3 = 2,0$	146
Figura B.2 – Perfis verticais de depósito em diferentes posições no fundo do canal.	147

Lista de tabelas

Tabela 3.1 – Valores mínimos, médios e máximos para temperatura, salinidade e massa específica da água do oceano para diferentes climas, bem como a concentração crítica de sedimentos e a correspondente concentração volumétrica para superar a diferença de densidade entre água doce e salgada, assumindo partículas de densidade 2.650 kg/m^3	36
Tabela 3.2 – Número de Froude densimétrico reportado na literatura para a posição de mergulho Fr_p e a jusante Fr_d	37
Tabela 3.3 – Comprimento e número de pontos empregados para a discretização do domínio computacional na direção longitudinal em diversas referências, além da relação pontos por metro, para fins comparativos.	54
Tabela 5.1 – Parâmetros experimentais para vazão por unidade de largura \tilde{Q}_0 e concentração volumétrica de partículas \tilde{C}_0 , adicionalmente com os respectivos números adimensionais empregados nas simulações numéricas: Reynolds Re , Froude densimétrico inicial Fr_0 e velocidade de queda de Stokes $u_{s,\ell}$ para cada fração granulométrica.	79
Tabela 5.2 – Descrição de cada fração granulométrica utilizada, com diâmetro da partícula $\tilde{d}_{s,\ell}$, velocidade de sedimentação $\tilde{u}_{s,\ell}$ e a sua distribuição $C_{0,\ell}$	79
Tabela 5.3 – Resumo das diferentes condições das simulações: declividade do leito S , velocidade de sedimentação u_s e número de Froude densimétrico inicial Fr_0 . Além dos principais resultados mesurados: distância para o mergulho x_p , profundidade do escoamento, concentração, número de Froude densimétrico na posição de mergulho (H_p , C_p e Fr_p , respectivamente) e a jusante, onde $x_1 = 250h_0$ (H_d , C_d e Fr_d , respectivamente), além do coeficiente de mistura γ_d	93
Tabela 5.4 – Alturas do domínio L_2 , do patamar plano L_{2b} e número total de pontos na direção vertical n_2 , empregados em função da declividade do leito S	94
Tabela 5.5 – Parâmetros das simulações numéricas: Vazão volumétrica por unidade de largura \tilde{Q}_0 , concentração de partículas \tilde{C}_0 , massa específica da corrente $\tilde{\rho}_0$ e do ambiente $\tilde{\rho}_a$, bem como números adimensionais de Reynolds Re e Richardson para a entrada Ri_0 e ambiente Ri_a	118
Tabela B.1 – Descrição de cada fração granulométrica utilizada, com diâmetro da partícula $\tilde{d}_{s,\ell}$, velocidade de sedimentação $u_{s,\ell}$ e a sua distribuição $C_{0,\ell}$	145

Lista de abreviaturas e siglas

1D	Unidimensional
2D	Bidimensional
3D	Tridimensional
CFD	Fluidodinâmica Computacional
CVI	Volume de Controle 1
CVII	Volume de Controle 2
DNS	Simulação Numérica Direta
FFT	Transformada Rápida de Fourier
IBM	Método de Fronteiras Imersas
ILES	Simulação implícita de Grandes Escalas
LES	Simulação de Grandes Escalas
RANS	Equações de Navier-Stokes em média de Reynolds
SVV	Viscosidade Turbulenta Espectral
SZ _a	Zona Esponja A
SZ _b	Zona Esponja B
TS	Seção de Testes

Lista de símbolos

\tilde{a}	Concentração volumétrica da fração ambiente $[L]^3[L]^{-3}$
\tilde{c}	Concentração volumétrica de partículas $[L]^3[L]^{-3}$
\tilde{c}_t	Concentração volumétrica total de partículas $[L]^3[L]^{-3}$
\tilde{C}_c	Concentração volumétrica crítica para mergulho $[L]^3[L]^{-3}$
\tilde{C}_0	Concentração volumétrica de sedimentos na entrada do canal $[L]^3[L]^{-3}$
\tilde{d}_s	Tamanho de grão [L]
\tilde{D}_{16}	Tamanho de grão do qual 16% da amostra é mais fina [L]
\tilde{D}_{50}	Tamanho de grão do qual 50% da amostra é mais fina [L]
\tilde{D}_{84}	Tamanho de grão do qual 84% da amostra é mais fina [L]
\dot{D}	Taxa de deposição
\dot{D}_t	Taxa de deposição total
e_i^g	Vetor unitário apontando no sentido da gravidade
\tilde{F}_p	Força peso $[M][L][T]^{-2}$
\tilde{F}_b	Força de empuxo $[M][L][T]^{-2}$
\tilde{F}_d	Força de arrasto $[M][L][T]^{-2}$
Fr	Número de Froude densimétrico
Fr_0	Número de Froude densimétrico na entrada do canal
Fr_d	Número de Froude densimétrico a jusante do ponto de mergulho
Fr_p	Número de Froude densimétrico no ponto de mergulho
\tilde{g}	Aceleração da gravidade $[L][T]^{-2}$
\tilde{g}'	Aceleração da gravidade reduzida $[L][T]^{-2}$
\tilde{h}	Profundidade do canal [L]
\tilde{h}_0	Profundidade inicial do canal [L]
\tilde{h}_p	Profundidade do canal no ponto de mergulho [L]

\tilde{h}_{ps}	Profundidade do canal no ponto de mergulho estacionário [L]
\tilde{H}	Altura do escoamento submerso [L]
\tilde{H}_a	Altura da coluna de fluido ambiente [L]
\tilde{H}_d	Altura do escoamento a jusante do ponto de mergulho [L]
\tilde{H}_p	Altura do escoamento no ponto de mergulho [L]
\tilde{H}_{ps}	Altura do escoamento no ponto de mergulho estacionário [L]
\tilde{k}	Coefficiente de difusividade mássica [L] ² [T] ⁻¹
L_i	Dimensão da seção de testes na direção x_i
L_{1a}	Comprimento da zona esponja A
L_{1b}	Comprimento da zona esponja B
L_{2b}	Altura to patamar plano da fronteira imersa
m_{pa}	Quantidade de concentração ambiente em suspensão
m_{pc}	Quantidade de concentração da corrente em suspensão
m_{pt}	Quantidade total de concentração em suspensão
M	Fluxo mássico por unidade de largura
n_i	Número de pontos da malha na direção x_i
N	Número total de frações granulométricas
\tilde{p}	Campo de pressão [M][L] ⁻¹ [T] ⁻²
\tilde{Q}	Vazão volumétrica por unidade de largura [L] ² [T] ⁻¹
\tilde{Q}_0	Vazão volumétrica inicial por unidade de largura [L] ² [T] ⁻¹
\tilde{Q}_a	Vazão volumétrica ambiente por unidade de largura [L] ² [T] ⁻¹
\tilde{Q}_d	Vazão volumétrica a jusante do ponto de mergulho [L] ² [T] ⁻¹
\tilde{Q}_p	Vazão volumétrica no ponto de mergulho [L] ² [T] ⁻¹
r_0	Fator de forma do perfil de vertical de concentração
R	Densidade do sedimento submerso
R^2	Coefficiente de determinação

Re	Número de Reynolds
Ri	Número de Richardson
Ri_0	Número de Richardson inicial
Ri_a	Número de Richardson do fluido ambiente
Ri_a^*	Número de Richardson efetivo do fluido ambiente
S	Declividade do leito do canal
Sc	Número de Schmidt
\tilde{t}	Tempo [T]
\tilde{t}_c	Escala de tempo característica para atingir profundidade estável para mergulho [T]
\tilde{u}_i	Vetor campo de velocidade [L][T] ⁻¹
\tilde{u}_s	Velocidade de sedimentação da partícula [L][T] ⁻¹
u_τ	Velocidade de cisalhamento adimensional no fundo do canal
\tilde{U}	Velocidade média em profundidade do escoamento submerso [L][T] ⁻¹
\tilde{U}_0	Velocidade inicial média em profundidade [L][T] ⁻¹
\tilde{V}_{ts}	Volume total da seção de testes [L] ³
x_i	Sistema de coordenadas
x_{2i}	Posição da interface entre escoamento submerso e fluido ambiente
x_{2r}	Posição da interface sólido/fluido junto ao leito do canal
\tilde{x}_d	Localização do ponto a jusante da zona de mergulho na direção x_1 [L]
\tilde{x}_f	Localização da frente do escoamento submerso em x_1 [L]
\tilde{x}_p	Localização do ponto de mergulho na direção x_1 [L]
β	Ângulo formado entre o leito inclinado e a linha horizontal
ϵ	Variável auxiliar para implementação da IBM, sendo um dentro do objeto e zero no restante do domínio
γ	Coefficiente adimensional de mistura
δ	Função Delta de Dirac

Δt	Passo de tempo adimensional
$\Delta \tilde{\rho}_0$	Excesso de massa específica inicial $[M][L]^{-3}$
$\Delta \tilde{\rho}_d$	Excesso de massa específica a jusante do mergulho $[M][L]^{-3}$
$\Delta \tilde{\rho}_p$	Excesso de massa específica no ponto de mergulho $[M][L]^{-3}$
$\tilde{\mu}$	Viscosidade dinâmica $[M][T]^{-1}[L]^{-1}$
$\tilde{\nu}$	Viscosidade cinemática $[L]^2[T]^{-1}$
$\tilde{\rho}$	Massa específica $[M][L]^{-3}$
$\tilde{\rho}_a$	Massa específica do fluido ambiente $[M][L]^{-3}$
$\tilde{\rho}_c$	Massa específica da corrente de turbidez $[M][L]^{-3}$
$\tilde{\rho}_s$	Massa específica da partícula $[M][L]^{-3}$
$\tilde{\rho}_w$	Massa específica da água límpida $[M][L]^{-3}$
φ	Razão de profundidade do escoamento submerso

Sumário

1	Introdução	23
1.1	Organização da Tese	27
2	Objetivos	30
2.1	Objetivos Específicos	30
3	Revisão Bibliográfica	32
3.1	Correntes de turbidez: Classificações e Definições	32
3.2	Mergulho do Escoamento Hiperpicnal	33
3.2.1	Observações em Campo	37
3.2.2	Abordagem Teórica	38
3.2.3	Experimentos em Laboratório	40
3.2.4	Simulações Numéricas	44
3.3	Equações Governantes	49
3.3.1	Lei de Stokes	49
3.3.2	Conservação da massa, Navier-Stokes e transporte de escalares	50
3.4	Fluidodinâmica computacional	52
3.4.1	Simulação Numérica Direta (DNS)	53
3.4.2	Simulação de Grandes Escalas (LES)	55
3.4.3	Equações de Navier-Stokes em média de Reynolds (RANS)	56
4	Metodologia	57
4.1	Domínio de Cálculo - I	57
4.1.1	Condições de contorno e iniciais	58
4.1.2	Zona esponja	59
4.2	Domínio de Cálculo - II	60
4.2.1	Zona esponja A	61
4.2.2	Zona esponja B	61
4.2.3	Condições de contorno e iniciais	62
4.3	Métodos Numéricos	63
4.3.1	Discretização espacial	64
4.3.1.1	Derivada primeira	64
4.3.1.2	Derivada segunda	65
4.3.1.3	Simulação Implícita de Grandes Escalas (ILES)	66
4.3.1.4	Condições de contorno	68
4.3.2	Avanço no tempo	70
4.3.3	Método de fronteiras imersas (IBM)	72
4.3.3.1	Tratamento do escalar	74
4.4	Computação paralela	75

5	Resultados e Discussões	78
5.1	Verificação do Código	78
5.1.1	Comparação com dados experimentais	80
5.1.2	Comparação com modelos teóricos	85
5.1.3	Discussões	87
5.2	Critério de Mergulho	88
5.2.1	Regime Transiente	95
5.2.2	Regime Estacionário	105
5.2.3	Verificação do modelo proposto	109
5.2.4	Migração do Ponto de Mergulho	112
5.2.5	Discussões	114
5.3	Mergulho do Escoamento em Ambiente Salino	116
5.3.1	Regime Transiente	119
5.3.2	Regime Estacionário	124
5.3.3	Discussões	128
6	Conclusão	129
7	Proposta para Trabalhos Futuros	132
	Referências	133

	Apêndices	141
	APÊNDICE A Uma nova estrutura para o código Incompact3d	142
	APÊNDICE B Visualização de camadas de deposição	145

1 Introdução

Os avanços tecnológicos vivenciados nas últimas décadas, principalmente no que se refere ao desempenho computacional, impulsionaram a resolução de problemas cada vez mais complexos em diversas áreas do conhecimento. Utilizando simulações numéricas, o estudo das correntes de densidade, ou correntes de gravidade, também são beneficiados. As forças de empuxo geradas entre fluidos com diferentes massas específicas são predominantes nesse tipo de escoamento, justificando assim sua nomenclatura. Tais eventos podem ser percebidos em uma série de exemplos naturais, como o avanço de frentes frias, formação de tempestades, brisa do mar, correntes oceânicas, regiões estuarinas, avalanches de neve ou a gigantesca nuvem em forma de cogumelo lançada na atmosfera por um vulcão em atividade, e situações industriais, como o escoamento de vidro fundido sobre um molde, vazamento de gás ou derramamento de óleo no mar (SIMPSON, 1999; HUPPERT, 2006). O estudo desses fenômenos dá-se por meio de diferentes configurações experimentais.

A configuração em canal fechado, também conhecida por *lock-exchange*, representa as correntes de densidade em sua forma fundamental, onde diversos estudos foram realizados. Nela, dois fluidos de diferentes massas específicas ($\tilde{\rho}_c > \tilde{\rho}_a$, onde o til indica grandezas dimensionais) inseridos em um tanque fechado são inicialmente bloqueados por uma placa de separação, conforme esquematizado na Figura 1.1. Quando colocados em contato, por meio da retirada da placa de separação, as forças de empuxo provocadas pela diferença de densidade conduzem o escoamento. Em um estudo analítico, Simpson (1999) mostra que a velocidade característica do escoamento \tilde{U}_b pode ser estimada em função da conversão da energia potencial inicial para energia cinética, que por sua vez são funções da diferença de massa específica $\Delta\tilde{\rho}$, da aceleração da gravidade \tilde{g} e da altura do centro de massa \tilde{H} (metade da altura do canal, nesse caso), de modo que $\tilde{U}_b = \sqrt{2\Delta\tilde{\rho}\tilde{g}\tilde{H}/\tilde{\rho}}$. Adicionalmente, a configuração também é empregada tanto por experimentos físicos (HARRIS et al., 2002; ROOIJ; DALZIEL, 2001) quanto pela área das simulações numéricas (NECKER et al., 2002; NASR-AZADANI et al., 2013; ESPATH et al., 2014).

Em ambientes naturais, a variação de massa específica necessária para provocar essas correntes pode originar-se devido à temperatura, salinidade, sedimentos em suspensão ou mesmo qualquer combinação entre essas propriedades. Próximo a foz de rios, dois tipos de escoamento podem se formar, dependendo da densidade entre o fluxo fluvial e o oceano, como exemplificado na Figura 1.2. Caso o escoamento fluvial seja mais denso que o ambiente onde desemboca, seu espalhamento ocorre junto ao leito, sendo nomeado corrente hiperpicnal (Figura 1.2c). Variações transversais importantes podem

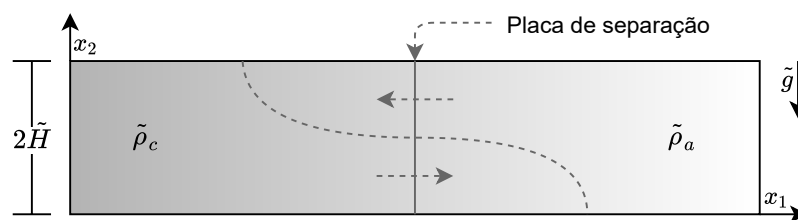


Figura 1.1 – Representação esquemática de uma corrente de densidade na configuração canal fechado. Após a retirada da placa separadora, o fluido mais denso $\tilde{\rho}_c$ move-se junto ao fundo e para o lado direito, enquanto o fluido menos denso $\tilde{\rho}_a$ desloca-se junto ao topo e para o lado esquerdo.

ocorrer à medida que a declividade do leito diminui e na ausência de confinamento lateral, como mostram [Francisco et al. \(2018\)](#) em suas simulações numéricas de um fluxo de turbidez na configuração canal-bacia. O mergulho da pluma ([Figura 1.2a](#)) ocorre quando o escoamento atinge uma profundidade crítica suficiente para instabilizar o fluxo. Em ambiente marinho, o evento está associado aos períodos de cheia dos rios, quando eles transportam material em suspensão suficiente para criar um excesso de densidade em relação à água salgada do oceano ([MULDER; SYVITSKI, 1995](#)). O fenômeno também pode ocorrer em lagos e reservatórios de represas. Caso o efluente seja menos denso que o ambiente onde desemboca, seu espalhamento se dá junto a superfície, classificado como corrente hipopical. A sedimentação convectiva ([Figura 1.2b](#)) é percebida como um importante mecanismo de mistura nesse caso ([HENNIGER et al., 2010](#); [FARENZENA; SILVESTRINI, 2017](#)).

Aproximadamente um terço das precipitações que ocorrem em terra são transportadas dos rios para os oceanos, segundo estudos de [Trenberth et al. \(2007\)](#) sobre o ciclo anual da água. Adicionalmente, [McCool e Parsons \(2004\)](#) estimam que o escoamento fluvial transporta cerca de 10×10^9 metros cúbicos de sedimentos aos oceanos por ano, concentrando grandes fluxos através de saídas estreitas ao longo da costa, como exemplificado na [Figura 1.3b](#). Os ecossistemas marinhos são sensivelmente afetados nessas regiões pelos processos de mistura entre água doce e salgada, de diferentes temperaturas e transporte de material terreno, como sedimentos ou mesmo poluição ([HORNER-DEVINE et al., 2015](#)). O transporte de sedimentos por correntes de turbidez, como esquematizado na [Figura 1.3a](#), é o principal mecanismo formador das bacias sedimentares oceânicas, acarretando deposição, erosão e ressuspensão de material sedimentar ao longo da plataforma continental ([MEIBURG; KNELLER, 2010](#)). Antigos depósitos de areia formam potenciais reservatórios de hidrocarbonetos, de modo que a geologia e a indústria petroquímica tem notável interesse nos estudos de transporte de sedimentos em ambiente oceânico. A pluma hiperpical ocorre em ambientes de foz de rios, quando suas águas turvas possuem carga suficiente de sedimentos em suspensão para serem mais densas que o ambiente onde desemboca, como canais, lagos, reservatórios ou o

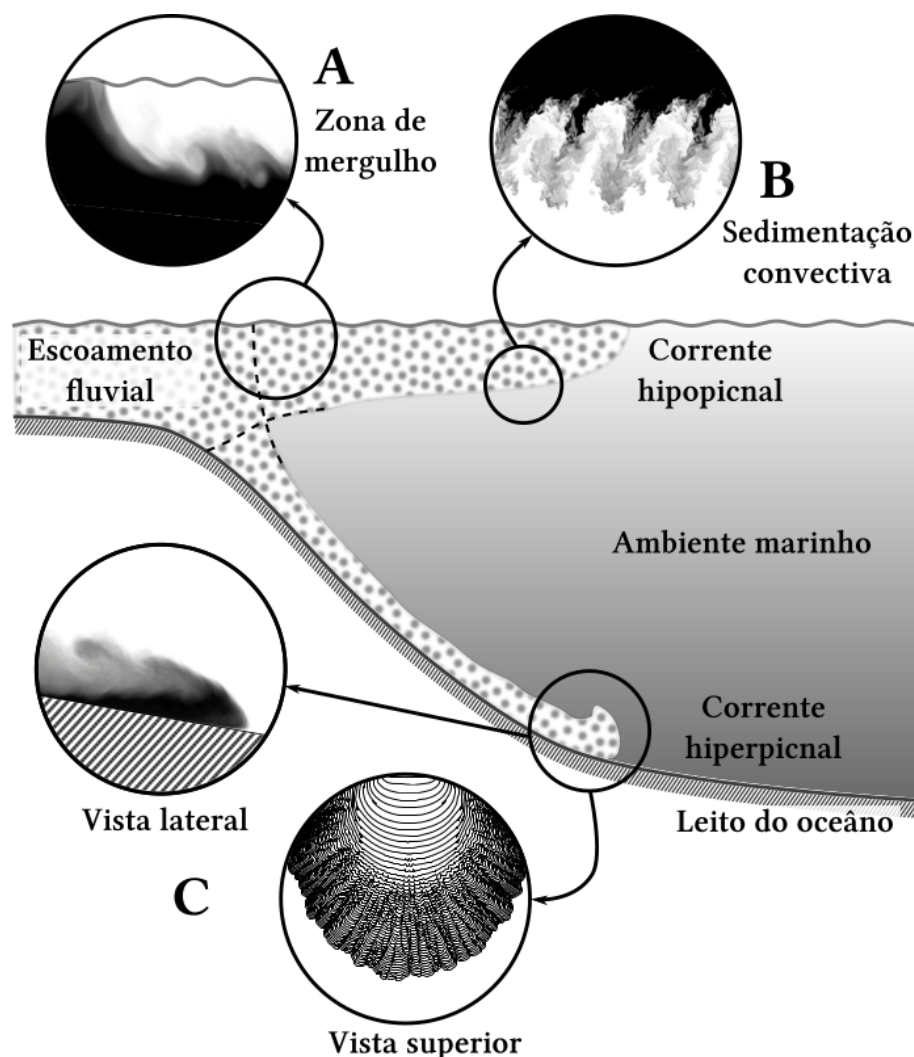
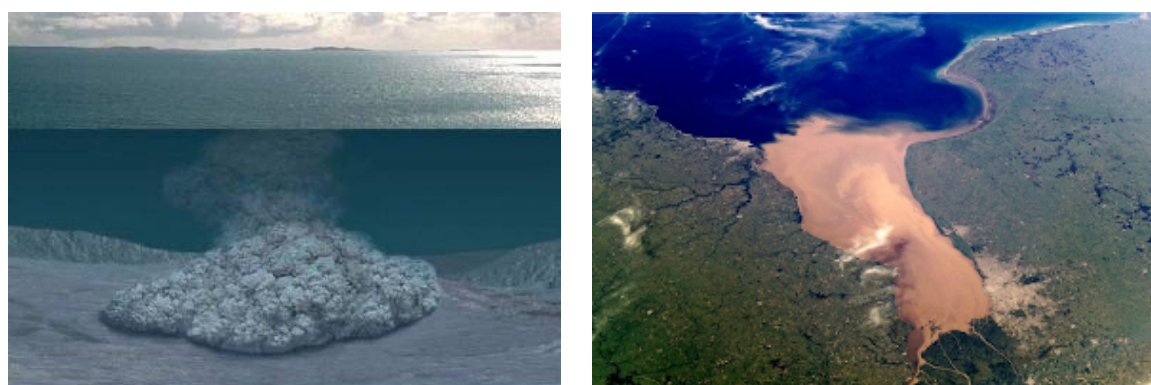


Figura 1.2 – Representação esquemática de correntes de turbidez em ambiente marinho. Fonte: [Farenzena \(2020\)](#).

oceano ([MULDER et al., 2003](#); [LAMB](#); [MOHRIG, 2009](#)). A deposição do material sedimentar transportado dos rios para o oceano pode preservar um registro essencial em uma variedade de ambientes climáticos e tectônicos ([MULDER et al., 2003](#)).

A análise e monitoramento em campo das correntes de turbidez são praticamente impossíveis, considerando a imprevisibilidade dos mecanismos iniciadores, a vasta área da superfície do planeta coberta pelos oceanos e até mesmo o seu caráter destrutivo ([NASR-AZADANI et al., 2013](#)). Por conseguinte, é incentivada a modelagem do problema para estudos físicos experimentais ou simulações numéricas.

O estudo das correntes de turbidez também é de interesse no gerenciamento e operação de reservatórios de barragens. A sedimentação do material por elas transportado não apenas reduz a capacidade útil de armazenamento do reservatório, por assoreamento, mas também afeta as suas estruturas de saída, como vertedouros e na tomada d'água para as unidades geradoras. Adicionalmente, a retenção do material sedimen-



(a) Representação de corrente de turbidez no leito oceânico. Fonte: Wired.com (2011).

(b) Delta do Rio da Prata. Fonte: NASA (2003).

Figura 1.3 – Transporte de sedimentos em ambiente marinho.

tar pode ter um impacto negativo nos ecossistemas a jusante da represa. [Chamoun et al. \(2016\)](#) fornecem uma revisão sobre vários métodos de gerenciamento de sedimentos em barragens. Dentre eles, destaca-se a descarga das correntes de turbidez que atingem a barragem, por meio da abertura das comportas de fundo. A sintonia entre os tempos de abertura e fechamento das comportas com a própria corrente de turbidez estão diretamente relacionadas à eficiência da abordagem, como relatam os experimentos físicos de [Chamoun et al. \(2018\)](#), de modo que esse campo da ciência também se beneficia de resultados numéricos de escoamentos hiperpicnais.

O entendimento dos parâmetros e mecanismos que governam a transição do escoamento na zona de mergulho motivou diversos estudos nas três últimas décadas. A análise teórica do fenômeno usando um modelo de caixas (uma tradução livre do inglês *Box model*) foi executada por [Akiyama e Stefan \(1984\)](#) com o objetivo de prever a profundidade necessária para o mergulho em função das características do fluxo. O estudo incluiu o número de Froude densimétrico característico, a declividade do leito, a taxa de mistura e o coeficiente total de fricção. A análise anterior foi revisitada por [Parker e Toniolo \(2007\)](#) e mais recentemente por [Dai e García \(2009a\)](#). [Lamb e Mohrig \(2009\)](#) comparam modelos sedimentares com testemunhos de depósitos naturais para analisar se os depósitos ocasionados por escoamentos hiperpicnais podem registrar a dinâmica do fluxo fluvial. Adicionalmente, experimentos físicos são apresentados em [García \(1993\)](#), [García \(1994\)](#), [Lee e Yu \(1997\)](#), [Sequeiros et al. \(2009\)](#) e [Lamb et al. \(2010\)](#). Nesse contexto, as simulações numéricas tem um importante papel, uma vez que fornecem informações sobre todas as variáveis do escoamento para qualquer ponto do tempo e espaço.

Do ponto de vista dos estudos numéricos, há que se fazer uma ressalva. De maneira geral, existem três principais metodologias para resolver as equações de Navier-Stokes, que se diferenciam entre si pela sua capacidade de efetivamente resolver as

diferentes escalas da turbulência, desde os grandes vórtices até os menores possíveis, onde há dissipação de energia na forma de calor. São elas: Simulação Numérica Direta (DNS), onde todas as escalas da turbulência são resolvidas para todo o espaço e tempo. Buscando reduzir os custos (tempo) de cálculo, a Simulação de Grandes Escalas (LES) aplica modelos de turbulência em detrimento da resolução das menores escalas, mas as maiores e mais energéticas estruturas turbulentas são resolvidas. Por fim, as Equações de Navier-Stokes em média de Reynolds (RANS) aplicam modelos de turbulência para todas às escalas, o que significa dizer que nenhuma delas é efetivamente resolvida, em contrapartida, é a opção com menor demanda computacional. Todas as abordagens serão discutidas com maiores detalhes na [seção 3.4](#).

Os primeiros resultados numéricos para a análise da mistura e profundidade no ponto de mergulho foram baseados em RANS, adotando o modelo de turbulência $k - \epsilon$. Nessa abordagem, [Bournet et al. \(1999\)](#) apresentam resultados de uma corrente de densidade bidimensional em um canal inclinado, [Kassem e Imran \(2001\)](#) mostram a evolução temporal do mergulho de uma corrente de turbidez bidimensional enquanto [Üneş \(2008\)](#) investigou os efeitos da força de Coriolis em uma corrente de turbidez escoando em um reservatório. [Dai et al. \(2007\)](#) efetuaram LES em um canal bidimensional para investigar a dinâmica na zona de mergulho. [Schuch \(2016\)](#) descreve a investigação bidimensional da zona de mergulho por DNS. A resolução da turbulência (aqui exclui-se RANS) em domínios tridimensionais para o estudo do mergulho das correntes hiperpicnais em canal inclinado, entretanto, ainda não está disponível na literatura. Há uma exceção para um caso preliminar 3D-DNS publicado na dissertação de mestrado [Schuch \(2016\)](#), que serve de base para esta Tese.

1.1 Organização da Tese

Feita a introdução nesse capítulo, os objetivos serão apresentados no [Capítulo 2](#). A seguir é apresentada a revisão bibliográfica no [Capítulo 3](#), incluindo definições sobre correntes de turbidez ([seção 3.1](#)), o mergulho do escoamento hiperpicnal ([seção 3.2](#)), a descrição das equações numéricas governantes do escoamento ([seção 3.3](#)) e as principais abordagens disponíveis para resolvê-las em fluidodinâmica computacional ([seção 3.4](#)). O [Capítulo 4](#) descreve os principais métodos empregados pelo código computacional utilizado, além das mudanças implementadas para viabilizar a configuração de trabalho deste estudo.

O [Capítulo 5](#) descreve os resultados obtidos nesta Tese. Mais especificamente, a [seção 5.1](#) apresenta a verificação da metodologia proposta, onde os resultados numéricos deste trabalho são comparados com dados experimentais e modelos analíticos disponíveis na literatura. Os resultados foram apresentados em conferência e posterior-

mente publicados respectivamente em:

- SCHUCH, F. N.; LAIZET, S.; SILVESTRINI, J. H. Turbulence-resolving simulations of poly-disperse hyperpycnal plumes. In: IUTAM/AMERIMECH SYMPOSIUM. *Dynamics of Gravity Currents*. UCSB, Santa Barbara, CA, 2017.
- SCHUCH, F. N.; PINTO, L. C.; SILVESTRINI, J. H.; LAIZET, S. Three-dimensional turbulence-resolving simulations of the plunge phenomenon in a tilted channel. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, Wiley Online Library, v. 123, p. 1–13, 2018a.

A [seção 5.2](#) mostra os resultados de um novo modelo para a previsão da distância para mergulho do escoamento, proposto neste trabalho, que está em preparação para publicação em:

- SCHUCH, F. N.; MEIBURG, E.; SILVESTRINI, J. H. Plunging condition for particle-laden flows over sloping bottoms: three-dimensional turbulence-resolving simulations.

Os resultados expostos na [seção 5.3](#), para mergulho do escoamento em ambiente salino, foram apresentados em conferência e estão agora em preparação para publicação, respectivamente em:

- SCHUCH, F. N.; MEIBURG, E.; LAIZET, S.; SILVESTRINI, J. H. Turbulence-resolving simulations of the plunge phenomenon in a stratified ambient. In: AMERICAN GEOPHYSICAL UNION. *AGU Fall Meeting*. Washington D.C., 2018b.
- SCHUCH, F. N.; MEIBURG, E.; SILVESTRINI, J. H. Numerical simulations of the plunge phenomenon in a salt water environment. In Prep.

E finalmente, as conclusões obtidas a partir desta Tese são apresentadas no [Capítulo 6](#), enquanto as propostas para trabalhos futuros estão no [Capítulo 7](#).

Outros trabalhos realizados paralelamente à esta Tese estão disponíveis nos apêndices. O [Apêndice A](#) descreve como o código original *Incompact3d* foi reprogramado para ser mais flexível e amigável com usuários e desenvolvedores. O lançamento das novas versões 2.0 e 3.0 do código foram acompanhadas de uma apresentação em simpósio e de um artigo já aceito para publicação, respectivamente:

- SCHUCH, F. N.; FRANTZ, R. A. S.; LAIZET, S.; SILVESTRINI, J. H. New version of *Incompact3d*. In: IMPERIAL COLLEGE LONDON. *2nd Incompact3d User Meeting*. London, UK, 2018c.

- BARTHOLOMEW, P.; DESKOS, G.; FRANTZ, R. A. S.; SCHUCH, F. N.; LAMBALLAIS, E.; LAIZET, S. Xcompact3d: An open-source framework for solving turbulence problems on a cartesian mesh. *SoftwareX*, Elsevier, 2020.

O desenvolvimento de uma ferramenta interativa para a visualização das camadas de deposição a partir de simulações numéricas polidispersas é descrito no [Apêndice B](#). Tal estudo resultou em uma apresentação em congresso e está em preparação para publicação, respectivamente em:

- SCHUCH, F. N.; VIANNA, F. D.; PINHO, M. S.; SILVESTRINI, J. H. An interactive tool for stratigraphic visualization applied to turbulence-resolved numerical simulations of turbidity currents. In: AMERICAN GEOPHYSICAL UNION. *AGU Fall Meeting*. San Francisco, CA, 2019.
- SCHUCH, F. N.; VIANNA, F. D.; OLIVEIRA, T. A.; PINHO, M. S.; SILVESTRINI, J. H. A case study about an interactive stratigraphic analysis in turbulence-resolved numerical simulations. *Environmental Modelling & Software*, In Prep.

2 Objetivos

Em sua totalidade, os estudos numéricos que avaliam a dinâmica do fenômeno de mergulho do escoamento hiperpicnal em canal inclinado e lateralmente confinado disponíveis na literatura se restringem à dois grupos: Primeiro, simulações bi ou tridimensionais obtidas pela metodologia Equações de Navier-Stokes em média de Reynolds (RANS). Segundo, simulações bidimensionais capazes de resolver as maiores escalas da turbulência (LES) ou todas as escalas (DNS). Adicionalmente, tanto os trabalhos numéricos quanto os experimentais sobre essa configuração de escoamento disponíveis na literatura apresentam o fluido ambiente como o mesmo da entrada do canal (embora esse seja acrescido de salinidade ou sedimentos em suspensão). O objetivo deste trabalho é preencher as lacunas observadas quanto à casos tridimensionais que resolvam a turbulência (LES ou DNS), e também sobre o estudo do mergulho em ambientes salinos. O sucesso em atingir o objetivo deste trabalho concederá respostas para as seguintes questões:

“O fenômeno de mergulho pode ser adequadamente resolvido por meio de procedimentos numéricos?”

“Os dados em alta resolução espaço-temporal provenientes das simulações tridimensionais inéditas são capazes de melhorar o entendimento a respeito desse tipo de escoamento?”

“A dinâmica observada na zona de mergulho é afetada quando o fluido ambiente no domínio é alterado de água doce para água salgada?”

2.1 Objetivos Específicos

Os pontos listados a seguir guiam o desenvolvimento desta pesquisa:

- a) Desenvolver a metodologia para a simulação numérica do mergulho do escoamento hiperpicnal usando o código `Incompact3d`;
- b) Verificar os resultados numéricos obtidos, ao compará-los com dados experimentais e modelos teóricos disponíveis na literatura, analisando inclusive se o modelo numérico apresenta a mesma resposta quanto à variação dos parâmetros característicos do escoamento;
- c) Propor um novo modelo para a previsão da profundidade necessária para mergulho, que inclua o papel da relação entre a velocidade de sedimentação do material em suspensão e a declividade do leito do canal;

- d) Avaliar como diferentes tamanhos de grão de sedimentos em suspensão influenciam nesse processo (abordagem polidispersa);
- e) Para todos os casos, determinar o balanço de forças inerciais pelas forças de empuxo e qual seu comportamento antes, durante e após o mergulho do escoamento (expresso pelo número de Froude densimétrico).

3 Revisão Bibliográfica

Neste capítulo é apresentada a revisão sobre os principais materiais disponíveis na literatura, incluindo classificações e definições sobre correntes de turbidez (seção 3.1), o mergulho do escoamento hiperpicnal (seção 3.2) e os resultados de diversos autores por meio de observações de campo, abordagem teórica, experimentos em laboratório e simulações numéricas. Seguidos pela descrição das equações numéricas governantes do escoamento (seção 3.3), por meio da Lei de Stokes, das equações de Navier-Stokes para escoamentos incompressíveis e equações para o transporte de escalares. Por fim, as três principais abordagens disponíveis para resolvê-las em fluidodinâmica computacional (seção 3.4).

3.1 Correntes de turbidez: Classificações e Definições

As correntes de turbidez são tradicionalmente definidas como escoamentos induzidos pela ação da gravidade sobre uma mistura turva de fluido e sedimentos (suspensos), em virtude da diferença de densidade entre a mistura e o fluido ambiente (SANDERS, 1960; KNELLER; BUCKEE, 2000; MEIBURG; KNELLER, 2010). Tais escoamentos são classificados como não conservativos, uma vez que um processo de dissipação relevante se dá pela sedimentação do material em suspensão. Além disso, pode existir a interação com o leito por meio de erosão e ressuspensão ou ainda a mistura de fluidos com o ambiente por entranhamento. Esses fatores são responsáveis pela redução da velocidade de propagação horizontal, limitando a distância de transporte (MEIBURG; KNELLER, 2010; HENNIGER et al., 2010).

De acordo com os mecanismos fornecedores de sedimentos ao fluxo, as correntes de turbidez se dividem em dois grandes grupos (MANICA, 2009; MEIBURG; KNELLER, 2010; PUIG et al., 2014), definidos como:

- a) Remobilização instantânea de material: com início em uma quantidade finita de material, ocorrendo tipicamente pela suspensão de sedimentos proporcionada por deslizamento de encosta, tempestades, terremotos, atividades vulcânicas ou movimentos tectônicos. Tais fluxos transportam uma grande quantidade de material a princípio, mas desacelera a medida que os processos de sedimentação e mistura com o fluido ambiente dissipam a energia do escoamento.
- b) Fluxo contínuo: O escoamento se desenvolve sob uma alimentação contínua de material, quase estacionário, típica das regiões onde rios deságuam em ambiente marinho. A alimentação constante permite que o escoamento se man-

tenha, apesar dos processos dissipativos.

De acordo com a relação entre as massas específicas da corrente $\tilde{\rho}_c$ e do fluido ambiente $\tilde{\rho}_a$, os escoamentos podem ainda ser divididos em outros quatro grupos (MULLER; ALEXANDER, 2001). O escoamento é classificado como homopical quando as massas específicas são equivalentes ($\tilde{\rho}_a \approx \tilde{\rho}_c$), mesopical quando o fluido ambiente apresenta estratificação vertical ($\tilde{\rho}_{a1} < \tilde{\rho}_c < \tilde{\rho}_{a2}$), hipopical quando se expande junto à superfície, por ser menos denso que o fluido ambiente ($\tilde{\rho}_a > \tilde{\rho}_c$) e hiperpical quando se desenvolve junto ao fundo, sendo mais denso que o ambiente ($\tilde{\rho}_a < \tilde{\rho}_c$), os dois últimos são exemplificados na Figura 1.2.

Dois importantes padrões turbulentos que produzem a mistura entre a corrente de turbidez e o fluido ambiente são observados tanto em ambientes naturais quanto laboratoriais, de acordo com Simpson (1999). Exibidos na Figura 3.1a, os vórtices de Kelvin-Helmholtz ocorrem em virtude da velocidade de cisalhamento na interface dos fluidos. Na Figura 3.1b é mostrado o padrão de lobos e fendas (tradução da língua inglesa para “lobes and clefts”) que são oriundos de instabilidades gravitacionais (tipo Rayleigh-Taylor) na parte inferior da frente da corrente de turbidez (XIE et al., 2019). Ambos processos são responsáveis pela mistura dos fluidos, permitindo a entrada do fluido ambiente no escoamento de fundo. Segundo Traer et al. (2012), a dinâmica da corrente de turbidez é fortemente dependente da maneira como se relacionam os sedimentos e fluido ambiente, e o coeficiente de entranhamento, por sua vez, tem ligação direta com a turbulência do escoamento.

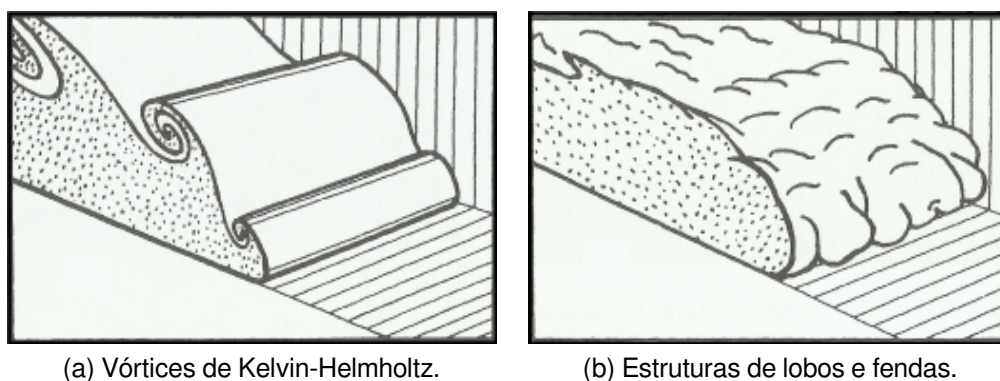


Figura 3.1 – Estruturas presentes na região frontal de uma corrente de gravidade. Fonte: Adaptado de Simpson (1999).

3.2 Mergulho do Escoamento Hiperpical

Um escoamento é classificado como hiperpical quando apresenta a massa específica maior do que aquela do ambiente onde se desenvolve, de modo que ele é esperado a escoar sob o fluido ambiente, junto ao leito do canal, devido à atuação das forças de

empuxo. No caso desse escoamento possuir uma vazão de entrada na extremidade mais elevada de um canal com fundo inclinado, a sua quantidade de movimento pode ser suficientemente maior que o empuxo, de modo que o escoamento “empurre” o fluido ambiente a jusante. No entanto, devido ao leito inclinado, a medida que a profundidade do canal aumenta, a velocidade do escoamento e sua quantidade de movimento diminuem, até que por fim o empuxo prevaleça, o escoamento colapse e mergulhe.

O fenômeno apresenta três regiões principais, assim como esquematizado na [Figura 3.2](#). Considerando um escoamento de entrada caracterizado por sua profundidade inicial \tilde{h}_0 , vazão volumétrica por unidade de largura \tilde{Q}_0 e a massa específica de água límpida com um incremento devido à presença de material sedimentar em suspensão $\tilde{\rho}_w + \Delta\tilde{\rho}_0$, entrando em um ambiente com leito inclinado e diferente massa específica, definida por $\tilde{\rho}_a$. O acréscimo na massa específica do fluxo é expresso como

$$\Delta\tilde{\rho}_0 = \tilde{\rho}_w(1 + R\tilde{C}_0) - \tilde{\rho}_a, \quad (3.1)$$

onde \tilde{C}_0 representa a fração volumétrica inicial de material sedimentar em suspensão, $R = (\tilde{\rho}_s - \tilde{\rho}_w)/\tilde{\rho}_w$ é a densidade dos sedimentos submersos e $\tilde{\rho}_s$ indica a massa específica do material sedimentar. Na região de profundidade limitada, ou zona de fluxo homogêneo, o escoamento ocupa toda a profundidade do canal, a vazão volumétrica é homogênea, de modo que seu valor no ponto de mergulho é igual ao da entrada do canal ($\tilde{Q}_p = \tilde{Q}_0$). Ao atingir profundidade suficiente \tilde{H}_p , o escoamento se torna instável e mergulha, o ponto de mergulho é observado como uma região de estagnação do escoamento por alguns autores ([DAI et al., 2007](#)). A zona de mergulho marca a transição do escoamento, pois enquanto a montante o escoamento é governado pelas forças inerciais, a jusante o escoamento assume a forma de uma corrente de turbidez, governada pelas forças de empuxo. No ponto de mergulho se inicia a mistura do fluxo com o ambiente, acarretando novos valores para a altura do escoamento \tilde{H}_d , massa específica $\tilde{\rho}_a + \Delta\tilde{\rho}_d$ e o aumento na vazão volumétrica do escoamento submerso \tilde{Q}_d ([GARCÍA, 1996](#)). Muitos autores expressam esse aumento na vazão do escoamento devido à incorporação do fluido ambiente na forma do coeficiente de mistura adimensional γ , que é escrito como:

$$\gamma = \frac{\tilde{Q}_d}{\tilde{Q}_0} - 1. \quad (3.2)$$

Dois importantes grupos adimensionais podem ser definidos. O número de Reynolds

$$Re = \frac{\tilde{Q}_0}{\tilde{\nu}}, \quad (3.3)$$

representa a razão entre as forças de inércia e as forças viscosas, onde \tilde{Q}_0 representa a vazão volumétrica inicial por unidade de largura e $\tilde{\nu}$ a viscosidade cinemática do fluido. Além do número de Froude densimétrico inicial

$$Fr_0 = \frac{\tilde{Q}_0}{\sqrt{R\tilde{C}_0\tilde{g}\tilde{h}_0^3}}, \quad (3.4)$$

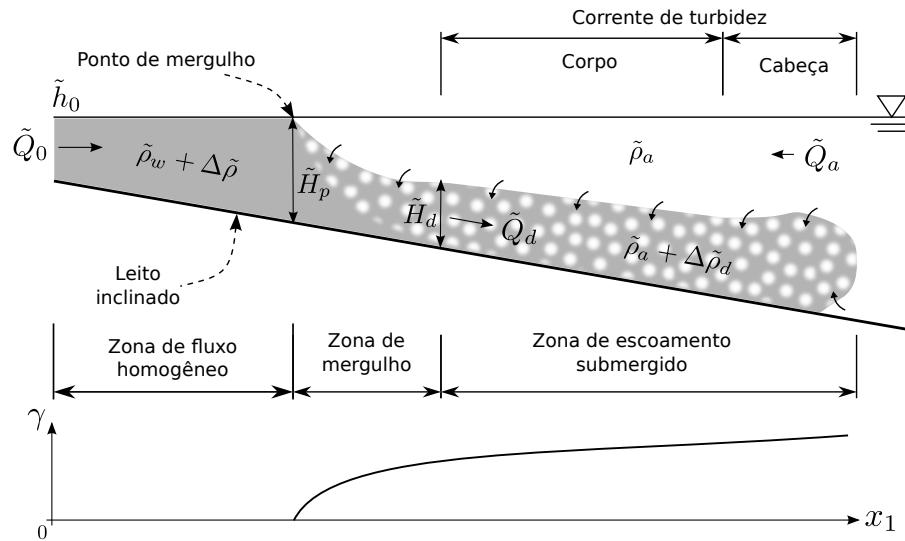


Figura 3.2 – Representação esquemática do processo de mergulho do escoamento em um canal inclinado em conjunto com a variação do coeficiente de mistura γ (Equação 3.2) em função da coordenada longitudinal x_1 .

definido como a razão entre as forças de inércia e as forças de empuxo.

Existem duas condições necessárias para que o mergulho de fato aconteça. Primeiro, o escoamento que entra no canal deve ser mais denso que o fluido ambiente, o que é a definição para hiperpical. De acordo com Lamb et al. (2010), a concentração de sedimentos volumétrica crítica \tilde{C}_c necessária para produzir o excesso em densidade é obtida ao rearranjar a Equação 3.1 como

$$\tilde{C}_c = \frac{1}{R} \left(\frac{\tilde{\rho}_a}{\tilde{\rho}_w} - 1 \right), \quad (3.5)$$

onde é evidente que em um caso particular, como um canal experimental ou um lago, onde o ambiente também é composto de água límpida (i.e., $\tilde{\rho}_a \approx \tilde{\rho}_w$), qualquer concentração volumétrica de sedimentos em suspensão é suficiente para atender essa condição $\tilde{C}_c = 0$. Por outro lado, a concentração crítica necessária para mergulho em ambientes marinhos naturais é substancialmente maior (de 36 a 44 kg/m^3), de acordo com Mulder e Syvitski (1995), dependendo das propriedades da água na região costeira. Esses valores representam de 2% a 3% de concentração volumétrica, assumindo a densidade das partículas de sílica triturada ($\tilde{\rho}_s = 2.650 \text{ kg/m}^3$), a estimativa completa para diferentes condições climáticas é apresentada na Tabela 3.1.

Em segundo lugar, o canal precisa ser profundo o suficiente para instabilizar o escoamento a faze-lo de fato mergulhar. De maneira geral, a profundidade de mergulho \tilde{H}_p , também denominada critério de mergulho, pode ser estimada a partir de um rearranjo da Equação 3.4, tomando a forma

$$\tilde{H}_p = Fr_p^{-\frac{2}{3}} \left(\frac{\tilde{Q}_p^2}{R\tilde{C}_p\tilde{g}} \right)^{\frac{1}{3}}, \quad (3.6)$$

Tabela 3.1 – Valores mínimos, médios e máximos para temperatura, salinidade e massa específica da água do oceano para diferentes climas, bem como a concentração crítica de sedimentos e a correspondente concentração volumétrica para superar a diferença de densidade entre água doce e salgada, assumindo partículas de densidade 2.650 kg/m^3 .

		Temperatura (°C)	Salinidade (%)	Massa específica (kg/m ³)	Concentração (kg/m ³) (%)	
(1)	min.	26	3,450	1.022,68	36,43	2,190
	med.	27	3,475	1.022,57	36,25	2,179
	max.	28	3,500	1.022,43	36,02	2,165
(2)	min.	23	3,550	1.024,33	39,08	2,347
	med.	24	3,575	1.024,24	38,93	2,339
	max.	25	3,600	1.024,13	38,75	2,328
(3)	min.	10	3,500	1.026,99	43,35	2,601
	med.	13	3,525	1.026,61	42,74	2,565
	max.	16	3,550	1.026,15	42,00	2,521
(4)	min.	-2	3,350	1.026,99	43,35	2,601
	med.	1	3,375	1.027,08	43,49	2,610
	max.	4	3,400	1.027,02	43,40	2,604

Fonte – Adaptado de [Mulder e Syvitski \(1995\)](#).

Nota – (1) Equatorial (Lat. < 10°); (2) Tropical e subtropical (Lat. 10 – 30°); (3) Temperado (Lat. 30 – 50°); (4) Subpolar (Lat. > 50°).

onde o subíndice p representa as grandezas avaliadas no ponto de mergulho. De maneira análoga, a altura da corrente de turbidez a jusante do mergulho é descrita como

$$\tilde{H}_d = Fr_d^{-\frac{2}{3}} \left(\frac{\tilde{Q}_d^2}{R\tilde{C}_d\tilde{g}} \right)^{\frac{1}{3}}, \quad (3.7)$$

onde o subíndice d representa as grandezas avaliadas a jusante do mergulho. O ponto chave dessa análise é a previsão, ou a antecipação, do valor para o número de Froude densimétrico no ponto de mergulho Fr_p e a jusante Fr_d . Para tanto, diversos estudos foram efetuados nas últimas décadas, desde medições em campo, análises teóricas sobre volumes de controle ou análise energética, até experimentos físicos em pequenas escalas e alguns estudos utilizando simulações numéricas. A notação exata da [Equação 3.6](#) acaba variando de caso a caso, mas pode-se perceber a equivalência entre a notação dimensional e adimensional

$$\tilde{H}_p = K \left(\frac{\tilde{Q}_0^2}{\tilde{g}'_p} \right)^{\frac{1}{3}} \leftrightarrow H_p = \left(\frac{Fr_0}{Fr_p} \right)^{\frac{2}{3}}, \quad (3.8)$$

ao se observar que: $Q_p = \tilde{Q}_p/\tilde{Q}_0$, $H_p = \tilde{H}_p/\tilde{h}_0$, $C_p = \tilde{C}_p/\tilde{C}_0$, a aceleração da gravidade reduzida é $\tilde{g}'_p = R\tilde{C}_p g$ e $Fr_p = K^{-3/2}$. Sendo K uma constante, normalmente obtida de maneira empírica a partir de dados experimentais ou simulações numéricas. A maior parte dos trabalhos que investigam o mergulho do escoamento hiperpical na literatura

são baseados em uma configuração de canal com confinamento lateral. A [Tabela 3.2](#) sumariza os principais resultados disponíveis para esse caso, e o conteúdo desses estudos será revisado a seguir. Destaca-se ainda estudos sobre o fenômeno de mergulho em canais com as laterais divergentes de forma numérica e experimental ([AKIYAMA; STEFAN, 1984](#); [JOHNSON et al., 1989](#); [BOURNET et al., 1999](#); [ÜNEŞ, 2008](#)), bem como estudos em bacias, na ausência de confinamento lateral, de forma numérica e experimental ([ALAVIAN, 1986](#); [FANG; STEFAN, 2000](#); [TSENG; CHOU, 2018](#); [BHIDE, 2019](#)). Entretanto, esses dois últimos casos encontram-se fora do escopo desse trabalho.

Tabela 3.2 – Número de Froude densimétrico reportado na literatura para a posição de mergulho Fr_p e a jusante Fr_d .

Estudo	Fr_p	Fr_d	Metodologia
Singh e Shah (1971)	0,3 ~ 0,8		Experimental ¹
Wunderlich e Elder (1973)*	0,5		Medição em Campo
Ford e Johnson (1981)*	0,45		Medição em Campo
Akiyama e Stefan (1984)	Equações (3.13) e (3.14)		Análítico
Farrell e Stefan (1986)	0,449 ~ 0,532	0,79 ~ 1,054	Numérico ² - 2D RANS
Farrell e Stefan (1986)	0,66 ~ 0,7	0,9 ~ 1,18	Experimental ²
Lee e Yu (1997)	0,6 ~ 1	1,05 ~ 1,40	Experimental ^{1,3}
Dallimore et al. (2004)	0,35		Numérico ¹
Parker e Toniolo (2007)	Figura 3.4		Análítico
Dai et al. (2007)	0,370 ~ 0,446	0,556 ~ 0,825	Numérico ¹ - 2D LES
Arita e Nakai (2008)	0,24 ~ 1		Experimental ¹
Dai e García (2009b)	0,3 ~ 0,55		Análítico
Lamb et al. (2010)	0,45 ~ 1		Experimental ³
Schuch (2016)	0,27 ~ 0,47	0,82 ~ 1,62	Numérico ³ - 2D DNS

Nota – A diferença de densidade é causada por: 1 salinidade; 2 temperatura; 3 material sedimentar.

*Conforme citado por [Dai \(2008\)](#).

3.2.1 Observações em Campo

Por meio de dados provenientes de medições na represa Fontana (Carolina do Norte, Estados Unidos), [Wunderlich e Elder \(1973 apud DAI, 2008\)](#) encontraram o Froude densimétrico na zona de mergulho igual a 0,45. Outro estudo foi realizado por [Ford e Johnson \(1981 apud DAI, 2008\)](#), com a obtenção de dados do lago DeGray (Arkansas, Estados Unidos). Os autores mostram que o número de Froude densimétrico no ponto de mergulho pode variar entre 0,1 e 0,7, porém com um valor médio de 0,45.

[Best et al. \(2005\)](#) relatam medições realizadas no lago Lillooet (Colúmbia Britânica, Canadá), visando investigar o fenômeno de pulsação percebido na velocidade da corrente de turbidez após o mergulho dentro do lago. Estudos anteriores sugeriam que tal fato se deve a mecanismos não uniformes, como ondas, tempestades, marés, ventos ou mesmo variações na vazão fluvial. Entretanto, os autores relatam a ocorrência de pulsação da corrente de turbidez com certa periodicidade, mesmo na ausência de qualquer

dos fatores citados acima. Tal variação temporal na tensão no fundo do lago pode provocar períodos alternados entre erosão e deposição, produzindo depósitos com complexa estratigrafia, mesmo para uma vazão fluvial uniforme, além de potencialmente aumentar a mistura entre a corrente de turbidez submersa e o fluido ambiente. Para melhor compreender as causas desse fenômeno, [Kostaschuk et al. \(2018\)](#) apresentam um estudo combinando medições no lago Lillooet e no reservatório Xiaolangdi, China, com dados provenientes de simulação numérica direta (DNS) bidimensional, experimento físico em laboratório e análise de estabilidade. Os resultados sugerem que os pulsos de velocidade observados na DNS, no laboratório, e no reservatório Xiaolangdi se devem à instabilidades de Kelvin-Helmholtz, enquanto a instabilidade de Rayleigh-Taylor contribui para os pulsos de velocidade no lago Lillooet.

3.2.2 Abordagem Teórica

[Akiyama e Stefan \(1984\)](#) fornecem uma revisão de uma série de estudos empíricos baseados tanto em dados experimentais quanto em medições em campo. Adicionalmente, os autores destacam-se por primeiro introduzir o coeficiente de mistura γ como parâmetro na previsão do critério de mergulho, definido na [Equação 3.2](#). Sua análise impõe a conservação de volume, massa e quantidade de movimento em um sistema com dois volumes de controle (CVI e CVII), assim como ilustra a [Figura 3.3](#). A conservação do volume implica que

$$\tilde{U}_p \tilde{H}_p + \tilde{U}_a (\tilde{H}_p - \tilde{H}_d) = \tilde{U}_d \tilde{H}_d, \quad (3.9)$$

enquanto segundo a conservação da massa

$$\tilde{\rho}_p \tilde{U}_p \tilde{H}_p + \tilde{\rho}_a \tilde{U}_a (\tilde{H}_p - \tilde{H}_d) = \tilde{\rho}_d \tilde{U}_d \tilde{H}_d. \quad (3.10)$$

Com base em ambas equações, é necessário que

$$Fr_d^2 = Fr_p^2 \frac{(1 + \gamma)^3}{\varphi^3}, \quad (3.11)$$

onde

$$\varphi = \tilde{H}_d / \tilde{H}_p, \quad (3.12)$$

representa a razão de profundidade do escoamento submerso. O balanço de quantidade de movimento no CVI, após algumas reduções resulta em

$$Fr_p^2 \left[1 - \frac{(1 + \gamma)^2}{\varphi} - \frac{\gamma^2}{1 - \varphi} \right] + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \frac{\varphi^2}{1 + \gamma} = 0, \quad (3.13)$$

para o CVII é demonstrado que o balanço resulta em

$$2\gamma^2 Fr_p^2 = (1 - \varphi)^3. \quad (3.14)$$

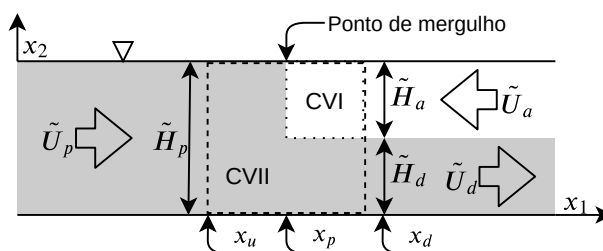


Figura 3.3 – Representação esquemática dos volumes de controle, CVI e CVII, apresentados por [Akiyama e Stefan \(1984\)](#). Fonte: Adaptado de [Parker e Toniolo \(2007\)](#).

A formulação envolve quatro incógnitas, são elas Fr_p , Fr_d , φ e γ , entretanto, a abordagem por meio do balanço de volume e massa, e balanço de quantidade de movimento em CVI e CVII resulta em apenas três equações ([DAI, 2008](#)): (3.11), (3.13) e (3.14). Embora uma solução analítica não seja possível, [Parker e Toniolo \(2007\)](#) revisitam o estudo de [Akiyama e Stefan \(1984\)](#) e mostram que as três equações estabelecem uma relação entre Fr_p , Fr_d , φ e γ , e que podem ser resolvidas numericamente e expressadas na forma gráfica, os resultados são expostos na [Figura 3.4](#). Aqui há que se fazer três ressalvas. Primeiro, conforme mostra a [Figura 3.4](#), no caso limite onde $\gamma = 0$ se observa que $\varphi = 1$, o que significa $H_d = H_p$ pela definição (3.12), ou seja, o mergulho é impossível na ausência de mistura ([PARKER; TONIOLO, 2007](#)). Em segundo lugar, mesmo que a relação obtida para Fr_p , Fr_d e φ possa ser utilizada para previsão de mergulho, não há como saber o valor de γ a priori, e sua determinação depende de novos estudos físicos, numéricos e observações em campo. E finalmente, todos os modelos consideram uma corrente conservativa, ou seja, desprezam os efeitos da velocidade de sedimentação do material em suspensão.

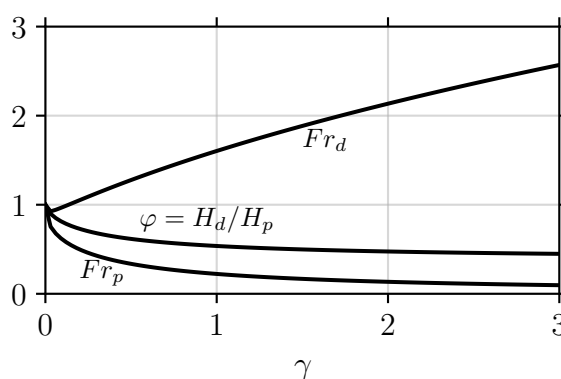


Figura 3.4 – Previsões para a razão de aspecto φ , número de Froude densimétrico no ponto de mergulho Fr_p e a jusante Fr_d como função do coeficiente de mistura γ . Fonte: Modificado de [Parker e Toniolo \(2007\)](#).

3.2.3 Experimentos em Laboratório

Um dos primeiros e mais referenciados experimentos é apresentado por [Singh e Shah \(1971\)](#). Nele, um canal inclinado com 16 m de comprimento e 0,4 m de largura foi empregado para a análise do fenômeno de mergulho da corrente. Sua análise da física indica que a profundidade necessária para mergulho é função da vazão volumétrica por unidade de largura \tilde{Q}_0 , aceleração gravitacional reduzida $\tilde{g}' = R\tilde{C}_0\tilde{g}$, viscosidade dinâmica $\tilde{\mu}$ e inclinação do leito $S = \text{tg}(\beta)$, de modo que

$$\tilde{H}_p = f(\tilde{Q}_0, \tilde{g}', \tilde{\mu}, S), \quad (3.15)$$

que podem ser rearranjados para assumir a forma

$$\tilde{H}_p = f[(\tilde{Q}_0^2/\tilde{g}')^{1/3}, Re^b, S^c]. \quad (3.16)$$

Diversos experimentos foram conduzidos pelos autores, com a declividade do leito S variando entre 0,5% e 2% e Re variando entre 600 e 11.000. Salinidade foi adicionada no escoamento que entra no canal para promover a diferença de densidade necessária para mergulho, bem como corante para auxiliar no processo de visualização. A profundidade para mergulho foi medida e relacionada com as condições da entrada do canal $(\tilde{Q}_0/\tilde{g}')^{1/3}$ por meio do ajuste pelo métodos dos mínimos quadrados, de modo que a estimativa para a profundidade de mergulho seja dada pela relação

$$\tilde{H}_p = 1,85 + 1,3 \left(\frac{\tilde{Q}_0^2}{\tilde{g}'} \right)^{1/3}. \quad (3.17)$$

Os autores descrevem que o número de Reynolds e a declividade do leito não parecem afetar a profundidade para mergulho de forma significativa, pelo menos não dentro da faixa de variação empregada para ambos os parâmetros. Adicionalmente, para elevados valores de $(\tilde{Q}_0/\tilde{g}')^{1/3}$, o termo 1,85 torna-se pouco considerável, e o número de Froude densimétrico na posição de mergulho pode ser obtido aproximadamente como

$$Fr_p = \frac{\tilde{Q}_0}{\sqrt{\tilde{g}'\tilde{H}_p^3}} = 1,3^{-3/2} = 0,67. \quad (3.18)$$

Outros experimentos são apresentados por [Farrell e Stefan \(1986\)](#), utilizando um tanque de comprimento 16 ft \approx 4,8 m, largura 1,17 ft \approx 0,35 m e declividade do leito de $S = 4,7\%$. O controle de temperatura na corrente e no fluido ambiente no canal proporcionou a variação de densidade necessária para se observar o mergulho da corrente. Os autores reportam um coeficiente inicial de mistura de $\gamma \approx 0,1$, além de uma estimativa para o critério de mergulho dada por

$$\tilde{H}_p = 1,3 \left(\frac{\tilde{Q}_0^2}{\tilde{g}'} \right)^{1/3}, \quad (3.19)$$

confirmando a relação anterior estabelecida por Singh e Shah (1971), apresentada na Equação 3.17.

Lee e Yu (1997) reportam os resultados do mergulho da corrente em um tanque com 20 m de comprimento, por 20 cm de largura e 60 cm de altura, com uma declividade de $S = 2\%$. A diferença de densidade foi provocada pela mistura de caulim (densidade específica $R = 2,65$), fazendo seus experimentos se diferenciarem dos descritos anteriormente, pois agora introduz-se o efeito de decantação do material suspenso ($\tilde{u}_s = 0,0106 \text{ cm/s}$, para um diâmetro médio $\tilde{D}_{50} = 6,8 \mu\text{m}$). Alguns casos salinos também foram executados para comparação. O número de Reynolds dos experimentos varia de 3.500 à 14.500. O coeficiente inicial de mistura encontrado é igual à $\gamma = 0,17$ e o número de Froude densimétrico na posição de mergulho igual à $Fr_p = 0,6$. Os autores não encontraram uma diferença significativa entre o casos salinos e os casos com caulim, e portanto concluíram que o fenômeno está relacionado com a concentração efetiva no ponto de mergulho, e não ao tipo de material em suspensão. Adicionalmente, é relatada a migração da posição de mergulho. De acordo com as observações experimentais, partindo do canal em repouso e do início da injeção da corrente de turbidez, inicialmente o ponto de mergulho se move rapidamente a jusante, então vai diminuindo a velocidade de propagação à medida que o tempo passa, até finalmente atingir uma posição estável, por eles denominada H_{ps} . Escolhendo a escala de tempo característica \tilde{t}_c como o tempo necessário para que $\tilde{H}_p(t_c) = 0,98\tilde{H}_{ps}$, pode-se escrever a equação:

$$\frac{\tilde{H}_{ps} - \tilde{H}_p(t)}{\tilde{H}_{ps}} = \frac{1}{50} \exp\left(3,5 \frac{\tilde{t}_c - \tilde{t}}{\tilde{t}_c}\right), \quad (3.20)$$

com um coeficiente de determinação $R^2 = 0,93$, para os dados dos autores.

Arita e Nakai (2008) realizaram uma série de experimentos salinos em um canal com 150 cm de comprimento por 5 cm de largura e 20 cm de profundidade, com a declividade do leito S variando de $1/3$ a $1/50$. Embora o valor do número de Reynolds empregado não seja fornecido pelos autores, a variação do parâmetro pode ser calculada como $1.000 \leq Re \leq 2.000$. Quatro diferentes comportamentos na zona de mergulho foram encontrados em função da declividade do leito e do número de Froude densimétrico inicial:

- a) Tipo I aparece em casos nos quais Fr_0 e S são pequenos: $0 \leq Fr_0 \leq 1$ ou $S < 0,1$ (Figura 3.5a). Nesse caso, a água ambiente se desloca junto a superfície para o ponto de mergulho como uma cunha de densidade (tradução livre do inglês para “density wedge”), porque o escoamento se coloca como um fluxo que se aproxima e o perfil de velocidade apresenta perda de momento junto a superfície. A interface entre o escoamento e o fluido ambiente é bastante calma, e a mistura através dela pode ser desprezada. O aparecimento da cu-

nha de densidade governa o fenômeno de mergulho, então Fr_p pode assumir uma série de valores $0 \leq Fr_p \leq 1$;

- b) Tipo II (Figura 3.5b) é observado em casos nos quais S ou Fr_0 são ligeiramente maiores que no Tipo I. Aqui, o fluido ambiente se comporta como uma cunha de densidade na região proximal (junto a zona de mergulho) e como uma corrente de densidade em regiões mais afastadas. Assim como no caso anterior, o número de Froude densimétrico observado se encontra em uma faixa de valores $0 \leq Fr_p \leq 1$, já que o fenômeno de mergulho é estabelecido pela cunha de densidade;
- c) Tipo III aparece nos casos em que ambos Fr_0 e S são medianos. O escoamento ambiente se comporta como uma corrente de densidade (Figura 3.5c), porque o escoamento mergulha dinamicamente para baixo e em grande curva próxima ao ponto de mergulho, devido à grande inclinação inferior, e seu perfil de velocidade será quase uniforme. Adicionalmente, se observa uma frente de Karman na região proximal do fluido ambiente, e é produzida mistura através da interface de densidade. O valor para Fr_p será aproximadamente 0,5, o que coincide com a solução para correntes de densidade imiscíveis (BENJAMIN, 1968).
- d) Tipo IV é observado nos casos de maior declividade do leito (como $S = 32\%$). O fluido ambiente também se comporta como uma corrente de densidade e o mergulho do escoamento é observado, entretanto, ele é acompanhado por uma bolha de recirculação junto ao fundo (Figura 3.5d). A recirculação é produzida pelo repredimento do escoamento ao leito devido ao efeito Coandă¹, e então o mergulho é visto de maneira similar a um salto hidráulico interno.

Um total de 27 experimentos em laboratório foram executados por Sequeiros et al. (2009), para estudar o efeito de auto aceleração na região frontal das correntes de turbidez. Tal fenômeno ocorre quando existe um balanço positivo entre deposição de material da corrente para o leito e erosão e, conseqüente, incorporação de material do leito para a corrente. Medições da velocidade de avanço e concentração na cabeça da corrente foram utilizadas para calcular o Froude densimétrico. Apesar da variação de parâmetros característicos entre cada experimento, o Froude densimétrico na região frontal permanece mais ou menos constante, levemente menor do que um. Na região do corpo, o Froude densimétrico é maior do que um. Esse valor é esperado com inclinações do leito mais abruptas que 1%, e pode variar de acordo com a declividade e rugosidade do leito, bem como com o tamanho dos sedimentos em suspensão, já que essas variáveis

¹ O efeito Coandă é a tendência de um filete de um fluido permanecer unido a uma superfície curva adjacente (TRITTON, 2012).

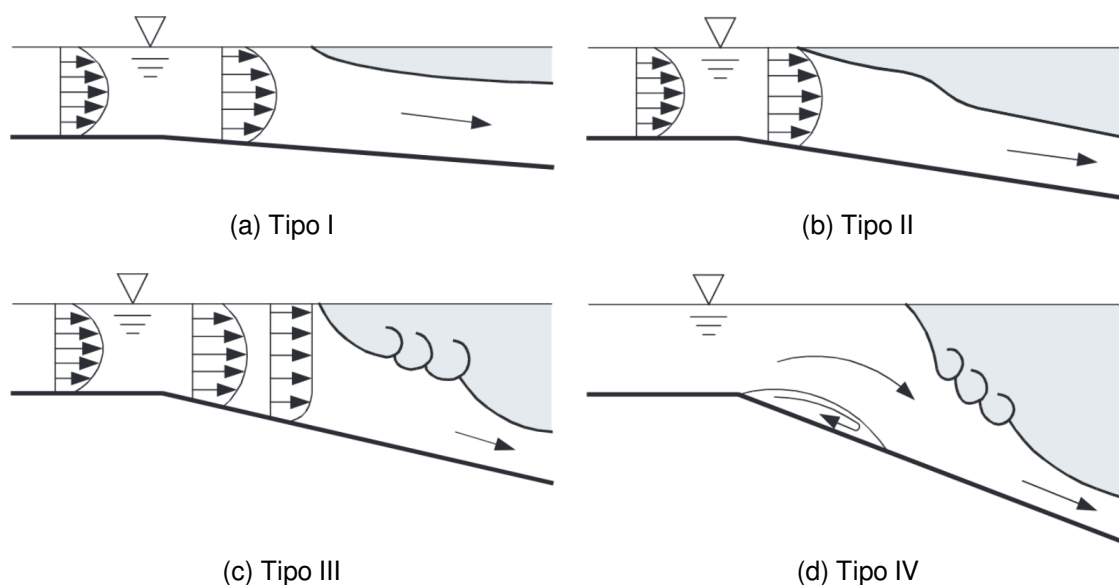


Figura 3.5 – Classificação quanto ao tipo de escoamento observado. Fonte: Adaptado de Arita e Nakai (2008).

afetam o balanço entre as forças inerciais e gravitacionais, bem como a forma do perfil de concentração e velocidade, como escreve Sequeiros (2012).

Ainda sobre a análise de auto aceleração do corpo e da cabeça de uma corrente de turbidez, Sequeiros et al. (2018) reportam outros 9 experimentos físicos. Embora o estudo do mergulho da corrente não tenha sido o objetivo principal do trabalho, o mecanismo teve um papel fundamental por eliminar do escoamento todo o material em suspensão que esteja acima de sua capacidade de transporte, bem como os maiores tamanhos de grão que estejam acima da sua competência (esses termos são usados pelo autor seguindo Kuenen e Sengupta (1970), onde a máxima fração volumétrica que o escoamento é capaz de transportar é denominada sua capacidade, e o diâmetro máximo de sedimento que o escoamento é capaz de transportar é denominado como a sua competência). Essa perda de material em suspensão entre a posição da entrada do canal e o ponto de mergulho auxiliou a estabelecer as condições necessárias na formação de um escoamento em auto aceleração distante a jusante da zona de mergulho. O autor conclui que um regime de escoamento supercrítico é uma condição necessária, mas não suficiente para a condição de auto aceleração.

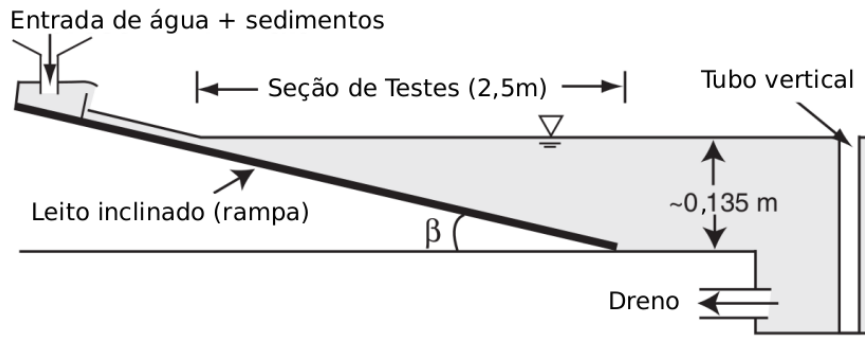
Experimentos detalhados foram conduzidos por Lamb et al. (2010), com o objetivo de investigar se o depósito da corrente de turbidez submersa pode registrar, em termos da altura e distribuição granulométrica dos sedimentos, a dinâmica do fluxo fluvial. O canal utilizado em seus experimentos é representado esquematicamente na Figura 3.6a. A configuração inclui uma rampa inclinada de comprimento de 3 m, com declividade $S = \text{tg}(\beta)$ de 5% e 10%, inserida em um canal preenchido com água límpida, de dimensões: 7 m de comprimento, 0,24 m de largura e 0,135 m de profundidade. Apesar do significativo

comprimento, todas as medições e estatísticas são consideradas apenas na seção de testes, que se estende pelos primeiros $2,5 m$. Água e sedimentos são misturados na caixa de entrada e inseridos no canal, com uma altura de entrada de $\tilde{h}_0 = 10 mm$. Ao final do tanque, um tubo vertical mantém o nível da água constante e um dreno remove o fluxo de turbidez do sistema. A distribuição completa de tamanho de grão de sílica triturada (com massa específica igual à $\tilde{\rho}_s = 2.560 kg/m^3$) descrita para a entrada do canal é exibida na [Figura 3.6b](#). Adicionalmente, três diâmetros característicos são reportados para a entrada do canal: $\tilde{D}_{84} = 43 \mu m$, $\tilde{D}_{50} = 21 \mu m$ e $\tilde{D}_{16} = 3 \mu m$, onde o subscrito se refere a um percentual de grãos com o diâmetro nominal menor que o indicado. Esses três diâmetros são empregados como referência para discretizar a curva granulométrica nas simulações polidispersas apresentadas nesse trabalho. [Lamb et al. \(2010\)](#) apontam que sedimentos grossos (areia) são capazes de registrar aceleração e desaceleração relativas ao fenômeno de mergulho, mesmo para um evento com um único pico de vazão. Em contraste, sedimentos finos (argila) são relativamente insensíveis a dinâmica local do mergulho. Além disso, é relatado que a concentração de sedimentos necessária para mergulho é, de fato, maior que a tipicamente assumida por equivalência de densidade, devido à deposição entre a entrada do canal e a zona de mergulho.

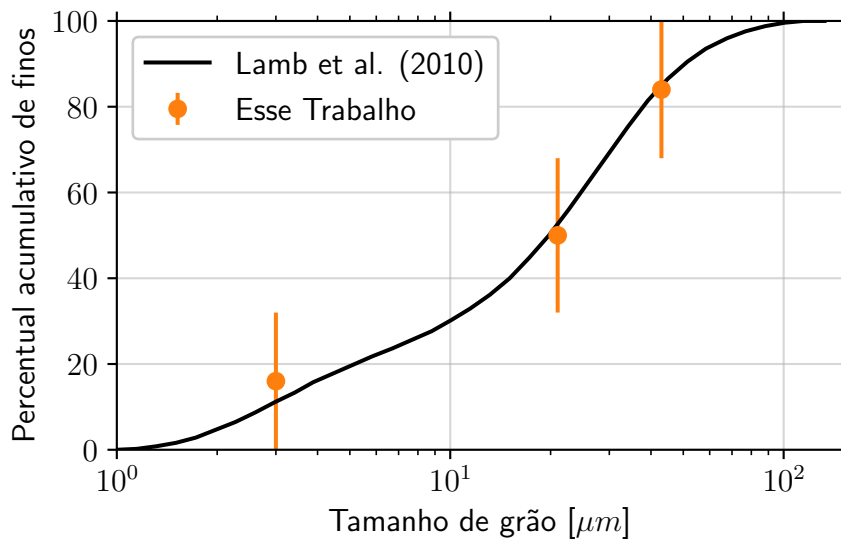
3.2.4 Simulações Numéricas

[Farrell e Stefan \(1986\)](#) investigaram o mergulho do escoamento hiperpicnal por meio das equações de Navier-Stokes em média de Reynolds (RANS, assunto abordado na [subseção 3.4.3](#)). O controle da diferença de temperatura entre o escoamento na entrada do canal e a água ambiente proporcionou a variação de massa específica necessária para se observar o mergulho. A configuração numérica compreende um canal bidimensional com o equivalente a $96 m$ de comprimento, discretizado em uma malha computacional de até 98×14 pontos. A profundidade inicial de $0,5 m$ para uma velocidade na entrada de $0,2 m/s$ resulta em um número de Reynolds de $Re = 8,75 \times 10^4$. Uma das simulações foi definida com velocidade na entrada de $0,4 m/s$, e conseqüentemente um número de Reynolds com o dobro da magnitude, mantendo o restante dos parâmetros constantes. Os autores não encontraram nenhuma diferença significativa com relação à mudança do número de Reynolds. A fim de verificar o impacto que os demais parâmetros exercem sobre a profundidade necessária para mergulho, a declividade do leito S variou de 1% a 3% e a diferença de temperatura de $5^\circ C$ a $25^\circ C$, o que resulta em um número de Froude densimétrico de 1,12 a 2,5. A observação da profundidade de mergulho para cada caso permitiu aos autores ajustar uma função para a sua previsão, dada por

$$\tilde{H}_p = 1,6 \left(\frac{\tilde{Q}_0^2}{\tilde{g}'} \right)^{1/3}, \quad (3.21)$$



(a) Desenho esquemático do canal experimental (fora de escala).



(b) Distribuição de tamanho de grão na entrada do canal.

Figura 3.6 – Configuração experimental empregada nos estudos de [Lamb et al. \(2010\)](#).
Fonte: Modificado de [Lamb et al. \(2010\)](#).

que é maior que o observado experimentalmente por [Singh e Shah \(1971\)](#) e [Farrell e Stefan \(1986\)](#). O rearranjo de equação anterior fornece o número de Froude densimétrico correspondente no ponto de mergulho, que vale

$$Fr_p = \frac{\tilde{Q}_0}{\sqrt{\tilde{g}' \tilde{H}_p^3}} = 1,6^{-3/2} = 0,49. \quad (3.22)$$

Adicionalmente, [Farrell e Stefan \(1986\)](#) propõem um modelo para a estimativa do coeficiente inicial de mistura em função do número de Froude densimétrico a jusante da zona de mergulho Fr_d , dado por

$$\gamma = \begin{cases} 0,5(Fr_d - 0,7) & \text{se } Fr_d > 0,7, \\ 0 & \text{senão.} \end{cases} \quad (3.23)$$

A equação fornece valores superiores para a mistura em comparação aos encontrados em seus experimentos.

Kassem e Imran (2001) conduziram simulações numéricas bidimensionais por meio da metodologia RANS. Os autores se destacam por considerar a completa evolução da corrente de turbidez, incluindo a cabeça da corrente e o mergulho, que se desloca desde a entrada do canal até uma posição estável. O modelo numérico foi empregado tanto para escala laboratorial, com base nos experimentos de Lee e Yu (1997), quanto em escala real, por meio dos dados disponíveis em Mulder et al. (1998). Seus resultados são compatíveis com aqueles observados por Singh e Shah (1971). Entretanto, dados quanto à condição de mergulho e a mistura na zona de mergulho não foram reportados.

Dai et al. (2007) se destacam dos estudos anteriores por mudar a metodologia numérica para Simulações de Grandes Escalas (LES, assunto abordado na subseção 3.4.2), onde as maiores e mais energéticas escalas de turbulência são resolvidas, e as menores escalas modelados pelo esquema clássico de Smagorinsky (SMAGORINSKY, 1963). A configuração numérica foi empregada para três declividades S (0,5%, 1% e 2%), para um número de Reynolds de 10.000 a 15.000, para um total de 9 simulações. Os dados obtidos foram empregados em uma regressão linear, para obter a seguinte relação para o critério de mergulho

$$\tilde{H}_p = 1,8 \left(\frac{\tilde{Q}_0^2}{\tilde{g}'} \right)^{1/3}. \quad (3.24)$$

O número de Froude densimétrico na posição de mergulho pode ser obtido aproximadamente como

$$Fr_p = \frac{\tilde{Q}_0}{\sqrt{\tilde{g}' \tilde{H}_p^3}} = 1,8^{-3/2} = 0,41. \quad (3.25)$$

Além disso, os autores observam o ponto de mergulho como um ponto de estagnação, e relatam que a linha de corrente na região faz um ângulo de 57° com a superfície superior.

Üneş et al. (2015) emprega técnicas de *Neuro-Fuzzy* (NF), rede neural artificial (ANN, do inglês *artificial neural network*) e regressão linear múltipla (MLR, do inglês *multi linear regression*) para obter uma estimativa da posição de mergulho. Os dados para alimentar os modelos anteriores são provenientes de simulações 2D-RANS dos próprios autores, adotando o modelo de turbulência $k - \epsilon$. Em um primeiro momento, os autores ajustam seus dados numéricos para o modelo proposto por Singh e Shah (1971) (3.17), obtendo

$$\tilde{H}_p = 1,39 \left(\frac{\tilde{Q}_0^2}{\tilde{g}'} \right)^{1/3}, \quad (3.26)$$

com um coeficiente de determinação de $R^2 = 0,93$. O número de Froude densimétrico na posição de mergulho pode ser obtido aproximadamente como

$$Fr_p = \frac{\tilde{Q}_0}{\sqrt{\tilde{g}' \tilde{H}_p^3}} = 1,39^{-3/2} = 0,61. \quad (3.27)$$

Em um segundo momento, as observações numéricas alimentam o modelo MLR, fornecendo a seguinte equação

$$\tilde{H}_p = -1,791 + 2,756 \left(\frac{\tilde{Q}_0^2}{\tilde{g}'} \right)^{1/3} - 1,156 \tilde{Q}_0, \quad (3.28)$$

com um coeficiente de determinação de $R^2 = 0,90$. E finalmente, os resultados para NF (cujos detalhes podem ser encontrados em Üneş et al. (2015)) obtiveram o maior coeficiente de determinação entre os métodos testados, sendo $R^2 = 0,95$.

Schuch (2016) apresenta os primeiros resultados provenientes de Simulação Numérica Direta (DNS) bidimensionais para o mergulho do escoamento. Além disso, o trabalho se destaca por introduzir o papel da velocidade de sedimentação das partículas em suspensão ao simular essa configuração, onde até três diferentes diâmetros de sedimento foram considerados. A verificação da metodologia se deu pela comparação dos resultados numéricos com os dados experimentais de Lamb et al. (2010), e uma boa concordância é relatada. Observou-se limitações quando à capacidade de estudar casos com maiores números de Reynolds Re ou Froude densimétrico inicial Fr_0 . Devido à característica bidimensional das simulações, pode-se perceber a formação, crescimento e pareamento de grandes vórtices no domínio computacional, que terminam por descaracterizar a dinâmica esperada, tanto na zona de mergulho, quando na cabeça da corrente de turbidez. A título de comparação, a Figura 3.7 apresenta uma visualização para três casos para o mesmo tempo adimensional: 2D polidisperso (três diâmetros de partículas), 2D monodisperso (apenas um diâmetro) e 3D monodisperso. A forte vorticidade bidimensional é notável nos dois primeiros casos, mesmo que Re e Fr_0 estejam em valores aceitáveis, o que provoca o retardamento no avanço da cabeça do escoamento, embora a posição de mergulho seja praticamente a mesma. Isso evidencia a importância que as simulações tridimensionais apresentam nesse contexto, especialmente quando se deseja atingir parâmetros de magnitude compatível com configurações experimentais. O alto custo (tempo de cálculo) da metodologia DNS impossibilitou a execução do domínio tridimensional em dimensões que seriam compatíveis com o caso experimental de referência.

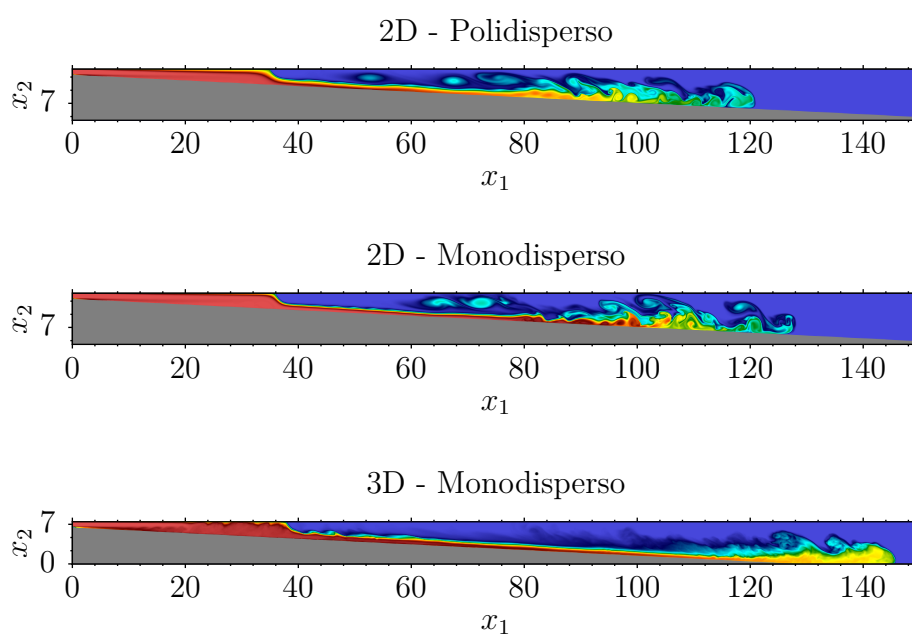


Figura 3.7 – Campo instantâneo de concentração de partículas, para $t = 270$. A concentração no caso 3D é apresentada como uma média na direção transversal. Fonte: [Schuch \(2016\)](#).

3.3 Equações Governantes

Existem diversos modelos matemáticos que descrevem os escoamentos com material sedimentar em suspensão. Uma revisão completa sobre o assunto, com ênfase em correntes de gravidade, é apresentada em Ungarish (2009) e Meiburg et al. (2015). Com o objetivo de descrever matematicamente esses escoamentos, utiliza-se as equações incompressíveis de Navier-Stokes sob a aproximação de Boussinesq, adicionalmente à N equações de transporte escalar, que podem representar a concentração de sedimentos em suspensão, concentração salina ou temperatura, por exemplo. Mais informações são fornecidas a seguir.

3.3.1 Lei de Stokes

A análise da velocidade de sedimentação \tilde{u}_s exige que se façam algumas suposições sobre as partículas em suspensão, a sua geometria pode ser considerada esférica, além disso, sob baixas concentrações volumétricas a interação entre partículas pode ser desprezada e o seu tempo de resposta hidrodinâmico é muito menor que as escalas de tempo típicas do escoamento (NECKER et al., 2005), o que possibilita fazer um balanço de forças em equilíbrio.

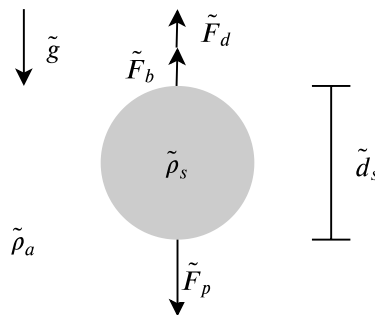


Figura 3.8 – Esquema das forças atuantes sobre uma partícula esférica, sendo elas: Força peso \tilde{F}_p , força de empuxo \tilde{F}_b e força de arrasto \tilde{F}_d .

Para o desdobramento de cada uma das forças atuando sobre a partícula em suspensão, conforme ilustra a Figura 3.8, tem-se:

- A força peso \tilde{F}_p como o produto do volume da esfera com a massa específica do sedimento $\tilde{\rho}_s$ e a aceleração da gravidade \tilde{g} ;
- A força de empuxo \tilde{F}_b é produzida pelo fluido deslocado, ou o produto do volume da esfera com a massa específica do fluido $\tilde{\rho}_a$ e a aceleração da gravidade \tilde{g} ;
- Por fim, a força de arrasto \tilde{F}_d para uma pequena esfera se movendo em um fluido viscoso, conforme Laidler e Meiser (1982), é função da viscosidade di-

nâmica $\tilde{\mu}$ do fluido, do diâmetro \tilde{d}_s e da velocidade de descolamento da esfera \tilde{u}_s , que neste caso é a própria velocidade de sedimentação.

Dessa maneira, o balanço de forças pode ser escrito como

$$\underbrace{\frac{\pi}{6}\tilde{d}_s^3\tilde{\rho}_s\tilde{g}}_{\tilde{F}_p} = \underbrace{\frac{\pi}{6}\tilde{d}_s^3\tilde{\rho}_a\tilde{g}}_{\tilde{F}_b} + \underbrace{3\pi\tilde{\mu}\tilde{d}_s\tilde{u}_s}_{\tilde{F}_d}. \quad (3.29)$$

A velocidade de sedimentação de Stokes é obtida isolando-se \tilde{u}_s na [Equação 3.29](#), resultando em

$$\tilde{u}_s = \frac{1}{18}\tilde{d}_s^2\tilde{g}\frac{(\tilde{\rho}_s - \tilde{\rho}_a)}{\tilde{\mu}}. \quad (3.30)$$

Segundo [Ferguson e Church \(2004\)](#), essa equação tem uma boa aproximação apenas para pequenos diâmetros, de modo que o número de Reynolds da partícula

$$Re_s = \frac{\tilde{u}_s\tilde{d}_s\tilde{\rho}_a}{\tilde{\mu}}, \quad (3.31)$$

seja menor do que 1.

Para simplificar as simulações numéricas, é usual presumir que as oscilações na viscosidade dinâmica do fluido e a velocidade de sedimentação da partícula são desprezíveis, e ambos parâmetros podem então ser considerados constantes. Entretanto, [Ruschel \(2018\)](#) investiga a metodologia numérica para ponderar como a viscosidade e velocidade de queda variam em função da concentração de material em suspensão. Seus resultados apontam que a velocidade de propagação da frente da corrente é reduzida em decorrência de velocidade de queda variável, sendo tal efeito também observado em casos experimentais em laboratório.

3.3.2 Conservação da massa, Navier-Stokes e transporte de escalares

A análise da influência que a máxima concentração volumétrica de sedimentos \tilde{C}_0 exerce sobre a densidade relativa da corrente de turbidez pode ser feita por meio da [Equação 3.1](#). Considerando casos com baixa concentração de partículas $\tilde{C}_0 \ll 1$, pode-se perceber que

$$R\tilde{C}_0 \ll 1, \quad (3.32)$$

implicando sobre a [Equação 3.1](#) que $\Delta\tilde{\rho}_0 \approx 0$. Sendo a massa específica do fluido ambiente muito próxima da massa específica da corrente, pode-se empregar as equações de Navier-Stokes na aproximação de Boussinesq, na qual se assume que a massa específica do escoamento pode ser considerada constante, exceto no termo gravitacional.

As equações de Navier-Stokes, utilizando a aproximação de Boussinesq, são dadas por

$$\frac{\partial\tilde{u}_j}{\partial\tilde{x}_j} = 0, \quad (3.33)$$

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial \tilde{t}} + \tilde{u}_j \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial \tilde{x}_j} = -\frac{1}{\tilde{\rho}_a} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{x}_i} + \tilde{\nu} \frac{\partial^2 \tilde{u}_i}{\partial \tilde{x}_j \partial \tilde{x}_j} - \frac{\tilde{c}_t}{\tilde{\rho}_a} \tilde{F}, \quad (3.34)$$

onde \tilde{u}_i representa as três componentes do vetor de velocidade e \tilde{p} a pressão. O último termo à direita da Equação 3.34, \tilde{F} , representa o balanço de forças gravitacionais (empuxo e peso), definindo o efeito de acoplamento entre a concentração de partículas e a velocidade do fluido (NECKER et al., 2002).

A equação de transporte considera que a velocidade convectiva da concentração de partículas é igual à soma da velocidade local do fluido \tilde{u}_i com a velocidade de sedimentação \tilde{u}_s , que possui o sentido da aceleração da gravidade. Admitindo uma configuração polidispersa com N frações granulométricas, faz-se necessário resolver uma equação do transporte para cada uma delas, na forma

$$\frac{\partial \tilde{c}_\ell}{\partial \tilde{t}} + (\tilde{u}_j + \tilde{u}_{s,\ell} e_j^g) \frac{\partial \tilde{c}_\ell}{\partial \tilde{x}_j} = \tilde{k}_\ell \frac{\partial^2 \tilde{c}_\ell}{\partial \tilde{x}_j \partial \tilde{x}_j}, \quad 1 \leq \ell \leq N, \quad (3.35)$$

onde \tilde{k} representa a difusividade mássica, e_j^g o vetor unitário apontando na direção da gravidade e o somatório da concentração de cada uma das frações fornece a concentração total do escoamento \tilde{c}_t .

A resolução numérica das equações (3.33), (3.34) e (3.35) é facilitada quando escritas em sua forma adimensional. Para tanto, utilizam-se como grandezas de referência as características mensuradas na entrada do canal: concentração volumétrica \tilde{C}_0 , velocidade \tilde{U}_0 e altura \tilde{h}_0 , ou vazão por unidade de largura $\tilde{Q}_0 = \tilde{U}_0 \tilde{h}_0$. Podem-se então definir três grupos adimensionais. Os números de Reynolds (3.3) e Froude densimétrico inicial (3.4), além do número de Schmidt

$$Sc = \frac{\tilde{\nu}}{\tilde{k}}, \quad (3.36)$$

que representa a razão entre a difusividade de quantidade de movimento e a difusividade de partículas \tilde{k} . Os demais termos das equações são adimensionalizados como:

$$u_i = \tilde{u}_i / \tilde{U}_0, \quad (3.37a)$$

$$u_s = \tilde{u}_s / \tilde{U}_0, \quad (3.37b)$$

$$t = \tilde{U}_0 \tilde{t} / \tilde{h}_0, \quad (3.37c)$$

$$x = \tilde{x} / \tilde{h}_0, \quad (3.37d)$$

$$p = \tilde{p} / (\tilde{\rho}_a \tilde{U}_0^2), \quad (3.37e)$$

$$c_t = \tilde{c}_t / \tilde{C}_0. \quad (3.37f)$$

Finalmente, as equações resultam em sua forma adimensional como:

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0, \quad (3.38a)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + e_i^g \frac{1}{Fr_0^2} \sum_{\ell=1}^N c_\ell, \quad (3.38b)$$

$$\frac{\partial c_\ell}{\partial t} + (u_j + u_{s,\ell} e_j^g) \frac{\partial c_\ell}{\partial x_j} = \frac{1}{ReSc} \frac{\partial^2 c_\ell}{\partial x_j \partial x_j}, \quad 1 \leq \ell \leq N. \quad (3.38c)$$

3.4 Fluidodinâmica computacional

Uma descrição precisa e abrangente sobre a turbulência é muito difícil, assim como defini-la. No entanto, algumas características podem ser destacadas, como descrevem [Tennekes e Lumley \(1972\)](#):

- a) Irregularidade ou aleatoriedade: tornam impossível uma abordagem determinística, de modo que problemas de turbulência envolvem métodos estatísticos.
- b) Difusividade: produz a mistura no fluido, aumentando a transferência de calor e massa, além de retardar a separação de camada limite.
- c) Altos números de Reynolds: instabilidades no escoamento laminar provocam o surgimento da turbulência, à medida que o número de Reynolds aumenta.
- d) Tridimensionalidade da vorticidade: a turbulência é rotacional e apresenta flutuações tridimensionais de vorticidade.
- e) Dissipação: a viscosidade dissipa a energia cinética turbulenta na forma de calor, causando o rápido decaimento da turbulência quando não há um fornecimento externo de energia.
- f) Meio contínuo: a menor escala turbulenta é maior que qualquer escala de comprimento molecular.
- g) “Escoamentos turbulentos são escoamentos”: a turbulência não é uma característica do fluido, mas sim do escoamento.

A turbulência é fundamentalmente um fenômeno de vorticidade em múltiplas escalas, geradas pela ação do cisalhamento ou gravidade. A energia é retirada do escoamento principal por meio dos grandes vórtices que a transmitem para vórtices cada vez menores, até que nas mínimas escalas turbulentas a energia seja dissipada pela viscosidade na forma de calor ([MÖLLER; SILVESTRINI, 2004](#)). Esse mecanismo é designado como cascata de Kolmogorov. No caso de turbulência homogênea isotrópica, por exemplo, [Silvestrini \(2003\)](#) demonstra que o tamanho das maiores estruturas turbulentas, ou escala integral de comprimento l , é dado por

$$l \sim \frac{v^3}{\epsilon}, \quad (3.39)$$

onde v é uma escala de velocidade característica e ϵ a taxa de dissipação de turbulência. Ainda para esse caso, o tamanho das menores estruturas turbulentas, ou escala de Kolmogorov η , é

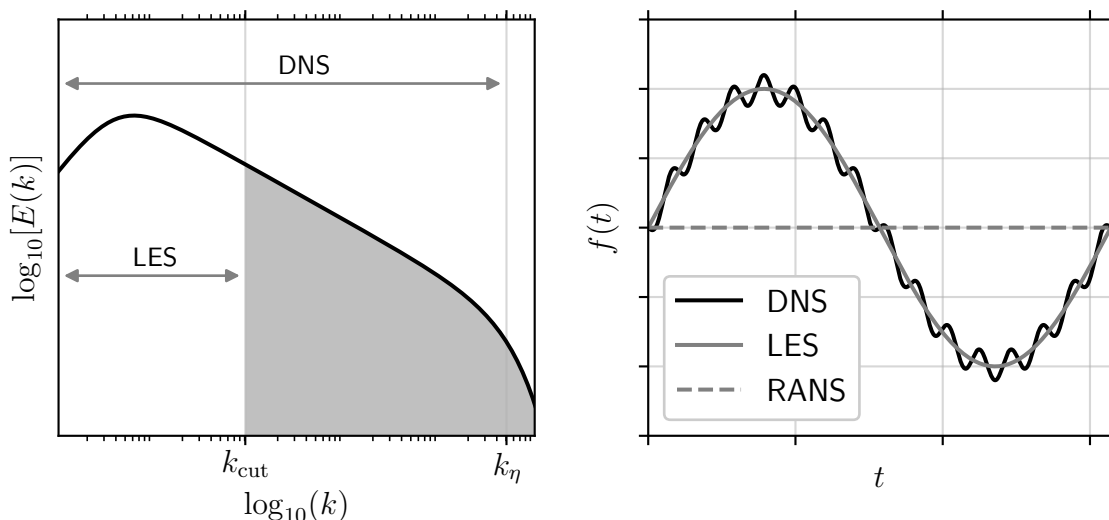
$$\eta \sim \left(\frac{\nu^3}{\epsilon} \right)^{1/4}. \quad (3.40)$$

A fluidodinâmica computacional (CFD, do inglês *Computational Fluid Dynamics*) simula numericamente os processos físicos do escoamento por meio das equações de Navier-Stokes. Meiburg et al. (2015) descrevem diferentes métodos possíveis no contexto das correntes de turbidez, que diferem entre si em função das escalas turbulentas que são resolvidas ou modeladas, e isso tem um impacto direto na resolução espacial necessária, e conseqüentemente, na demanda computacional de cada caso. As três principais abordagens são: Equações de Navier-Stokes em média de Reynolds (RANS, *Reynolds-averaged Navier-Stokes equations*); Simulação de grandes escalas (LES, *large eddy simulation*); Simulação numérica direta (DNS, *direct numerical simulation*). Todas são representadas esquematicamente na Figura 3.9, e serão melhor detalhadas a seguir. A Tabela 3.3 apresenta uma compilação da dimensão, número de pontos e a resolução espacial para diversos estudos aplicados ao mergulho do escoamento hiperpícnal em canal inclinado. O objetivo da tabela é fornecer uma comparação quantitativa, uma vez que se sabe que os valores exatos podem variar em função de diversos fatores, como por exemplo, em função dos parâmetros do escoamento (principalmente o número de Reynolds Re) ou método de discretização (elementos finitos, diferenças finitas e outros). Note que apenas os valores na direção longitudinal são exibidos, por simplicidade, e que aumentar o número de pontos por metro pode produzir um aumento exponencial no tempo de cálculo. Isso é, dobrar o número de pontos em cada direção em uma simulação tridimensional aumenta o tempo necessário na ordem de 2^3 , adicionalmente, os efeitos que a mudança de resolução podem ter sobre a diminuição do passo de tempo, por questões de estabilidade numérica do método, pode elevar o custo total na ordem de 2^4 .

3.4.1 Simulação Numérica Direta (DNS)

A metodologia não requer nenhuma alteração sobre as equações governantes (3.38), de modo que todas as escalas da turbulência são resolvidas no tempo e no espaço, como mostra a Figura 3.9a. Nenhum modelo de turbulência é empregado, sendo portanto a abordagem de mais simples implementação. Isso implica solucionar desde as escalas mais energéticas, dadas pela escala integral (3.39) até as menores escalas turbulentas, dadas pela escala de Kolmogorov (3.40). Como consequência, toda e qualquer flutuação é resolvida e exibida nos resultados, como esquematizado na Figura 3.9b.

Silvestrini (2003) demonstra, por outro lado, que a razão entre ambas as escalas define o número de graus de liberdade N necessários para reproduzir o escoamento



(a) Espectro da turbulência em duplo logaritmo

(b) Sinal em função do tempo

Figura 3.9 – Representação esquemática dos métodos para simulação numérica: (a) mostra o espectro da turbulência, com destaque para a fração resolvida por cada metodologia, para comparação, enquanto (b) mostra o resultado esperado.

Tabela 3.3 – Comprimento e número de pontos empregados para a discretização do domínio computacional na direção longitudinal em diversas referências, além da relação pontos por metro, para fins comparativos.

Estudo	Comprimento [m]	Pontos	Pontos / m	Metodologia
Farrell e Stefan (1986)	96	98	~ 1	2D RANS
Kassem e Imran (2001)	20	1.000	50	2D RANS
	40.000	4.000	0,1	2D RANS
Esse trabalho (seção 5.1)	3,125*	2.001	640	3D LES
Esse trabalho (seção 5.2)	3,375*	1.081	320	3D LES
Schuch (2016)	3,796*	4.861	1.280	2D DNS
	3,75*	7.501	2.000	2D DNS
	1,5625*	2.001	1.280	3D DNS

Nota – *Convertidos para valores dimensionais considerando a altura inicial do canal $\tilde{h}_0 = 0,01$ m, em linha com a configuração experimental de Lamb et al. (2010).

turbulento

$$N \sim \frac{l}{\eta} \sim \left(\frac{lv}{\nu}\right)^{3/4} \sim Re_l^{3/4}, \tag{3.41}$$

de modo que para um cálculo tridimensional discretizado em uma malha com $n_1 \times n_2 \times n_3$ pontos, os graus de liberdade necessários sejam

$$Re_l \sim (n_1 n_2 n_3)^{4/9}, \tag{3.42}$$

onde Re_l representa o número de Reynolds turbulento baseado na escala integral. Como resultado, a simulação numérica direta é a metodologia mais exigente computacionalmente, visto que seu custo cresce exponencialmente com o número de Reynolds.

A elevada demanda computacional associada à DNS restringe a sua aplicação para cenários em pequena escala, como em configurações acadêmicas, para o estudo da turbulência fundamental, ou a simulação de escalas laboratoriais, como pequenos tanques ou túneis de vento (ver [Tabela 3.3](#)).

3.4.2 Simulação de Grandes Escalas (LES)

A abordagem de simulação de grandes escalas surge como uma alternativa de menor custo, se comparada com DNS, possibilitando a resolução de maiores números de Reynolds para uma mesma malha computacional, aumentar as dimensões do domínio de cálculo para um mesmo número de Reynolds (ao custo de uma maior resolução espacial) ou mesmo configurações de escoamentos mais complexas. A metodologia permite simular aplicações práticas de engenharia, como o escoamento ao redor de veículos, sistemas de bombeamento, jatos turbulentos, entre outros.

[Silvestrini \(2003\)](#) comenta que, para tanto, aplica-se uma filtragem apropriada que separa as “grandes” escalas das “pequenas” escalas, de acordo com um comprimento de onda de corte k_{cut} . Isso diminui o espectro de energia a simular e conseqüentemente o número de graus de liberdade necessários, como esquematizado na [Figura 3.9a](#). Repare que a área em cinza indica a fração de energia que o caso LES deixa de resolver, e passa modelar. Todavia, por resolver apenas as maiores escalas da turbulência, o método é incapaz de fornecer resultados sobre as menores flutuações do escoamento ([Figura 3.9b](#)).

As equações governantes resolvidas na metodologia LES são obtidas pela filtragem das equações de Navier-Stokes e transporte de escalar, conforme [Meiburg et al. \(2015\)](#), sendo escritas como

$$\frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_j} = 0, \quad (3.43a)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + \frac{1}{Fr_0^2} e_i^g \bar{c}, \quad (3.43b)$$

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + (\bar{u}_j + u_s e_j^g) \frac{\partial \bar{c}}{\partial x_j} = \frac{1}{ReSc} \frac{\partial^2 \bar{c}}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial \eta_j}{\partial x_j}, \quad (3.43c)$$

onde \bar{u}_i e \bar{c} representam os campos de velocidade e concentração filtrados, respectivamente. O efeito das escalas sub-malha é adicionado às equações de quantidade de movimento por meio do tensor de cisalhamento sub-malha τ_{ij} e à equação da concentração pelo fluxo de escalar sub-malha η_j . A adição de ambos os termos provoca um problema de fechamento no sistema (3.43), uma vez que existem mais incógnitas do que equações, e portanto esses termos necessitam ser modelados. [Meneveau e Katz \(2000\)](#) fornecem uma revisão sobre várias abordagens para modelos de turbulência sub-malha.

No contexto desse trabalho, a metodologia LES viabiliza a execução dos cálculos em um domínio tridimensional de medidas compatíveis com tanques experimentais de re-

ferência, possibilitando a verificação dos resultados com dados disponíveis na literatura (ver [Tabela 3.3](#)). Entretanto, nenhum modelo de turbulência sub-malha é empregado. O formalismo matemático das Simulação Implícita de Grandes Escalas (ILES) será apresentado na [subseção 4.3.1.3](#).

3.4.3 Equações de Navier-Stokes em média de Reynolds (RANS)

A decomposição de Reynolds, como descrita por [Tennekes e Lumley \(1972\)](#), consiste na separação das variáveis do escoamento f (velocidade ou concentração, por exemplo) em um termo médio no tempo

$$\bar{f} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f dt, \quad (3.44)$$

e uma componente de flutuação ao redor da média f' , do seguinte modo

$$f(x_i, t) = \bar{f}(x_i) + f'(x_i, t). \quad (3.45)$$

Vale destacar que, por definição, a média no tempo de uma flutuação é necessariamente igual a zero

$$\bar{f'} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} (f - \bar{f}) dt = 0. \quad (3.46)$$

Ao aplicar a decomposição de Reynolds sobre as equações governantes ([3.38](#)) obtém-se um sistema semelhante ao mostrado em ([3.43](#)), conforme relatam [Meiburg et al. \(2015\)](#), exceto que a notação da barra que antes indicava uma grandeza filtrada agora representa uma grandeza média, e os termos extras τ_{ij} e η_j agora representam o tensor de tensões de Reynolds e o fluxo de escalar, respectivamente. Ainda que os termos τ_{ij} e η_j sejam similares entre LES e RANS, conforme [Silvestrini \(2003\)](#), o conceito físico é diferente. A energia é menor nas escalas sub-malha em LES se comparada a energia da turbulência em RANS ([Figura 3.9a](#)), de modo que a modelagem no segundo é muito mais pertinente que no primeiro.

Embora a resolução por RANS forneça apenas resultados médios para velocidade ou concentração, como esquematizado na [Figura 3.9b](#), ela é todavia a metodologia de menor carga computacional, sendo assim capaz de resolver escoamentos em domínios cujo comprimento pode atingir a ordem de quilômetros (ver [Tabela 3.3](#)).

4 Metodologia

Para resolver numericamente as equações governantes (3.38), esse trabalho utilizou uma ramificação da versão original do código computacional `Incompact3d`¹, desenvolvida pelo próprio autor, para a simulação do mergulho do escoamento hiperpícnal em canal inclinado. Neste capítulo, detalham-se as mudanças implementadas no código de simulação quanto ao domínio de cálculo, em duas versões. O Domínio de Cálculo - I (seção 4.1) representa a primeira versão, a qual foi apresentada na qualificação dessa Tese e publicada por Schuch et al. (2018a), em conjunto com os resultados da verificação do código computacional apresentados na seção 5.1. Entretanto, uma nova versão é proposta (Domínio de Cálculo - II), com algumas melhorias em relação a anterior, que serão descritas na seção 4.2. Por fim, apresentam-se os principais métodos numéricos que são inerentes ao código `Incompact3d` (seção 4.3), incluindo a discretização espacial em esquemas de diferenças finitas, o avanço no tempo, o método de fronteiras imersas (IBM) e a discussão sobre a estratégia de paralelização, escalável em ambientes de computação de alto desempenho (seção 4.4).

4.1 Domínio de Cálculo - I

A configuração das simulações numéricas (Figura 4.1) tem por objetivo reproduzir o arranjo experimental de Lamb et al. (2010), apresentado na Figura 3.6a. Para tanto, ele é dividido em três seções principais. A seção de testes, onde todas as estatísticas do escoamento são avaliadas, tem as dimensões ($L_1 \times L_2 \times L_3$) iguais a ($250h_0 \times 15,875h_0 \times 4h_0$). Note que a largura do domínio L_3 é seis vezes menor em comparação a referência experimental, devido à limitações computacionais. A declividade do leito é igual a $S = 5\%$, sendo inserida no domínio computacional por meio do método das fronteiras imersas (IBM, do inglês *Immersed Boundary Method*, mais detalhes na subseção 4.3.3). Como a condição de contorno no fundo do domínio é aplicada na fronteira sólido-fluido da IBM, um patamar plano de altura L_{2b} é aplicado mesmo na região plana do fundo, após o final da seção de testes. A extensão total do canal experimental ($700h_0$) é muito longa para ser reproduzida numericamente, por isso o emprego da zona esponja a jusante da seção de testes. O domínio computacional completo tem dimensões ($L_1 + L_{1b} \times L_2 + L_{2b} \times L_3$) iguais a ($312,5h_0 \times 16,875h_0 \times 4h_0$) discretizadas em uma malha computacional ($n_1 \times n_2 \times n_3$) com ($2001 \times 241 \times 31$) pontos. Meio milhão de iterações temporais com um passo de tempo

¹ Ferramenta de pesquisa livre e de código fonte aberto, soluciona as equações incompressíveis de Navier-Stokes e transporte de escalares, programado na linguagem Fortran 90, permite o método de Simulação Numérica Direta (DNS) ou Simulação Implícita de Grandes Escalas (ILES). Disponível em: <www.incompact3d.com> ou ainda no repositório <<https://github.com/xcompact3d/Incompact3d>>.

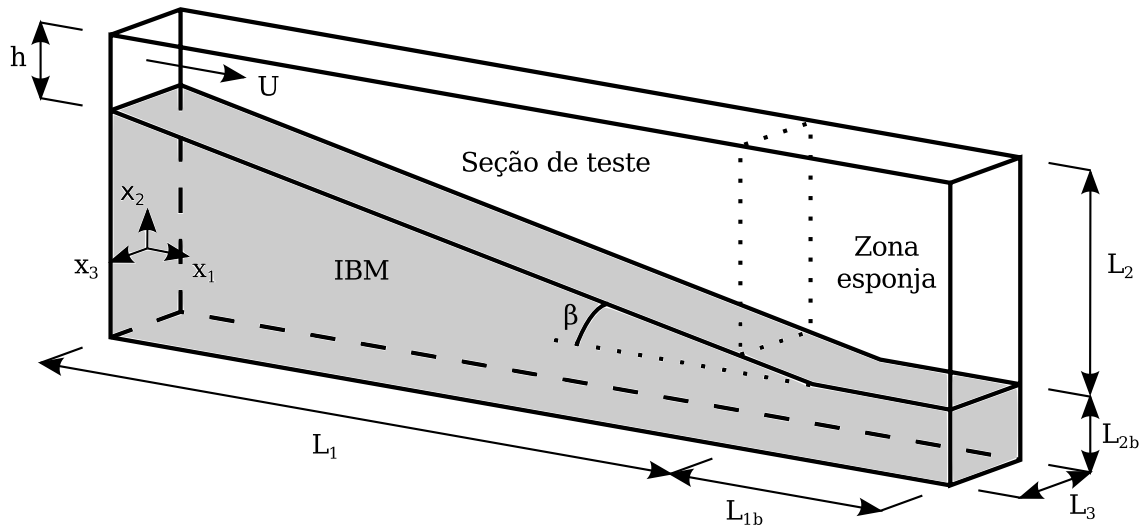


Figura 4.1 – Representação esquemática do domínio de cálculo das simulações numéricas, fora de escala.

de $\Delta t = 0,01$ são aplicados, resultando em um tempo final adimensional de simulação de 5.000. O vetor unitário apontando na direção da gravidade é definido como $e^g = [0, -1, 0]$.

4.1.1 Condições de contorno e iniciais

A condição de contorno de entrada (onde $x_1 = 0$) é definida pelos seguintes perfis para concentração e velocidade, respectivamente

$$c_\ell = I(x_2)c_{0,\ell}, \quad 1 \leq \ell \leq N, \quad (4.1a)$$

$$u_i = [I(x_2), 0, 0], \quad (4.1b)$$

com

$$I(x_2) = \begin{cases} \tanh \left\{ \frac{\sqrt{\pi}}{\delta_h} [x_2 - L_2 + h + A \cdot \text{sen}(t)] \right\} & \text{se } x_2 > L_2 - h, \\ 0 & \text{se } x_2 \leq L_2 - h. \end{cases} \quad (4.2)$$

$\delta_h = 0,01$ corresponde a espessura da camada de cisalhamento da tangente hiperbólica e $c_{0,\ell}$ a porção de cada fração granulométrica na entrada do canal. O termo senoidal com amplitude $A = 0,005$ é concebido para gerar perturbações no contorno de entrada e favorecer a transição do escoamento à turbulência. Equações convencionais de convecção unidimensional são empregadas no contorno de saída (onde $x_1 = L_1 + L_{1b}$) tanto para concentração de partículas quanto para velocidade

$$\frac{\partial c_\ell}{\partial t} + U_c \frac{\partial c_\ell}{\partial x_1} = 0, \quad 1 \leq \ell \leq N, \quad (4.3a)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + U_c \frac{\partial u_i}{\partial x_1} = 0, \quad (4.3b)$$

onde U_c representa a velocidade de advecção normal à saída, e é igual a unidade. Para a condição de contorno de topo (onde $x_2 = L_2$), assume-se uma superfície indeformável de água, que de acordo com [Nasr-Azadani et al. \(2013\)](#), é melhor descrita como um contorno de fluxo nulo para concentração de partículas bem como deslizamento livre para a velocidade

$$\frac{1}{ReSc} \frac{\partial c_\ell}{\partial x_2} + e_2^g u_{s,\ell} c_\ell = 0, \quad 1 \leq \ell \leq N, \quad (4.4a)$$

$$\left[\frac{\partial u_1}{\partial x_2}, u_2, \frac{\partial u_3}{\partial x_2} \right] = [0,0,0]. \quad (4.4b)$$

Na região da interface sólido-fluido, a deposição de partículas é reproduzida por uma equação de saída convectiva de concentração de partículas ([NECKER et al., 2002](#)) bem como uma condição de não deslizamento empregada para a velocidade

$$\frac{\partial c_\ell}{\partial t} + e_2^g u_{s,\ell} \frac{\partial c_\ell}{\partial x_2} = 0, \quad 1 \leq \ell \leq N, \quad (4.5a)$$

$$u_i = [0,0,0]. \quad (4.5b)$$

Nas fronteiras laterais (onde $x_3 = \pm L_3/2$), uma condição de fluxo nulo bem como deslizamento livre são empregadas para concentração e velocidade, respectivamente,

$$\frac{\partial c_\ell}{\partial x_3} = 0, \quad 1 \leq \ell \leq N, \quad (4.6a)$$

$$\left[\frac{\partial u_1}{\partial x_3}, \frac{\partial u_2}{\partial x_3}, u_3 \right] = [0,0,0]. \quad (4.6b)$$

Para a condição inicial (quando $t = 0$), o domínio está preenchido por fluido límpido e em repouso

$$c_\ell = u_i = 0. \quad (4.7)$$

4.1.2 Zona esponja

O emprego desta região não física, também conhecida como *buffer zone* ou *sponge zone*, visa reduzir efetivamente perturbações e reflexões nas proximidades do contorno de saída. Embora a condição de contorno na saída do domínio (4.3) permita que a concentração de partículas deixe o domínio computacional, [Henniger et al. \(2010\)](#) sugerem que a extensão longitudinal L_1 deve ser grande o suficiente para que todas as partículas se depositem através do fundo do canal. Quando atingir tal extensão não for viável do ponto de vista do tempo de cálculo (ou memória requerida), a zona esponja surge como uma alternativa que permite reduzir o comprimento do domínio, diminuindo consideravelmente os custos computacionais. Sua atuação numérica é análoga ao sistema de drenagem empregado em configurações experimentais, ilustrado na [Figura 3.6a](#).

A implementação da zona esponja ocorre por meio de um coeficiente de absorção, definido como

$$\sigma_{ab}(x_1) = \frac{1}{2} [1 - \tanh(x_1 - L_1 - L_{1b} + 3)], \quad (4.8)$$

posicionado a montante do contorno de saída, com o intuito de gradualmente absorver a concentração de partículas e a velocidade negativa na direção x_1 . Esse artifício numérico é efetivo apenas próximo ao contorno de saída, de modo que o escoamento e as estatísticas na seção de testes não são afetados.

4.2 Domínio de Cálculo - II

A nova versão do domínio de cálculo é representada esquematicamente na [Figura 4.2](#). Note que para simplificar a comparação de escoamentos com diferentes alturas de domínio, a coordenada vertical foi movida para o topo, e agora indica a profundidade, de modo que o vetor unitário apontando na direção da gravidade é definido como $e^g = [0,1,0]$. A coordenada transversal x_3 foi omitida da figura por simplicidade. A seção de testes (TS) é a região onde o escoamento é analisado. O leito com declividade S , destacado em cinza, é inserido por meio do método das fronteiras imersas (IBM, [subseção 4.3.3](#)). Além da zona esponja montada a jusante da TS (SZ_b), uma nova região é instalada a montante de TS (SZ_a), maiores detalhes são fornecidos a seguir.

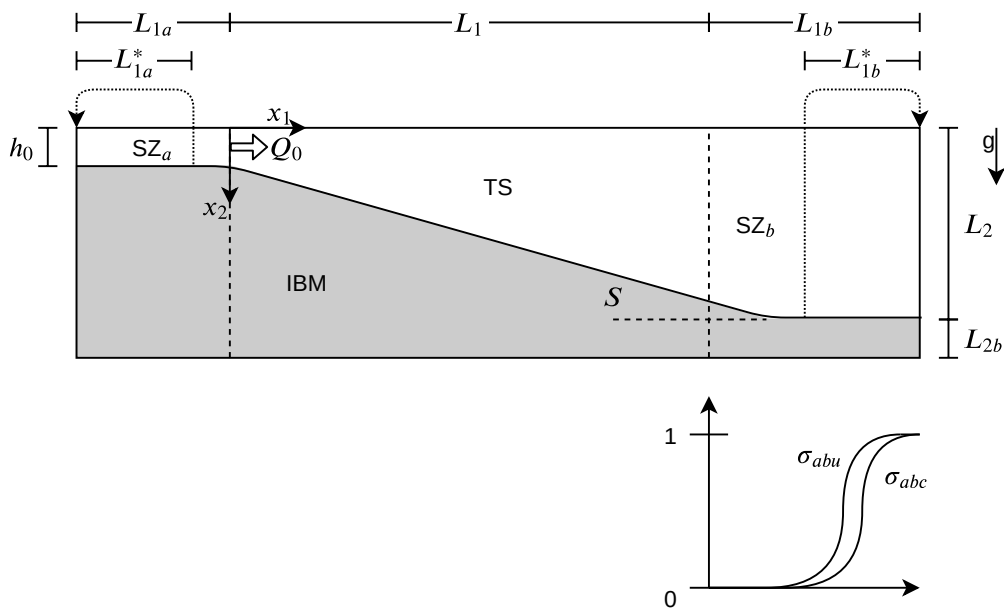


Figura 4.2 – Representação esquemática do domínio de cálculo das simulações numéricas (fora de escala). Ele é dividido em quatro seções: Em cinza, o leito com declividade S é inserido pelo método de fronteiras imersas (IBM); TS representa a seção de testes, onde o escoamento é analisado; SZ_a representa a zona esponja a montante de TS, responsável por adicionar turbulência na entrada do canal; SZ_b representa a zona esponja a jusante de TS, empregada para eliminar a turbulência próxima a fronteira de saída. Também são apresentados os coeficientes de absorção para velocidade σ_{abu} e escalar σ_{abc} .

4.2.1 Zona esponja A

Duas zonas esponja são empregadas por razões distintas. Primeiramente, SZ_a é localizada a jusante da seção de testes, com o intuito de fornecer uma condição de entrada de turbulência desenvolvida, por meio da técnica de reciclagem (TABOR; BABA-AHMADI, 2010). Isso elimina problemas de transição à turbulência junto a rampa percebidos na configuração anterior, já que o escoamento laminar e o gradiente de pressão desfavorável no leito provocavam o desprendimento e bolhas de recirculação, em um efeito semelhante ao representado esquematicamente pela Figura 3.5d. A técnica de reciclagem consiste em definir a condição de entrada do domínio (onde $x_1 = -L_{1a}$) como a velocidade observada em um ponto a jusante (sendo $L_{1a}^* = 2L_{1a}/3$), de modo que

$$u_i(-L_{1a}, x_2, x_3) = u_i(-L_{1a}^*, x_2, x_3). \quad (4.9)$$

Ademais, um termo fonte é especificado para compensar a dissipação viscosa, e manter a vazão por unidade de largura constante na área de recirculação, dado por

$$f_{i,sza}(x_i) = \begin{cases} u_1 \left(\frac{V_{sza}}{\int_{V_{sza}} u_1 dV} - 1 \right) \delta_{i1} & \text{se } x_1 \leq 0, \\ 0 & \text{senão,} \end{cases} \quad (4.10)$$

onde V_{sza} representa o volume compreendido pela zona esponja A e δ a função Delta de Dirac. Esse termo é então adicionado ao lado direito da equação da conservação da quantidade de movimento Equação 3.38b.

4.2.2 Zona esponja B

Em segundo lugar, SZ_b aplica um perfil de velocidade intrínseco para a componente na direção do fluxo $u_1(x_i)$, com o objetivo de eliminar flutuações na velocidade próximas à saída. As componentes vertical e transversal não são afetadas. O perfil vertical $u_1^*(x_2)$ é obtido por meio de duas médias, uma na direção transversal x_3 e outra média móvel temporal, ambas aplicadas em uma posição de referência, a montante da saída. Além disso, é promovida a completa eliminação do material em suspensão antes que atinja o contorno de saída. Para tanto, três perfis em tangente hiperbólica são empregados para garantir uma transição suave para os valores impostos na região. Uma transição no tempo σ_{abt} é definida em função do tempo no qual a frente do escoamento atinge a saída do domínio t_{ab} e a largura da média móvel temporal t_{size} . Como consequência, SZ_b é efetiva apenas após o término do período transiente inicial de cada simulação, e o escoamento converge para um estado estatisticamente estacionário, onde é então possível calcular e impor o perfil intrínseco de velocidade $u_1^*(x_2)$. Adicionalmente, dois coeficientes espaciais, σ_{abu} e σ_{abc} , são empregados para velocidade e concentração, res-

pectivamente. Eles são escritos como

$$\sigma_{abt}(t) = \frac{1}{2} [1 + \tanh(t - t_{ab} - 2t_{size})], \quad (4.11a)$$

$$\sigma_{abu}(x_1) = \frac{1}{2} [1 + \tanh(x_1 - L_1 - L_{1b} + 3h_0)], \quad (4.11b)$$

$$\sigma_{abc}(x_1) = \frac{1}{2} [1 + \tanh(x_1 - L_1 - L_{1b} + 1h_0)], \quad (4.11c)$$

além disso, eles são representados esquematicamente na [Figura 4.2](#). Note que existe uma defasagem horizontal entre ambos os coeficientes espaciais, representada pelo termo mais à direita em (4.11b) e (4.11c). Como a eliminação dos valores de concentração em SZ_b tende a homogeneizar a densidade da corrente e conseqüentemente eliminar as forças de empuxo, isso desprenderia o escoamento do leito do domínio. Tal fato é evitado ao forçar o perfil de velocidade mais a jusante que a imposição do valor zero para o material em suspensão (ver [Figura 4.2](#)), e assim o formato da corrente é mantido próximo à saída.

Com o objetivo de impor SZ_b nas equações governantes, dois termos fonte são definidos, um para a velocidade $f_{i,abu}$ e um para o campo de concentrações f_{abc} . Eles são escritos como

$$f_{i,abu}(x_i, t) = \sigma_{abt}(t)\sigma_{abu}(x_1) \left[\frac{u_1^*(x_2)}{\int u_1^*(x_2) dx_2 / L_2} - u_1(x_i) \right] \delta_{1i}, \quad (4.12a)$$

$$f_{abc}(x_i, t) = -\sigma_{abt}(t)\sigma_{abc}(x_1)c(x_i), \quad (4.12b)$$

e adicionados respectivamente ao lado direito das equações (3.38b) e (3.38c). Note que o termo integral na [Equação 4.12a](#) visa ajustar a vazão volumétrica por unidade de largura junto à saída para o valor unitário, e portanto à vazão na entrada do canal, garantindo assim a continuidade do escoamento.

4.2.3 Condições de contorno e iniciais

Quanto às equações de contorno, emprega-se as mesmas equações da configuração anterior no topo, onde $x_2 = 0$ (4.4), e leito do canal, na interface sólido-fluido (4.5), destacando apenas a mudança na direção do vetor gravitacional. As equações de saída convectiva (4.3) também se repetem, destaca-se entretanto, que elas são relevantes apenas durante o estagio transiente inicial, enquanto $\sigma_{abt} < 1$ na [Equação 4.11a](#). Condições de contorno periódicas são impostas nas direção lateral x_3 , o que significa dizer

$$c(x_1, x_2, 0) = c(x_1, x_2, L_3), \quad (4.13a)$$

$$u_i(x_1, x_2, 0) = u_i(x_1, x_2, L_3). \quad (4.13b)$$

A condição de entrada para o campo de velocidades ocorre em decorrência da estratégia de reciclagem, definida na [Equação 4.9](#). Além disso, houve a modificação do perfil

vertical de concentração aplicado na entrada do canal, apresentado anteriormente na [Equação 4.2](#), de modo que ele esteja em concordância também com a condição de contorno no topo do domínio (4.4), tendo agora a forma

$$I(x_2) = \frac{1}{2} \left(1 + \tanh \left(2ReScu_s(x_2) \right) \right). \quad (4.14)$$

Ele é então normalizado para garantir o fluxo mássico unitário desejado e aplicado a toda a região de recirculação (SZ_b, onde $x_1 < 0$), conforme

$$c(x_1 < 0, x_2, x_3) = I(x_2) + 1 - \frac{1}{h_0} \left(\int_0^{h_0} I(x_2) dx_2 \right). \quad (4.15)$$

O perfil vertical resultante é apresentado na [Figura 4.3](#), para referência.

Para a condição inicial (quando $t = 0$) o domínio é definido como água límpida ($c = 0$) e em repouso ($u_i = 0$). Entretanto, devido a técnica de recirculação, o campo de velocidades é inicializado na SZ_a (onde $x_1 \leq 0$ e $x_2 \leq h$) com ruído branco (de amplitude de 1%), em adição a um perfil vertical para velocidade longitudinal dado por

$$u_1(x_1 \leq 0, h_0 \leq x_2, x_3) = -\tanh \left(\frac{\sqrt{\pi}}{0,01} [x_2 - h_0] \right), \quad (4.16)$$

sendo representado na [Figura 4.3](#).

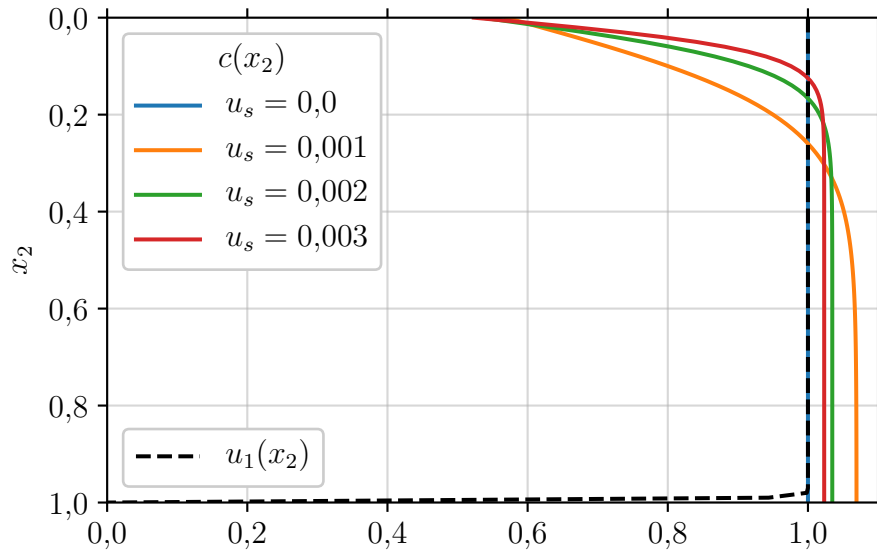


Figura 4.3 – Representação do perfil vertical de concentração (4.15) em função da coordenada vertical x_2 e da velocidade de sedimentação u_s (para $Re = 2.500$ e $Sc = 1$), adicionalmente ao perfil vertical de velocidade $u_1(x_2)$ inicial, dado pela [Equação 4.16](#).

4.3 Métodos Numéricos

O código computacional Incompact3d é desenvolvido para resolver escoamentos turbulentos complexos, combinando a versatilidade dos códigos industriais com a precisão dos códigos acadêmicos, que são normalmente baseados em modelos espectrais.

Três elementos são fundamentais para a simulação de escoamentos complexos, conforme [Laizet e Li \(2011\)](#):

- a) Alta precisão numérica, conciliada ao baixo custo dos esquemas de diferenças finitas;
- b) Habilidade para geometrias complexas sólidas inseridas no domínio computacional, por meio do método das fronteiras imersas;
- c) Eficiência e portabilidade para sistemas computacionais massivos em arquitetura paralela.

Os métodos numéricos empregados no código são detalhados nesta seção. Maiores informações operacionais, como por exemplo o fluxograma de execução, são apresentados no [Apêndice A](#).

4.3.1 Discretização espacial

As equações governantes (3.38) são discretizadas em uma malha cartesiana uniforme tridimensional, na qual cada nó, indicado pelos sub-índices i, j e k , retoma o valor da função $f_{i,j,k}$. Considerando que o processo de discretização é igual nas três componentes, x_1, x_2 e x_3 , elas serão aqui tratados genericamente como x e o valor da variável independente definido como $x_i = \Delta x(i - 1)$, para $1 < i < n$, onde Δx e n são o espaçamento e o total de nós em cada direção, respectivamente.

4.3.1.1 Derivada primeira

A aproximação dos valores da derivada primeira de uma função f no ponto i depende do valor da função nos pontos vizinhos ($f_{i-2}, f_{i-1}, f_{i+1}, f_{i+2}$) e suas derivadas ($f'_{i-2}, f'_{i-1}, f'_{i+1}, f'_{i+2}$). Pelo método das diferenças finitas, essa aproximação pode ser escrita de maneira geral como

$$\beta f'_{i-2} + \alpha f'_{i-1} + f'_i + \alpha f'_{i+1} + \beta f'_{i+2} = a \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2\Delta x} + b \frac{f_{i+2} - f_{i-2}}{4\Delta x} + c \frac{f_{i+3} - f_{i-3}}{6\Delta x}, \quad (4.17)$$

onde as relações entre os coeficientes a, b, c, α, β são obtidas mediante a combinação das constantes de expansão da série de Taylor de diversas ordens. Esse desenvolvimento

resulta em um sistema de equações lineares, dado por:

$$a + b + c = 1 + 2\alpha + 2\beta \quad (\text{segunda ordem}) \quad (4.18a)$$

$$a + 2^2b + 3^2c = 2\frac{3!}{2!}(\alpha + 2^2\beta) \quad (\text{quarta ordem}) \quad (4.18b)$$

$$a + 2^4b + 3^4c = 2\frac{5!}{4!}(\alpha + 2^4\beta) \quad (\text{sexta ordem}) \quad (4.18c)$$

$$a + 2^6b + 3^6c = 2\frac{7!}{6!}(\alpha + 2^6\beta) \quad (\text{oitava ordem}) \quad (4.18d)$$

$$a + 2^8b + 3^8c = 2\frac{9!}{8!}(\alpha + 2^8\beta) \quad (\text{décima ordem}) \quad (4.18e)$$

conforme demonstra [Lele \(1992\)](#). Uma variedade de famílias de esquemas é obtida de acordo com a escolha de diferentes valores para os coeficientes. Os coeficientes adotados no código são $a = 14/9$, $b = 1/9$, $\alpha = 1/3$ e $\beta = c = 0$, resultando no esquema compacto de sexta ordem:

$$\frac{1}{3}f'_{i-1} + f'_i + \frac{1}{3}f'_{i+1} = \frac{14}{9}\frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2\Delta x} + \frac{1}{9}\frac{f_{i+2} - f_{i-2}}{4\Delta x}. \quad (4.19)$$

O erro de truncamento é da ordem de $\frac{4}{7!}(\Delta x)^6 f^{(7)}$, conforme [Lele \(1992\)](#). O termo compacto faz referência à alta ordem do esquema, mesmo com um reduzido número de pontos vizinhos onde se necessita conhecer o valor da função f , sendo possível atingir sexta ordem de precisão com apenas quatro pontos (f_{i-2} , f_{i-1} , f_{i+1} e f_{i+2}) de largura.

4.3.1.2 Derivada segunda

De maneira semelhante à descrita para a primeira derivada, a aproximação para a derivada segunda é escrita de forma geral como

$$\beta f''_{i-2} + \alpha f''_{i-1} + f''_i + \alpha f''_{i+1} + \beta f''_{i+2} = a\frac{f_{i+1} - 2f_i + f_{i-1}}{\Delta x^2} + b\frac{f_{i+2} - 2f_i + f_{i-2}}{4\Delta x^2} + c\frac{f_{i+3} - 2f_i + f_{i-3}}{9\Delta x^2} + d\frac{f_{i+4} - 2f_i + f_{i-4}}{16\Delta x^2}. \quad (4.20)$$

Diferentes valores para os coeficientes formam uma variedade de famílias de esquemas. Os parâmetros $a = 12/11$, $b = 3/11$, $\alpha = 2/11$ e $\beta = c = d = 0$ resultam no esquema compacto de sexta ordem clássico de [Lele \(1992\)](#) para calcular a derivada segunda da função,

$$\frac{2}{11}f''_{i-1} + f''_i + \frac{2}{11}f''_{i+1} = \frac{12}{11}\frac{f_{i+1} - 2f_i + f_{i-1}}{\Delta x^2} + \frac{3}{11}\frac{f_{i+2} - 2f_i + f_{i-2}}{4\Delta x^2}, \quad (4.21)$$

com o erro de truncamento associado ao esquema da ordem de $\frac{-8 \cdot 23}{11 \cdot 8!} \Delta x^6 f^{(8)}$.

Uma característica comum às soluções de diferenças finitas é o aparecimento de oscilações espúrias de pequena escala (em inglês denominadas “*wiggles*”, que poderiam ser traduzidas livremente para “serpear”). Tais oscilações são fruto da perda de precisão numérica dos esquemas nas pequenas escalas. [Lamballais et al. \(2011\)](#) fornecem uma

breve revisão sobre os métodos disponíveis para o controle dos “wiggles”. Dentre as alternativas, está a introdução de dissipação numérica, que pode ser tanto útil para DNS, por eliminar as oscilações, quanto para LES, onde pode ser interpretada como modelagem sub-malha, por amortecimento ou filtragem. No contexto dos métodos espectrais, a viscosidade turbulenta espectral (SVV, do inglês *Spectral Vanishing Viscosity*) surge como uma alternativa, mantendo as pequenas escalas sob controle ao adicionar dissipação extra em sua solução, sem afetar a resolução das maiores escalas. Fora do contexto dos métodos espectrais, esse comportamento extra-dissipativo nas menores escalas da solução pode ser adicionado às equações de Navier-Stokes por meio da manipulação do termo difusivo, ou mais especificamente, pela manipulação dos coeficientes do esquema compacto empregado para o cálculo da derivada segunda. Essa solução é proposta pelos autores [Lamballais et al. \(2011\)](#) e [Dairay et al. \(2017\)](#), mantendo a sexta ordem de precisão espacial. A obtenção dos novos coeficientes é detalhada a seguir.

4.3.1.3 Simulação Implícita de Grandes Escalas (ILES)

O formalismo sobre Simulação de Grandes Escalas (ILES) foi introduzido anteriormente na [subseção 3.4.2](#). O ponto chave da metodologia é que apenas as grandes escalas do espectro de turbulência são resolvidas. Se por um lado a demanda computacional é reduzida, pois uma maior resolução espacial (maior Δx) pode ser utilizada na malha computacional, por outro lado, a metodologia clássica prevê um procedimento de filtragem e então o emprego de modelos de turbulência para as pequenas escalas do escoamento, o que torna por aumentar os custos. Uma abordagem alternativa foi proposta por [Lamballais et al. \(2011\)](#), onde a simples modificação do esquema diferencial de segunda ordem propicia o comportamento esperado. Por não necessitar de filtragem ou cálculo de modelos de turbulência, nenhum custo extra é adicionado, e a metodologia é denominada Simulação Implícita de Grandes Escalas (ILES). Para tanto, a [Equação 4.20](#) é resolvida com os seguintes coeficientes

$$\alpha = \frac{272 - 45k_c''\Delta x^2}{416 - 90k_c''\Delta x^2}, \quad (4.22a)$$

$$a = \frac{48 - 135k_c''\Delta x^2}{1664 - 360k_c''\Delta x^2}, \quad (4.22b)$$

$$b = \frac{528 - 81k_c''\Delta x^2}{208 - 45k_c''\Delta x^2}, \quad (4.22c)$$

$$c = \frac{-432 + 63k_c''\Delta x^2}{1664 - 360k_c''\Delta x^2}, \quad (4.22d)$$

$$d = 0, \quad (4.22e)$$

sendo que o número de onda modificado de corte é escrito como $k_c\Delta x = \pi$, e o quadrado do número de onda modificado de corte é dado por $k_c''\Delta x^2 = n\pi^2$, sendo n um número inteiro. Dessa maneira, a intensidade da dissipação numérica aportada nos maiores nú-

meros de onda pode ser livremente controlada por n . Esse conjunto de coeficientes é denominado *núcleo DNS*, geralmente empregado com $n = 4$ (LAMBALLAIS et al., 2011). No entanto, pode-se emprega-lo em simulações de grandes escalas implícitas aumentando o valor de n , contanto que a resolução da malha computacional seja suficiente. O comportamento do esquema é observado através do número de onda modificado, exemplificado na Figura 4.4. Percebe-se que o alcance onde k'' superestima o valor exato k^2 fica restrito à uma estreita região nos grandes comprimentos de onda, mesmo quando a superestimativa é grande (i.e, $n = 12$). Maiores detalhes, incluindo questões sobre a estabilidade numérica do método e exemplos de sua aplicação, são discutidos por Lamballais et al. (2011).

Um outro conjunto de coeficientes foi posteriormente proposto por Dairay et al. (2017). Ele se difere do anterior (4.22) por acrescentar um segundo grau de liberdade para o controle de dissipação, que aumenta a faixa na qual a superestimativa da dissipação ocorre. Os coeficientes são dados por

$$\alpha = \frac{1/2 - (320k_m''\Delta x^2 - 1296)}{405\pi^2 - 640k_m''\Delta x^2 + 144}, \quad (4.23a)$$

$$a = \frac{-(4329\pi^2/8 - 32k_m''\Delta x^2 - 140\pi^2k_m''\Delta x^2 + 286)}{405\pi^2 - 640k_m''\Delta x^2 + 144}, \quad (4.23b)$$

$$b = \frac{2115\pi^2 - 1792k_m''\Delta x^2 - 280\pi^2k_m''\Delta x^2 + 1328}{405\pi^2 - 640k_m''\Delta x^2 + 144}, \quad (4.23c)$$

$$c = \frac{-(7695\pi^2/8 + 288k_m''\Delta x^2 - 180\pi^2k_m''\Delta x^2 - 2574)}{405\pi^2 - 640k_m''\Delta x^2 + 144}, \quad (4.23d)$$

$$d = \frac{198\pi^2 + 128k_m''\Delta x^2 - 40\pi^2k_m''\Delta x^2 - 736}{405\pi^2 - 640k_m''\Delta x^2 + 144}, \quad (4.23e)$$

onde $k_m''\Delta x^2 = k_m^2(n \exp(-((\pi - k_m)/(0,3\pi - k_m))^2) + 1)$. De forma que a intensidade da dissipação extra é função do parâmetro n , e a faixa de números de onda afetados é governada por um segundo parâmetro $k_m = 2\pi/3$. Esse conjunto de coeficientes é denominado *núcleo ILES*, e o seu comportamento observado por meio do número de onda modificado é exibido na Figura 4.4. Os autores demonstram a eficiência da solução ILES no contexto do problema acadêmico de vórtices de Taylor-Green (TGV, do inglês *Taylor–Green vortex*), e o comparam com modelos de turbulência clássicos, como Smagorinsky clássico e dinâmico. No contexto das correntes de turbidez, Frantz (2018) apresenta a solução por DNS e ILES e as compara com os modelos de turbulência clássicos. O autor conclui que, para sua configuração de trabalho, ILES é capaz de produzir uma aproximação mais realista, mesmo perto da parede, e ainda apresenta um desempenho computacional melhor se comparada aos demais modelos de turbulência.

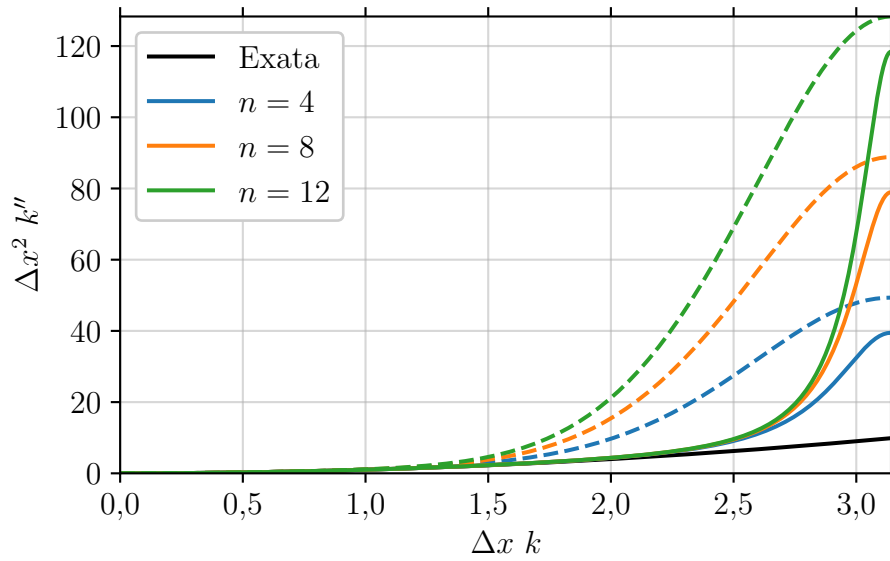


Figura 4.4 – Comparação da dissipação numérica artificial entre os esquemas de derivada segunda. Linhas sólidas para o núcleo DNS (4.22) e linhas tracejada representa o núcleo ILES (4.23). Fonte: Cortesia de Frantz (2018).

4.3.1.4 Condições de contorno

Novas equações podem ser necessárias próximo aos contornos do domínio, pois os esquemas compactos de sexta ordem mostrados nas equações (4.19) e (4.20) precisam necessariamente conhecer os valores da função f nos pontos vizinhos a i , isso é, f_{i-2} , f_{i-1} , f_{i+1} e f_{i+2} . Quatro condições de contorno podem ser utilizadas, conforme mostram Laizet e Lamballais (2009).

As equações (4.19) e (4.20) podem ser aplicadas em todos os nós do domínio, $1 \leq i \leq n$, para condições de contorno periódica, simétrica e antissimétrica. A Figura 4.5 mostra uma representação esquemática das funções e suas derivadas junto aos contornos, bem como os pontos extras externos ao domínio computacional (f_{-1} , f_0 , f_{n+1} e f_{n+2}), também denominados pontos fantasmas. A substituição do valor da função e suas derivadas nesses pontos pelo seus equivalentes f_1 , f_2 , f_{n-1} e f_{n-2} produz cada uma das condições de contorno. Para a situação periódica, as modificações necessárias são dadas por

$$f_0 \rightarrow f_n, f_{-1} \rightarrow f_{n-1}, f_{n+1} \rightarrow f_1, f_{n+2} \rightarrow f_2, \quad (4.24a)$$

$$f'_0 \rightarrow f'_n, f'_{n+1} \rightarrow f'_1, \quad (4.24b)$$

$$f''_0 \rightarrow f''_n, f''_{n+1} \rightarrow f''_1, \quad (4.24c)$$

enquanto para a simétrica

$$f_0 \rightarrow f_2, f_{-1} \rightarrow f_3, f_{n+1} \rightarrow f_{n-2}, f_{n+2} \rightarrow f_{n-3}, \quad (4.25a)$$

$$f'_0 \rightarrow -f'_2, f'_{n+1} \rightarrow -f'_{n-1}, \quad (4.25b)$$

$$f''_0 \rightarrow f''_2, f''_{n+1} \rightarrow f''_{n-1}, \quad (4.25c)$$

por fim, as alterações para a condição antissimétrica são

$$f_0 \rightarrow -f_2, f_{-1} \rightarrow -f_3, f_{n+1} \rightarrow -f_{n-2}, f_{n+2} \rightarrow -f_{n-3}, \quad (4.26a)$$

$$f'_0 \rightarrow f'_2, f'_{n+1} \rightarrow f'_{n-1}, \quad (4.26b)$$

$$f''_0 \rightarrow -f''_2, f''_{n+1} \rightarrow -f''_{n-1}. \quad (4.26c)$$

Note que a combinação entre condição de contorno simétrica e assimétrica é o que compõem a condição de deslizamento livre para velocidade, mediante a aplicação da primeira para as duas componentes da velocidade tangenciais ao plano de contorno, e a segunda para a componente da velocidade perpendicular ao plano de contorno. A condição simétrica também é aplicada para a obtenção de fluxo nulo do escalar junto à fronteira.

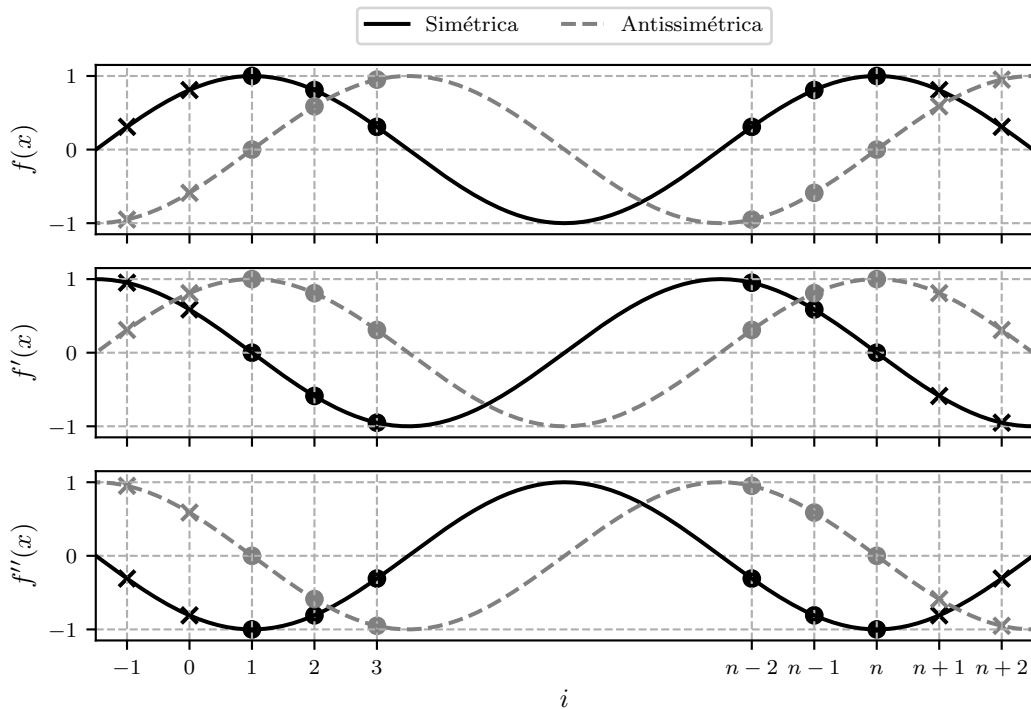


Figura 4.5 – Representação esquemática de funções simétrica e antissimétrica aos contornos, em adição às respectivas derivada primeira e segunda. Ambas exemplificam também condições de contorno periódicas. Os círculos representam os pontos no interior do domínio computacional, para $1 \leq i \leq n$, enquanto x marca os pontos fantasmas.

Empregada quando o valor da função f é conhecida, nos casos de não deslizamento e fronteiras de entrada ou saída, a condição de contorno de Dirichlet não permite que qualquer informação seja assumida fora do domínio computacional. Para manter a característica tridiagonal do sistema de equações a resolver, utilizam-se esquemas des-

centrados de terceira ordem junto aos contornos

$$f'_1 + 2f'_2 = \frac{-5f_1 + 4f_2 + f_3}{2\Delta x}, \quad (4.27a)$$

$$f'_n + 2f'_{n-1} = \frac{5f_n - 4f_{n-1} - f_{n-2}}{2\Delta x}, \quad (4.27b)$$

$$f''_1 + 11f''_2 = \frac{13f_1 - 27f_2 + 15f_3 - f_4}{\Delta x^2}, \quad (4.27c)$$

$$f''_n + 11f''_{n-1} = \frac{13f_n - 27f_{n-1} + 15f_{n-2} - f_{n-3}}{\Delta x^2}, \quad (4.27d)$$

enquanto nos pontos adjacentes se aplica um esquema compacto de quarta ordem (LELE, 1992), dado por

$$\frac{1}{4}f'_1 + f'_2 + \frac{1}{4}f'_3 = \frac{3}{2} \frac{f_3 - f_1}{2\Delta x}, \quad (4.28a)$$

$$\frac{1}{4}f'_{n-2} + f'_{n-1} + \frac{1}{4}f'_n = \frac{3}{2} \frac{f_n - f_{n-2}}{2\Delta x}, \quad (4.28b)$$

$$\frac{1}{10}f''_1 + f''_2 + \frac{1}{10}f''_3 = \frac{6}{5} \frac{f_3 - 2f_2 + f_1}{\Delta x^2}, \quad (4.28c)$$

$$\frac{1}{10}f''_{n-2} + f''_{n-1} + \frac{1}{10}f''_n = \frac{6}{5} \frac{f_n - 2f_{n-1} + f_{n-2}}{\Delta x^2}. \quad (4.28d)$$

Os dois esquemas de coeficientes numéricos empregados para a derivada segunda, descritos na seção anterior, aumentam ainda mais a quantidade de pontos necessária para o cálculo, que por consequência demanda mais equações para o tratamento dos pontos vizinhos aos contornos. Com essa finalidade, a Equação 4.21 é utilizada no núcleo DNS (4.22) para os pontos $i = 2$ e $i = n - 2$, e adicionalmente para os pontos $i = 3$ e $i = n - 3$ no núcleo ILES (4.23).

4.3.2 Avanço no tempo

O código computacional Incompact3d foi projetado para utilizar o método preditor-corretor, de passo fracionado, para o avanço no tempo da equação da quantidade de movimento (3.38b), como demonstram Laizet e Lamballais (2009). Para tal, a equação é dividida em duas, com o artifício de uma velocidade intermediária u_i^*

$$\frac{u_i^* - u_i^k}{\Delta t} = a_k F_i^k + b_k F_i^{k-1} + c_k F_i^{k-2} + f_i^*, \quad (4.29a)$$

$$\frac{u_i^{k+1} - u_i^*}{\Delta t} = -g_k \frac{\partial p^{k+1}}{\partial x_i}, \quad (4.29b)$$

onde

$$F_i^k = -u_j^k \frac{\partial u_i^k}{\partial x_j} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u_i^k}{\partial x_j \partial x_j} + e_i^g \frac{1}{Fr^2} \sum_{l=1}^N c_l^k, \quad (4.30)$$

$\Delta t = t^{k+1} - t^k$ é o passo de tempo, a_k , b_k e c_k são as constantes do método de integração temporal e $g_k = a_k + b_k + c_k$. O símbolo f_i^* representa todos os termos de fonte

que podem ser adicionados às equações da conservação de quantidade de movimento, como por exemplo os efeitos da zona esponja (Equações 4.10 e 4.12a). Três métodos de discretização temporal são empregados. Considerando que para o primeiro avanço apenas informações sobre a condição inicial são conhecidas, inicia-se com um esquema de Euler de segunda ordem, com os coeficientes $a_0 = 1$ e $b_0 = c_0 = 0$. No passo de tempo seguinte pode-se utilizar o esquema de Adam-Bashforth de segunda ordem, com $a_1 = 3/2$, $b_1 = -1/2$ e $c_1 = 0$. Por fim, Adam-Bashforth de terceira ordem em todos os avanços subsequentes, com $a_k = 23/12$, $b_k = -16/12$ e $c_k = 5/12$, sendo $k \geq 2$.

A equação da conservação da massa (3.38a) é resolvida implicitamente, à medida que deve ser respeitada também em

$$\frac{\partial u_j^{k+1}}{\partial x_j} = 0. \quad (4.31)$$

Para tanto, aplica-se o divergente em todos os termos da Equação 4.29b, obtendo-se

$$\frac{\partial u_j^{k+1}}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j^*}{\partial x_j} = -g_k \Delta t \frac{\partial^2 p^{k+1}}{\partial x_j \partial x_j}, \quad (4.32)$$

de modo que o primeiro termo à esquerda torna-se nulo, de acordo com (4.31). Por fim, a Equação 4.32 pode ser reescrita como

$$\frac{\partial^2 p^{k+1}}{\partial x_j \partial x_j} = \underbrace{\frac{1}{g_k \Delta t} \frac{\partial u_j^*}{\partial x_j}}_{(4.33a)}, \quad (4.33)$$

tendo a forma da equação clássica de Poisson (i.e., $\nabla^2 a = b$). A malha onde se resolve a pressão é deslocada por meio nó em relação à malha da velocidade, a fim de se evitar oscilações espúrias. Além disso, ela é totalmente resolvida no espaço espectral por meio da Transformada Rápida de Fourier (FFT) tridimensional e do conceito de número de onda modificado (LELE, 1992). O que garante que a condição de divergência nula seja assegurada até a precisão da máquina (LAIZET; LAMBALLAIS, 2009).

O primeiro passo no avanço temporal é, portanto, calcular a velocidade intermediária u_i^* isolando-a na Equação 4.29a

$$u_i^* = \Delta t \left(a_k F_i^k + b_k F_i^{k-1} + c_k F_i^{k-2} \right) + u_i^k, \quad (4.34)$$

a seguir obter uma estimativa do valor do campo de pressões p^{k+1} pela Equação 4.33. Por fim, u_i^* é corrigida pelo gradiente da pressão, e obtêm-se as velocidades ao avanço de um passo de tempo u_i^{k+1} isolando-a na Equação 4.29b, como:

$$u_i^{k+1} = u_i^* - \underbrace{g_k \Delta t \frac{\partial p^{k+1}}{\partial x_i}}_{(4.35a)}. \quad (4.35)$$

Nesse estágio, pode-se verificar se as velocidades respeitam a equação da continuidade, calculando-se a igualdade da [Equação 4.31](#) é satisfeita.

A equação do transporte ([3.38c](#)) sofre o mesmo procedimento, descrito por

$$c_\ell^{k+1} = c_\ell^k + \Delta t \left(a_k G_\ell^k + b_k G_\ell^{k-1} + c_k G_\ell^{k-2} \right), \quad 1 \leq \ell \leq N, \quad (4.36)$$

onde

$$G_\ell^k = \frac{1}{ReSc} \frac{\partial^2 c_\ell^k}{\partial x_j \partial x_j} - \left(u_j^k + u_{s,\ell} e_j^g \right) \frac{\partial c_\ell^k}{\partial x_j} + f^*, \quad 1 \leq \ell \leq N, \quad (4.37)$$

e o símbolo f^* representa todos os termos de fonte que podem ser adicionados às equações do transporte escalar, como por exemplo os efeitos da zona esponja ([4.12b](#)).

4.3.3 Método de fronteiras imersas (IBM)

O método de fronteiras imersas (IBM, do inglês *Immersed boundary method*) permite a utilização de um corpo sólido inserido em um domínio cartesiano, onde a geometria não necessariamente precisa coincidir com a malha. [Mittal e Iaccarino \(2005\)](#) fornecem uma revisão sobre diferentes abordagens possíveis, descrevendo como impor condições de contorno para fronteiras rígidas ou mesmo flexíveis.

No contexto do código `Incompact3d`, o método forçado diretamente foi empregado inicialmente para atingir uma condição de contorno de não deslizamento junto a fronteira sólida, [Parnaudeau et al. \(2008\)](#) descrevem como implementá-lo em uma geometria cilíndrica. As equações da discretização temporal ([4.29](#)) são modificadas para um avanço em três etapas,

$$\frac{u_i^* - u_i^k}{\Delta t} = a_k F_i^k + b_k F_i^{k-1} + c_k F_i^{k-2} - g_k \frac{\partial p^k}{\partial x_i} + f_i^*, \quad (4.38a)$$

$$\frac{u_i^{**} - u_i^*}{\Delta t} = g_k \frac{\partial p^k}{\partial x_i}, \quad (4.38b)$$

$$\frac{u_i^{k+1} - u_i^{**}}{\Delta t} = -g_k \frac{\partial p^{k+1}}{\partial x_i}. \quad (4.38c)$$

O termo fonte f_i^* adicionado às equações de Navier-Stokes, é dado por

$$f_i^* = \epsilon \left(-a_k F_i^k - b_k F_i^{k-1} - c_k F_i^{k-2} + g_k \frac{\partial p^k}{\partial x_i} + \frac{u_{i_0}^* - u_i^k}{\Delta t} \right), \quad (4.39)$$

onde $\epsilon = 1$ dentro do objeto e $\epsilon = 0$ no restante do domínio, $u_{i_0}^*$ representa uma velocidade artificial aplicada no interior do sólido, estimada de tal maneira que a condição de contorno desejada seja obtida. A situação de não deslizamento pode ser atingida simplesmente tornando $u_{i_0}^* = 0$, mas tal imposição deve ser evitada por gerar uma transição brusca de velocidade junto à fronteira e discontinuidades nas suas derivadas, especialmente com os esquemas de alta ordem empregados no código. Para atenuar esse efeito,

[Parnaudeau et al. \(2008\)](#) definem uma equação para uma transição mais suave junto aos contornos do cilindro, dada em coordenadas polares como

$$u_{i_0}^*(r, \theta, z, t) = -\text{sen} \left(\frac{2\pi r^2}{D^2} \right) u_i^*(D - r, \theta, z, t). \quad (4.40)$$

A equação da continuidade não necessariamente será cumprida com a imposição da velocidade, e deve ser reescrita como

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = \frac{\partial(\epsilon u_{i_0})}{\partial x_i}, \quad (4.41)$$

sendo diferente da [Equação 3.38a](#) apenas na região onde o escoamento é artificial, dentro do sólido. Por fim, a equação que avalia a correção no gradiente de pressão ([4.33](#)) deve também considerar a presença da geometria, sendo dada como

$$\frac{\partial^2 p^{k+1}}{\partial x_j \partial x_j} = \frac{1}{g_k \Delta t} \frac{\partial(1 - \epsilon) u_k^{**}}{\partial x_k}. \quad (4.42)$$

O método descrito por [Parnaudeau et al. \(2008\)](#) é restrito a geometrias simples, pela necessidade de conhecer a orientação da superfície e sua posição exata. [Gautier et al. \(2014\)](#) comentam sobre a elevada exigência computacional e dificuldades de implementação do algoritmo ao utilizar um corpo complexo, especialmente em ambientes de computação paralela de alto desempenho, e propõem uma nova alternativa para o uso de fronteiras imersas.

A reconstrução em direção alternada, apresentada por [Gautier et al. \(2014\)](#), é baseada em uma expansão unidirecional da solução na região de fluido para o interior das regiões de sólido. Essa reconstrução é executada na mesma direção de cada derivada espacial, toda vez que são calculadas, associando uma expansão unidimensional para cada direção espacial, justificando assim o nome do método. A reconstrução é configurada de maneira à garantir a condição de contorno de não deslizamento (i.e., $u_i = 0$) junto à parede, mesmo que ela não coincida com uma posição na malha cartesiana. Isso permite uma transição suave para os valores da função na interface sólido/fluido, ao mesmo tempo que elimina qualquer descontinuidade em suas derivadas.

A expansão unidimensional mediante o polinômio de Lagrange é utilizada no interior das regiões sólidas. A [Figura 4.6a](#) ilustra o processo para uma situação de completa imersão. Os círculos azuis representam os valores de uma função qualquer, conhecida nos pontos pertencentes às regiões de fluido do domínio computacional. O polinômio que reconstrói a função para dentro da região sólida, indicada pelos pontos em laranja, é obtido com base em 8 pontos (representados na figura como pontos sólidos), três pontos em cada lado da região de fluido, além dos pontos da fronteira (em preto), que não necessariamente coincidem com a malha computacional, mas sabe-se que neles a função deve ser zero. Dependendo da geometria empregada, o primeiro ponto na região de

fluido pode não ser utilizado no polinômio quando extremamente próximo à interface, por questões de estabilidade numérica. O método permite, inclusive, conectar a função entre duas regiões de fluido para um sólido completamente imerso, gerando um polinômio de Lagrange de oitava ordem.

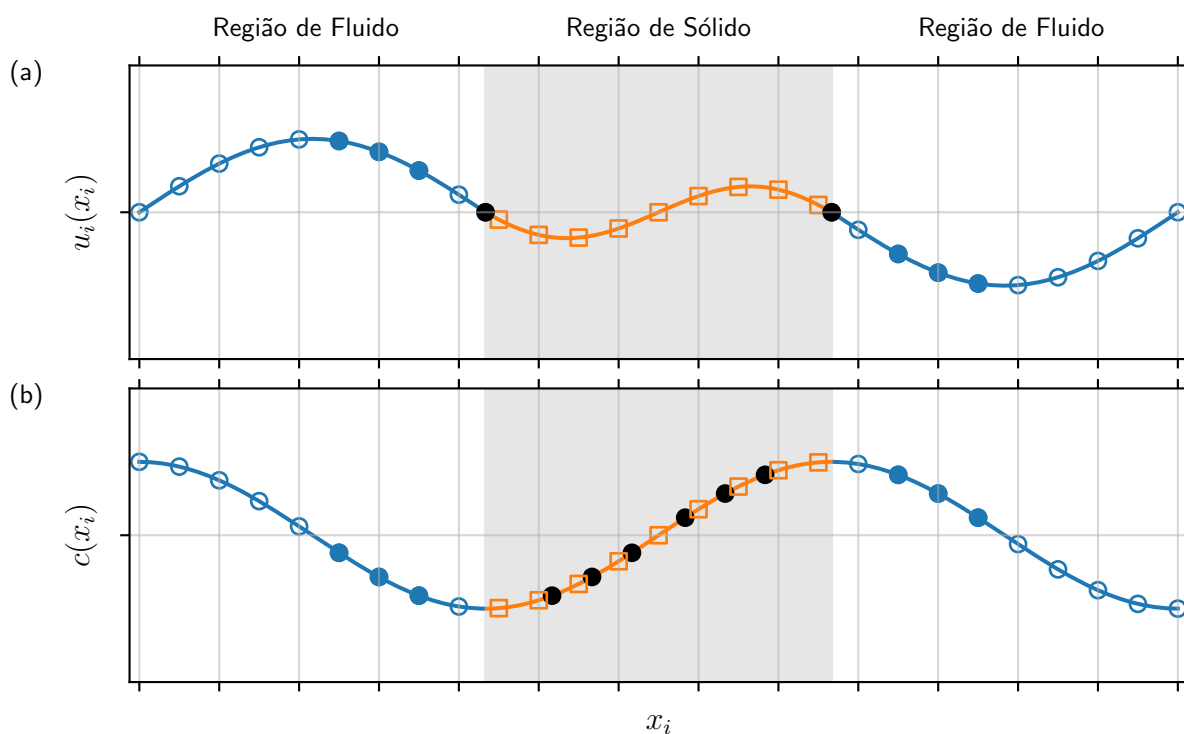


Figura 4.6 – Representação esquemática da reconstrução baseada no uso de polinômios de Lagrange para (a) o campo de velocidades e (b) a concentração escalar. As cores azul e laranja indicam as regiões de fluido e de sólido, respectivamente, enquanto os pontos sólidos indicam a informação utilizada para a interpolação.

A metodologia polinomial apresenta duas desvantagens, de acordo com [Gautier et al. \(2014\)](#). Primeiro, a reconstrução na região sólida apenas é possível se houver espessura suficiente para abrigar alguns pontos da malha, impossibilitando placas extremamente delgadas, por exemplo. Segundo, a região de fluido deve se estender por pelo menos três pontos, para a reconstrução mostrada na Figura 4.6a. Polinômios de Lagrange de menor ordem podem ser utilizados quando a região de fluido é demasiadamente estreita, mas isso pode comprometer a qualidade numérica da solução.

4.3.3.1 Tratamento do escalar

Algumas considerações devem ser feitas com respeito ao tratamento do campo escalar para a inserção de um corpo sólido dentro do domínio cartesiano. Nesse caso, temos um fundo inclinado, e deseja-se obter uma condição de contorno convectiva (4.5a) na interface sólido-fluido.

Para isso, a [Equação 3.38c](#) pode ser reescrita ao considerar a presença da geometria sólida como

$$\frac{\partial c_\ell}{\partial t} + \left(u_j(1 - \epsilon) + u_{s,\ell} e_j^g \right) \frac{\partial c_\ell}{\partial x_j} = \frac{1}{ReSc} \frac{\partial^2 c_\ell}{\partial x_j \partial x_j}, \quad 1 \leq \ell \leq N, \quad (4.43)$$

onde $\epsilon = 1$ dentro do objeto e $\epsilon = 0$ no restante do domínio. Dessa maneira, a velocidade é definida para zero dentro da geometria no momento que se calcula e equação do transporte escalar, e ao termo convectivo resta apenas a velocidade de queda agindo na direção vertical. Assim, a solução se aproxima da condição de contorno desejada, resta apenas o cuidado em relação termo difusivo.

O campo de velocidade é tratado dentro da geometria seguindo o método de reconstrução em direção alternada, apresentado por [Gautier et al. \(2014\)](#), e descrito na seção anterior, com o objetivo de atingir a condição de contorno de não deslizamento. A reconstrução do campo escalar para dentro da geometria foi inspirada no método anterior, entretanto com duas alterações. Primeiramente, como o fundo é normalmente empregado para pequenos valores de declividades S , pode-se assumir que ele se aproxime de um estado plano, e a interpolação para dentro da geometria pode ser realizada apenas em relação ao eixo vertical x_2 . Isso simplifica muito o algoritmo de resolução em um ambiente de computação de alto desempenho com memória distribuída (maiores detalhes na [seção 4.4](#)). Em segundo lugar, os pontos de referência para o polinômio interpolador são modificados, como mostra a [Figura 4.6b](#), agora não pode-se assumir nada sobre o valor da função no contorno. Com o intuito de eliminar o fluxo difusivo, os valores de concentração conhecidos próximos à parede (pontos azuis sólidos) são refletidos com relação à sua distância para a própria interface (pontos pretos sólidos). Nesse exemplo esquemático, tem-se a formação de um polinômio de Lagrange de décima segunda ordem capaz de estender a solução conhecida das regiões de fluido para dentro da região de sólido (pontos em laranja). Note que o tratamento do campo escalar por IBM é uma contribuição do autor para o código numérico, desenvolvida especialmente para esse trabalho. Comentários sobre a eficácia do método são fornecidos junto aos resultados, na [seção 5.3](#).

4.4 Computação paralela

[Hager e Wellein \(2010\)](#) definem computação paralela como a situação em que um problema é resolvido de maneira cooperativa por um número qualquer de “elementos de cálculo” (núcleos). Basicamente dois fatores motivam sua aplicação:

- a) Quando uma determinada tarefa não é executada por um único núcleo em um espaço de tempo tolerável;

- b) Ou caso um único sistema não forneça a memória requerida para solucionar o problema.

No contexto desse trabalho, ambos fatores são função do número de pontos na malha computacional ($n_1 \times n_2 \times n_3$), além disso, o primeiro é também função do número de passos de tempo (Δt) necessários.

Em um ambiente computacional de memória distribuída, aumentar o número de núcleos em uma determinada tarefa distribui a carga e reduz o tempo de execução. Em contrapartida, a comunicação entre os núcleos passa a ser um fator crítico para a eficiência computacional. O desempenho da metodologia de paralelização é fundamental para garantir uma boa escalabilidade, especialmente no contexto de computação paralela massiva.

O esquema explícito de discretização temporal de Adams-Bashforth de terceira ordem, apresentado anteriormente na [subseção 4.3.2](#), não é um empecilho para o cálculo em ambiente paralelo. Por outro lado, a diferenciação espacial é implícita por meio dos esquemas compactos de sexta ordem, isso é, exige a inversão de uma matriz tridiagonal. Tal abordagem é sensível à necessidade de comunicação repetitiva entre os núcleos, à medida que existe uma dependência para frente e para trás entre os valores calculados nó por nó.

A biblioteca *2DECOMP&FFT*² possibilita a execução paralela em alto desempenho (LI; LAIZET, 2010), sua implementação e escalabilidade no código `Incompact3d` são discutidas por Laizet e Li (2011). A metodologia consiste na decomposição bidimensional do domínio no que se pode chamar de lápis, como mostra a Figura 4.7, de modo que cada núcleo é responsável pelo cálculo em um deles. A transposição global é executada pelo envio e recebimento de dados por *MPI* (interface de transmissão de mensagens, do inglês “*Message-Passing Interface*”). Toda a informação necessária para o cálculo dos operadores espaciais, como diferenciação, integração, interpolação, FFTs, condições de contorno e inclusive o método de reconstrução alternativa (IBM), é conhecida em cada núcleo quando realizados na mesma direção do lápis, não sendo necessária nenhuma alteração nos esquemas.

Laizet e Li (2011) descrevem que seis operações de transposição podem ser efetuadas entre os arranjos mostrados na Figura 4.7, entretanto, apenas quatro estão defi-

² Disponível em: <<http://www.2decomp.org/>>.

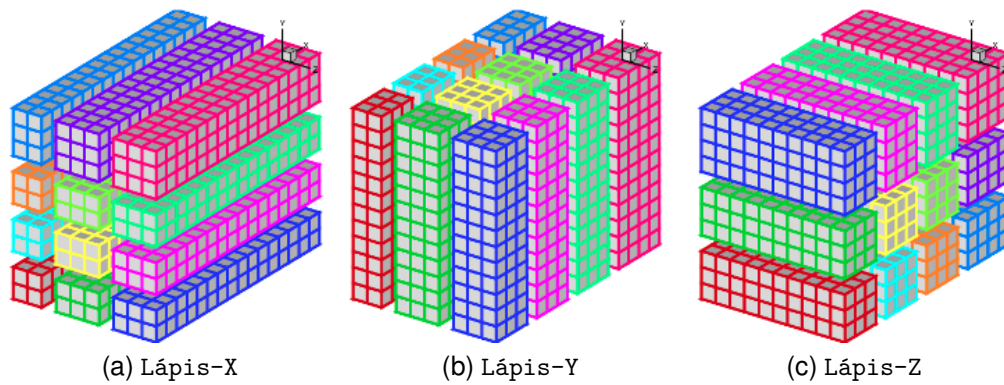


Figura 4.7 – Decomposição bidimensional do domínio para um arranjo de $P_{row} \times P_{col} = 4 \times 3$ processadores. Fonte: Laizet e Li (2011).

nidas para o Incompact3d:

$$\text{Lápis-X} \rightarrow \text{Lápis-Y}, \quad (4.44a)$$

$$\text{Lápis-Y} \rightarrow \text{Lápis-Z}, \quad (4.44b)$$

$$\text{Lápis-Z} \rightarrow \text{Lápis-Y}, \quad (4.44c)$$

$$\text{Lápis-Y} \rightarrow \text{Lápis-X}. \quad (4.44d)$$

É importante notar que para um arranjo de $P_{row} \times P_{col}$ processos bidimensionais em MPI, um número de P_{col} grupos de P_{row} processos cada trocam dados entre si para Lápis-X \leftrightarrow Lápis-Y. Ao passo que P_{row} grupos de P_{col} processos trocam dados entre si para Lápis-Y \leftrightarrow Lápis-Z, note que os processos em vermelho, verde e azul, por exemplo, ocupam o mesmo espaço físico no domínio durante essas as transposições. Dessa maneira, o envio e recebimento de mensagens não ocorre entre todos os processos, mas sim dentro de subgrupos, reduzindo efetivamente o tempo gasto em comunicação e aumentando a eficiência do processo. Por esse motivo as operações Lápis-X \leftrightarrow Lápis-Z não são diretamente empregadas, já que são mais custosas que as demais.

O algoritmo para a transformada rápida de Fourier (FFT) incluso na biblioteca *2DECOMP&FFT* impõe uma limitação quanto à escolha do número de nós na malha computacional n em cada direção i , de modo que é necessário satisfazer a equação

$$n_i = \begin{cases} 2^{1+a} \times 3^b \times 5^c & \text{se periódico,} \\ 2^{1+a} \times 3^b \times 5^c + 1 & \text{senão,} \end{cases} \quad (4.45)$$

sendo os expoentes a , b e c números inteiros não negativos³.

³ Exemplos de soluções possíveis para Equação 4.45 no caso periódico: 6, 8, 10, 12, 16, 18, 20, 24, 30, 32, 36, 40, 48, 50, 54, 60, 64, 72, 80, 90, 96, 100, 108, 120, 128, 144, 150, 160, 162, 180, 192, 200...

5 Resultados e Discussões

Este capítulo descreve os resultados obtidos nesta Tese, que estão divididos em três seções. Primeiramente, a [seção 5.1](#) apresenta a verificação da metodologia proposta, onde os resultados numéricos deste trabalho são comparados com dados experimentais e modelos analíticos disponíveis na literatura. Em seguida, a [seção 5.2](#) mostra um novo modelo para a previsão da profundidade crítica para o mergulho do escoamento hiperpícnal, adicionalmente a doze simulações numéricas projetadas para verificar o modelo proposto. Por fim, a [seção 5.3](#) mostra como o fenômeno de mergulho é impactado quando o fluido ambiente no canal é alterado de água doce para salgada.

5.1 Verificação do Código

Os resultados apresentados nesta seção visam verificar o modelo numérico, que é baseado no código computacional `Incompact3d`, quanto à sua capacidade de resolver a configuração de escoamento hiperpícnal polidisperso em canal inclinado. Para tanto, a escolha dos parâmetros para os casos numéricos se baseiam nos experimentos físicos descritos por [Lamb et al. \(2010\)](#), cuja configuração foi esquematizada na [Figura 3.6a](#). Sete experimentos foram conduzidos pelos autores, os casos 2 e 4 a 7 são utilizados para comparação com a metodologia numérica apresentada anteriormente. A vazão volumétrica por unidade de largura e concentração volumétrica de sedimentos na entrada do canal são apresentadas na [Tabela 5.1](#), em adição aos números adicionais de Reynolds, Froude densimétrico inicial e a velocidade de sedimentação das três frações granulométricas. Emprega-se o número de Schmidt $Sc = 1$ em todas as simulações. A discretização da curva granulométrica experimental (ver [Figura 3.6b](#)) é efetuada em função de três diâmetros característicos $\tilde{d}_{s,1} = 3 \mu m$, $\tilde{d}_{s,2} = 21 \mu m$ e $\tilde{d}_{s,3} = 43 \mu m$, distribuídas respectivamente nas proporções $C_{0,1} = 0,32$, $C_{0,2} = 0,36$ e $C_{0,3} = 0,32$, maiores detalhes estão disponíveis na [Tabela 5.2](#). Os casos podem ser divididos em dois grupos, 2, 6 e 7 possuem a mesma vazão volumétrica e concentração crescente, enquanto 4, 5 e 6 possuem a mesma concentração e vazão crescente. O caso de referência 1 foi descartado por apresentar uma declividade maior no leito $S = 10\%$, enquanto para os demais $S = 5\%$, além disso, a maior parte dos resultados reportados pela referência estão nos dois grupos descritos, de modo que o caso 3 também não foi reproduzido numericamente. A descrição completa do domínio de cálculo, bem como suas dimensões, foram apresentada na [seção 4.1](#). Note que a resolução da malha computacional é refinada o suficiente para que se empregue o *núcleo DNS* (4.22) para dissipação numérica, embora as simulações sejam ainda consideradas simulações de grande escala (LES).

Tabela 5.1 – Parâmetros experimentais para vazão por unidade de largura \tilde{Q}_0 e concentração volumétrica de partículas \tilde{C}_0 , adicionalmente com os respectivos números adimensionais empregados nas simulações numéricas: Reynolds Re , Froude densimétrico inicial Fr_0 e velocidade de queda de Stokes $u_{s,\ell}$ para cada fração granulométrica.

Simulações	2	4	5	6	7
$\tilde{Q}_0(m^2/s)$	0,0043	0,0025	0,0033	0,0043	0,0043
$\tilde{C}_0(\%)$	0,36	0,54	0,54	0,54	1,00
Re	4300	2500	3300	4300	4300
Fr_0	17,81	8,45	11,16	14,54	10,68
$u_{s,1} \times 10^{-5}$	1,9	3,2	2,5	1,9	1,9
$u_{s,2} \times 10^{-3}$	0,9	1,6	1,2	0,9	0,9
$u_{s,3} \times 10^{-3}$	3,9	6,7	5,0	3,9	3,9

Fonte – Adaptado de [Lamb et al. \(2010\)](#).

Tabela 5.2 – Descrição de cada fração granulométrica utilizada, com diâmetro da partícula $\tilde{d}_{s,\ell}$, velocidade de sedimentação $\tilde{u}_{s,\ell}$ e a sua distribuição $C_{0,\ell}$.

	ℓ	Classificação	$\tilde{d}_{s,\ell}[\mu m]$	$\tilde{u}_{s,\ell}[cm/s]$	$C_{0,\ell}[\%]$
Fina	1	Argila	3	0,0008	32
Média	2	Silte médio	21	0,04	36
Grossa	3	Silte grosso	43	0,17	32

Nota – Classificação granulométrica segundo [Julien \(2002\)](#).

A evolução temporal do escoamento para o caso 4 pode ser observada na [Figura 5.1](#), com uma vista lateral para o campo instantâneo de concentração total ($c_t = c_1 + c_2 + c_3$) em quatro tempos diferentes. Como esperado, o escoamento se desenvolve sobre o leito inclinado e as principais características apresentadas esquematicamente na [Figura 3.2](#) podem ser visualizadas na simulação. A cabeça e o corpo do escoamento submerso são claramente vistos nas duas visualizações superiores (tempos 500 e 1.000), assim como o ponto de mergulho, que se move de $100h_0$ para $130h_0$ a jusante do contorno de entrada no canal. Ambas visualizações inferiores (tempos 3.000 e 5.000) apresentam um escoamento melhor estabelecido com a posição de mergulho praticamente estacionária, localizada em $x_1 = 165h_0$ a jusante da entrada do canal. A mistura entre a corrente de turbidez e o fluido ambiente é evidenciado pelas regiões em azul escuro, que correspondem a baixos níveis de concentração de partículas. A interface observada tem proporções consideráveis acima da região do corpo da corrente, tal comportamento é típico dos escoamentos supercríticos e esperado para a declividade do leito empregada, uma vez que a corrente de densidade é bem desenvolvida ao se distanciar do ponto de mergulho. Pequenas instabilidades com o formato de uma camada de mistura com pequenas estruturas coerentes podem ser observadas na [Figura 5.1](#) próximas a entrada do canal. Elas são geradas pelas minúsculas perturbações impostas numericamente na

condição de contorno de entrada e potencializadas pelo gradiente de pressão adverso. Como consequência, percebe-se que o escoamento se desprende do leito de maneira similar ao descrito na literatura por [Arita e Nakai \(2008\)](#) e representado esquematicamente na [Figura 3.5d](#).

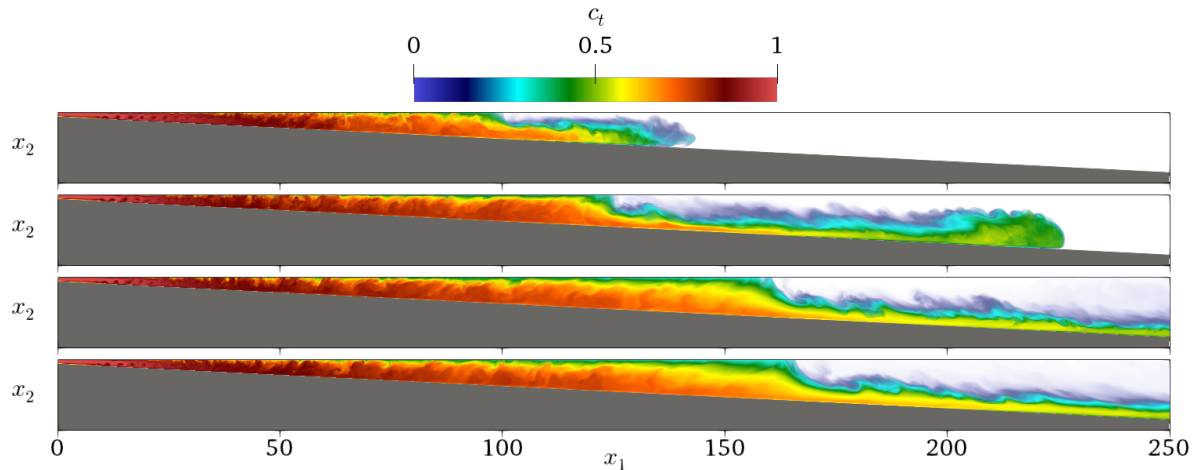


Figura 5.1 – Visualização lateral do campo de concentração total para o Caso 4. Apenas para a seção de teste ($0 \leq x_1 \leq 250$), para os tempos adimensionais 500, 1.000, 3.000 e 5.000 de cima para baixo, respectivamente.

A [Figura 5.2](#) apresenta uma visualização do campo de concentração para o tempo final de simulação ($t = 5.000$) em adição a iso-superfícies de critério-Q

$$\text{critério-Q} = \frac{1}{2} (\Omega_{ij}\Omega_{ij} - S_{ij}S_{ij}), \quad (5.1)$$

definido como o balanço entre a taxa de rotação Ω_{ij} e a taxa de deformação S_{ij} . Tal critério pode ser utilizado para definir estruturas turbulentas, uma vez que suas isolinhas são um bom indicador para estas estruturas ([HALLER, 2005](#)). Se a taxa de rotação é maior que a taxa de deformação (critério-Q > 0), significa que a vorticidade domina o campo de escoamento. Intensa vorticidade pode ser observada logo a jusante do ponto de mergulho bem como na interface entre o fluxo submerso e o ambiente, evidenciando as intensas atividades de mistura nestas regiões. Para o caso 4, com o menor número de Reynolds, a turbulência é praticamente extinta próxima ao fim da seção de testes. A extensão do domínio após o mergulho é maior para o caso 4, em comparação aos demais, o que significa um escoamento submerso menos desenvolvido para os casos 5 a 7. Por isso não é possível concluir se a turbulência da corrente de densidade também será extinta para esses casos. Como melhor descrito a seguir, o caso 2 deixa a área de testes, e portanto não é exibido [Figura 5.2](#).

5.1.1 Comparação com dados experimentais

A posição do ponto de mergulho x_p é computada para as simulações numéricas como a distância a partir da condição de contorno de entrada onde a média transversal da

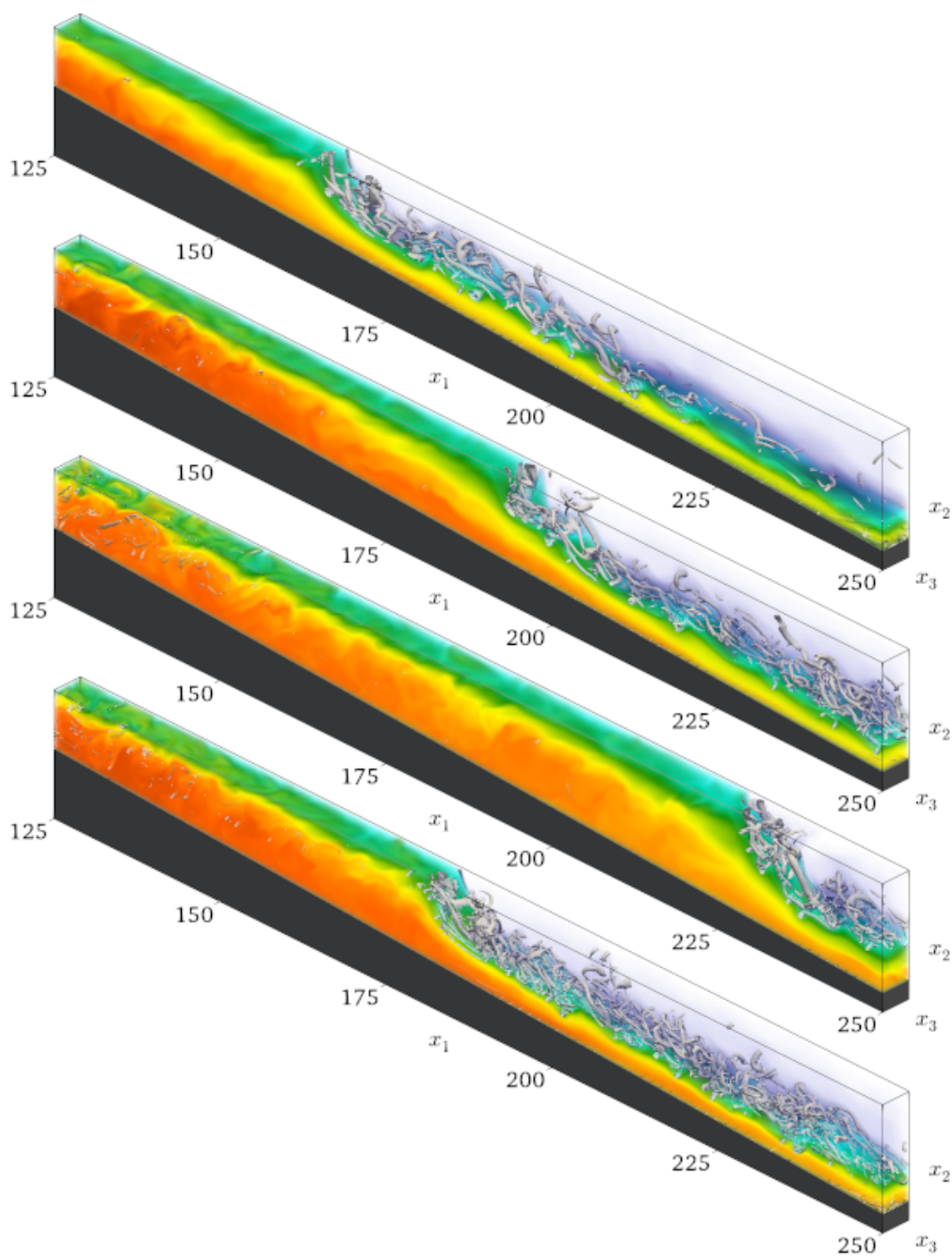


Figura 5.2 – Visualização instantânea do campo de concentração (mesmo esquema de cores da Figura 5.1), combinada com iso-superfícies de critério-Q (1%) para os casos 4 a 7 respectivamente de cima para baixo, em $t = 5.000$.

concentração total no topo do domínio é menor que um por cento, enquanto h_p representa a correspondente profundidade do canal neste ponto. A relação entre ambos é linear, sendo escrita como

$$h_p = h_0 + Sx_p. \quad (5.2)$$

A evolução temporal do ponto de mergulho x_p e da profundidade para mergulho h_p é exibida na Figura 5.3. Pode-se notar que os resultados numéricos apresentam boa con-

sistência em relação aos dados experimentais, apesar da dificuldade para atingir um estado perfeitamente estacionário para a posição de mergulho, exceto talvez pelo caso 4. Se espera que a posição de mergulho eventualmente atinja um estado assintótico para todas as simulações, para tanto, mais tempo de cálculo é necessário, aumentando consideravelmente os custos das simulações. O número de Froude densimétrico governa a profundidade necessária para mergulho, de modo que os casos com maiores valores de Fr_0 atingem uma maior distância para mergulho. O caso 2, com o maior Froude densimétrico, se mostra crítico, pois a posição de mergulho acaba por deixar a seção de testes. Para esse caso, além de maior tempo de simulação para atingir o estado estacionário, se faz necessário aumentar o comprimento e profundidade do domínio de testes, o que por sua vez incrementaria enormemente os custos do cálculo. Lamb et al. (2010) relatam que a deposição de sedimentos no leito do canal acarreta na diminuição da profundidade do canal, como consequência, ocorre a translação do ponto de mergulho a jusante em $\sim 20h_0$ durante cada experimento, o que dificulta o estabelecimento de um mergulho estacionário. As marcações “×” na Figura 5.3 indicam a distância de mergulho experimental para cada caso, posicionadas para o tempo no qual a posição de mergulho da correspondente simulação atinge tal valor. Isso permite calcular e comparar devidamente o perfil de elevação e a velocidade média em profundidade apresentadas nas Figuras 5.4 e 5.5 com a mesma profundidade do canal como referência.

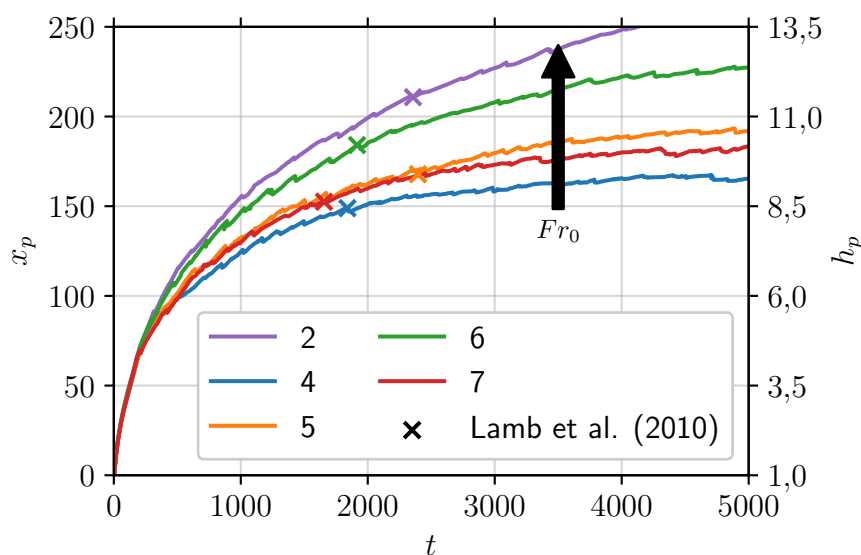


Figura 5.3 – Posição do ponto de mergulho x_p e profundidade do canal h_p em função do tempo. As marcações “×” indicam a posição experimental para o mergulho, e são usadas como referência de tempo nas Figuras 5.4 e 5.5.

O comportamento do escoamento nas três principais regiões é apresentado na Figura 5.4. O ponto de mergulho é claramente visível em todos os casos, nota-se também a aceleração do escoamento na zona de mergulho. A montante, na zona de escoamento com profundidade limitada, os perfis de velocidade se assemelham a um escoamento

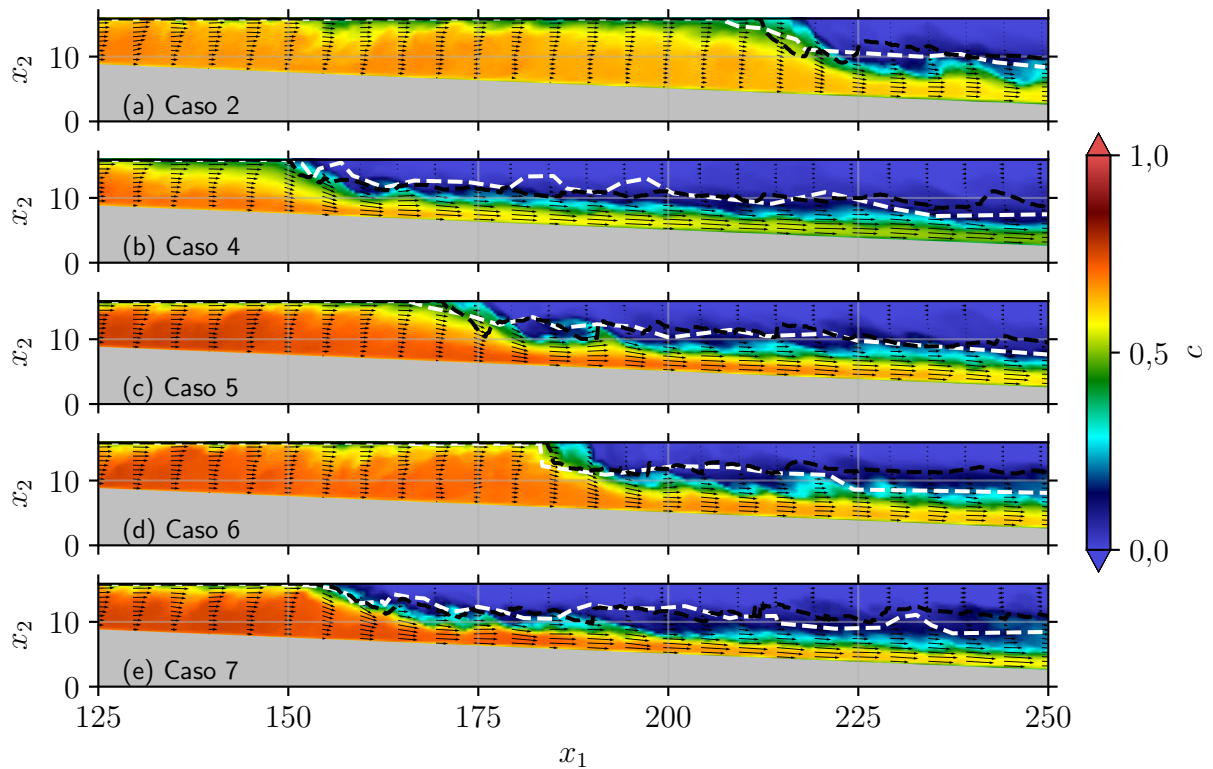


Figura 5.4 – Visualização instantânea dos valores médios na direção transversal x_3 do fenômeno de mergulho, cada caso no tempo assinalado na Figura 5.3. As setas indicam a direção e magnitude da velocidade, a paleta de cores representa o campo de concentração total. As linhas brancas e pretas representam os perfis de elevação experimentais de Lamb et al. (2010) e numéricos, respectivamente.

homogêneo em canal, sendo zero junto ao fundo (condição de não deslizamento) e máximos na superfície (condição de deslizamento livre), também nota-se como a velocidade do escoamento decai progressivamente à medida que a profundidade do canal aumenta. A jusante do mergulho forma-se o escoamento submerso, que se comporta como uma corrente de turbidez, onde se observa o alinhamento dos vetores de velocidade com o leito do canal, além da camada de mistura com o fluido ambiente. A Figura 5.4 também apresenta uma comparação entre os perfis de elevação. Experimentalmente ele é descrito como uma isolinha de concentração, embora o valor de referência da isolinha não seja citado pela referência. Numericamente, o perfil de elevação é definido utilizando uma isolinha onde $u_1 = 10\%$. Essa abordagem se mostra mais precisa para as simulações numéricas, uma vez que a velocidade é muito pequena no fluido ambiente e maior do que zero no escoamento submerso, enquanto pequenos valores de concentração são encontrados mesmo no exterior do fluxo de turbidez. Todos os casos apresentam boa concordância entre os perfis de elevação experimental e numérico, embora alguma diferença possa ser notada devido à turbulência na interface entre o fluxo submerso e o fluido ambiente. Isso evidencia que o modelo numérico é capaz de simular de forma satisfatória

os principais aspectos relacionados ao escoamento em estudo, como as regiões de fluxo homogêneo, zona de mergulho e zona de escoamento submerso.

A velocidade média em profundidade U é calculada apenas para o fluxo submerso, isso é, a velocidade é definida para zero acima do perfil de elevação antes da integração na altura. Vale destacar que a vazão do escoamento é constante a montante do ponto de mergulho ($Q_p = Q_0 = 1$), nessa região a velocidade média em profundidade é função apenas da profundidade do canal $U = Q_0/h$. A Figura 5.5 mostra novamente os perfis de elevação, como referência, além da velocidade média em profundidade. Como já mencionado, o ponto de mergulho exerce uma influência significativa na velocidade do escoamento. Na região de profundidade limitada, o escoamento desacelera progressivamente até atingir o valor mínimo, no ponto de mergulho. A redução na seção do escoamento provoca uma aceleração, com uma tendência pronunciada nos resultados numéricos como uma linha quase vertical imediatamente após o ponto de mergulho. A velocidade média em profundidade praticamente dobra em uma pequena distância. Finalmente, a jusante da zona de mergulho, a velocidade é aproximadamente constante para todos os casos, além de mostrarem uma boa concordância com os resultados experimentais.

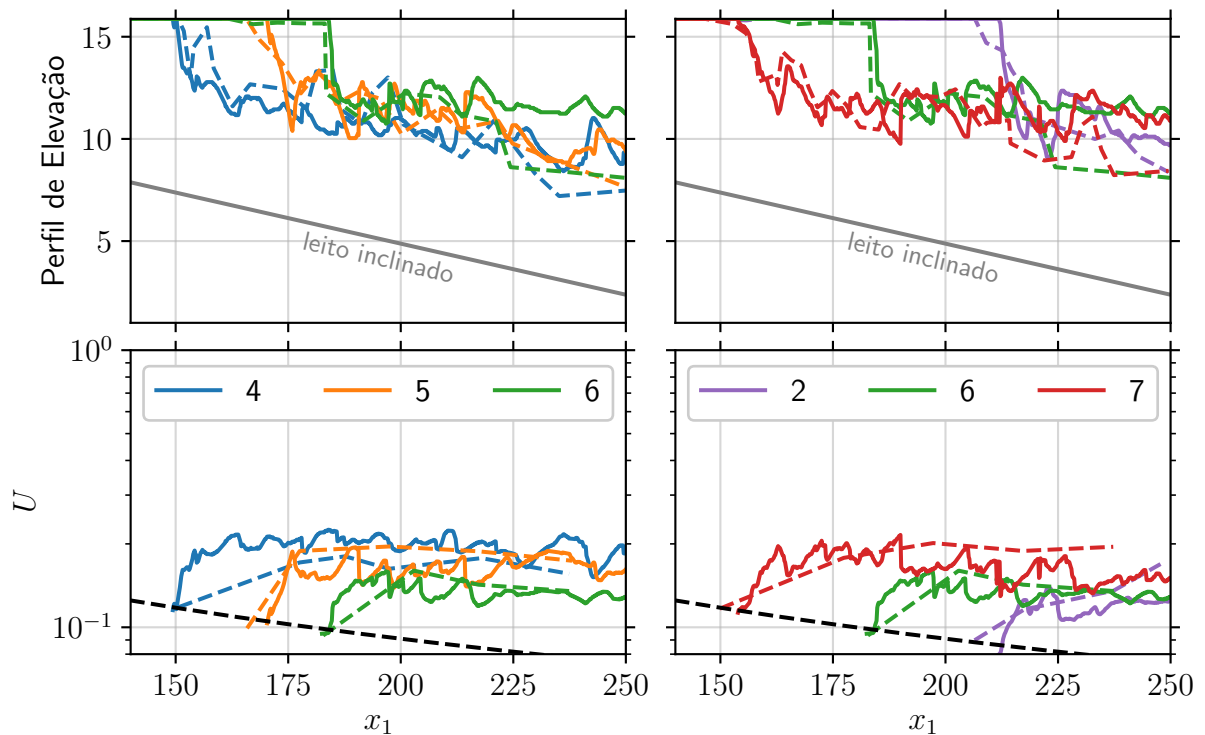


Figura 5.5 – Perfil de elevação e velocidade média em profundidade U em função de x_1 . As linhas tracejadas em preto correspondem a $U = Q_0/h$. As linhas tracejadas coloridas correspondem aos dados experimentais de Lamb et al. (2010).

Como descrito na seção 3.2, existem dois critérios que precisam ser satisfeitos para o mergulho do escoamento hiperpricnal. Primeiro, a concentração de partículas deve ser alta o suficiente para criar um excesso de densidade em relação ao fluido ambiente,

mas a concentração crítica é zero no presente estudo, uma vez que o ambiente também é preenchido com água límpida. Em segundo lugar, o canal deve ser profundo o suficiente para instabilizar o fluxo. A distância para mergulho x_p experimental e numérica, obtida com uma média no tempo $3.000 < t < 5.000$ (o caso 2 é descartado por deixar a seção de teste), bem como a correspondente profundidade do canal nesse ponto h_p em função do número de Froude densimétrico inicial são exibidas na Figura 5.6. Como sugerido por Singh e Shah (1971), na Equação 3.17, é possível expressar o critério de mergulho em função do número de Froude densimétrico na potência $2/3$, assim, os dados numéricos e experimentais são ajustados à curva $a + bFr_0^{2/3}$. Para a distância para mergulho, os coeficientes são $a = 63$ e $b = 22,2$, enquanto para a profundidade para mergulho H_p os coeficientes são $a = 4,14$ e $b = 1,11$. O coeficiente de determinação é igual a $R^2 = 85,53\%$, o que é razoável considerando que resultados numéricos e experimentais foram combinados para realizar o ajuste. Os coeficientes a e b podem ser afetados por mudanças na composição e distribuição granulométrica dos sedimentos, declividade, rugosidade no leito do canal e pela condição de contorno de saída. De maneira geral, a boa concordância com o modelo de Singh e Shah (1971) significa que a distância para mergulho e a associada profundidade podem ser estimadas como função do número de Froude densimétrico inicial.

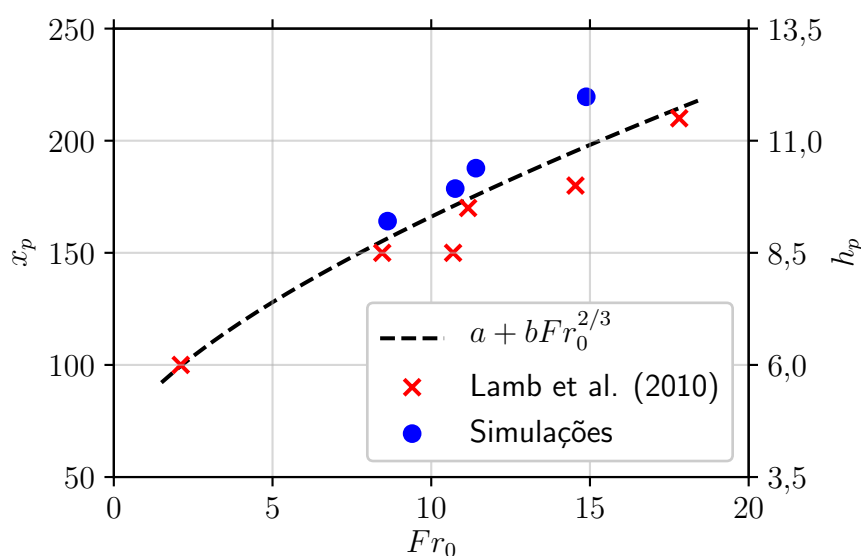


Figura 5.6 – Posição de mergulho x_p e a profundidade do canal h_p em função do número de Froude densimétrico inicial Fr_0 .

5.1.2 Comparação com modelos teóricos

Os dados das simulações numéricas como velocidade e concentração são função do espaço e tempo $f(x_i, t)$. Para a comparação com os modelos teóricos apresentados nesta seção, as variáveis sofrem uma média no tempo (para $3.000 < t < 5.000$) e na direção transversal x_3 , além de uma integração na altura (direção x_2). Além disso, apenas a

região do escoamento submerso interessa, de modo que as variáveis são definidas como zero acima do perfil de elevação antes de integrar na altura. Desse modo, velocidade e concentração se tornam apenas função de x_1 .

A análise teórica de [Parker e Toniolo \(2007\)](#) ([Figura 3.4](#)) mostra que a razão de aspecto da corrente φ , além do número de Froude densimétrico no ponto de mergulho Fr_p e a jusante Fr_d são função do coeficiente de mistura γ . [Lamb et al. \(2010\)](#) relata que o valor $\gamma = 0,2$ parece razoável para uma distância de $5h_p$ a jusante do ponto de mergulho, e que esse valor aumenta após esse ponto devido aos efeitos de mistura com o fluido ambiente. Os resultados presentes na [Figura 5.7](#) mostram que esse valor é de fato encontrado nas simulações numéricas apresentadas, e que o coeficiente de mistura é bastante parecido para os quatro casos. Os autores em [Lamb et al. \(2010\)](#) comentam sobre a dispersão dos dados experimentais, resultantes de um erro em mensurar a vazão nos $4h$ superiores na coluna de água.

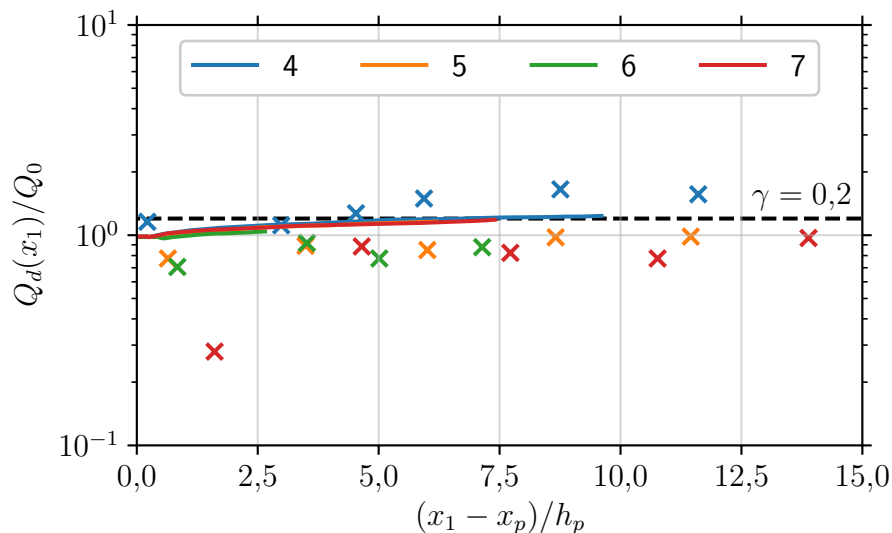


Figura 5.7 – Vazão volumétrica por unidade de largura do fluxo submerso Q_d em função da distância a jusante do ponto de mergulho. Os pontos representam os dados experimentais de [Lamb et al. \(2010\)](#) e o coeficiente de mistura $\gamma = 0,2$ é apresentado para referência.

Para um coeficiente de mistura de $\gamma = 0,2$, o modelo analítico de [Parker e Toniolo \(2007\)](#) prevê uma razão de aspecto $\varphi = H_d/h_p = 0,7$, com o número de Froude densimétrico na posição de mergulho de $Fr_p = 0,45$ e $Fr_d = 1,1$ a jusante ([Figura 3.4](#)). Para as simulações numéricas, a altura da corrente é calculada como a distância entre o leito do canal e o perfil de elevação. Os resultados apresentados na [Figura 5.8](#) mostram a abrupta redução na altura do escoamento ocorrida na zona de mergulho. Também se percebe que a uma distância $\sim 20h_0$ a jusante do mergulho, os resultados numéricos estão muito próximos da previsão teórica, mostrando melhor concordância do que os dados experimentais. As quatro simulações mostram uma evidente tendência, uma vez que

a concentração do escoamento é conhecida em todos os pontos do domínio de cálculo, pode-se calcular a altura da corrente precisamente, enquanto os experimentos apresentam certa dispersão.

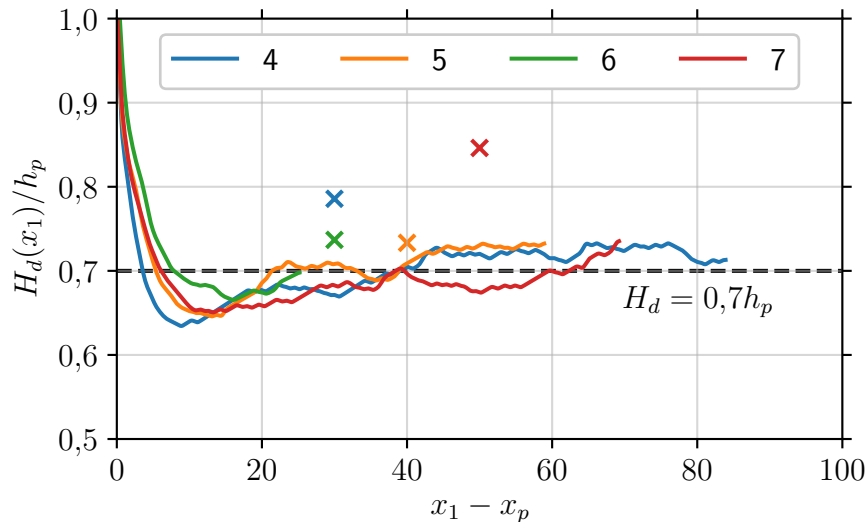


Figura 5.8 – Razão de aspecto entre a profundidade do escoamento a jusante do ponto de mergulho H_d por h_p em função de x_1 . Os pontos representam os dados experimentais de [Lamb et al. \(2010\)](#), enquanto a razão $H_d = 0,7h_p$ é prevista por [Parker e Toniolo \(2007\)](#) para $\gamma = 0,2$.

A evolução do número de Froude densimétrico em função da direção longitudinal $Fr(x_1)$ é apresentada na [Figura 5.9](#), evidenciando que o Fr decai continuamente na região do escoamento com profundidade limitada, enquanto a profundidade do canal aumenta devido ao leito inclinado e a sedimentação das partículas reduz a concentração do material em suspensão, mesmo a montante da posição de mergulho. Na zona de mergulho ocorre a transição do fluxo, do Fr mínimo $Fr_p = 0,45$ para o valor $Fr_d = 1,1$ na corrente de turbidez submersa. Ambos valores apresentam uma boa concordância com os dados experimentais de referência e a análise teórica. Como já mencionado, o número de Froude densimétrico no ponto de mergulho e a jusante pode ser influenciado pela declividade e rugosidade do leito, além do tamanho das partículas em suspensão ([SEQUEIROS, 2012](#)).

5.1.3 Discussões

Essa seção mostrou que o código computacional *Incompact3d* é capaz de resolver adequadamente o fenômeno de mergulho do escoamento hiperpicnal em canal inclinado. As simulações apresentam as principais feições esperadas para o escoamento em estudo, como as regiões de fluxo homogêneo, zona de mergulho e zona de escoamento submerso, e foram pela primeira vez obtidas por meio de simulações tridimensionais com resolução da turbulência. Cinco casos teste foram empregados para avaliar os resulta-

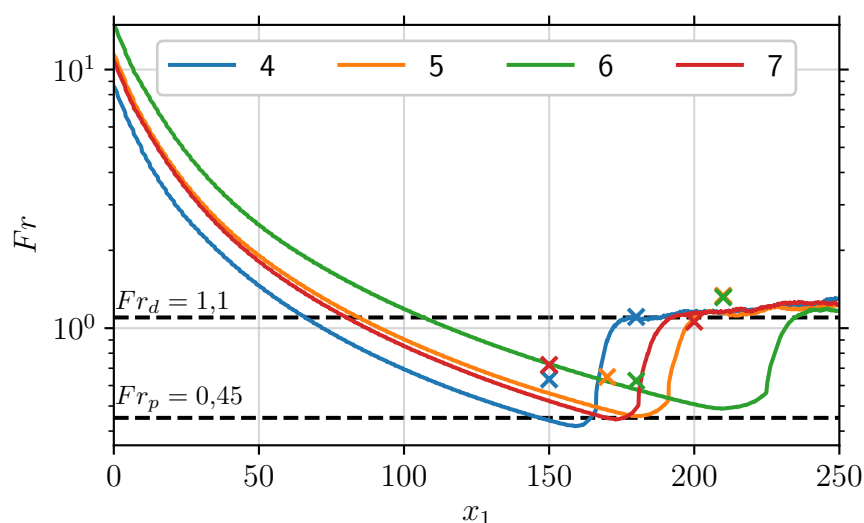


Figura 5.9 – Número de Froude densimétrico da corrente de turbidez em função de x_1 , calculado de acordo com a Equação 5.4. Os pontos representam os dados experimentais de Lamb et al. (2010). Os números de Froude densimétrico na posição de mergulho Fr_p e a jusante Fr_d são previstos por Parker e Toniolo (2007) para $\gamma = 0,2$.

dos numéricos obtidos frente à dados experimentais e analíticos disponíveis na literatura, considerando diferentes combinações para vazão e concentração de sedimentos em suspensão na entrada do canal. A comparação se dá ao mensurar a distância para mergulho, perfil de elevação e velocidade do escoamento submerso, coeficiente de mistura e o número de Froude densimétrico da corrente de turbidez submergida. Sabe-se que o modelo numérico é ainda incapaz de lidar com a alta complexidade associada ao transporte de sedimentos junto ao fundo, em processos como transporte de leito, diminuição da altura útil do canal devido à deposição, ou ainda erosão e ressuspensão do material do leito de volta a corrente, e isso pode justificar o fato de que a exata posição de mergulho experimental não tenha sido atingida. Contudo, a concordância obtida foi satisfatória o suficiente, de modo que os dados em alta resolução espaço-temporal provenientes das simulações podem ser empregados nas seções a seguir.

5.2 Critério de Mergulho

Esta seção desenvolve uma nova metodologia para a previsão de profundidade para mergulho (ou critério de mergulho). Diferente dos modelos anteriores, inclui-se o papel exercido pela velocidade de sedimentação do material em suspensão, uma vez que a deposição ocorrida na zona de fluxo homogêneo (ver Figura 3.2) termina por reduzir a concentração efetiva na zona de mergulho.

A influência que cada parâmetro governante exerce sobre a profundidade neces-

sária para mergulho do escoamento hiperpicnal em canal inclinado é bem conhecida. Mantendo todo o resto constante, a posição de mergulho move-se a jusante de três maneiras distintas:

- Um acréscimo no número de Froude densimétrico inicial Fr_0 , pois isso significa aumentar a relação de forças inerciais pelas forças de empuxo na entrada do canal, e portanto uma maior profundidade para mergulho é esperada;
- Um aumento na velocidade de queda das partículas em suspensão u_s , já que a sua deposição acaba por reduzir a concentração efetiva na zona de mergulho, e novamente uma maior profundidade para mergulho é esperada;
- Finalmente, pela redução da declividade do leito S , uma vez que a corrente precisaria percorrer uma distância maior para atingir a mesma profundidade crítica e mergulhar.

Uma forma efetiva de conectar todos esses parâmetros é proposta nessa seção, sendo o número de Froude densimétrico um ponto chave para estimar a posição de mergulho, como sugerem muitos autores (ver [seção 3.2](#)). Pode-se determinar a evolução espacial longitudinal desse valor, uma vez que a vazão volumétrica \tilde{Q} , concentração de sedimentos em suspensão \tilde{C} e altura da corrente \tilde{H} em função de x_1 são conhecidos, a equação resultante é escrita como

$$Fr(x_1) = \frac{\tilde{Q}(x_1)}{\sqrt{R\tilde{C}(x_1)\tilde{g}\tilde{H}^3(x_1)}}, \quad (5.3)$$

que por sua vez pode ser expressa de forma adimensional, segundo critérios estabelecidos na [Equação 3.37](#), como

$$Fr(x_1) = \frac{Q(x_1)}{\sqrt{C(x_1)H^3(x_1)}} Fr_0. \quad (5.4)$$

A notação em letras maiúsculas nesse caso representam a avaliação das grandezas em uma média de profundidade e por unidade de largura do canal, que são calculadas seguindo [Ellison e Turner \(1959\)](#), pelas equações

$$Uh(x_1) = \frac{1}{L_3} \int_0^{L_3} \int_{x_{2r}}^{x_{2i}} u_1(x_i) dx_2 dx_3, \quad (5.5a)$$

$$U^2h(x_1) = \frac{1}{L_3} \int_0^{L_3} \int_{x_{2r}}^{x_{2i}} u_1^2(x_i) dx_2 dx_3, \quad (5.5b)$$

$$UCh(x_1) = \frac{1}{L_3} \int_0^{L_3} \int_{x_{2r}}^{x_{2i}} u_1(x_i) c(x_i) dx_2 dx_3. \quad (5.5c)$$

Para a integração vertical, x_{2r} representa a posição sobre o leito inclinado do canal e x_{2i} representa a interface definida entre a corrente de densidade submersa e o fluido ambiente. Essa interface é comumente definida como a posição onde a velocidade longitudinal é igual a zero. Entretanto, para este trabalho se considerou a posição vertical onde

$u_1 \times c = 0,5\%$, por duas razões. Primeiro, durante o período transiente inicial, a posição de mergulho começa a se deslocar a jusante a partir da entrada do canal com uma velocidade maior que zero, inviabilizando a abordagem de interface proposta na literatura. Em segundo lugar, a abordagem da velocidade não é assertiva quando o escoamento apresenta um coeficiente de mistura negativo (como exemplificado na [Figura 5.19](#), e discutido a seguir). Finalmente, as grandezas em uma média de profundidade e por unidade de largura do canal são obtidas por

$$U(x_1) = U^2 h / U h, \quad (5.6a)$$

$$H(x_1) = (U h)^2 / U^2 h, \quad (5.6b)$$

$$Q(x_1) = U h, \quad (5.6c)$$

$$C(x_1) = U C h / U h. \quad (5.6d)$$

Com o objetivo de vincular o valor do número de Froude densimétrico observado na posição de mergulho Fr_p com o respectivo valor inicial Fr_0 , mensurado na entrada do domínio, pode-se fazer três suposições:

- A vazão volumétrica por unidade de largura Q é constante na região do escoamento com profundidade limitada, desde a entrada do canal até o ponto de mergulho, por continuidade. Adicionalmente, esse valor é igual a 1 pela definição do esquema de adimensionalização;
- Ao desprezar efeitos de erosão no leito, a concentração de material em suspensão decai exponencialmente com a direção longitudinal x_1 ([LAMB et al., 2010](#)), em função da velocidade de sedimentação u_s e de um fator de estratificação do perfil vertical de concentração r_0 , definido como a razão entre a concentração próxima ao leito pela concentração média, sendo portanto, um valor maior ou igual que 1 ([PARKER et al., 1987](#));
- A distância para mergulho pode ser conhecida por meio de relações geométricas.

As três suposições podem ser equacionadas respectivamente como

$$Q_0 = Q_p = 1, \quad (5.7a)$$

$$C_p = \exp(-u_s r_0 x_p), \quad (5.7b)$$

$$x_p = \frac{H_p - 1}{S}. \quad (5.7c)$$

É possível aplicar (5.7) em (5.4), que após certa manipulação matemática resulta em

$$\left(\frac{Fr_0}{Fr_p} \right)^{\frac{2}{3}} = H_p \exp \left(-\xi \frac{H_p - 1}{3} \right), \quad (5.8)$$

onde $\xi = r_0 u_s / S$. A equação acima não possui solução analítica exata, contudo, a profundidade esperada para mergulho H_p pode ser resolvida numericamente em função de

três parâmetros característicos (u_s , S e Fr_0), além de duas constantes que precisam ser estimadas (Fr_p e r_0). A solução está exposta na [Figura 5.10](#). Observe que caso $u_s = 0$, a [Equação 5.8](#) corresponde simplesmente a [Equação 3.8](#), que por sua vez está em conformidade com o critério de mergulho para correntes conservativas proposto por outros autores ([SINGH; SHAH, 1971](#); [FARRELL; STEFAN, 1986](#); [DAI et al., 2007](#)).

Existem dois processos antagônicos atuando sobre o valor do número de Froude densimétrico à medida que o ponto de mergulho se desloca a jusante da entrada do canal. Por um lado, a velocidade da corrente decai com x_1 , já que a profundidade está aumentando devido ao leito de declividade S , o que reduz localmente o número de Froude densimétrico. Por outro lado, o efeito deposicional reduz a concentração de material em suspensão na corrente com x_1 , aumentando localmente o número de Froude densimétrico. Como resultado, dependendo da razão entre a velocidade de queda u_s e a declividade do leito S , ou simplesmente ξ , o escoamento pode nunca atingir o Froude densimétrico crítico necessário para mergulho, e passar a se comportar como um escoamento homopical. Esse efeito é observado na [Equação 5.8](#), onde é possível determinar o ponto de máxima da função calculando a derivada do lado direito e o igualando à zero, se obtém a máxima profundidade teórica possível H_p^* para um dado valor de ξ . Ao substituir esse valor de volta em (5.8), obtém-se o máximo número de Froude densimétrico possível Fr_0^* para que o mergulho seja observado. Ambos são escritos como

$$H_p^* = \frac{3}{\xi}, \quad (5.9a)$$

$$\left(\frac{Fr_0^*}{Fr_p}\right)^{\frac{2}{3}} = \frac{3}{\xi} \exp\left(\frac{\xi}{3} - 1\right). \quad (5.9b)$$

Os valores críticos são apresentados como linhas tracejadas na [Figura 5.10](#), para referência. Observe que, teoricamente, o mergulho não é esperado se o Froude densimétrico na entrada do canal for maior que o valor crítico $Fr_0^* < Fr_0$. No caso particular de uma corrente conservativa ($u_s = 0$), pode-se observar que $Fr_0^* = 0$, e portanto, a condição de mergulho será sempre satisfeita. Além disso, nesse caso a distância para mergulho x_p pode ser isolada em (5.8) e substituída em (5.7c), de modo que x_p quando a velocidade de queda é nula pode ser estimada como

$$x_p = \frac{1}{S} \left(\left[\frac{Fr_0}{Fr_p} \right]^{\frac{2}{3}} - 1 \right). \quad (5.10)$$

As equações (5.8) e (5.10) podem fornecer uma estimativa da profundidade do canal, e também da distância necessária para mergulho, em função dos parâmetros característicos do escoamento. A verificação dessas equações se dá por meio de doze simulações numéricas monodispersas propostas, ao combinar: quatro diferentes valores para a declividade do leito (1,25%, 2,5%, 5% e 10%), além de três velocidades de

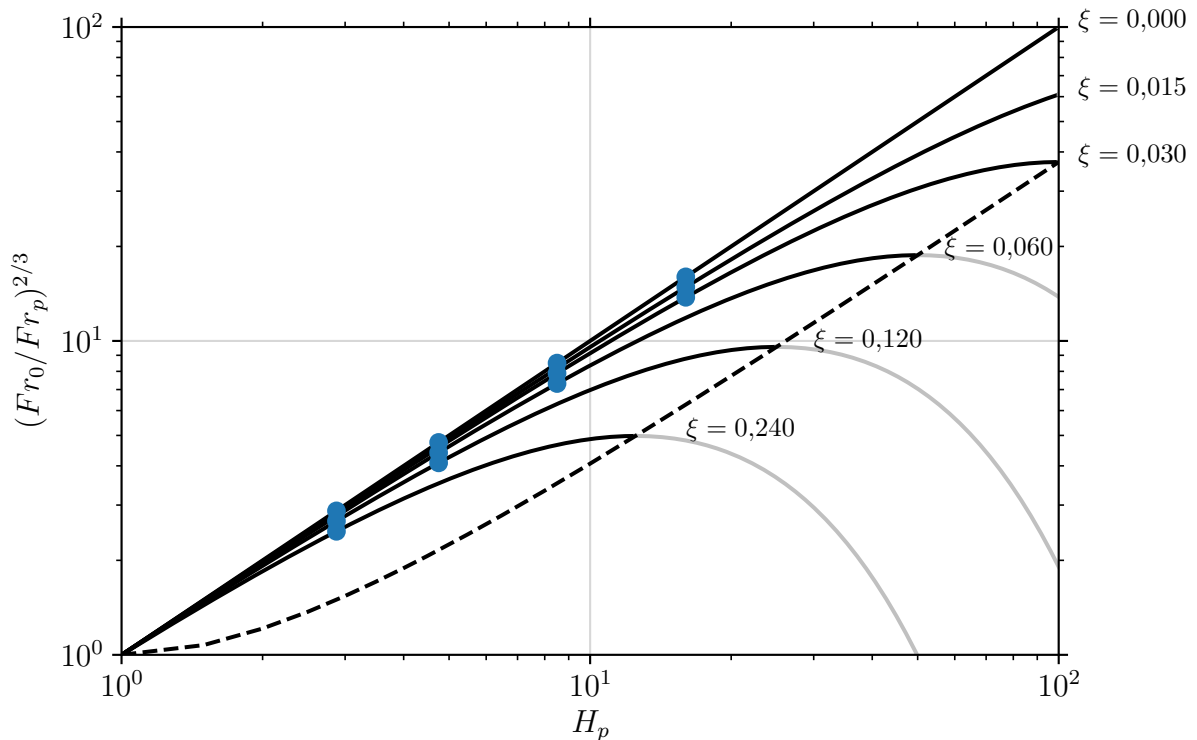


Figura 5.10 – Profundidade esperada para mergulho H_p , calculada de acordo com (5.8). As linhas sólidas representam diferentes valores para $\xi = r_0 u_s / S$, enquanto a linha tracejada indica os limites de acordo com (5.9). Os pontos indicam as simulações propostas, discutidas na Tabela 5.3.

sedimentação (0, 0,0015 e 0,003). Visando possibilitar uma boa comparação entre os diferentes casos e eliminar a influência que as condições de contorno podem exercer sobre a posição de mergulho (caso ela ocorra próxima aos limites da seção de testes), espera-se que ocorra o mergulho para todos os casos em $x_p = 150h_0$. Contudo, a profundidade do canal neste ponto h_p não será a mesma, já que ela é função da declividade do leito S (5.7c). O número de Froude densimétrico inicial Fr_0 para cada caso é então calculado de acordo com a Equação 5.8, assumindo inicialmente como parâmetros o fator de forma do perfil de concentração $r_0 = 1$ e o número de Froude densimétrico no ponto de mergulho $Fr_p = 0,45$, que são condizentes com os resultados reportados na seção 5.1. Os doze casos são detalhados na Tabela 5.3, e também localizados na Figura 5.10, para referência. Os números de Reynolds Re e Schmidt Sc são mantidos constantes e iguais a 2.500 e 1, respectivamente, para seguir em linha com o Caso 4 (seção 5.1). Note que o número de Froude densimétrico inicial Fr_0 resultante é único para cada uma das simulações, e a comparação que cada parâmetro individualmente exerce sobre a posição de mergulho é então inviável. Em outras palavras, essa abordagem no espaço dimensional seria o equivalente a fixar uma vazão volumétrica na entrada do canal (Re constante), então em função da declividade do leito S e da velocidade de sedimentação u_s , escolher a concentração volumétrica de sedimentos (ou Fr_0) de tal forma (por meio da Equação 5.8) que o mergulho para todos os casos seja observado em $x_p = 150h_0$. Dessa maneira, ao fixar S

e aumentar u_s , a concentração de sedimentos na entrada do canal também aumenta (ou o Fr_0 diminui) como compensação. Por outro lado, fixando u_s e aumentando S , a concentração de sedimentos na entrada do canal diminui (ou o Fr_0 aumenta), uma vez que a profundidade do canal é maior para a mesma posição $x_p = 150h_0$, e portanto uma menor diferença de densidade é necessária para instabilizar o escoamento no local desejado.

Tabela 5.3 – Resumo das diferentes condições das simulações: declividade do leito S , velocidade de sedimentação u_s e número de Froude densimétrico inicial Fr_0 . Além dos principais resultados medidos: distância para o mergulho x_p , profundidade do escoamento, concentração, número de Froude densimétrico na posição de mergulho (H_p , C_p e Fr_p , respectivamente) e a jusante, onde $x_1 = 250h_0$ (H_d , C_d e Fr_d , respectivamente), além do coeficiente de mistura γ_d .

Casos*	$S\%$	$u_s \times 10^4$	Fr_0	x_p	H_p	C_p	Fr_p	H_d	C_d	Fr_d	γ_d
1.25-0	1,25	0,00	2,19	150,62	2,74	0,99	0,49	1,60	0,78	1,51	0,22
1.25-15	1,25	15,00	1,96	169,69	2,85	0,74	0,47	1,43	0,56	1,68	0,09
1.25-30	1,25	30,00	1,75	130,62	2,48	0,61	0,58	1,14	0,33	2,27	-0,10
2.5-0	2,50	0,00	4,66	149,38	4,52	1,00	0,48	2,47	0,77	1,70	0,23
2.5-15	2,50	15,00	4,16	171,56	4,89	0,72	0,45	2,09	0,57	1,94	0,04
2.5-30	2,50	30,00	3,72	148,12	4,49	0,56	0,51	1,55	0,36	2,60	-0,20
5.0-0	5,00	0,00	11,15	149,69	7,63	1,00	0,53	4,62	0,73	1,70	0,28
5.0-15	5,00	15,00	9,97	158,44	7,50	0,74	0,57	3,80	0,52	2,05	0,08
5.0-30	5,00	30,00	8,90	151,56	7,47	0,60	0,53	2,24	0,39	3,15	-0,27
10.0-0	10,00	0,00	28,80	179,38	13,61	0,99	0,58	8,71	0,68	1,77	0,29
10.0-15	10,00	15,00	25,74	187,81	16,56	0,70	0,45	6,42	0,54	2,18	-0,00
10.0-30	10,00	30,00	23,00	177,19	14,95	0,56	0,47	4,15	0,39	3,02	-0,32

Nota – *A nomenclatura recebe o prefixo da declividade do leito $S\%$ e o sufixo da velocidade de sedimentação $u_s \times 10^4$ de cada caso.

A configuração numérica é similar à configuração experimental de [Lamb et al. \(2010\)](#) (ver [Figura 3.6a](#)), porém empregando uma nova versão do domínio de cálculo em relação ao exibido na seção anterior, maiores detalhes sobre a configuração estão disponíveis na [seção 4.2](#). Tendo em vista que a bateria de simulações propostas é agora em maior número, reduz-se o tempo de cálculo pelo emprego do *núcleo ILES* (4.23) para dissipação numérica, adicionalmente ao aumento do espaçamento da malha, sendo Δx_i o dobro em todas as direções, e o aumento do passo de tempo para $\Delta t = 0,0125$. As dimensões da seção de teste são $(L_1; L_3) = (250,0h_0; 8,0h_0)$, enquanto a extensão horizontal das zonas esponjas são $(L_{1a}; L_{1b}) = (25,0h_0; 62,5h_0)$. Em uma escala comparativa, a seção de testes tem o mesmo comprimento e profundidade do canal experimental de [Lamb et al. \(2010\)](#), porém com um terço da largura. O domínio computacional completo é discretizado usando $(n_1; n_3) = (1081; 32)$. Note que para atingir a resolução desejada, o número de pontos na direção longitudinal n_1 foi cortado pela metade, enquanto na direção transversal o número do pontos n_3 é o mesmo para o dobro da largura L_3 , o que visa melhorar a medição das grandezas do escoamento por meio de médias na direção

transversal. A fim de manter a semelhança geométrica tanto entre diferentes declividades do leito do canal quanto à respeito do domínio empregado na seção anterior, quatro restrições são definidas para todos os casos:

- a) A resolução vertical é mantida constante $\Delta x_2 = 0,140625$;
- b) A transição do leito inclinado para o patamar plano ao final do domínio é fixada onde $x_1 = 297,5h_0$;
- c) A altura do patamar plano ao final do domínio deve ser $L_{2b} \geq 1$;
- d) E finalmente, o número de pontos na direção vertical n_2 precisa atender às limitações do próprio código computacional, como mostra a [Equação 4.45](#).

A [Figura 5.11](#) representa a vista lateral do domínio de cálculo em função da declividade do leito S que atende todas as imposições descritas, para referência, enquanto os parâmetros exatos são expressos na [Tabela 5.4](#). As simulações são executadas para um total de $3,2 \times 10^5$ passos de tempo, exceto para os casos com $S = 10\%$, que demandam mais tempo de processamento, essas apresentam um total de $4,8 \times 10^5$ iterações.

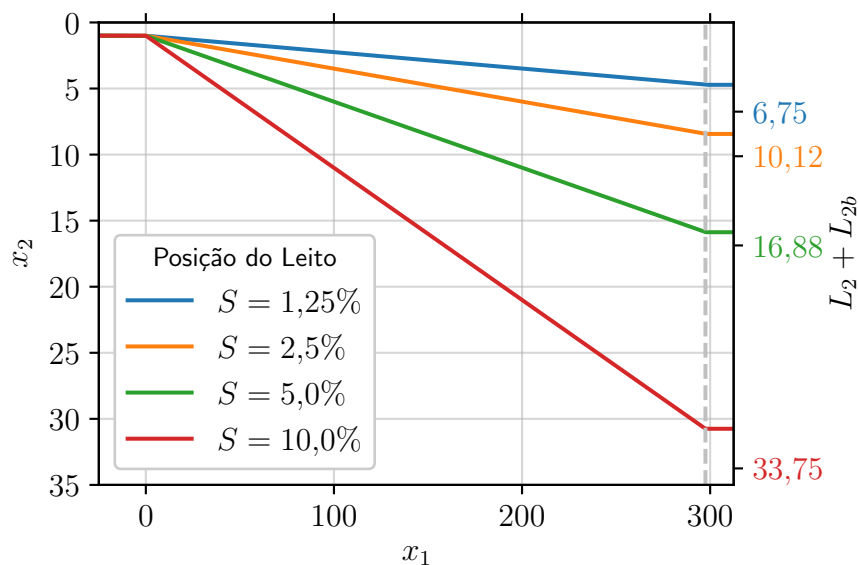


Figura 5.11 – Representação do domínio de cálculo, com exagero na direção vertical. A linha tracejada em cinza mostra a transição para o fundo plano (onde $x_1 = 297,5h_0$). O eixo vertical direito mostra a altura total para cada caso.

Tabela 5.4 – Alturas do domínio L_2 , do patamar plano L_{2b} e número total de pontos na direção vertical n_2 , empregados em função da declividade do leito S .

S	1,25%	2,5%	5%	10%
L_2	4,71875	8,4375	15,875	30,75
L_{2b}	2,03125	1,6875	1,00	3,00
n_2	49	73	121	241

5.2.1 Regime Transiente

Uma amostra da evolução temporal do escoamento para todos os casos é exibida na [Figura 5.12](#), por meio da visualização do campo de concentração c com média na direção transversal x_3 para três diferentes tempos adimensionais, são eles: 400, 1.000 e 4.000, de (a) a (c), respectivamente. As simulações estão arranjadas verticalmente de acordo com a declividade do leito S e horizontalmente de acordo com a velocidade de sedimentação u_s . Todas as principais características do escoamento mergulhando em canal inclinado (ver [Figura 3.2](#)) podem ser percebidas, incluindo as três regiões: escoamento com profundidade limitada, zona de mergulho e escoamento submerso (tanto o corpo quanto a cabeça da corrente de turbidez). Pode-se destacar três aspectos na [Figura 5.12](#). Primeiro, os casos com velocidade de sedimentação nula ($u_s = 0$, à esquerda), como seria esperado, mantém valores de concentração uniformes, desde a entrada do canal até a zona de mergulho, percebida pela tonalidade escura intensa. A jusante do mergulho e na cabeça do escoamento se percebem tons mais claros devido à mistura entre o escoamento submerso e o fluido ambiente. Em segundo lugar, conforme a velocidade de queda aumenta (coluna central e direita), percebe-se como a deposição diminui a concentração do material em suspensão entre a entrada do canal e a zona de mergulho, indicada pela coloração cada vez mais acinzentada. E finalmente, pode-se perceber como tanto a posição do ponto de mergulho, quanto da frente da corrente, parecem não ser afetadas pela velocidade de queda u_s para esses casos, sendo apenas função da declividade do leito S . Entretanto, note que o número de Froude densimétrico inicial Fr_0 não é fixo. Há seguir, diferentes combinações de parâmetros serão considerados isoladamente, para facilitar o estudo comparativo entre eles.

A [Figura 5.13](#) exibe a visualização dos campos de concentração c com média na direção transversal x_3 do caso 5.0-30 ($S = 5\%$ e $u_s = 0,003$) para os tempos adimensionais 125, 250, 500, 1.000 e 2.000 de (a) até (e), onde as linhas coloridas indicam a altura da corrente H . As demais grandezas do escoamento em média de profundidade: (f) Velocidade U , (g) concentração C e (h) número de Froude densimétrico Fr , são calculadas pelas Equações (5.6) e (5.4). As linhas tracejadas em preto representam os pressupostos iniciais para a obtenção do critério de mergulho. Conforme a [Equação 5.7](#), uma vez que a vazão do escoamento é constante na região do escoamento com profundidade limitada (e igual a unidade em termos adimensionais) pode-se assumir que a velocidade da corrente seja o inverso da profundidade do canal $h(x_1) = Sx_1 + 1$. A concentração $C(x_1)$, por sua vez, decai exponencialmente com x_1 em função da velocidade de queda u_s e do fator de forma do perfil de concentração r_0 , assumido como unitário. Por fim, a variação esperada do número de Froude densimétrico $Fr(x_1)$ pode ser obtida pelo rearranjo da

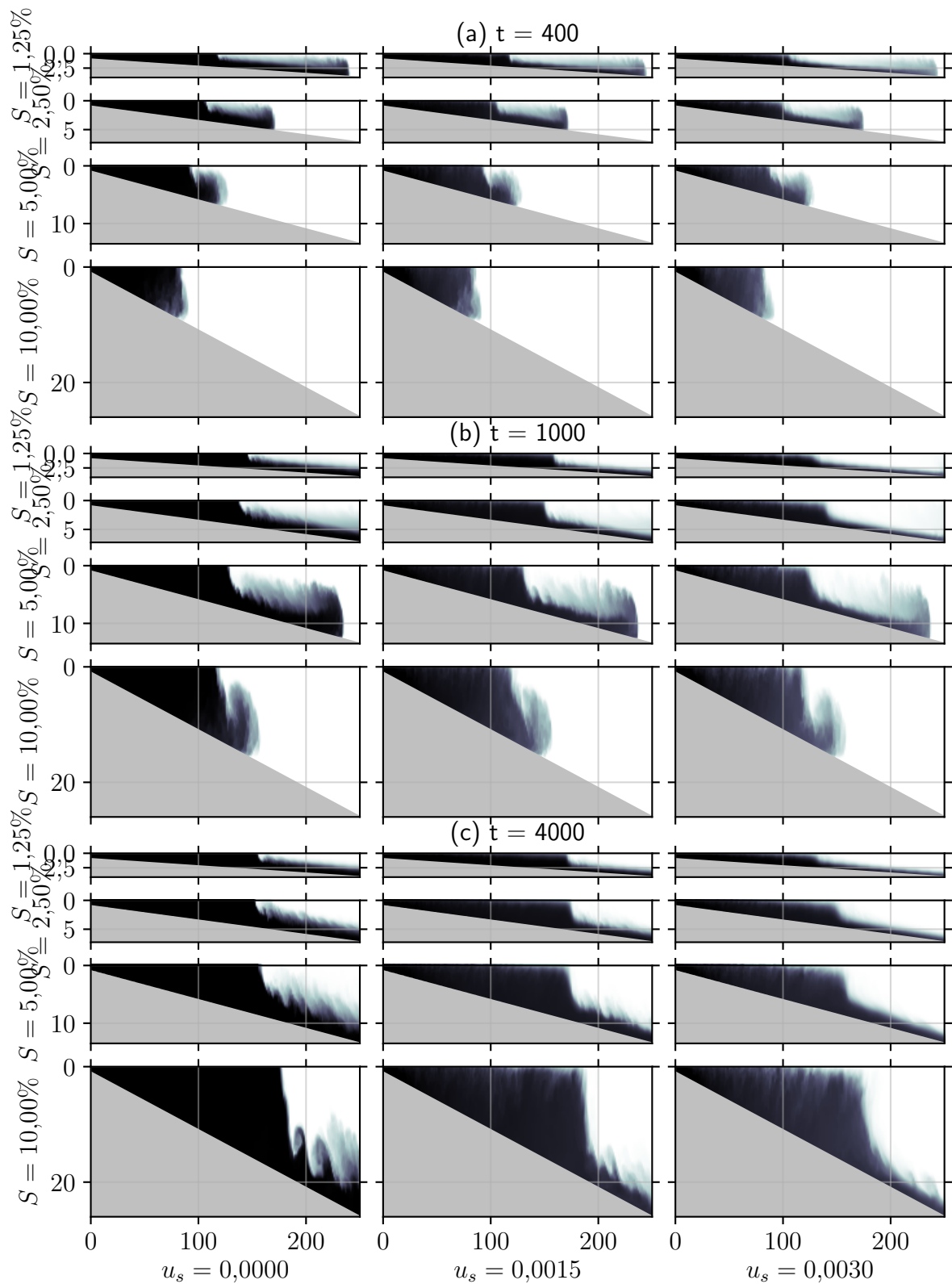


Figura 5.12 – Visualização do campo de concentração c com média na direção transversal x_3 para os tempos adimensionais 400 (a), 1.000 (b) e 4.000 (c). Mesmo esquema de cores da Figura 5.13. Os doze casos são organizados verticalmente de acordo com a declividade do leito S e horizontalmente de acordo com a velocidade de sedimentação u_s .

Equação 5.8. As três grandezas são então escritas como:

$$U(x_1) = 1/h(x_1), \quad (5.11a)$$

$$C(x_1) = \exp(-u_s r_0 x_1), \quad (5.11b)$$

$$Fr(x_1) = Fr_0 \left(h(x_1) \exp \left[-\xi \frac{h(x_1) - 1}{3} \right] \right)^{-3/2}. \quad (5.11c)$$

A [Figura 5.13](#) exibe a evolução temporal do escoamento, de (a) até (e). Percebe-se que tanto o ponto de mergulho quanto o formato da cabeça do escoamento são visíveis desde os tempos iniciais, e ambos se deslocam a jusante conforme o tempo avança. Por fim, a cabeça deixa a seção de testes e o ponto de mergulho tende a uma posição estacionária. A coloração se torna gradualmente mais clara em função de x_1 , já que a deposição reduz a concentração de material em suspensão. Tanto o corpo quanto a cabeça da corrente apresentam intensa mistura entre a corrente de turbidez submersa e o fluido ambiente, principalmente devido aos vórtices de Kelvin-Helmholtz e às estruturas de lobos e fendas presentes nessas regiões (ver [Figura 3.1](#)). A velocidade média em profundidade U é apresentada em (f), onde se vê a concordância entre as velocidades mensuradas e a [Equação 5.11a](#) na região de escoamento com profundidade limitada, entre a entrada do canal e o ponto de mergulho. Após o mergulho, a redução na altura e a mistura entre o escoamento submerso e o fluido ambiente resultam em novos valores para a velocidade, maiores que os anteriores. Destaca-se que para tempos iniciais (125 e 250) a velocidade mensurada está visivelmente acima das demais, isso se justifica pelo aparecimento de uma zona de recirculação junto à entrada da seção de testes (ver [Figura 3.5d](#)) enquanto a condição de reciclagem na Zona Esponja A ainda não está plenamente estabelecida. Uma vez que se atinja a condição de turbulência desenvolvida no canal de reciclagem, observa-se o que o escoamento volta a fluir junto ao leito, bem como a aproximação das velocidade medidas com respeito ao valor estimado. A concentração média em profundidade C é exibida na [Figura 5.13g](#). Pode-se perceber o decaimento exponencial em função da velocidade de queda, em boa concordância com a previsão inicial ([5.11b](#)), tanto a montante quanto a jusante da zona de mergulho. As curvas não apresentam variações significativas em relação à posição de mergulho, entretanto, funcionam como indicador para a evolução temporal da frente x_f do escoamento, sendo essa obtida para o maior valor de x_1 onde a concentração seja não nula. O número de Froude densimétrico Fr é apresentado na [Figura 5.13h](#). A bolha de recirculação também é percebida perto da entrada ($x_1 < 25$) para os tempos iniciais (250 e 500). É notável como a evolução temporal de Fr se mantém próxima a previsão ([5.11c](#)) mesmo durante o desenvolvimento inicial do escoamento. Observa-se que uma vez que a cabeça do escoamento atinja um estado completamente desenvolvido ($t = 1000$), o número de Froude densimétrico na região é próximo à unidade, o que é condizente com os resultados experimentais de [Sequeiros et](#)

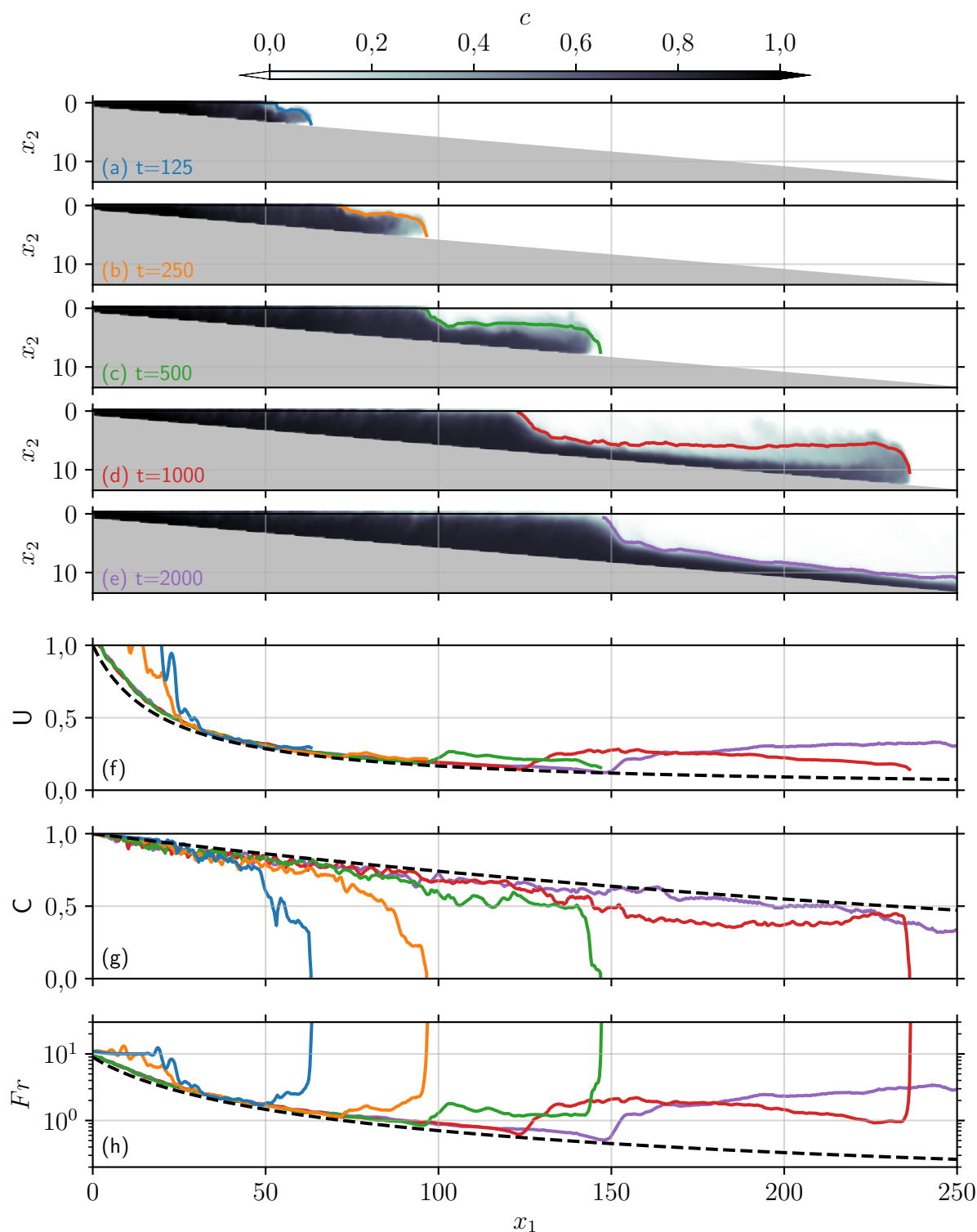


Figura 5.13 – Visualização dos campos de concentração c com média na direção transversal x_3 do caso 5.0-30 para os tempos 125, 250, 500, 1.000 e 2.000 de (a) até (e). A seguir, grandezas do escoamento em média de profundidade: (f) Velocidade U , (g) concentração C e (h) número de Froude densimétrico Fr . As linhas tracejadas em preto correspondem à Equação 5.11.

al. (2009) e Sequeiros (2012). O número de Froude densimétrico é também empregado como marcador para a obtenção da evolução temporal da distância para mergulho x_p ,

uma vez que ela é observada na posição de mínimo absoluto do Froude densimétrico.

A [Figura 5.14](#) mostra a visualização do campo de concentração c com média na direção transversal x_3 para o tempo adimensional $t = 400$ para os casos com velocidade de sedimentação nula $u_s = 0$, com exagero vertical. As declividades do leito de 1,25%, 2,5%, 5% e 10% são exibidas de (a) até (d), respectivamente. As linhas coloridas representam a altura do escoamento H para cada caso. Seguidas pelas grandezas do escoamento em média de profundidade: (e) Velocidade U , (f) concentração C e (g) número de Froude densimétrico Fr , calculadas pelas Equações (5.6) e (5.4). Uma vez que a vazão volumétrica na entrada do canal é constante para todos os casos, pode-se comparar a distribuição do campo de concentração para o dado tempo adimensional. Percebe-se que a cabeça do escoamento e a zona de mergulho são bem definidas para os casos com menor declividade (a, b e c), entretanto, eles não são tão notáveis para $S = 10\%$ (d). Além da maior declividade do leito, esse último caso também apresenta o maior número de Froude densimétrico inicial Fr_0 , sendo as forças de empuxo menos relevantes, e assim, o escoamento ainda domina toda a altura do canal para esse estágio inicial. A posição da frente do escoamento tem uma relação direta com o número de Froude densimétrico inicial Fr_0 . Perceba que menores valores para Fr_0 representam forças de empuxo mais significativas, capazes de instabilizar o escoamento e provocar o mergulho para menores valores de profundidade do canal. A zona de mergulho, por sua vez, reduz a altura do escoamento e aumenta sua velocidade, o que impulsiona o escoamento a jusante, incluindo o corpo e a cabeça da corrente de turbidez. A velocidade do escoamento submerso U pode ser observada em mais detalhes por meio da [Figura 5.14e](#), tendo o valor unitário na entrada do canal e então percebe-se seu decaimento na região do escoamento com profundidade limitada, atingindo o valor mínimo no ponto de mergulho, onde então o escoamento acelera bruscamente. O final da zona de mergulho é marcado por um ponto de máximo local na velocidade, que é então levemente menor no corpo da corrente de densidade e ainda menor na cabeça do escoamento. A concentração média em profundidade C é exibida na [Figura 5.14f](#). Para os quatro casos conservativos apresentados na figura, a concentração tem valor unitário desde a entrada do canal até a região de mergulho, a partir de onde começa a interação e mistura com o fluido ambiente, e a redução da concentração no escoamento submerso é então perceptível. Por fim, a [Figura 5.14g](#) mostra a variação do número de Froude densimétrico em função de x_1 . O valor é inicialmente percebido como o Froude densimétrico inicial $Fr(0) = Fr_0$, então decai continuamente à medida que a profundidade do canal aumenta, até atingir o valor mínimo na zona de mergulho. Esse é o método de rastreamento da posição de mergulho x_p do escoamento em função do tempo. O caso $S = 10\%$ (d) é o único que não apresenta uma zona de mergulho visível, e fica evidente em (g) que é o único com $Fr_p > 1$, indicando que até esse ponto o canal ainda não atingiu profundidade suficiente para instabilizar o escoamento e provocar o mergulho. Nota-se que na região da cabeça da corrente de turbidez, Fr é

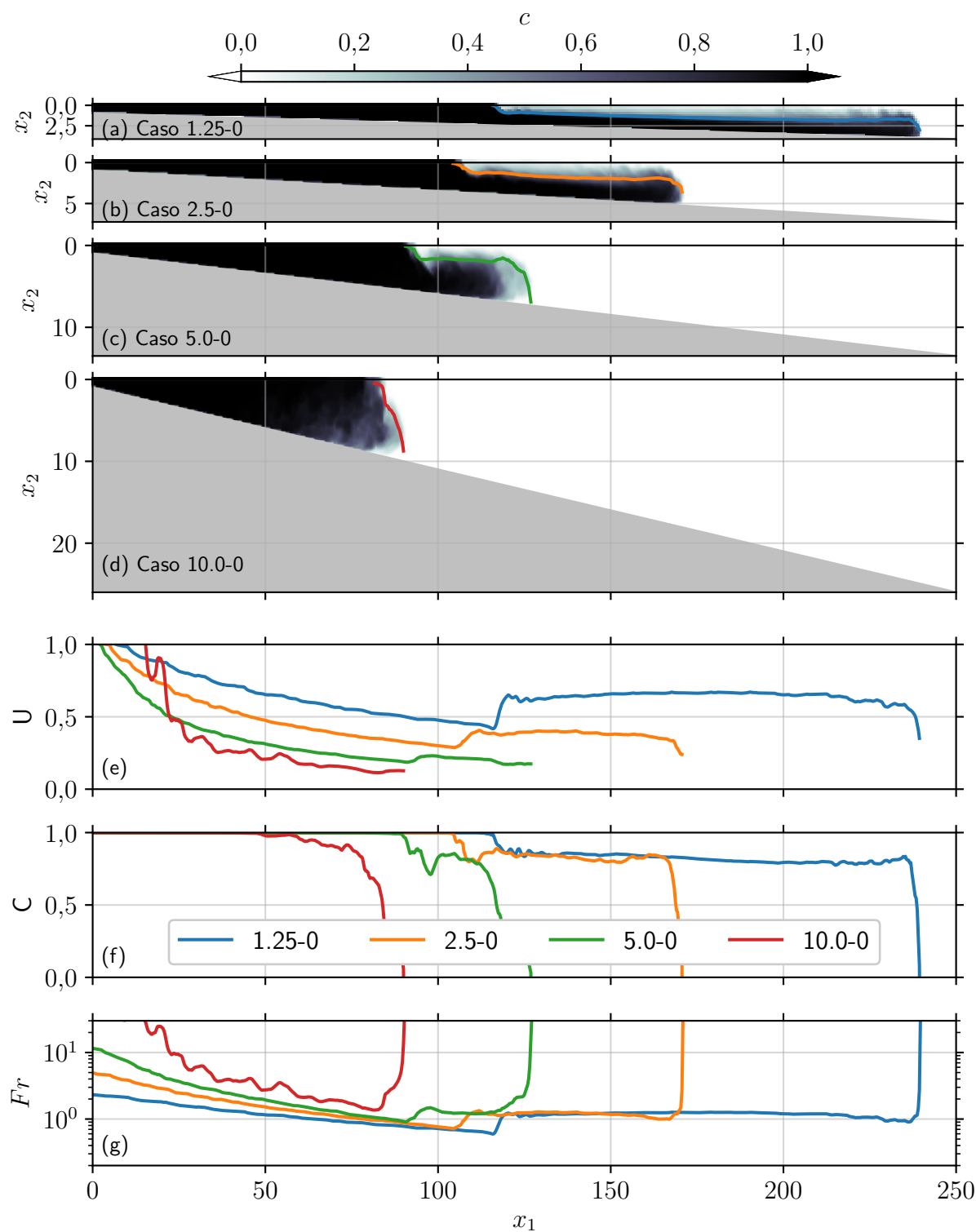


Figura 5.14 – Visualização do campo de concentração c com média na direção transversal x_3 , com $t = 400$, para os casos com velocidade de sedimentação nula e diferentes declividades de (a) até (d). As linhas coloridas representam a altura do escoamento H para cada caso. A seguir, grandezas do escoamento em média de profundidade: (e) Velocidade U , (f) concentração C e (g) número de Froude densimétrico Fr .

muito próximo do valor unitário, sendo levemente superior na região do corpo.

A [Figura 5.15](#) mostra a visualização do campo de concentração c com média na direção transversal x_3 para $t = 1000$ com os casos com declividade do leito $S = 5\%$ e diferentes velocidades de sedimentação u_s , iguais à 0, 0,0015 e 0,003 de (a) até (c), respectivamente. As linhas coloridas representam a altura do escoamento H para cada caso. A seguir, as demais grandezas do escoamento em média de profundidade: (d) Velocidade U , (e) concentração C e (f) número de Froude densimétrico Fr , calculadas pelas Equações (5.6) e (5.4). E por fim, a velocidade de cisalhamento no fundo do canal u_τ (g), segundo descrita a seguir na [Equação 5.12](#). Nota-se que o aumento da velocidade de sedimentação u_s de (a) para (c) provoca a redução do material em suspensão, bem como a diminuição da altura do corpo e cabeça da corrente de turbidez submersa, destacadas pelas linhas verdes. A velocidade da corrente submersa U (d) tem um comportamento similar ao já descrito anteriormente, tendo valor unitário na entrada da canal e então decai até um valor mínimo no ponto de mergulho, onde então o escoamento acelera. A concentração da corrente submersa C (e) exhibe agora um novo comportamento, pela presença da velocidade de sedimentação u_s . Nota-se seu decaimento em função de x_1 à medida que u_s aumenta, e que, embora para o caso com $u_s = 0$ (a) o gráfico de concentração (e) exiba claramente a posição de mergulho, o mesmo não pode ser dito sobre os outros dois casos. Como destacado no parágrafo anterior, tanto a posição do ponto de mergulho x_p quanto da frente do escoamento x_f estão diretamente relacionadas ao número de Froude densimétrico inicial Fr_0 do escoamento. E aqui percebe-se um fato interessante, os três casos apresentam valores praticamente idênticos para x_f e x_p , mesmo que Fr_0 seja diferente para todos eles (ver [Tabela 5.3](#)). Pode-se dizer que a combinação entre a velocidade de sedimentação u_s e o número de Froude densimétrico inicial Fr_0 promovida pela [Equação 5.8](#) produz um Froude densimétrico efetivo em função de x_1 muito similar entre as três simulações, como de fato mostra a [Figura 5.15f](#), o que por sua vez possibilita os valores idênticos observados para x_f e x_p . Em outras palavras, o número de Froude densimétrico no ponto de mergulho Fr_p é efetivamente maior do que assumido inicialmente, devido à deposição do material em suspensão entre a entrada do canal e a zona de mergulho.

No caso de que o escoamento seja suficientemente intenso, as correntes de turbidez podem ressuspender parte do material depositado anteriormente, ou mesmo erodir o leito sobre o qual ele escoar, como comentam [Necker et al. \(2002\)](#). Embora a configuração numérica desse trabalho não considere ressuspensão, com base nos dados simulados, pode-se fazer uma análise posterior sobre os locais onde o escoamento é mais propenso a apresentar tais fenômenos no leito do domínio. Para tanto, a velocidade de cisalhamento no leito u_τ tem um papel fundamental, e pode ser calculada segundo a equação

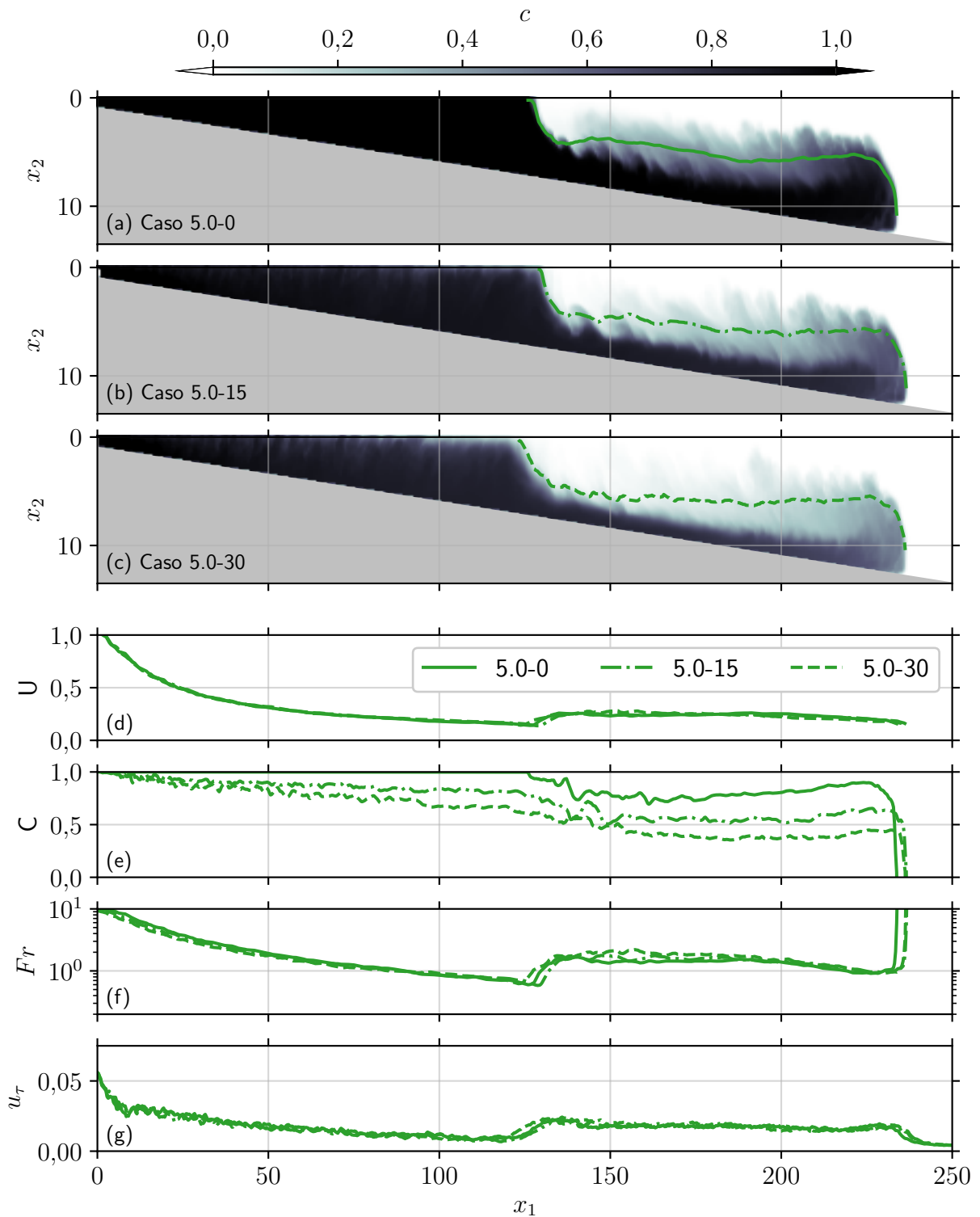


Figura 5.15 – Visualização do campo de concentração c com média na direção transversal x_3 com $t = 1000$ para os casos com $S = 5\%$ e diferentes velocidade de sedimentação u_s de (a) até (c). As linhas verdes representam a altura do escoamento H para cada caso. A seguir, as grandezas do escoamento em média de profundidade: (d) Velocidade U , (e) concentração C e (f) número de Froude densimétrico Fr . Por fim, a velocidade de cisalhamento no fundo do canal u_τ (g), calculada segundo a [Equação 5.12](#).

$$u_\tau = \sqrt{\tau_w}, \quad \text{com} \quad \tau_w = \frac{1}{Re} \sqrt{\left(\frac{\partial \hat{u}_1}{\partial \hat{x}_2}\right)^2 + \left(\frac{\partial \hat{u}_3}{\partial \hat{x}_2}\right)^2} \Bigg|_{x_2=x_2^r}. \quad (5.12)$$

A notação ($\hat{\cdot}$) representa uma mudança no sistema de coordenadas, de modo que \hat{x}_1 ainda aponte na direção preferencial ao escoamento, mas seja agora paralelo ao leito, e \hat{x}_2 seja normal ao leito, enquanto x_2^r corresponde a posição da interface sólido-fluido. Desse modo, as velocidades necessárias para o cálculo são dadas por

$$\hat{u}_1 = \cos(\beta)u_1 - \sin(\beta)u_2, \quad (5.13a)$$

$$\hat{u}_3 = u_3, \quad (5.13b)$$

enquanto a derivada normal ao leito pode ser calculada como

$$\frac{\partial}{\partial \hat{x}_2} = \sin(\beta) \frac{\partial}{\partial x_1} + \cos(\beta) \frac{\partial}{\partial x_2}. \quad (5.14)$$

Pode-se visualizar a velocidade de cisalhamento no fundo do canal u_τ na [Figura 5.15g](#), que é calculada de acordo com a [Equação 5.12](#). u_τ apresenta um comportamento similar ao observado na velocidade U , sendo máxima na entrada do canal e então decaindo à medida que a própria velocidade diminui. O valor mínimo é atingido exatamente onde a redução na altura da corrente acontece, ver linha verde de (a) a (c), então ocorrendo um máximo local imediatamente no ponto de mergulho, onde Fr é mínimo, e posteriormente o valor se estabiliza na região do corpo, sendo ligeiramente maior na cabeça da corrente. O potencial erosivo do escoamento é diretamente relacionado a velocidade de cisalhamento no fundo do canal u_τ , de modo que os resultados indicam que a entrada do canal é a região de maior potencial erosivo, seguido pelo ponto de mergulho e então pela cabeça da corrente. Nenhuma diferença significativa é notada em função da velocidade de sedimentação entre esses três casos.

A evolução temporal para a posição da frente x_f , velocidade da frente u_f , distância para mergulho x_p , a correspondente profundidade do canal no ponto de mergulho h_p e número de Froude densimétrico no ponto de mergulho Fr_p são exibidos na [Figura 5.16](#), de (a) até (e), respectivamente. Começando pela posição da frente x_f (a), pode-se perceber o agrupamento dos diferentes casos em função apenas da declividade do leito, não havendo diferenciação quanto à velocidade de queda u_s . Isso foi debatido nos parágrafos anteriores com respeito a declividade $S = 5\%$, mas o fato é também percebido para todos os demais valores. Note que todas as curvas vão apenas até onde $x_f = 250$, posição na qual deixam a seção de testes do domínio computacional. A seguir, a velocidade da frente u_f (b) mostra que seu valor máximo é observado logo nos tempos iniciais, em todos os casos, para então decair e mostrar uma clara convergência a um valor constante, que depende da declividade do leito S . Maiores declividades mostraram maior altura no escoamento na região do corpo e cabeça (ver [Figura 5.14](#)), o que por consequência resulta na

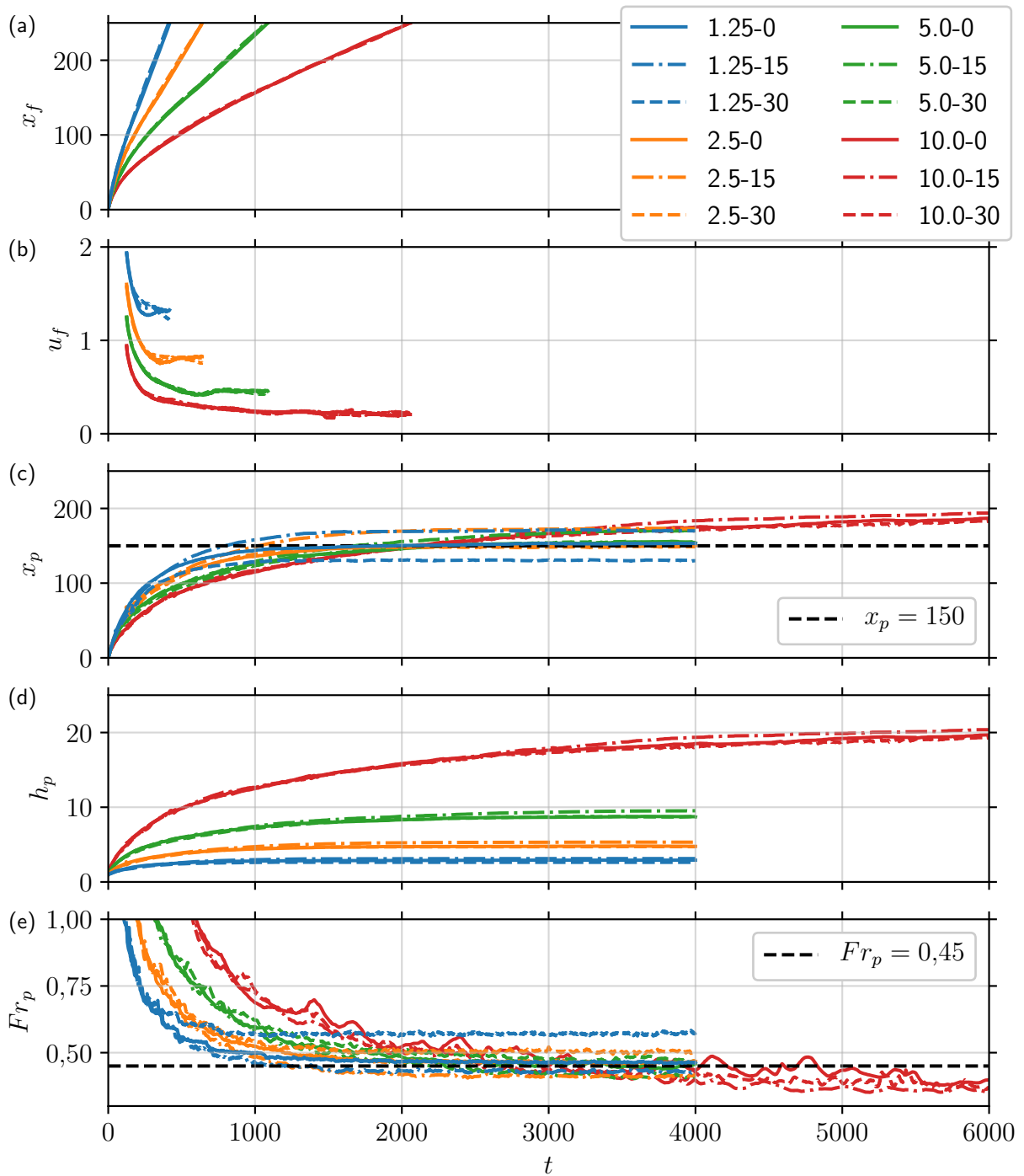


Figura 5.16 – Evolução temporal de: (a) Posição da frente x_f , (b) velocidade da frente u_f , (c) distância para mergulho x_p , (d) profundidade de mergulho h_p e (e) número de Froude densimétrico no ponto de mergulho Fr_p ($Fr_p = 0,45$ é exibido para referência).

menor velocidade de propagação percebida na [Figura 5.16b](#). Destaca-se que o conjunto de simulações em estudo foi projetado para verificar a previsão para a posição de mergulho desenvolvida nesse trabalho ([Equação 5.8](#)), e aqui então não podemos observar o impacto individual dos parâmetros que governam o escoamento. Observa-se que a evolução da frente do escoamento x_f é função tanto do número de Froude densimétrico inicial

Fr_0 quanto da velocidade de sedimentação u_s , que produzem efeitos combinados sobre o Froude densimétrico efetivo na zona de mergulho (ver [Figura 5.15f](#)). Outro conjunto de simulações pode ser projetado para averiguar especificamente essa relação encontrada para o avanço da frente do escoamento, possivelmente empregando um canal de maior comprimento e profundidade, a fim de que se mantenha a cabeça da corrente de turbidez dentro do domínio de cálculo por mais tempo. Esse tema será incluído como sugestão para trabalhos futuros. A [Figura 5.16c](#) mostra a evolução da distância para mergulho x_p . Segundo estabelecido no início dessa seção, todas as simulações são esperadas à mergulhar em $x_p = 150$, partindo da premissa inicial de que o fator de forma do perfil de concentração seja $r_0 = 1$ e o número de Froude densimétrico no ponto de mergulho seja $Fr_p = 0,45$. O valor esperado é de fato observado para 5 dos 12 casos, enquanto os outros 7 se encontram bastante próximos. As exceções são os casos com $u_s = 0,0015$ e os casos com $S = 10\%$, onde o mergulho observado é a jusante do esperado, e o caso 1.25-30 ($S = 1,25\%$ e $u_s = 0,003$), que está a montante. O fato é que para a menor declividade ($S = 1,25\%$), essa movimentação horizontal tem um impacto mínimo sobre a profundidade no ponto de mergulho, como mostra a [Figura 5.16c](#). Quanto aos casos com $S = 10\%$, um maior coeficiente inicial de mistura pode ser esperado devido ao valor elevado para declividade, e conseqüentemente um menor número de Froude densimétrico deve ser observado no ponto de mergulho, como mostra o modelo de [Parker e Toniolo \(2007\)](#), na [Figura 3.4](#). O menor Froude densimétrico no ponto de mergulho Fr_p é efetivamente observado graficamente na [Figura 5.16e](#), onde se vê uma boa proximidade para o valor estimado de $Fr_p = 0,45$. Destaca-se que por apresentar a maior profundidade para mergulho, os casos com $S = 10\%$ também demandam mais tempo de cálculo para que o ponto de mergulho atinja uma posição estável (ver [Figura 5.16c](#)), e por esse motivo esses casos foram executados até o tempo final de 6.000 unidades adimensionais.

5.2.2 Regime Estacionário

A seção anterior tratou da variação temporal das principais grandezas de interesse com respeito ao mergulho do escoamento hiperpicnal em canal inclinado. Outro tópico relevante é como se dá a variação espacial dessas mesmas grandezas ao longo da coordenada longitudinal x_1 , e esse assunto será abordado nesta seção. Para tanto, se assume que todos os casos estejam em regime de turbulência estatisticamente estacionária para as últimas 2.000 unidades de tempo adimensionais, ou seja, considerando $4.000 \leq t \leq 6.000$ nos casos com $S = 10\%$ e $2.000 \leq t \leq 4.000$ para os demais. Os campos de concentração e velocidade com média no intervalo temporal então alimentam as equações para obtenção da média em profundidade (5.6), e como resultado, todos os valores podem ser apresentados de forma unidimensional em função de x_1 . Os principais valores obtidos são apresentados como referência na [Tabela 5.3](#), com respeito a medidas na posição de mergulho e a jusante, no corpo da corrente de turbidez submersa. A

tabela mostra a distância para mergulho x_p , altura, concentração e número de Froude densimétrico no ponto de mergulho (H_p , C_p e Fr_p , respectivamente) e a jusante, ao final da seção de testes (H_d , C_d e Fr_d , respectivamente), além do coeficiente de mistura γ_d . A variação espacial completa é apresentada nas Figuras 5.17 e 5.18, e os detalhes serão discutidos a seguir.

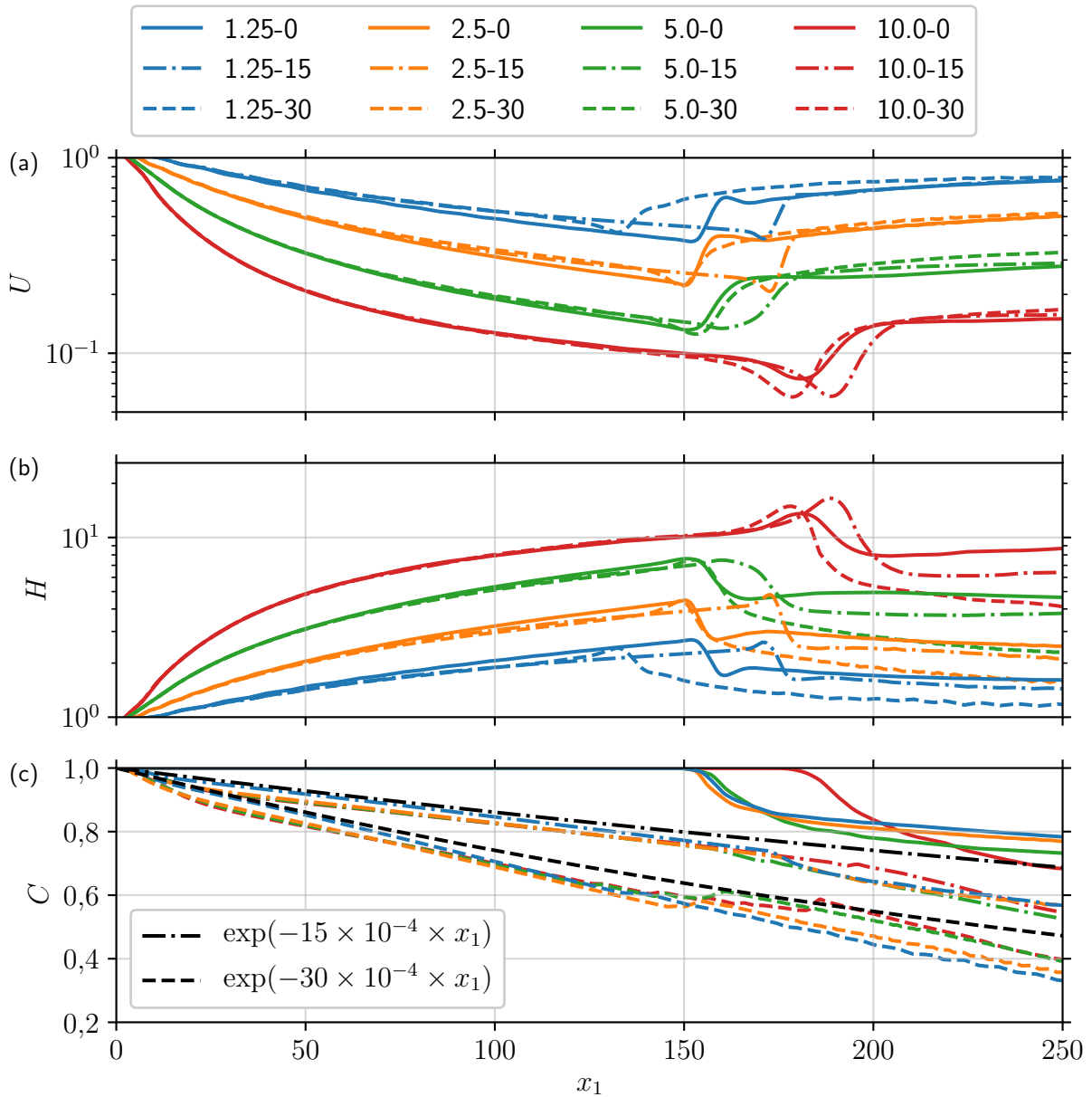


Figura 5.17 – Variação longitudinal x_1 das grandezas com média no tempo em regime estacionário e em profundidade, sendo elas: (a) Velocidade U , (b) altura H e (c) concentração C . É exibido para comparação o decaimento exponencial da concentração segundo a velocidade de sedimentação, de acordo com a Equação 5.11b.

A Figura 5.17a apresenta a variação espacial da velocidade U do escoamento (5.6a), enquanto Figura 5.17b mostra a altura do escoamento H (5.6b), ambos em função da coordenada longitudinal x_1 . O ponto de mergulho é visível em ambas as figuras por

meio da súbita redução na altura, acompanhada pelo aumento na velocidade. As duas grandezas estão relacionadas a montante do ponto de mergulho, na região do escoamento com profundidade limitada (ver [Figura 3.2](#)), uma vez que nessa região a vazão do escoamento é constante e unitária no contexto adimensional ($Q = UH = 1$). Vale destacar que a altura do escoamento medida pela média em profundidade H ([5.6b](#)) não é necessariamente igual à profundidade do canal $h(x_1) = Sx_1 + 1$. A jusante do ponto de mergulho, novos valores para velocidade e altura do escoamento podem ser percebidos em razão da mistura entre o escoamento submerso e o fluido ambiente. A concentração média em profundidade C ([5.6d](#)) é exibida na [Figura 5.17c](#), em conjunto com estimativa de decaimento exponencial em função da velocidade de queda, dada pela [Equação 5.11b](#). A concentração C diminui com x_1 em função da deposição do material em suspensão (quando $u_s \neq 0$), o que reduz a concentração efetiva na zona de mergulho em relação àquela assumida na entrada do canal. Percebe-se que para os casos em estudo, o decaimento exponencial ([5.11b](#)) superestima os valores de concentração do escoamento, quando comparado aos valores mensurados nas simulações numéricas, mas ainda assim, a posição de mergulho observada para todos os casos é bastante próxima da definida inicialmente $x_p = 150$.

A [Figura 5.18](#) apresenta a variação longitudinal x_1 das demais grandezas do escoamento com média no tempo em regime estacionário e em profundidade, sendo elas: (a) Fluxo de massa $M = CHU$, (b) número de Froude densimétrico Fr ([5.4](#)) e (c) coeficiente de mistura $\gamma = HU - 1$. A variação espacial do fluxo de massa M ([Figura 5.18a](#)) fornece informações sobre o transporte do material em suspensão, estabelecendo a relação da fração que é entregue na saída da seção de testes em relação ao que está presente na entrada do canal, que vem a ser um valor unitário no contexto adimensional. Pode-se ver que para os casos conservativos ($u_s = 0$), aproximadamente 90% do material atinge a saída do domínio para $S = 10\%$, considerando a ausência de deposição, assume-se que 10% foi incorporado ao fluido ambiente. Esse valor é aproximadamente 5% para as demais declividades. Para os casos com $u_s = 0,0015$, cerca de 55% a 62% da vazão mássica inicial é mensurada na saída do domínio, a depender a declividade do leito do canal, reduzida principalmente pelo processo de sedimentação. Para os casos com $u_s = 0,003$ esse valor é um pouco maior que 25%, por apresentar sedimentação mais intensa.

O número de Froude densimétrico Fr ([5.4](#)) é apresentado na [Figura 5.18b](#), em adição aos valores de referência para o ponto de mergulho $Fr_p = 0,45$ e a jusante do mergulho $Fr_d = 1,1$, em linha com os resultados analíticos de [Parker e Toniolo \(2007\)](#), os experimentos de [Lamb et al. \(2010\)](#) e os resultados numéricos apresentados na [seção 5.1](#). Percebe-se uma boa aproximação ao valor de $Fr_p = 0,45$ no ponto de mergulho para a maioria dos casos, especialmente considerando a vasta gama de parâmetros investigados nessa seção, com variação da declividade do leito, velocidade de sedimentação e número de Froude densimétrico inicial Fr_0 . Todas as simulações passam pela

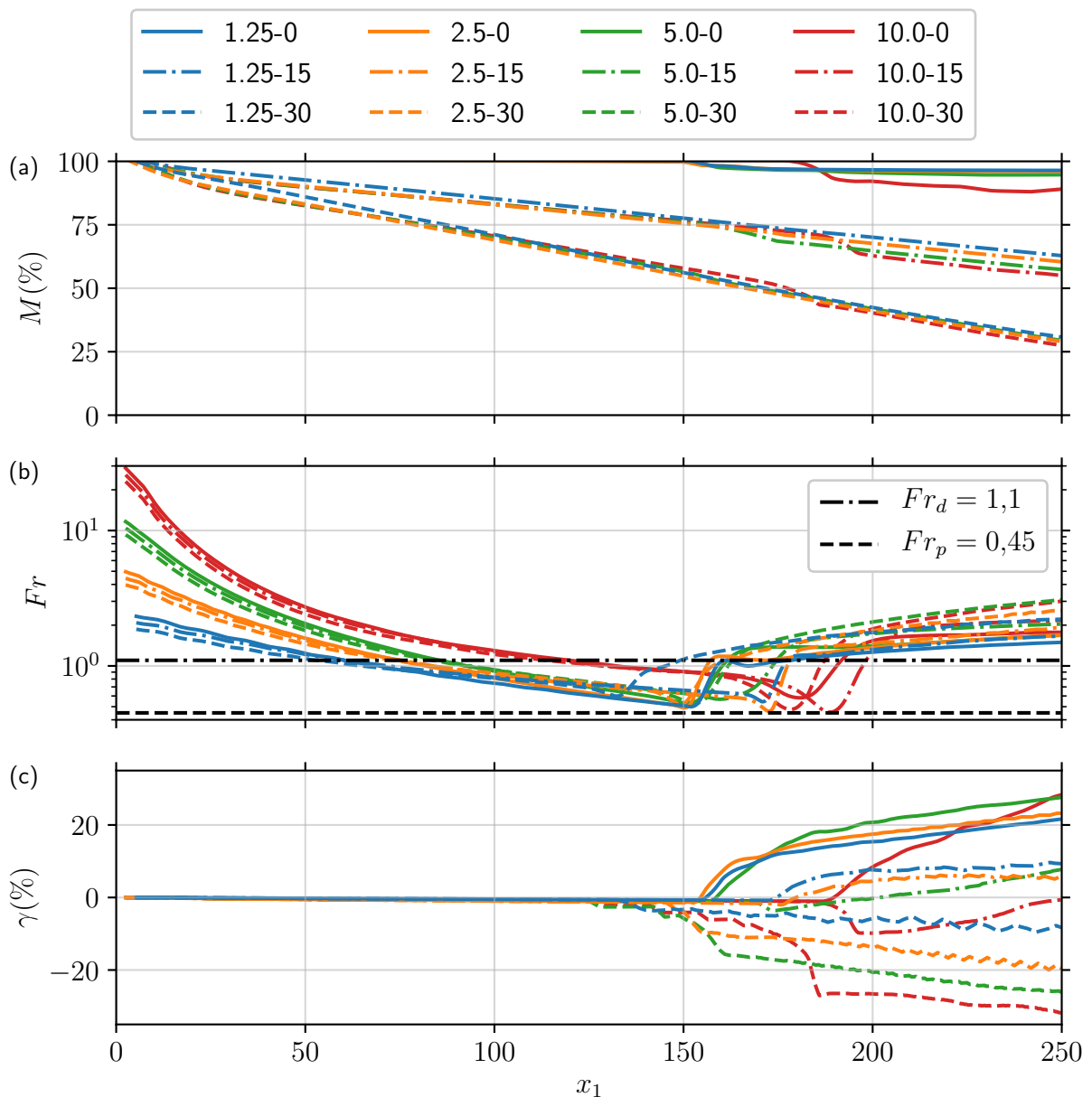


Figura 5.18 – Variação longitudinal x_1 das grandezas com média no tempo em regime estacionário e em profundidade, sendo elas: (a) Fluxo de massa $M = CHU$, (b) número de Froude densimétrico Fr e (c) coeficiente de mistura γ .

marca de $Fr_d = 1,1$ imediatamente após a aceleração na zona de mergulho e pode-se notar que Fr segue de maneira crescente na direção longitudinal x_1 na região da corrente de turbidez submersa, atingindo valores que variam de 1,54 (caso 1.25-0) até 2,94 (caso 5.0-30) ao final da seção de testes (onde $x_1 = 250$).

Por fim, a [Figura 5.18c](#) apresenta o coeficiente de mistura $\gamma = HU - 1$ em função de x_1 . Destaca-se que por definição, a montante do ponto de mergulho tem-se que $HU = 1$, o que torna o coeficiente de mistura nulo nessa região. Entretanto, a jusante do mergulho a intensa mistura entre a corrente de turbidez submersa e o fluido ambiente pode aumentar esse valor quando ocorre o entranhamento de fluido ambiente para a cor-

rente submersa (ver [Figura 3.2](#)). O maior valor observado ao final da seção de testes é de 29%, para o caso 10.0-0. Por outro lado, observa-se valores negativos para o coeficiente de mistura γ para maiores velocidades de queda ($u_s = 0,003$), que indicam que para esses casos, o escoamento submerso está perdendo fluido para o ambiente, podendo chegar até -23% ao final da seção de testes para o caso 10.0-30. O que também indica que o ambiente escoar agora na mesma direção da corrente submersa, ao contrário da representação esquemática presente na [Figura 3.2](#).

O coeficiente de mistura negativo não é relatado para o mergulho do escoamento hiperpicnal em canal inclinado por nenhum dos autores presentes na revisão bibliográfica desse trabalho. Aqui, ele foi percebido nos casos com a maior velocidade de queda ($u_s = 0,003$), e para exemplificar, diferentes velocidades de queda para uma mesma declividade $S = 10\%$ são exibidos na [Figura 5.19](#). Esse processo se explica por meio da criação de uma fina camada de água límpida na parte superior da corrente de turbidez em função da decantação do material em suspensão, tanto a montante do ponto de mergulho quanto a jusante, como pode-se notar na [Figura 5.19c](#). Essa fina camada apresenta densidade menor que o próprio escoamento, e igual a densidade ambiente, sendo então incorporada pelo último. Esse fato, portanto, não pode ser percebido em casos polidispersos (numéricos ou experimentais), uma vez que material muito fino em suspensão ainda garante um acréscimo de densidade em relação ao fluido ambiente, e muito menos em casos conservativos, pois a ausência de deposição garante uma distribuição vertical uniforme de concentração. Isso pode justificar porque tal fenômeno até esse momento não é reportado na literatura. Essa descoberta mostra inclusive que o ponto de mergulho não é necessariamente um ponto de estagnação no escoamento, e pode servir de embasamento para futuros trabalhos analíticos e experimentos físicos.

5.2.3 Verificação do modelo proposto

Após investigar o escoamento produzido pelas doze simulações numéricas tridimensionais em detalhes nas subseções anteriores, o foco aqui será analisar especificamente o desempenho da equação proposta para a previsão de mergulho, dada pela [Equação 5.8](#) e representada na [Figura 5.10](#).

A [Figura 5.20](#) apresenta a relação entre os valores para a profundidade no ponto de mergulho h_p mensurados e observados, incluindo tanto os dados numéricos desse trabalho, quanto de referências experimentais, sendo eles 112 casos conservativos ($u_s = 0$) de [Arita e Nakai \(2008\)](#) e 7 casos deposicionais ($u_s > 0$) de [Lamb et al. \(2010\)](#). O valor estimado consiste em empregar a [Equação 5.8](#), assumindo inicialmente valores para o número de Froude densimétrico no ponto de mergulho como $Fr_p = 0,45$, e o fator de forma do perfil de concentração como $r_0 = 1$. A [Figura 5.20a](#) mostra o erro observado para a estimativa em termos do valor absoluto, onde a linha tracejada indica erro nulo

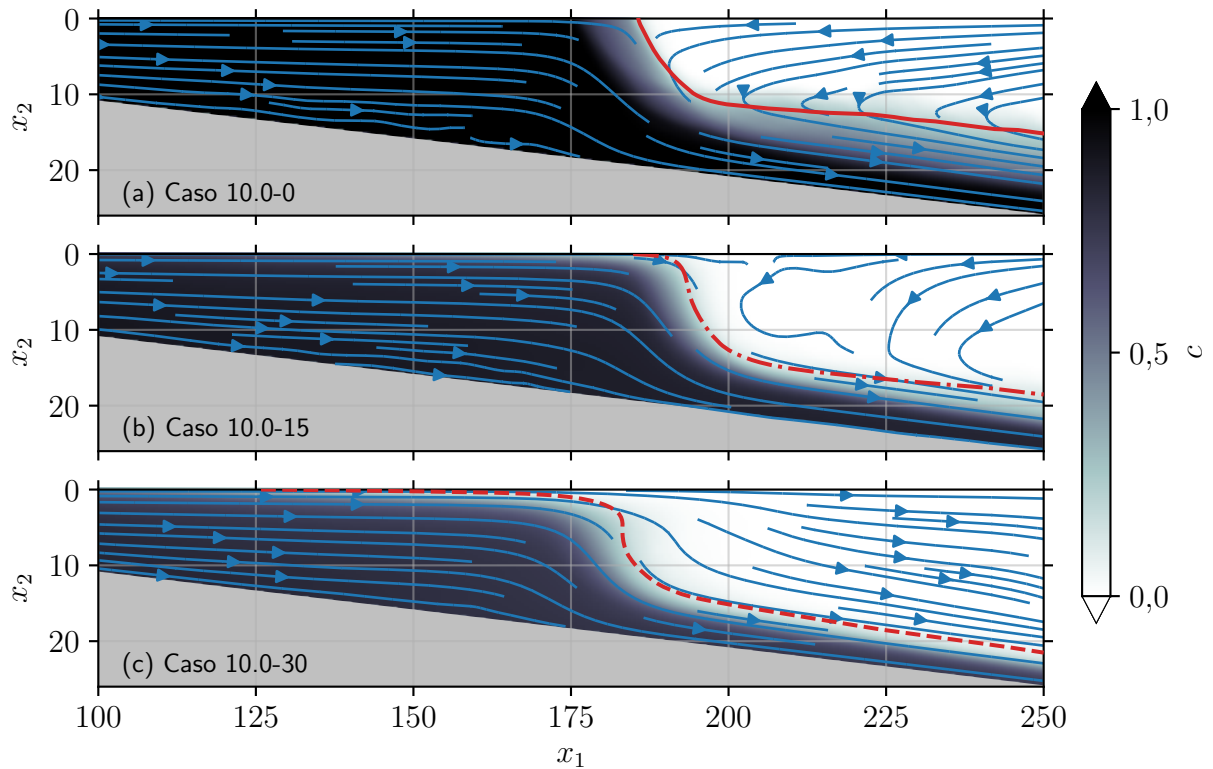
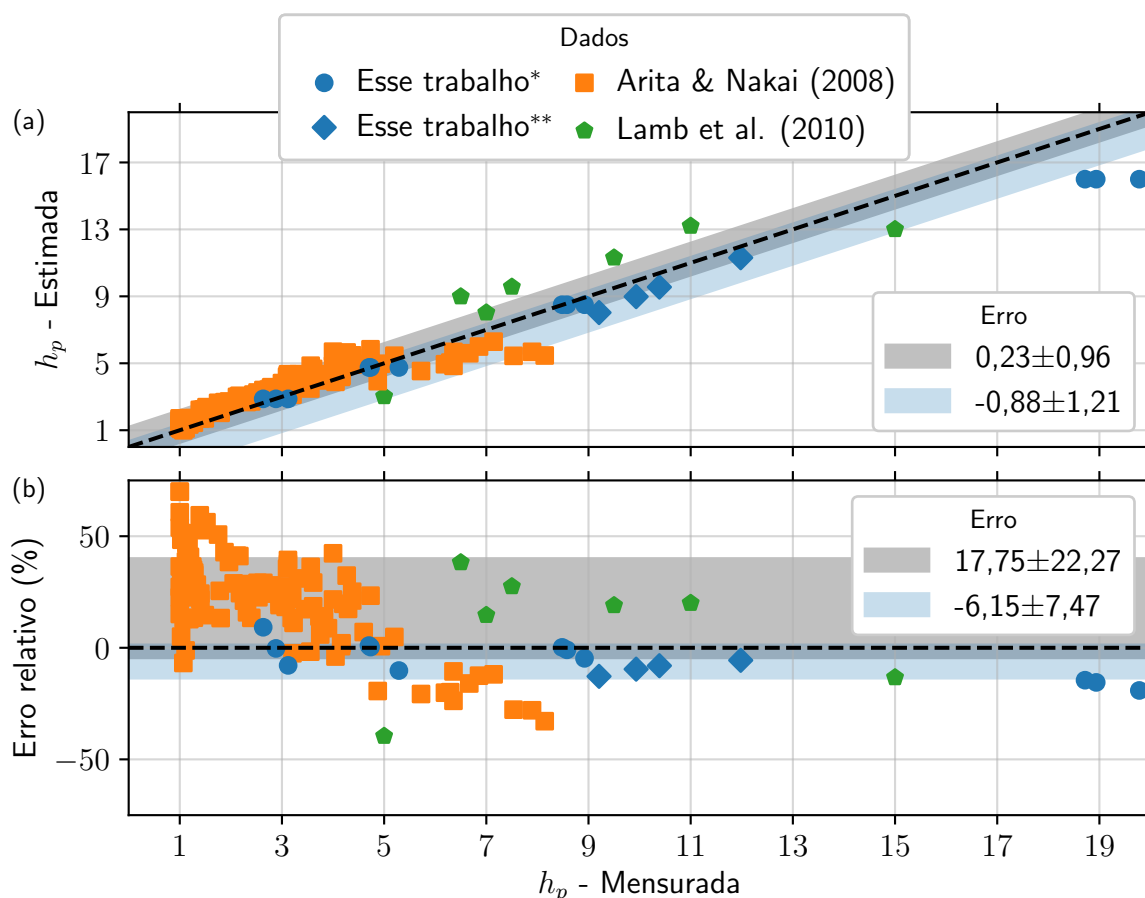


Figura 5.19 – Campo de concentração c com média no tempo em regime estacionário para os três casos com $S = 10\%$, e velocidades de queda de 0, 0,0015 e 0,003 de (a) até (c), respectivamente. As setas azuis representam as linhas de corrente, enquanto as linhas em vermelho indicam a isolinha onde $u_1 \times c = 0,5\%$.

($\text{Erro} = h_{p,\text{Estimada}} - h_{p,\text{Mensurada}} = 0$). As áreas coloridas indicam o erro e desvio padrão para: O conjunto completo de dados (em cinza), com um erro médio de 0,23, indicando que o critério de mergulho proposto superestima a profundidade crítica para mergulho, com um desvio padrão de 0,96, um valor bastante satisfatório ao analisar dados numéricos e experimentais conjuntamente; A região em azul considera apenas os resultados numéricos desse trabalho, onde obtém-se um erro médio de -0,88, apontando que o critério de mergulho subestima a profundidade para mergulho com um desvio padrão de 1,21, que é levemente superior ao conjunto total de dados. Percebe-se na [Figura 5.20a](#) que o maior erro se encontra justamente onde a profundidade do canal é maior, ou seja, nos casos de maior declividade do canal $S = 10\%$, enquanto os valores para a menor profundidade ($S = 1,25\%$) são os mais próximos. Pode-se comparar também o desempenho da equação proposta para a previsão de mergulho (5.8) em termos do erro relativo percentual, calculado segundo a equação

$$\text{Erro relativo (\%)} = 100 \times \frac{h_{p,\text{Estimada}} - h_{p,\text{Mensurada}}}{h_{p,\text{Mensurada}}}, \quad (5.15)$$

o resultado está representado na [Figura 5.20b](#). Novamente, a área em cinza representa o erro relativo médio para o conjunto completo de dados, tendo ele o valor de $17,75\% \pm$



*Os doze casos apresentados nessa seção.

**Os quatro casos utilizados para verificação do código computacional (seção 5.1).

Figura 5.20 – Relação entre valores para a profundidade no ponto de mergulho h_p : (a) Confrontando o valor mensurado nos dados numéricos e experimentais disponíveis e o valor estimado pela Equação 5.8, considerando $Fr_p = 0,45$ e $r_0 = 1$; (b) Mesma relação, mas agora em termos do erro relativo (Equação 5.15). A linha tracejada indica erro nulo, enquanto as áreas coloridas indicam o erro e desvio padrão para o conjunto completo de dados (em cinza) e para apenas as simulações desse trabalho (em azul).

22,27%, para um valor máximo e mínimo de aproximadamente 70% e -40%, respectivamente. Percebe-se uma dispersão principalmente quanto aos dados de Arita e Nakai (2008), e principalmente, a presença de experimentos com o mergulho mensurado onde $h_p = 1$, que indicam que a zona de mergulho está situada imediatamente após a entrada do canal. Para esses casos, pode ser que a zona de mergulho seja afetada pelas condições na entrada do canal, e o escoamento não tenha distância suficiente para entrar em um regime plenamente desenvolvido, os dois fatos combinados sugerem uma maior incerteza quanto a aplicação da previsão da posição para mergulho. Os casos experimentais de Lamb et al. (2010) são não conservativos ($u_s > 0$), então pode-se destacar a incerteza para previsão de mergulho proposta em função de toda a complexidade relacionada os fenômenos junto ao fundo do canal, como transporte de leito, diminuição

da altura útil do canal devido à deposição, ou ainda erosão e ressuspensão do material do leito de volta a corrente, que não são considerados no modelo. A área em azul na [Figura 5.20b](#) representa o erro relativo médio apenas para as simulações desse trabalho, tendo o valor de $-6,15 \pm 7,47$, mais uma vez indicando que a previsão subestima a profundidade para mergulho nos casos numéricos, porém com uma incerteza menor em relação ao conjunto total de dados, em cinza. O maior erro relativo ainda se observa nos casos de maior profundidade para mergulho, que são também os de maior declividade do leito $S = 10\%$. Destaca-se que tal declividade pode ser um valor excessivamente elevado quando empregado para o estudo de correntes de turbidez em canal inclinado, e de fato, a maioria dos estudos disponíveis na literatura empregam valores menores do que esse. A [Figura 5.20](#) apresenta inclusive os dados das quatro simulações numéricas polidispersas empregadas para a verificação do código computacional, apresentadas na [seção 5.1](#). Os resultados quanto a estimativa para mergulho desses casos também é satisfatória, indicando o potencial de emprego da equação proposta ([5.8](#)) inclusive para situações com múltiplos tamanhos de grão.

Tanto a [Figura 5.20](#) quanto a definição dos parâmetros das simulações numéricas nessa seção partiram da premissa inicial para o número de Froude densimétrico no ponto de mergulho de $Fr_p = 0,45$, e o fator de forma do perfil de concentração de $r_0 = 1$. Essa estimativa pode ser melhorada com os resultados obtidos pelos doze casos, conforme mostra a [Figura 5.21](#), ao se relacionar os valores observados para Fr_p (a) e r_0 (b) com os diferentes parâmetros numéricos, como a declividade do leito S , a velocidade de sedimentação u_s e o número de Froude densimétrico inicial Fr_0 . O fator de forma do perfil de concentração r_0 é obtido por meio do rearranjo da [Equação 5.7b](#), em função da concentração média em profundidade mensurada no ponto de mergulho C_p , da distância para mergulho x_p e da velocidade de sedimentação u_s , de modo que r_0 é indefinido quando $u_s = 0$, e por esse motivo os três casos com velocidade de sedimentação nula não são exibidos na [Figura 5.21b](#). Os resultados mostram, entretanto, que não existe uma correlação clara entre Fr_p , r_0 e os parâmetros dos escoamentos investigados. Por outro lado, os valores obtidos para o número de Froude densimétrico no ponto de mergulho $Fr_p = 0,51 \pm 0,047$ e para o fator de forma do perfil de concentração $r_0 = 1,22 \pm 0,073$ podem servir de base para o desenvolvimento de futuros trabalhos experimentais ou numéricos.

5.2.4 Migração do Ponto de Mergulho

De acordo com as observações experimentais de [Lee e Yu \(1997\)](#), a evolução temporal da profundidade no ponto de mergulho pode ser aproximada pela [Equação 3.20](#), que pode ser escrita em sua forma adimensional com base nas escalas características do problema definidas na [Equação 3.37](#). Finalmente, a equação adimensional para a

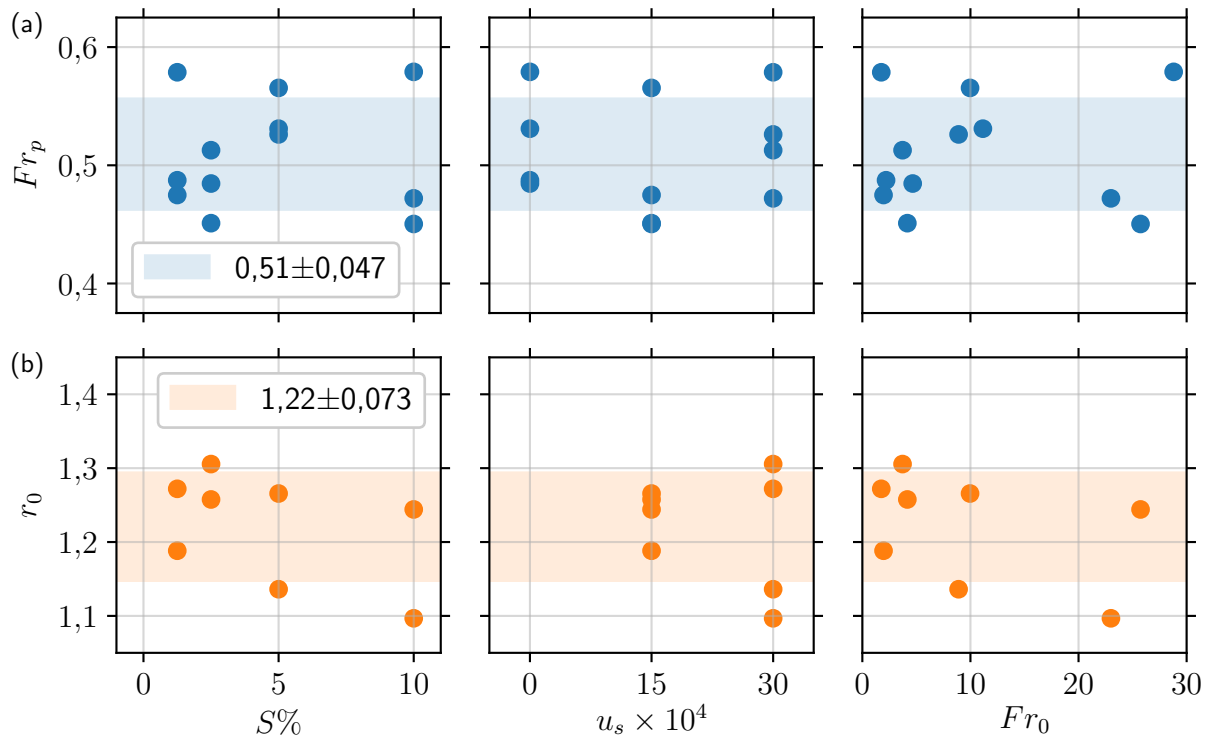


Figura 5.21 – Valores mensurados para número de Froude densimétrico no ponto de mergulho Fr_p e o fator de forma do perfil de concentração r_0 , em relação aos diferentes parâmetros empregados: Declividade do leito S , velocidade de sedimentação u_s e número de Froude densimétrico inicial Fr_0 .

evolução da posição de mergulho é escrita como

$$\frac{h_{ps} - h_p(t)}{h_{ps}} = \frac{1}{50} \exp\left(3,5 \frac{t_c - t}{t_c}\right), \quad (5.16)$$

onde h_{ps} representa a profundidade estável para mergulho e t_c a escala de tempo para se atingir tal estado, sendo definida pelos autores como o tempo necessário para que $h_p(t_c) = 0,98h_{ps}$. Os resultados numéricos obtidos são expostos na [Figura 5.22](#), em conjunto com a equação anterior, e uma boa concordância pode ser observada. Isso mostra que assim como os resultados experimentais de [Lee e Yu \(1997\)](#), os casos numéricos desse trabalho também se desenvolvem de maneira exponencial conforme descreve a [Equação 5.16](#). Ainda sobre a [Figura 5.22](#), nota-se que as curvas para $S = 5\%$ (em verde) e $S = 10\%$ (em vermelho) se destacam por estar levemente acima das demais para $t/t_c > 1$, o que indica que esses casos podem demandar ainda mais tempo de cálculo para convergir para uma profundidade de mergulho estável, entretanto, isso não deve afetar de maneira significativa as conclusões dessa seção.

[Lee e Yu \(1997\)](#) não fornecem, entretanto, uma maneira de relacionar ambas as escalas, seja a profundidade estacionária para mergulho h_{ps} , ou o tempo necessário para se atingir tal estado t_c . Todavia, com base nos dados numéricos das 16 simulações numéricas apresentadas até aqui, pode-se observar que há uma relação linear entre ambas

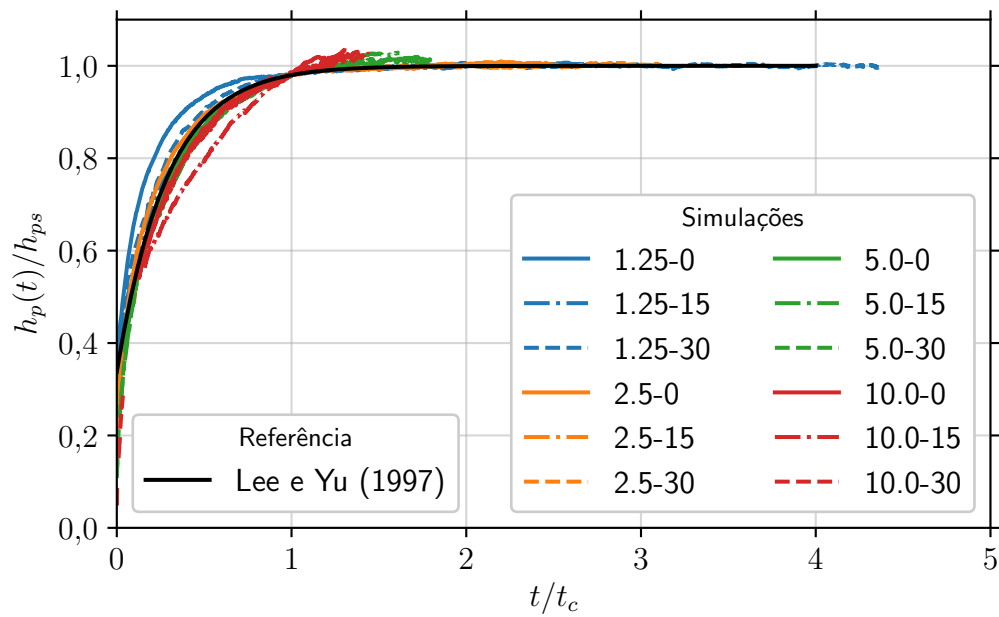


Figura 5.22 – Evolução temporal da profundidade para mergulho h_p , normalizada pela profundidade de mergulho estacionária h_{ps} e a correspondente escala de tempo t_c . A linha preta corresponde a Equação 5.16, modificada a partir do trabalho de Lee e Yu (1997).

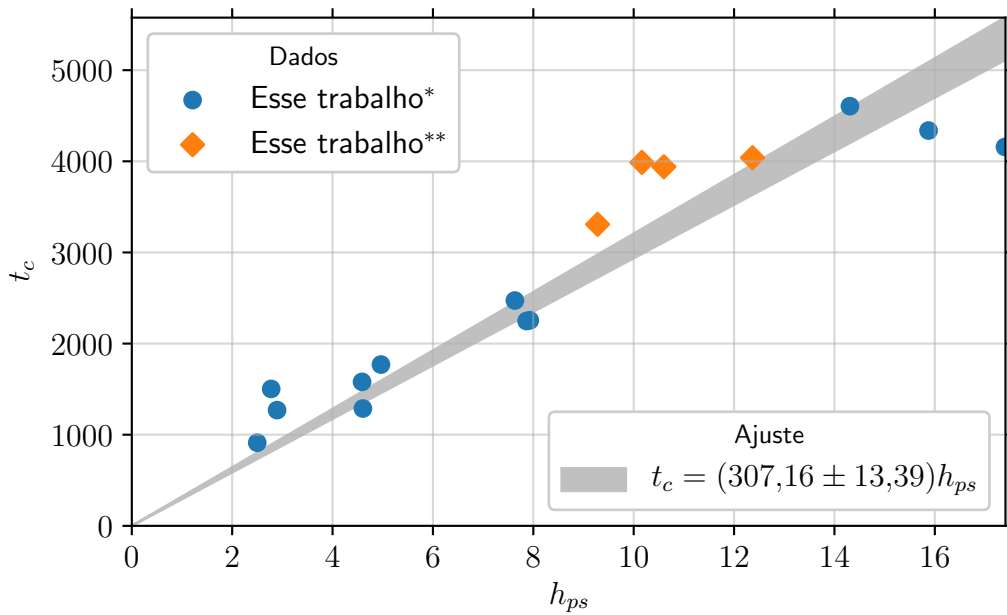
as escalas. O tempo para profundidade estacionária t_c é diretamente proporcional à própria profundidade estacionária para mergulho h_{ps} , conforme apresenta a Figura 5.23a. Adicionalmente, os dados podem ser ajustados pelo métodos dos mínimos quadrados para

$$t_c = (307,16 \pm 13,39)h_{ps}, \quad (5.17)$$

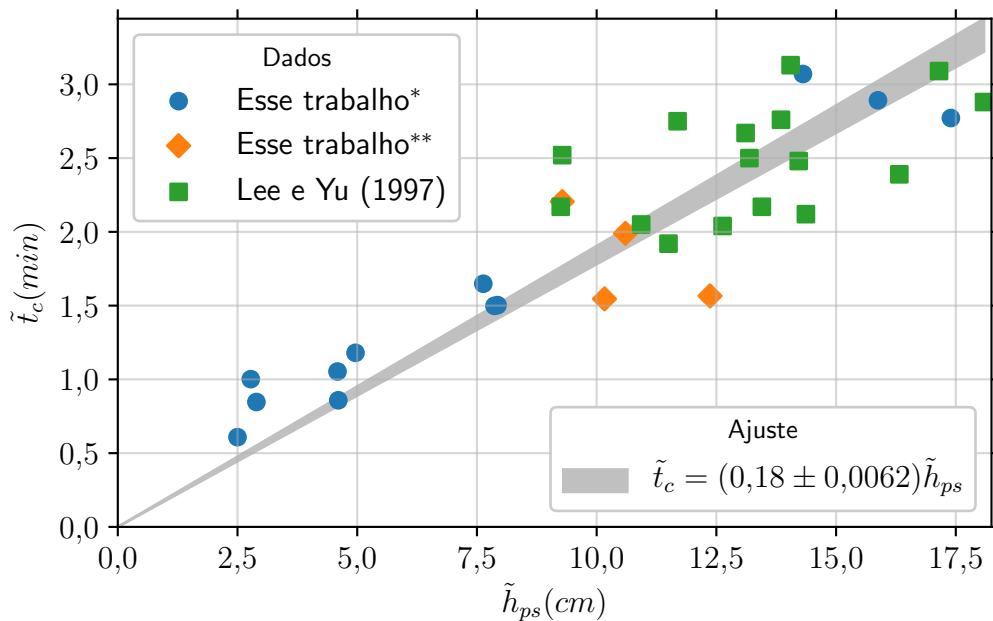
com um coeficiente de determinação $R^2 = 84\%$. Não é possível apresentar os dados de Lee e Yu (1997) em escala adimensional, pois a informação sobre a profundidade inicial do canal \tilde{h}_0 não foi disponibilizada pelos autores, e essa é a escala característica de comprimento que descreve o problema. Então, para fins comparativos, os resultados numéricos são apresentados na escala dimensional na Figura 5.23b, em conjunto com valores experimentais de referência (LEE; YU, 1997). A dimensionalização se baseia em uma profundidade inicial de $\tilde{h}_0 = 10 \text{ mm}$, além da vazão volumétrica inicial \tilde{Q}_0 conforme apresentado na Tabela 5.1, em linha com as dimensões do canal experimental empregado por Lamb et al. (2010). O ajuste pelo método dos mínimos quadrados para os dados numéricos, agora em conjunto com a referência experimental, resulta em $\tilde{t}_c = (0,18 \pm 0,0062)\tilde{h}_{ps}$, para um coeficiente de determinação $R^2 = 66\%$.

5.2.5 Discussões

Uma nova equação para a previsão da profundidade necessária para mergulho foi proposta nessa seção, incluindo a declividade do leito e da velocidade de sedimentação.



(a) Escala adimensional.



(b) Escala dimensional.

*Os doze casos apresentados nessa seção.

**Os quatro casos utilizados para verificação do código computacional (seção 5.1).

Figura 5.23 – Escala de tempo característica t_c para a obtenção de uma profundidade para mergulho estacionária h_{ps} em função da própria, em termos da escala adimensional (a) e dimensional (b). Um ajuste linear é fornecido para ambos os casos.

Doze simulações numéricas foram projetadas para verificar o critério de mergulho, adicionalmente a dados experimentais disponíveis na literatura, e uma boa concordância foi encontrada entre eles. Uma vez que a verificação das premissas iniciais da [Equação 5.11](#)

com os resultados numéricos desse trabalho mostram boa concordância, destaca-se que elas podem ser aplicadas como modelos para estudos futuros.

O critério de mergulho proposto (Equação 5.8) evidencia a atuação de dois processos antagônicos sobre o número de Froude densimétrico Fr com respeito a coordenada longitudinal x_1 . Se por um lado a velocidade do escoamento decai com x_1 , uma vez que a profundidade do canal aumenta em função da declividade do leito, o que reduz Fr . Por outro lado, a sedimentação reduz a concentração em suspensão na corrente com x_1 , aumentando Fr . Por consequência, a depender da razão entre a velocidade de sedimentação u_s e da declividade do leito S , o escoamento pode jamais atingir o Froude densimétrico necessário para o mergulho, e passar a se comportar como um escoamento homopícnal. Os valores críticos são estabelecidos na Equação 5.9. Entretanto, a verificação de tais valores por meio de simulações numéricas não foi possível nesse trabalho. Para que H_p^* seja condizente com as dimensões do canal empregadas, seria necessário aumentar demasiadamente a velocidade de sedimentação, o que estaria em desconformidade com as hipóteses e simplificações inerentes ao modelo numérico, como por exemplo poder assumir velocidade de queda de Stokes (subseção 3.3.1). Sob outra perspectiva, as velocidades de sedimentação u_s empregadas demandariam um domínio computacional de maior comprimento e profundidade para que se atinja o valor crítico H_p^* , o que por sua vez é impossibilitado frente aos recursos computacionais disponíveis para esse trabalho. A verificação dos parâmetros críticos para a observação do mergulho será proposta para trabalhos futuros.

Um valor negativo para o coeficiente de mistura foi observado aqui pela primeira vez, indicando que o escoamento submerso pode ceder fluido ao ambiente, ao invés de incorporar, quando a velocidade de sedimentação é alta o suficiente. Uma vez que isso ocorra, a vazão ambiente se dá na mesma direção do escoamento submerso, e o ponto de mergulho não é mais um ponto de estagnação, como reportado por diversos outros estudos.

Uma boa concordância foi obtida sobre a migração do ponto de mergulho, e uma relação linear foi proposta para relacionar o tempo necessário para atingir uma posição de mergulho estável. A própria posição de mergulho pode ser estimada com a Equação 5.8, auxiliando no dimensionamento de futuros trabalhos experimentais ou numéricos, e ela pode ainda ser combinada com as equações (5.17) e (5.16) para a obtenção do tempo necessário para que o ponto de mergulho atinja uma profundidade estável.

5.3 Mergulho do Escoamento em Ambiente Salino

O mergulho do escoamento hiperpícnal em canal inclinado pode ocorrer também quando a corrente desemboca em um ambiente de densidade diferente do fluido que

a compõe, contanto que sua densidade seja superior que a do ambiente. Um caso típico são as regiões estuarinas, onde a água doce dos rios com um acréscimo em densidade pela presença de material sedimentar em suspensão desemboca em um ambiente oceânico salino. Para aproximar um pouco mais as simulações numéricas de situações oceânicas naturais, uma nova bateria de testes é apresentada nesta seção. O objetivo é investigar o que ocorre quando se modifica o fluido ambiente de água doce para salgada, e principalmente, como isso afeta a situação do mergulho do escoamento hiperpical.

Seis simulações são apresentadas na [Tabela 5.5](#), para diferentes condições de alimentação na entrada do canal e da massa específica do fluido ambiente, sendo essa uma diferença fundamental em relação aos cálculos anteriores. O prefixo c representa os casos conservativos ($u_s = 0$), m representa os casos monodispersos e p polidispersos, com três diferentes diâmetros característicos. O sufixo w representa os casos em que o fluido ambiente é água doce $\tilde{\rho}_a = \tilde{\rho}_w = 1.000 \text{ kg/m}^3$, enquanto s representa os casos com um ambiente salino $\tilde{\rho}_a = 1.015 \text{ kg/m}^3$. O valor é escolhido com base no empregado por [Henniger et al. \(2010\)](#), embora os autores tenham investigado outra configuração de escoamento. Os valores para vazão volumétrica por unidade de largura \tilde{Q}_0 e a concentração volumétrica de sedimentos \tilde{C}_0 têm como referência o caso 4 de [Lamb et al. \(2010\)](#) e da [seção 5.1](#), empregado para a verificação do código computacional. Para os casos salinos, a concentração é maior, a fim de compensar o acréscimo em massa específica do ambiente, de modo que a diferença entre o número de Richardson da entrada e do ambiente $Ri_0 - Ri_a$ se mantenha constante, ou em outras palavras, para que todos os casos tenham a mesma diferença em massa específica $\tilde{\rho}_0 - \tilde{\rho}_a = 8,91 \text{ kg/m}^3$. Destaca-se que o número de Richardson é relacionado ao número de Froude densimétrico como $Ri = 1/Fr^2$, e opta-se pela notação do primeiro já que para situações de ambiente de densidade igual à água doce, o segundo resultaria em $Fr_a = \infty$. Três tamanhos de grão de sílica triturada ($\tilde{\rho}_s = 2.560 \text{ kg/m}^3$) são empregados nos casos polidispersos, como apresenta a [Tabela 5.2](#), os casos monodispersos utilizam 100% de fração média, enquanto os casos conservativos possuem velocidade de sedimentação nula $u_s = 0$. O número de Schmidt é mantido como unitário, tanto para a corrente quanto para o ambiente ($Sc_c = Sc_a = 1$).

A salinidade do ambiente provoca mudanças na concentração crítica para mergulho \tilde{C}_c , que quantifica a mínima fração volumétrica de sedimentos em suspensão necessária na entrada do canal para criar um excesso de densidade em relação ao ambiente, que é dada pela [Equação 3.5](#). Para os casos do escoamento sob água doce ($\tilde{\rho}_a = \tilde{\rho}_w$), fica evidente que $\tilde{C}_c = 0$, por outro lado, a concentração crítica para os casos sob ambiente salino resulta em $\tilde{C}_c = 0,91\%$, ou em função da concentração normalizada $C_c = \tilde{C}_c/\tilde{C}_0 = 0,62$. Devido à deposição do material em suspensão entre a entrada do canal e a zona de mergulho, o valor da concentração necessária pode ser efetivamente maior do que esta estimativa, de maneira evidenciada no estudo anterior sobre a previsão

Tabela 5.5 – Parâmetros das simulações numéricas: Vazão volumétrica por unidade de largura \tilde{Q}_0 , concentração de partículas \tilde{C}_0 , massa específica da corrente $\tilde{\rho}_0$ e do ambiente $\tilde{\rho}_a$, bem como números adimensionais de Reynolds Re e Richardson para a entrada Ri_0 e ambiente Ri_a .

Simulações	c-w	c-s	m-w	m-s	p-w	p-s
\tilde{Q}_0 [m^2/s]				0,0025		
\tilde{C}_0 [%]			0,54	1,45	0,54	1,45
$\tilde{\rho}_0$ [kg/m^3]	1008,91	1023,91	1008,91	1023,91	1008,91	1023,91
$\tilde{\rho}_a$ [kg/m^3]	1000,00	1015,00	1000,00	1015,00	1000,00	1015,00
Re				2500		
Ri_0	0,014	0,038	0,014	0,038	0,014	0,038
Ri_a	0	0,024	0	0,024	0	0,024

de distância para mergulho (seção 5.2).

Os casos conservativos ($u_s = 0$) apresentam dois objetivos extras. Primeiro, permitem avaliar o erro numérico associado a condição de contorno de fluxo nulo no fundo, junto a geometria sólida, em uma metodologia desenvolvida especialmente para este trabalho (subseção 4.3.3.1). Em segundo lugar, por possuírem sedimentação nula, as condições de contorno de topo e de fundo são equivalentes tanto para o corrente quanto para o ambiente, fluxo nulo em relação a x_2 . Isso não acarreta em nenhuma complexidade adicional ao código de simulação, o que foi posteriormente implementado por meio da mudança dos parâmetros de condição de contorno para cada equação escalar resolvida, para viabilizar os demais casos.

Do ponto de vista da implementação numérica, o fluido ambiente nada mais é do que uma nova fração escalar, que será denominada a , para se diferenciar da corrente de turbidez c . O fluido ambiente envolve a resolução da equação do transporte escalar (3.38c), com condições de contorno periódica na direção transversal x_3 e fluxo nulo na direção vertical x_2 . Para a entrada do canal, a concentração ambiente é definida para zero $a(x_1 < 0, x_2, x_3) = 0$, enquanto a Zona Esponja B (subseção 4.2.2) tem o sinal modificado para fornecer concentração a na região, ao passo que continua a eliminar a concentração c . Como condição inicial $a = 1$ em todo o domínio.

A configuração do domínio de cálculo é similar a empregada na seção 5.2, e representada esquematicamente na Figura 4.2. As dimensões da seção de teste são $(L_1; L_2; L_3) = (250,0h_0; 15,875h_0; 24,0h_0)$, enquanto a extensão horizontal das zonas esponjas são $(L_{1a}; L_{1b}) = (25,0h_0; 62,5h_0)$ e a altura do patamar plano ao final da rampa é $L_{2b} = 1h_0$, para a declividade do leito $S = 5\%$. O domínio computacional completo é discretizado usando $(n_1; n_2; n_3) = (1081; 121; 90)$ pontos, em uma resolução compatível com o núcleo ILES (4.23) para simulação de grandes escalas. Em uma escala comparativa, a seção de testes tem agora as mesmas dimensões do canal experimental de Lamb et al. (2010), tendo três vezes a largura do domínio empregado na seção 5.2, para as doze

simulações que verificam o critério de mergulho, e seis vezes a largura do domínio empregado para a verificação do código computacional, na [seção 5.1](#). Um passo de tempo de $\Delta t = 0,0125$ é utilizado, para um total de $4,8 \times 10^4$ iterações.

5.3.1 Regime Transiente

A [Figura 5.24](#) exhibe os seis casos de estudo para o tempo adimensional $t = 900$, por meio da visualização instantânea com média na direção transversal x_3 . São apresentadas a concentração escalar da corrente c e ambiente a , respectivamente à esquerda e à direita. Percebe-se para todos os casos como o desenvolvimento da corrente de turbidez c ocupa o espaço do fluido ambiente a , para diferentes graus de interação, a depender de cada configuração. Quanto aos três casos em ambiente de água doce (c-w, m-w e p-w), percebe-se como a presença da deposição nos dois últimos reduz a concentração de material em suspensão, o que diminui a densidade relativa entre a corrente e o ambiente e desloca o ponto de mergulho levemente a jusante. Conseqüentemente, a cabeça das correntes deposicionais percorre uma distância menor para o mesmo tempo. Esses efeitos foram relatados em detalhes na seção anterior. Para os casos conservativos (c-w e c-s), a concentração da corrente c e do ambiente a são visivelmente opostas. Ambos casos são muito similares mesmo tendo diferentes valores para massa específica na entrada do canal e do ambiente, uma vez que o valor relativo é mantido constante ($\tilde{\rho}_0 - \tilde{\rho}_a = 8,91 \text{ kg/m}^3$ ou ainda $Ri_0 - Ri_a = 0,014$).

A presença de deposição em ambiente salino, por outro lado, desencadeia novos efeitos. A decantação provoca a redução na massa específica da corrente, principalmente junto ao topo do domínio e na parte superior da corrente submersa após o mergulho. Quando a concentração atingem valores menores que a concentração crítica C_c , o escoamento será menos denso que o ambiente e irá flutuar para a superfície, provocando um fluxo ascendente e intensa mistura dos fluidos. Enquanto a zona de mergulho é claramente visível na [Figura 5.24c](#), o mesmo já não ocorre para (g) e (k), pois além do mergulho da fração hiperpicnal, existe outro fluxo hipopicnal se desenvolvendo junto à superfície. Esse efeito é mais pronunciado para o caso polidisperso (k), pois o material de maior velocidade de queda se deposita rapidamente, e a fração mais fina por si só não é suficiente para vencer a densidade ambiente, gerando um intenso transporte ascendente de concentração.

A [Figura 5.25](#) apresenta a evolução temporal das principais grandezas avaliadas. Começando pelo número de Froude densimétrico no ponto de mergulho Fr_p (a), que como discutido na seção anterior, é o valor mínimo obtido em função de x_1 , que seria obtido pela [Equação 5.4](#). Mas aqui há que se fazer uma ressalva, esse cálculo precisa ser corrigido em função da nova densidade relativa entre a corrente de turbidez submersa e o ambiente. Isso pode ser feito de forma adimensional com o emprego do número de

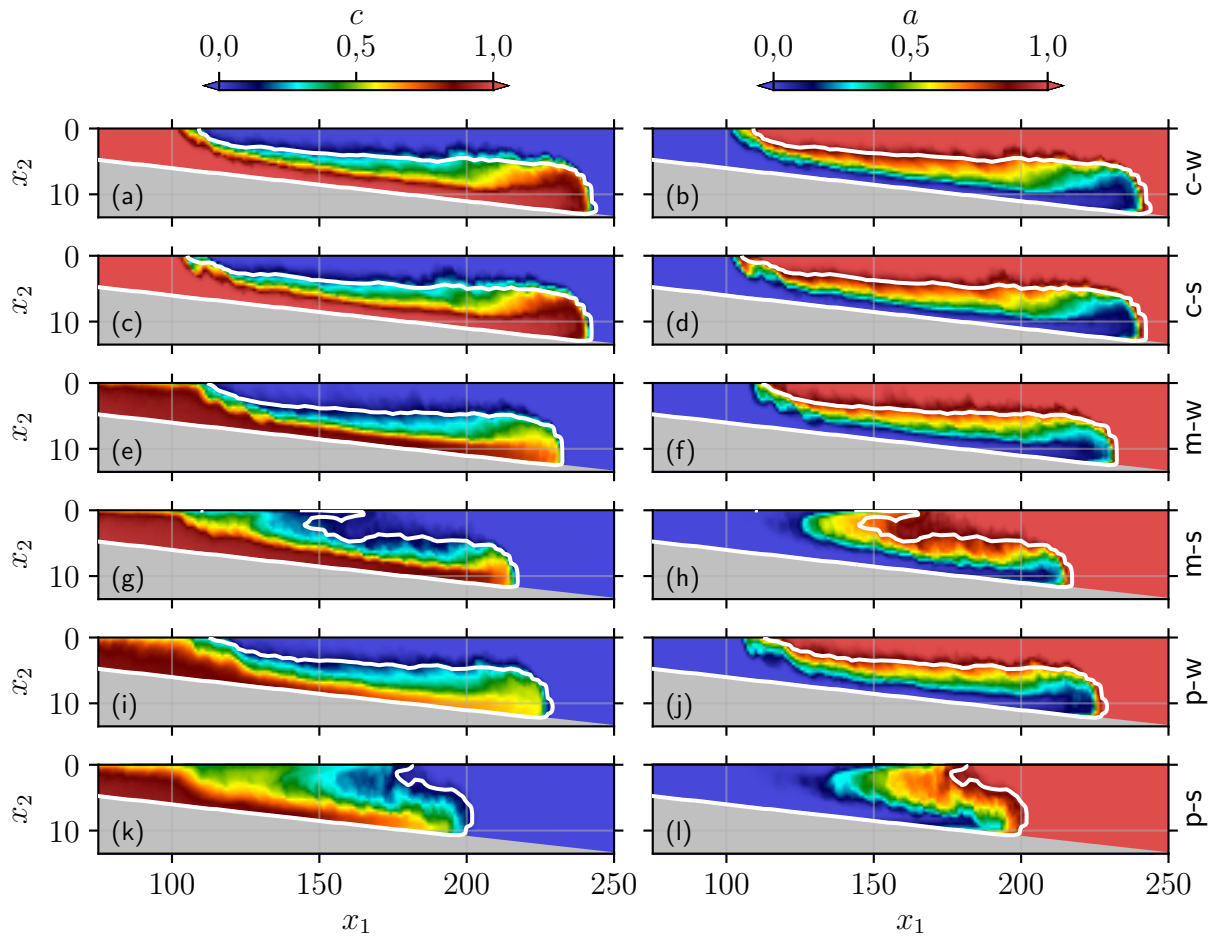


Figura 5.24 – Visualização instantânea com média na direção transversal x_3 para o tempo adimensional $t = 900$. São exibidas a concentração escalar da corrente c (esquerda) e ambiente a (direita). Os casos estão ordenados verticalmente segundo a notação à direita. Em cinza está representado o leito inclinado e a linha branca representa a isolinha onde $u_1 \times c = 2,5\%$, definida como a separação entre corrente e ambiente nesta seção.

Richardson do ambiente Ri_a , entretanto, devido a intensa mistura entre ambos os fluidos, pode-se considerar ainda um número de Richardson efetivo do ambiente Ri_a^* , equacionado como

$$Ri_a^* = \frac{1}{V_a} \int_{V_a} \sum Ri_\ell \mathfrak{C}_\ell d\Omega, \quad (5.18)$$

onde V_a representa o volume de fluido ambiente, acima da interface de separação (ver [Figura 5.24](#)) e \mathfrak{C} simboliza a concentração em suspensão, que pode ser tanto da corrente c quanto ambiente a . Com a correção pelo número de Richardson efetivo do ambiente Ri_a^* , a equação do número de Froude densimétrico pode finalmente ser escrita como

$$Fr(x_1) = \frac{Q(x_1)}{\sqrt{[\sum Ri_\ell \mathfrak{C}_\ell(x_1) - Ri_a^*] H^3(x_1)}}. \quad (5.19)$$

Note que Ri_a^* tende a zero nos casos não salinos, e assim, a [Equação 5.19](#) seria equivalente à [Equação 5.4](#). A [Figura 5.25b](#) mostra a evolução do ponto de mergulho, sendo

rastreado para um dado tempo como a posição na qual o número de Froude densimétrico do escoamento submerso é mínimo. O procedimento foi exemplificado na [Figura 5.13](#). A posição da frente do escoamento x_f ([Figura 5.25c](#)) é marcada para um dado tempo como a distância a partir da origem onde a concentração da corrente C se torna nula. Note que as curvas se encerram onde $x_f = 250h_0$, posição na qual deixam a seção de testes do domínio. A velocidade de avanço da frente u_f ([Figura 5.25d](#)) é obtida ao derivar x_f em relação ao tempo, e uma média móvel é então aplicada para suavizar o sinal. É também apresentada a evolução temporal da massa que se encontra em suspensão dentro da seção de testes, tanto para a concentração da corrente m_{pc} (e) quanto para o ambiente m_{pa} (f), ou ainda a massa suspensa total m_{pt} (g), que são calculados respectivamente como

$$m_{pc} = \frac{1}{V_{ts}} \int_{V_{ts}} \sum_{\ell=1}^N c_{\ell} d\Omega, \quad (5.20a)$$

$$m_{pa} = \frac{1}{V_{ts}} \int_{V_{ts}} a d\Omega, \quad (5.20b)$$

$$m_{pt} = m_{pc} + m_{pa}, \quad (5.20c)$$

onde V_{ts} representa o volume total da seção de testes. Note que o cálculo é realizado em toda a seção de testes, não havendo aqui uma separação entre a fração pertencente ao escoamento submerso ao ambiente. Por fim, a taxa de deposição total \dot{D}_t ([Figura 5.25h](#)), dado por

$$\dot{D}_t = \frac{1}{L_1 L_3} \sum_{\ell=1}^N \int_0^{L_3} \int_0^{L_1} u_{s,\ell} c_{\ell}(x_1, x_2 = x_{2r}, x_3) dx_1, dx_3. \quad (5.21)$$

Os resultados apresentados na [Figura 5.25a](#) mostram como o valor do número de Froude densimétrico no ponto de mergulho converge para aproximadamente $Fr_p = 0,50$ em todos os casos de mergulho em água doce (final w), em concordância com o valor médio de $Fr_p = 0,51$ encontrado na seção anterior. Para m-s e p-s, observa-se valores superiores em função da nova dinâmica percebida na zona de mergulho, o assunto será retomado a seguir.

A [Figura 5.25b](#) mostra a evolução temporal da posição de mergulho x_p , onde pode-se perceber novamente a equivalência em ambos os casos conservativos, sendo o mergulho observado por volta de $x_p = 110h_0$, uma vez que a densidade relativa foi mantida constante. Os casos m-w e p-w apresentam o mergulho a jusante, tendo em vista que a característica deposicional desses escoamentos reduz a concentração efetiva na zona de mergulho. O valor para eles é de aproximadamente $x_p = 130h_0$. Os novos casos ao considerar ambiente salino, m-s e p-s, convergem para uma posição estacionária de mergulho por volta de $x_p = 95h_0$ e $x_p = 110h_0$, respectivamente. Pode-se notar que ambas mergulham a jusante se comparadas com seus equivalentes não salinos, mostrando que ao contrário dos casos conservativos, aqui a deposição afeta sensivelmente o comporta-

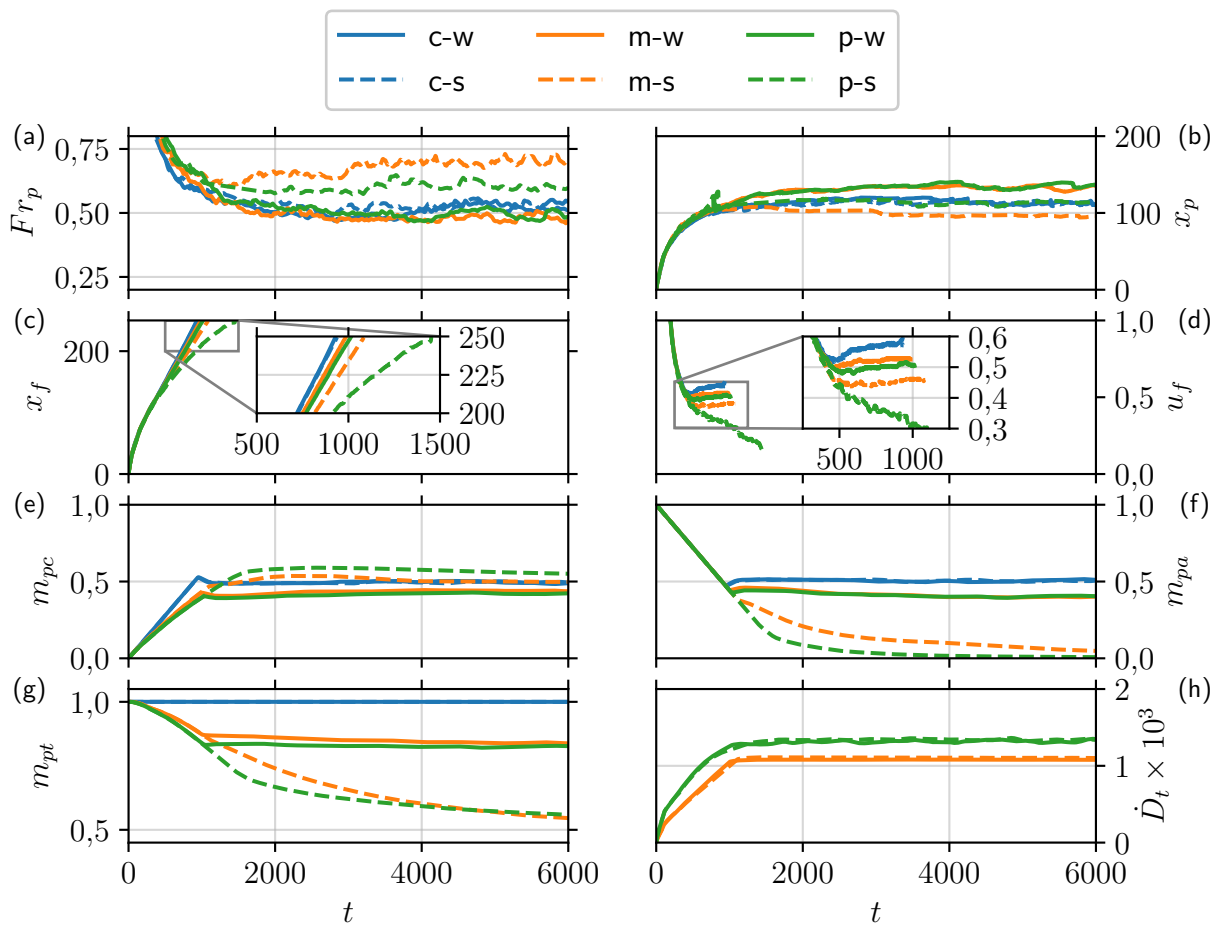


Figura 5.25 – Evolução temporal para: (a) Número de Froude densimétrico no ponto de mergulho Fr_p (Equação 5.19); (b) Posição do ponto de mergulho x_p ; (c) Posição x_f e (d) velocidade u_f da frente do escoamento; (e) Massa suspensa da corrente m_{pc} , (f) do ambiente m_{pa} e (g) total m_{pt} (Equação 5.20); (h) Taxa de deposição total \dot{D}_t (Equação 5.21).

mento na zona de mergulho, mesmo que a densidade relativa entre a corrente de turbidez e o ambiente tenha se mantido constante.

A Figura 5.25c mostra a evolução temporal da posição da frente do escoamento x_f , enquanto a velocidade de propagação da frente u_f é exibida na Figura 5.25d. O deslocamento da cabeça da corrente de turbidez está diretamente relacionado com a própria posição de mergulho x_p . Dentre os seis casos de estudo, a diferença de empuxo é mais pronunciada para os conservativos (c-w e c-s). Como pode ser observado na Figura 5.24, eles exibem a zona de mergulho a jusante em comparação aos demais, o que reflete em uma profundidade menor para mergulho e maior aceleração na região, e finalmente provocando maior velocidade de propagação para a cabeça do escoamento submerso. A seguir surgem os casos deposicionais m-w e p-w, com velocidade de propagação levemente inferior, pois a sedimentação reduz o empuxo efetivo entre a corrente de turbidez e o ambiente. Por fim, os casos em ambiente salino (m-s e p-s) com a menor velocidade

observada na cabeça do escoamento. O fato é explicado pelas Figuras 5.24 (g) e (k), ambos os casos se dividem simultaneamente em escoamento hiperpicnal junto ao fundo e hipopicnal junto ao topo do canal, intensificando a mistura entre a corrente de turbidez e o ambiente, aumentando a altura do escoamento após a zona de mergulho e finalmente diminuindo a velocidade de propagação da frente.

As Figuras 5.25e e 5.25f mostram a evolução temporal do material em suspensão dentro da seção de testes, seja quanto a corrente de turbidez m_{pc} ou quanto o fluido ambiente m_{pa} , respectivamente. Com respeito aos casos conservativos, c-w e c-s, não se percebe nenhuma variação significativa nas estatísticas mensuradas. Note que a valor observado para esses casos $m_{pc} \approx m_{pa} \approx 0,5$ é apenas uma coincidência em função da posição na qual se estabilizou a posição de mergulho. Entratanto, sabe-se que na ausência de deposição, qualquer fração de fluido ambiente empurrado para fora do domínio deve ser ocupada pela corrente de turbidez, o que de fato se percebe ao verificar a massa suspensa total m_{pt} (Figura 5.25g), cujo valor se mantém unitário constantemente. Isso demonstra o correto funcionamento da condição de contorno junto à fronteira imersa (subseção 4.3.3.1), além de evidenciar que a estratificação do ambiente não apresenta um impacto significativo nos resultados para uma corrente com velocidade de queda nula, contanto que a densidade relativa entre a corrente e o ambiente seja a mesma. Os casos deposicionais em água doce (m-w e p-w) apresentam comportamento similar entre si, mas a sedimentação reduz m_{pc} em comparação ao observado nos casos conservativos. A posição de mergulho levemente a jusante reduz o volume ocupado pelo fluido ambiente m_{pa} se comparados m-w e p-w com c-w. Por outro lado, a estratificação ambiente produz efeitos completamente diferentes nos casos deposicionais (m-s e p-s). A convecção ascendente e o escoamento hipopicnal junto ao topo aumentam o material sedimentar em suspensão m_{pc} em m-s e p-s quando comparados com m-w e p-w. Ambos fenômenos influenciam na “lavagem da salinidade”, que é praticamente eliminada da seção de testes (Figura 5.25f).

Por fim, a Figura 5.25h exibe a taxa de deposição total \dot{D}_t (5.21). O valor é evidentemente nulo para os casos conservativos c-w e c-s, onde $u_s = 0$. Os resultados mostram que independentemente da composição do fluido ambiente, as curvas se agrupam entre mono ou polidispersos, sendo os segundos aproximadamente 20% maiores que os primeiros. Uma vez que os valores para velocidade de queda u_s são constantes, a taxa de deposição indica que a distribuição do campo de concentração no leito do domínio não varia em função da presença ou não de salinidade no fluido ambiente. Mesmo que do ponto de vista da física do escoamento, como evolução da frente, ponto de mergulho e Froude densimétrico, tenham se visto diferenças significativas.

5.3.2 Regime Estacionário

Nesta seção são apresentados valores médios no tempo, para $4.000 \leq t \leq 6.000$, e na direção transversal x_3 . A Figura 5.26 exibe a concentração da corrente c e ambiente a para os seis casos analisados, além das linhas de corrente e do perfil de elevação, que define a fronteira entre o escoamento submerso após o mergulho e o ambiente (definido como a isolinha onde $u_1 \times c = 2,5\%$). Devido à elevada semelhança entre ambos os casos conservativos c-w e c-s, evidenciadas no tópico anterior, o caso c-s foi omitido da figura para economia de espaço.

Destaca-se que para o caso conservativo (Figura 5.26a) o material em suspensão na entrada do canal é completamente transportado até o ponto de mergulho, além de ocupar toda a profundidade na zona do escoamento com profundidade limitada. A deposição do material em suspensão para os demais casos reduz a concentração efetiva na região do mergulho (Figuras 5.26c e 5.26g), o que desloca o ponto de mergulho a jusante.

Os casos monodisperso e polidisperso em ambiente não estratificado (Figuras 5.26c e 5.26g, respectivamente) apresentam a mesma distância para mergulho, embora concentração da corrente seja visivelmente diferente, devido à maior diversidade de tamanhos de grão resolvidos. Destaca-se que a concentração da corrente fica restrita a região do escoamento submerso, e a mistura com o ambiente ocorre principalmente próxima ao perfil de elevação.

O fato de possuir velocidade de sedimentação nula torna o caso c-w muito próximo de c-s. Entretanto, a sedimentação acaba provocando efeitos diferentes em ambiente estratificado para os casos m-s e p-s. A redução da concentração, principalmente na região superior da corrente, resulta em um fluxo menos denso que o ambiente se propagando junto a superfície, como um escoamento hipopicnal, visível nas Figuras 5.26e e 5.26i. Esse fenômeno ocasiona um fluxo convectivo ascendente, que por sua vez intensifica a mistura entre ambos os fluidos, resultando tanto no transporte de concentração para o ambiente quanto por empurrar a concentração salina para fora do sessão de testes (Figuras 5.26f e 5.26j), na denominada “lavagem do domínio”. Percebe-se ainda a presença de uma área de intensa recirculação anti-horária imediatamente após o mergulho do escoamento para os casos salinos (Figuras 5.26e e 5.26i), em um efeito que não aparece nos demais casos.

A Figura 5.27 apresenta as grandezas com respeito ao escoamento submerso, i.e., além da média no tempo e na direção transversal aplica-se as equações para média em profundidade (5.6), e como resultado, todos os valores podem ser apresentados de forma unidimensional em função de x_1 . São eles: Altura H (a) e velocidade U (b) do escoamento submerso; Coeficiente de mistura γ (c); Número de Froude densimétrico Fr (d), calculado segundo a Equação 5.19; Concentração da corrente C (e) e do ambiente

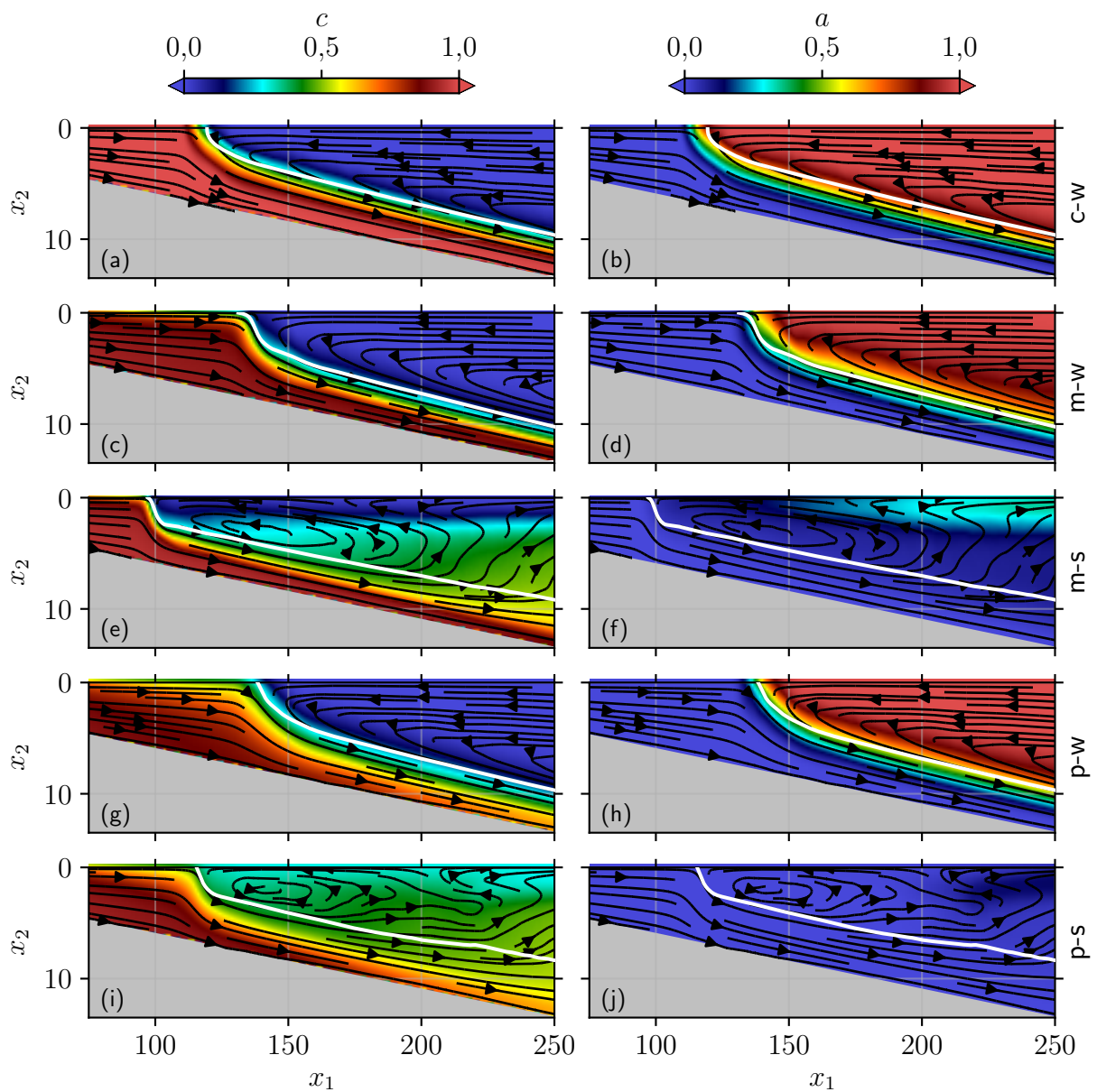


Figura 5.26 – Campo de concentração da corrente c (esquerda) e ambiente a (direita) para os casos c-w, m-w, m-s, p-w e p-s de cima para baixo, respectivamente. Em preto são representadas as linhas de corrente, a linha branca indica o perfil de elevação que separa o escoamento submerso do ambiente (isolinha onde $u_1 \times c = 2,5\%$) e a área cinza indica o leito inclinado. Concentração e velocidade avaliados em uma média no tempo ($4000 \leq t \leq 6000$) e na direção transversal x_3 .

A (f) no escoamento submerso; Fluxo de massa $M = CHU$ (g); Por fim, a variação espacial da velocidade de cisalhamento no fundo do canal u_τ (h), calculada segundo a Equação 5.12.

A altura da corrente cresce linearmente na região do escoamento submerso, a medida que a profundidade do canal aumenta devido ao leito inclinado, como mostra a Figura 5.27a, a altura máxima é registrada no ponto de mergulho. A partir dessa posição,

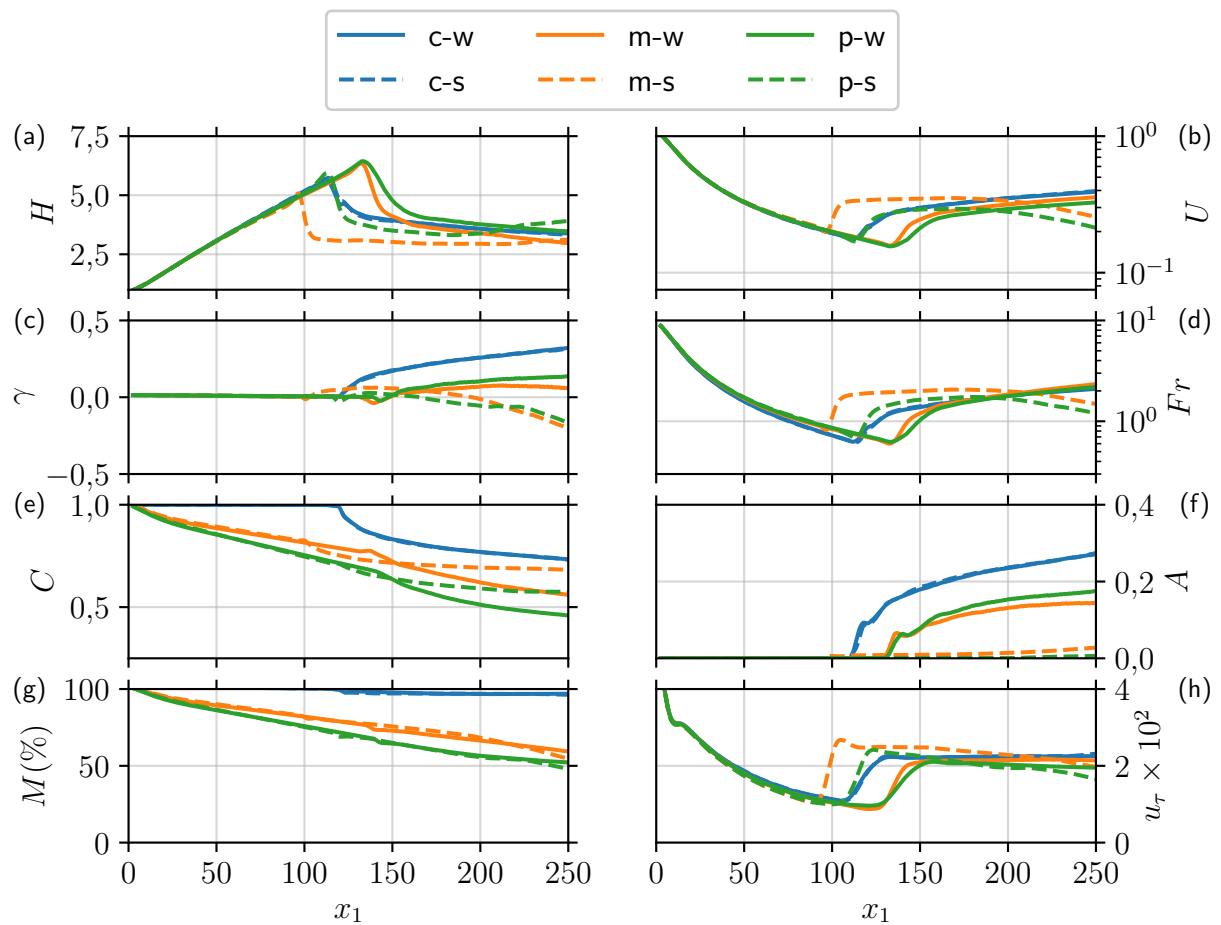


Figura 5.27 – Variação longitudinal x_1 das grandezas com média no tempo em regime estacionário, sendo elas: (a) Altura do escoamento submerso H ; (b) Velocidade do escoamento submerso U ; (c) Coeficiente de mistura γ ; (d) Número de Froude densimétrico Fr (5.19); Concentração da corrente C (e) e do ambiente A (f) no escoamento submerso; (g) Fluxo de massa M ; Por fim, (h) a velocidade de cisalhamento no fundo do canal u_τ (5.12).

o escoamento tem sua altura reduzida e acelera, como mostra a Figura 5.27b, além disso, começam os processos de mistura com o fluido ambiente, como mostra a Figura 5.27c. Quanto à altura da corrente (Figura 5.27a), percebe-se uma tendência diferente já distante a jusante do mergulho, para $x_1 > 200h_0$, enquanto a altura tem um leve decaimento com x_1 para todos os casos em água doce (final w), a altura da corrente H aumenta com x_1 em ambiente salino (m-s e p-s), refletindo no decrescimento da velocidade com x_1 enquanto para os casos não salinos ela aumenta (Figura 5.27b). Essa combinação de altura H e velocidade U no escoamento submerso tem efeitos sobre o número de Froude densimétrico Fr , que apresenta uma clara tendência de diminuição após a zona de mergulho para os casos salinos (final s). Diferentemente de todas as outras simulações apresentadas nesse trabalho para ambiente de água doce, onde Fr cresce continuamente na região do escoamento submerso. A convecção ascendente que transporta o material da corrente para o ambiente é também percebida por meio do coeficiente de mistura γ ,

exposto na [Figura 5.27c](#). Destaca-se que γ é negativo para os casos salinos (final s), atingindo aproximadamente -0,2 ao final da seção de testes.

As [Figuras 5.27e](#) e [5.27f](#) mostram a concentração em média de profundidade no escoamento para a concentração da corrente C e ambiente A , respectivamente. Como seria esperado, os casos deposicionais apresentam menor concentração se comparados aos casos conservativos. Nota-se também que a concentração no escoamento submerso é levemente maior na presença de salinidade, se comparados individualmente m-w e m-s, ou ainda p-w e p-s. Quanto a concentração ambiente A ([Figura 5.27f](#)), pode-se visualizar a incorporação de fluido para dentro da corrente de turbidez submersa para todos os casos não salinos (final w). Por outro lado, esse valor é muito próximo de zero nos casos m-s e p-s, que se justifica pelo fato de praticamente já não haver salinidade em suspensão no domínio em tempos mais avançados ($t > 4.000$), como mostrou a [Figura 5.25f](#).

A [Figura 5.27g](#) exibe o fluxo de massa no escoamento submerso $M = CHU$, que fornece informações sobre o transporte do material em suspensão, estabelecendo a relação da fração que é entregue na saída da seção de testes em comparação ao que está presente na entrada do canal, que vem a ser um valor unitário no contexto adimensional. Para os casos conservativos (prefixo c), pode-se notar que cerca de 96% do material atinge a saída da seção de testes, e esse valor é na ordem de 50% para os quatro demais casos. O fluxo de massa M não apresenta diferenças significativas quanto a salinidade ou não, mas sim quanto a polidispersão. Os casos monodispersos (prefixo m) apresentam o valor mais elevado, mas a diferença vai reduzindo à medida que se aproxima o final do domínio.

A velocidade de cisalhamento no fundo do canal u_τ , calculada segundo a [Equação 5.12](#), é exibida na [Figura 5.27h](#). Ela pode indicar as localizações no domínio que são mais propensas a apresentar erosão no leito do canal, embora o modelo numérico desse trabalho não considere mudanças no fundo do canal, essa grandeza pode ser calculada após a simulação. Os resultados mostram um comportamento semelhante ao visto para a velocidade U ([Figura 5.27b](#)), sendo máxima na entrada do canal e então diminui à medida que a profundidade do canal aumenta. O valor mínimo para U é observado exatamente no ponto de mergulho, onde a altura do escoamento diminui e o mesmo acelera. Para u_τ , entretanto, o valor mínimo é levemente a montante do ponto de mergulho, a partir de onde também aumenta devido à aceleração do escoamento. Na região de escoamento submerso, após o mergulho, observa-se o valor de $u_\tau \approx 0,02$ para todos os casos, em linha com o mesmo observado anteriormente na [Figura 5.15](#). Próximo ao final do domínio, u_τ decresce para os casos salinos (m-s e p-s), como um reflexo do decaimento da própria velocidade do escoamento em função da perda de material da corrente para o ambiente.

5.3.3 Discussões

Essa seção apresentou os primeiros resultados sobre o mergulho do escoamento em ambiente salino. Pode-se comparar a evolução temporal do escoamento para diferentes condições na entrada do canal, além do fluido ambiente mudar de água límpida para água salgada. Os resultados mostram que para a velocidade de sedimentação nula, o fator governante é a densidade relativa entre o escoamento e o fluido ambiente. Entretanto, quando na presença de velocidade de sedimentação, uma nova dinâmica é observada na zona de mergulho e a jusante dela, evidenciada pela convecção ascendente e mistura intensificada entre ambos os fluidos. Um dos desafios da configuração é evitar que ocorra a “lavagem da salinidade” para fora da seção de testes, onde se analisam os resultados. O fato é percebido mesmo com a implementação de uma zona esponja concebida para agir como um fornecimento de concentração salina de volta para o domínio. Ainda não há trabalho experimental disponível na literatura sobre essa configuração específica, mas espera-se que isso possa ser motivado pelos resultados numéricos aqui apresentados, e que uma comparação completa entre simulações e experimentos possa ser feita em trabalhos futuros.

6 Conclusão

Utilizando a metodologia de Simulação Implícita de Grandes Escalas (ILES), esse trabalho investigou o fenômeno de mergulho do escoamento hiperpicnal em canal inclinado e lateralmente confinado. A configuração numérica tridimensional com resolução de turbulência é inédita para o escoamento em questão, fornecendo valiosos dados em alta resolução espaço-temporal. No decorrer desse trabalho, as questões de pesquisa propostas no [Capítulo 2](#) foram respondidas:

“O fenômeno de mergulho pode ser adequadamente resolvido por meio de procedimentos numéricos?”

Conforme apresentado na [seção 5.1](#), pode-se perceber a reprodução das principais feições esperadas para o mergulho do escoamento hiperpicnal em canal inclinado, sendo elas: a região de fluxo homogêneo, zona de mergulho e zona de escoamento submerso, que é subdividida em corpo e cabeça. Cinco casos teste foram empregados, considerando diferentes combinações para vazão e concentração de sedimentos em suspensão na entrada do canal. É possível observar tanto a evolução temporal do escoamento, quanto a variação espacial das quantidades investigadas. Os resultados numéricos aqui obtidos são comparados com dados experimentais e analíticos disponíveis na literatura, e uma boa concordância é observada entre eles. Destaca-se a observação de grandezas do escoamento, como coeficiente de mistura $\gamma = 0,2$, razão de aspecto $\varphi = 0,7$, bem como o número de Froude densimétrico na posição de mergulho $Fr_p = 0,45$ e a jusante $Fr_d = 1,1$, todos em conformidade com as referências empregadas, mesmo perante às hipóteses e simplificações que são inerentes ao modelo numérico. Dessa maneira, o código computacional `Incompact3d` mostrou-se capaz de resolver o escoamento em estudo.

“Os dados em alta resolução espaço-temporal provenientes das simulações tridimensionais inéditas são capazes de melhorar o entendimento a respeito desse tipo de escoamento?”

Uma nova proposta para o critério de mergulho foi descrita na [seção 5.2](#). Ele se diferencia dos estudos anteriores por incluir a participação que a velocidade de sedimentação e a declividade do leito (ou a razão entre ambas) exercem sobre a profundidade necessária para mergulho. O estudo se baseia em relacionar o número de Froude densimétrico inicial Fr_0 com seu correspondente no ponto do mergulho Fr_p , por meio de três suposições que descrevem a variação espacial longitudinal para a vazão volumétrica,

concentração e profundidade do escoamento. A equação proposta não possui solução analítica, entretanto, pode ser resolvida numericamente em função de três parâmetros característicos do escoamento: velocidade de sedimentação u_s , declividade do leito S e o número de Froude densimétrico inicial Fr_0 . Adicionalmente, duas constantes que precisaram ser estimadas: número de Froude densimétrico no ponto do mergulho Fr_p e o fator de forma do perfil vertical de concentração r_0 .

Aqui as simulações tridimensionais de grandes escalas tiveram um papel fundamental, uma vez que elas fornecem informações sobre o escoamento para qualquer posição no tempo e no espaço, possibilitando assim verificar as hipóteses iniciais estabelecidas para o critério de mergulho proposto. Com esse objetivo, doze simulações numéricas foram projetadas, combinando quatro valores para declividade do leito e três diferentes velocidades de sedimentação. Os resultados numéricos obtidos foram expostos na [seção 5.2](#), adicionalmente à dados experimentais disponíveis na literatura, e uma boa concordância foi encontrada entre eles. Os resultados numéricos apontam valores de 0,51 para o número de Froude densimétrico no ponto de mergulho Fr_p e 1,22 para o fator de forma do perfil vertical de concentração r_0 , entretanto, nenhuma correlação é evidente entre Fr_p , r_0 e os parâmetros dos escoamentos investigados. Uma vez que a verificação das premissas iniciais para a variação longitudinal das principais grandezas do escoamento obteve êxito, destaca-se que elas podem ser aplicadas como modelos para estudos futuros.

Um valor negativo para o coeficiente de mistura foi observado pela primeira vez para o escoamento hiperpicnal em canal inclinado. Isso indica que, caso a velocidade de sedimentação do material em suspensão seja alta o suficiente, o escoamento submerso pode ceder fluido ao ambiente, ao invés de incorporar. Uma vez que isso ocorra, a vazão ambiente se dá na mesma direção do escoamento submerso, e o ponto de mergulho não é mais um ponto de estagnação, como reportado por diversos outros estudos.

Uma boa concordância foi obtida entre os dados numéricos e a [Equação 3.20](#), proposta por [Lee e Yu \(1997\)](#), sobre a migração do ponto de mergulho em função do tempo, até que o mesmo atinja uma posição estacionária. Uma relação linear foi proposta para relacionar o tempo necessário para atingir uma posição de mergulho estável. A própria posição de mergulho pode ser estimada com a [Equação 5.8](#), e ela pode ainda ser combinada com as equações [\(5.17\)](#) e [\(5.16\)](#) para a obtenção do tempo necessário para que o ponto de mergulho atinja uma profundidade estável. Espera-se que essas equações possam auxiliar no dimensionamento de futuros trabalhos experimentais ou numéricos, principalmente no contexto de Simulação Numérica Direta (DNS), que possuem elevada demanda de cálculo e podem ser um passo futuro para o estudo do mergulho do escoamento hiperpicnal em canal inclinado, uma vez que se tenha os recursos computacionais disponíveis para tanto.

“A dinâmica observada na zona de mergulho é afetada quando o fluido ambiente no domínio é alterado de água doce para água salgada?”

A [seção 5.3](#) apresentou os primeiros resultados sobre o mergulho do escoamento em ambiente salino. A evolução temporal e variações espaciais do escoamento foram estudadas ao considerar três diferentes condições para a concentração na entrada do canal: sedimentação nula, suspensão monodispersa e polidispersa. Além de duas opções para o fluido ambiente: água doce e água salgada. Os resultados mostram que para a velocidade de sedimentação nula, o fator governante é efetivamente a densidade relativa entre o escoamento e o fluido ambiente. Por outro lado, quando na presença de velocidade de sedimentação, uma nova dinâmica é observada na zona de mergulho e a jusante dela. A decantação reduz a massa específica da corrente, principalmente junto ao topo do domínio e na parte superior da corrente submersa após o mergulho. De modo que o escoamento será menos denso que o ambiente nessas regiões, e irá flutuar para a superfície, levando parte do material em suspensão consigo. Isso se torna evidente pela observação de convecção ascendente e mistura intensificada entre ambos os fluidos. Além disso, embora a maior parte do escoamento mergulhe como um fluxo hiperpicnal, outra fração segue junto ao topo como um fluxo hipopicnal. Um dos desafios da configuração é evitar que ocorra a “lavagem da salinidade” para fora da seção de testes (onde se analisam os resultados). Ainda não há trabalho experimental disponível na literatura sobre essa configuração específica, mas espera-se que isso possa ser motivado pelos resultados numéricos aqui apresentados, e que uma comparação completa entre simulações e experimentos possa ser feita em trabalhos futuros.

7 Proposta para Trabalhos Futuros

A partir dos resultados e discussões relatados nessa Tese, pode-se sugerir o prosseguimento em pesquisas futuras que abordem os seguintes temas:

- a) Implementar um modelo de fronteira imersa móvel junto ao leito do canal. Essa mudança na topografia pode apresentar um impacto sobre a dinâmica do escoamento em um efeito de acoplamento duplo. Alterações na profundidade útil do canal tem um impacto direto sobre a posição de mergulho, de modo que a zona de mergulho pode ser descolada a jusante quando o depósito dos sedimentos em suspensão gerar um incremento da altura do leito, ou a montante quando os efeitos de erosão produzirem um decrescimento. O emprego do métodos das fronteiras imersas é uma boa alternativa para tal implementação, como por exemplo o trabalho apresentado por [Lucchese et al. \(2019\)](#).
- b) Outro conjunto de simulações numéricas pode ser projetado para investigar especificamente a possível relação observada para o avanço da frente do escoamento ([Figura 5.16a](#)), com respeito aos parâmetros iniciais: como número de Froude densimétrico inicial Fr_0 , velocidade de sedimentação u_s e declividade do leito S . Destaca-se a necessidade de um canal de maior comprimento e profundidade, a fim de que se mantenha a cabeça da corrente de turbidez dentro do domínio de cálculo por mais tempo.
- c) O critério de mergulho proposto ([Equação 5.8](#)) evidencia um ponto de máximo, dependendo da razão entre velocidade de sedimentação e declividade do canal, o escoamento pode depositar todo o material em suspensão antes que atinja a profundidade crítica para mergulho, e passa a se comportar então como um escoamento homopical. Os valores máximos são estabelecidos na [Equação 5.9](#). Entretanto, a verificação de tais valores por meio de simulações numéricas não foi possível nesse trabalho, pois demandaria um domínio computacional de maior comprimento e profundidade.

Referências

- AKIYAMA, J.; STEFAN, H. G. Plunging Flow into a Reservoir: Theory. *Journal of Hydraulic Engineering*, v. 110, n. 4, p. 484–499, 1984. Citado 5 vezes nas páginas [9](#), [26](#), [37](#), [38](#) e [39](#).
- ALAVIAN, V. Behavior of Density Currents on an Incline. *Journal of Hydraulic Engineering*, v. 112, n. 1, p. 27–42, 1986. Citado na página [37](#).
- ARITA, M.; NAKAI, M. Plunging conditions of two-dimensional negative buoyant surface jets released on a sloping bottom. *Journal of hydraulic research*, Taylor & Francis, v. 46, n. 3, p. 301–306, 2008. Citado 7 vezes nas páginas [9](#), [37](#), [41](#), [43](#), [80](#), [109](#) e [111](#).
- BARTHOLOMEW, P.; DESKOS, G.; FRANTZ, R. A. S.; SCHUCH, F. N.; LAMBALLAIS, E.; LAIZET, S. Xcompact3d: An open-source framework for solving turbulence problems on a cartesian mesh. *SoftwareX*, Elsevier, 2020. Citado na página [29](#).
- BENJAMIN, T. B. Gravity currents and related phenomena. *J. Fluid. Mech.*, v. 31, n. 02, p. 209–248, 1968. Citado na página [42](#).
- BEST, J. L.; KOSTASCHUK, R. A.; PEAKALL, J.; VILLARD, P. V.; FRANKLIN, M. Whole flow field dynamics and velocity pulsing within natural sediment-laden underflows. *Geology*, Geological Society of America, v. 33, n. 10, p. 765–768, 2005. Citado na página [37](#).
- BHIDE, S. V. *The Effects of Basin Slope and Boundary Friction on the Character and Plunge Location of Hyperpycnal Flows Entering a Laterally Unbounded Basin*. Dissertação (Mestrado) — Virginia Tech, 2019. Citado na página [37](#).
- BOURNET, P.; DARTUS, D.; TASSIN, B.; VINCON-LEITE, B. Numerical investigation of plunging density current. *Journal of Hydraulic Engineering*, American Society of Civil Engineers, v. 125, n. 6, p. 584–594, 1999. Citado 2 vezes nas páginas [27](#) e [37](#).
- CHAMOON, S.; CESARE, G. D.; SCHLEISS, A. J. Managing reservoir sedimentation by venting turbidity currents: A review. *International Journal of Sediment Research*, Elsevier, v. 31, n. 3, p. 195–204, 2016. Citado na página [26](#).
- CHAMOON, S.; CESARE, G. D.; SCHLEISS, A. J. Influence of operational timing on the efficiency of venting turbidity currents. *Journal of Hydraulic Engineering*, American Society of Civil Engineers, v. 144, n. 9, 2018. Citado na página [26](#).
- DAI, A.; CANTERO, M. I.; GARCÍA, M. H. Plunging of two-dimensional gravity currents. *Proc., 5th Int. Symp. on Environmental Hydraulics, IAHR, Temp, Ariz*, 2007. Citado 5 vezes nas páginas [27](#), [34](#), [37](#), [46](#) e [91](#).
- DAI, A.; GARCÍA, M. H. Discussion of “note on the analysis of plunging of density flows” by gary parker and horacio toniolo. *Journal of Hydraulic Engineering*, American Society of Civil Engineers, v. 135, n. 6, p. 532–533, 2009. Citado na página [26](#).

DAI, A.; GARCÍA, M. H. Energy dissipative plunging flows. *Journal of Hydraulic Engineering*, American Society of Civil Engineers, v. 136, n. 8, p. 519–523, 2009. Citado na página 37.

DAI, H. *Analysis and modeling of plunging flows*. Tese (Doutorado) — University of Illinois at Urbana-Champaign, Urbana, Illinois, 2008. Citado 2 vezes nas páginas 37 e 39.

DAIRAY, T.; LAMBALLAIS, E.; LAIZET, S.; VASSILICOS, J. C. Numerical dissipation vs. subgrid-scale modelling for large eddy simulation. *Journal of Computational Physics*, Elsevier, v. 337, p. 252–274, 2017. Citado 2 vezes nas páginas 66 e 67.

DALLIMORE, C. J.; IMBERGER, J.; HODGES, B. R. Modeling a plunging underflow. *Journal of Hydraulic Engineering*, American Society of Civil Engineers, v. 130, n. 11, p. 1068–1076, 2004. Citado na página 37.

ELLISON, T.; TURNER, J. Turbulent entrainment in stratified flows. *Journal of Fluid Mechanics*, Cambridge University Press, v. 6, n. 3, p. 423–448, 1959. Citado na página 89.

ESPATH, L. F. R.; PINTO, L. C.; LAIZET, S.; SILVESTRINI, J. H. Two-and three-dimensional direct numerical simulation of particle-laden gravity currents. *Computers & Geosciences*, Elsevier, v. 63, p. 9–16, 2014. Citado na página 23.

FANG, X.; STEFAN, H. G. Dependence of dilution of a plunging discharge over a sloping bottom on inflow conditions and bottom friction. *Journal of Hydraulic Research*, Taylor & Francis Group, v. 38, n. 1, p. 15–25, 2000. Citado na página 37.

FARENZENA, B. A. *Simulação numérica de correntes de densidade hiperpicnais sob referencial móvel*. Tese (Doutorado) — Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul (PUCRS), Porto Alegre, 2020. Citado 2 vezes nas páginas 9 e 25.

FARENZENA, B. A.; SILVESTRINI, J. H. Linear stability analysis of particle-laden hypopycnal plumes. *Physics of Fluids*, AIP Publishing, v. 29, n. 12, p. 124102, 2017. Citado na página 24.

FARRELL, G.; STEFAN, H. Buoyancy induced plunging flow into reservoirs and coastal regions, project report, no. 241, st. *Anthony Falls Hydr. Lab., University of Minnesota*, 1986. Citado 6 vezes nas páginas 37, 40, 44, 45, 54 e 91.

FERGUSON, R. I.; CHURCH, M. A simple universal equation for grain settling velocity. *Journal of sedimentary Research*, Society for Sedimentary Geology, v. 74, n. 6, p. 933–937, 2004. Citado na página 50.

FORD, D. E.; JOHNSON, M. C. Field observations of density currents in impoundments. In: ASCE. *Surface water impoundments*. [S.l.], 1981. p. 1239–1248. Citado na página 37.

FRANCISCO, E. P.; ESPATH, L. F. R.; LAIZET, S.; SILVESTRINI, J. H. Reynolds number and settling velocity influence for finite-release particle-laden gravity currents in a basin. *Computers & Geosciences*, v. 110, p. 1–9, 2018. Citado na página 24.

- FRANTZ, R. A. S. *Simulações Numéricas de Correntes Gravitacionais com Elevado Número de Reynolds*. Dissertação (Mestrado) — Programa de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia de Materiais, 2018. Escola Politécnica, PUCRS. Citado 4 vezes nas páginas 10, 67, 68 e 142.
- GARCÍA, M. *Hidrodinamica ambiental*. [S.l.]: Universidad Nacional del Litoral, 1996. (Colección Ciencia y técnica). Citado na página 34.
- GARCÍA, M. H. Hydraulic jumps in sediment-driven bottom currents. *Journal of Hydraulic Engineering*, American Society of Civil Engineers, v. 119, n. 10, p. 1094–1117, 1993. Citado na página 26.
- GARCIA, M. H. Depositional turbidity currents laden with poorly sorted sediment. *Journal of hydraulic engineering*, American Society of Civil Engineers, v. 120, n. 11, p. 1240–1263, 1994. Citado na página 26.
- GAUTIER, R.; LAIZET, S.; LAMBALLAIS, E. A DNS study of jet control with microjets using an immersed boundary method. *International Journal of Computational Fluid Dynamics*, Taylor & Francis, v. 28, n. 6-10, p. 393–410, 2014. Citado 3 vezes nas páginas 73, 74 e 75.
- HAGER, G.; WELLEIN, G. *Introduction to high performance computing for scientists and engineers*. [S.l.]: CRC Press, 2010. Citado na página 75.
- HALLER, G. An objective definition of a vortex. *Journal of fluid mechanics*, Cambridge University Press, v. 525, p. 1–26, 2005. Citado na página 80.
- HARRIS, T. C.; HOGG, A. J.; HUPPERT, H. E. Polydisperse particle-driven gravity currents. *Journal of Fluid Mechanics*, Cambridge Univ Press, v. 472, p. 333–371, 2002. Citado na página 23.
- HENNIGER, R.; KLEISER, L.; MEIBURG, E. Direct numerical simulations of particle transport in a model estuary. *Journal of Turbulence*, Taylor & Francis, v. 11, 2010. Citado 4 vezes nas páginas 24, 32, 59 e 117.
- HORNER-DEVINE, A. R.; HETLAND, R. D.; MACDONALD, D. G. Mixing and Transport in Coastal River Plumes. *Annual Review of Fluid Mechanics*, n. September 2014, p. 569–594, 2015. Citado na página 24.
- HUPPERT, H. E. Gravity currents: a personal perspective. *J. Fluid. Mech.*, v. 554, p. 299–322, 2006. Citado na página 23.
- JOHNSON, T. R.; ELLIS, C. R.; STEFAN, H. G. Negatively Buoyant Flow in Diverging Channel, IV: Entrainment and Dilution. *Journal of Hydraulic Engineering*, v. 115, n. 4, p. 437–456, 1989. Citado na página 37.
- JULIEN, P. Y. *River mechanics*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2002. 16 p. Citado 2 vezes nas páginas 79 e 145.
- KASSEM, A.; IMRAN, J. Simulation of turbid underflows generated by the plunging of a river. *Geology*, Geological Society of America, v. 29, n. 7, p. 655–658, 2001. Citado 3 vezes nas páginas 27, 46 e 54.

- KNELLER, B.; BUCKEE, C. The structure and fluid mechanics of turbidity currents: a review of some recent studies and their geological implications. *Sedimentology*, Wiley Online Library, v. 47, p. 62–94, 2000. Citado na página 32.
- KOSTASCHUK, R.; NASR-AZADANI, M. M.; MEIBURG, E.; WEI, T.; CHEN, Z.; NEGRETTO, M. E.; BEST, J.; PEAKALL, J.; PARSONS, D. R. On the causes of pulsing in continuous turbidity currents. *Journal of Geophysical Research: Earth Surface*, Wiley Online Library, v. 123, n. 11, p. 2827–2843, 2018. Citado na página 38.
- KUENEN, P. H.; SENGUPTA, S. Experimental marine suspension currents, competency and capacity. *Geologie en Mijnbouw*, v. 49, n. 2, p. 89–118, 1970. Citado na página 43.
- LAIDLER, K.; MEISER, J. H. *Physical chemistry*. [S.l.]: Benjamin/Cummings Pub. Co., 1982. Citado na página 49.
- LAIZET, S.; LAMBALLAIS, E. High-order compact schemes for incompressible flows: A simple and efficient method with quasi-spectral accuracy. *Journal of Computational Physics*, Elsevier, v. 228, n. 16, p. 5989–6015, 2009. Citado 3 vezes nas páginas 68, 70 e 71.
- LAIZET, S.; LI, N. Incompact3d: A powerful tool to tackle turbulence problems with up to $O(10^5)$ computational cores. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Wiley Online Library, v. 67, n. 11, p. 1735–1757, 2011. Citado 4 vezes nas páginas 10, 64, 76 e 77.
- LAMB, M. P.; MCELROY, B.; KOPRIVA, B.; SHAW, J.; MOHRIG, D. Linking river-flood dynamics to hyperpycnal-plume deposits: Experiments, theory, and geological implications. *Geological Society of America Bulletin*, Geological Society of America, v. 122, n. 9–10, p. 1389–1400, 2010. Citado 30 vezes nas páginas 7, 8, 9, 11, 26, 35, 37, 43, 44, 45, 47, 54, 57, 78, 79, 82, 83, 84, 86, 87, 88, 90, 93, 107, 109, 111, 114, 117, 118 e 145.
- LAMB, M. P.; MOHRIG, D. Do hyperpycnal-flow deposits record river-flood dynamics? *Geology*, v. 37, n. 12, p. 1067–1070, 2009. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 26.
- LAMBALLAIS, E.; FORTUNÉ, V.; LAIZET, S. Straightforward high-order numerical dissipation via the viscous term for direct and large eddy simulation. *Journal of Computational Physics*, Elsevier, v. 230, n. 9, p. 3270–3275, 2011. Citado 3 vezes nas páginas 65, 66 e 67.
- LEE, H.-Y.; YU, W.-S. Experimental Study of Reservoir Turbidity Current. *Journal of Hydraulic Engineering*, v. 123, n. 6, p. 520–528, 1997. Citado 9 vezes nas páginas 13, 26, 37, 41, 46, 112, 113, 114 e 130.
- LELE, S. K. Compact finite difference schemes with spectral-like resolution. *Journal of Computational Physics*, Elsevier, v. 103, n. 1, p. 16–42, 1992. Citado 3 vezes nas páginas 65, 70 e 71.
- LI, N.; LAIZET, S. 2DECOMP & FFT - A highly scalable 2d decomposition library and FFT interface. In: *Cray User Group 2010 conference*. [S.l.: s.n.], 2010. p. 1–13. Citado na página 76.

- LUCCHESI, L. V.; MONTEIRO, L. R.; SCHETTINI, E. B. C.; SILVESTRINI, J. H. Direct numerical simulations of turbidity currents with evolutive deposit method, considering topography updates during the simulation. *Computers & Geosciences*, Elsevier, v. 133, 2019. Citado na página 132.
- MANICA, R. *Geração de Correntes de Turbidez de Alta Densidade: Condicionantes Hidráulicas e Depositionais*. Tese (Doutorado) — Instituto de Pesquisas Hidráulicas, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2009. Citado na página 32.
- MCCOOL, W. W.; PARSONS, J. D. Sedimentation from buoyant fine-grained suspensions. *Continental Shelf Research*, Elsevier, v. 24, n. 10, p. 1129–1142, 2004. Citado na página 24.
- MEIBURG, E.; KNELLER, B. Turbidity currents and their deposits. *Annual Review of Fluid Mechanics*, Annual Reviews, v. 42, p. 135–156, 2010. Citado 2 vezes nas páginas 24 e 32.
- MEIBURG, E.; RADHAKRISHNAN, S.; NASR-AZADANI, M. Modeling Gravity and Turbidity Currents: Computational Approaches and Challenges. *American Society of Mechanical Engineers*, v. 67, n. 4, 2015. Citado 4 vezes nas páginas 49, 53, 55 e 56.
- MENEVEAU, C.; KATZ, J. Scale-invariance and turbulence models for large-eddy simulation. *Annual Review of Fluid Mechanics*, Annual Reviews 4139 El Camino Way, PO Box 10139, Palo Alto, CA 94303-0139, USA, v. 32, n. 1, p. 1–32, 2000. Citado na página 55.
- MITTAL, R.; IACCARINO, G. Immersed boundary methods. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, Annual Reviews, v. 37, p. 239–261, 2005. Citado na página 72.
- MÖLLER, S. V.; SILVESTRINI, J. H. Turbulência: fundamentos. *Coleção Cadernos de Turbulência. Associação Brasileira de Ciências Mecânicas—ABCM. Rio de Janeiro*, v. 4, p. 1–32, 2004. Citado na página 52.
- MULDER, T.; ALEXANDER, J. The physical character of subaqueous sedimentary density flows and their deposits. *Sedimentology*, v. 48, p. 269–299, 2001. Citado na página 33.
- MULDER, T.; SYVITSKI, J. P. Turbidity currents generated at river mouths during exceptional discharges to the world oceans. *The Journal of Geology*, University of Chicago Press, v. 103, n. 3, p. 285–299, 1995. Citado 3 vezes nas páginas 24, 35 e 36.
- MULDER, T.; SYVITSKI, J. P.; SKENE, K. I. Modeling of erosion and deposition by turbidity currents generated at river mouths. *Journal of Sedimentary Research*, SEPM Society for Sedimentary Geology, v. 68, n. 1, p. 124–137, 1998. Citado na página 46.
- MULDER, T.; SYVITSKI, J. P. M.; MIGEON, S.; FAUGERES, J.-C.; SAVOYE, B. Marine hyperpycnal flows: initiation, behavior and related deposits. A review. *Marine and Petroleum Geology*, Elsevier, v. 20, n. 6, p. 861–882, 2003. Citado na página 25.
- NASA. *Earth Sciences and Image Analysis Laboratory, NASA Johnson Space Center*. 2003. Acessado em 22/07/2015. Disponível em: <<http://eol.jsc.nasa.gov/scripts/sseop/photo.pl?mission=ISS006&roll=E&frame=38952>>. Citado na página 26.

NASR-AZADANI, M. M.; HALL, B.; MEIBURG, E. Polydisperse turbidity currents propagating over complex topography: Comparison of experimental and depth-resolved simulation results. *Computers and Geosciences.*, Elsevier, v. 53, n. 1998, p. 141–153, 2013. Citado 3 vezes nas páginas 23, 25 e 59.

NECKER, F.; HÄRTEL, C.; KLEISER, L.; MEIBURG, E. High-resolution simulations of particle-driven gravity currents. *International Journal of Multiphase Flow*, Elsevier, v. 28, n. 2, p. 279–300, 2002. Citado 4 vezes nas páginas 23, 51, 59 e 101.

NECKER, F.; HÄRTEL, C.; KLEISER, L.; MEIBURG, E. Mixing and dissipation in particle-driven gravity currents. *J. Fluid. Mech.*, v. 545, p. 339–372, 2005. Citado na página 49.

PARKER, G.; GARCIA, M.; FUKUSHIMA, Y.; YU, W. Experiments on turbidity currents over an erodible bed. *Journal of Hydraulic Research*, Taylor & Francis, v. 25, n. 1, p. 123–147, 1987. Citado na página 90.

PARKER, G.; TONIOLO, H. Note on the analysis of plunging of density flows. *Journal of Hydraulic Engineering*, American Society of Civil Engineers, 2007. Citado 12 vezes nas páginas 7, 8, 9, 11, 26, 37, 39, 86, 87, 88, 105 e 107.

PARNAUDEAU, P.; CARLIER, J.; HEITZ, D.; LAMBALLAIS, E. Experimental and numerical studies of the flow over a circular cylinder at reynolds number 3900. *Physics of Fluids*, American Institute of Physics, v. 20, n. 8, p. 085101, 2008. Citado 2 vezes nas páginas 72 e 73.

PUIG, P.; PALANQUES, A.; MARTÍN, J. Contemporary sediment-transport processes in submarine canyons. *Annual review of marine science*, Annual Reviews, v. 6, p. 53–77, 2014. Citado na página 32.

ROOIJ, F. D.; DALZIEL, S. Time-and Space-Resolved Measurements of Deposition under Turbidity Currents. *Particulate gravity currents*, n. 31, p. 207–215, 2001. Citado na página 23.

RUSCHEL, K. *Análise de uma corrente de turbidez com variação das propriedades físicas*. Dissertação (Mestrado) — Programa de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia de Materiais, 2018. Escola Politécnica, PUCRS. Citado na página 50.

SANDERS, J. E. Primary sedimentary structures formed by turbidity currents and related resedimentation mechanisms. Special Publications of SEPM, 1960. Citado na página 32.

SCHUCH, F. N. *Análise de pluma hiperpicnal poli-dispersa por simulação numérica direta*. Dissertação (Mestrado) — Programa de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia de Materiais, 2016. Faculdade de Engenharia, PUCRS. Citado 6 vezes nas páginas 9, 27, 37, 47, 48 e 54.

SCHUCH, F. N.; FRANTZ, R. A. S.; LAIZET, S.; SILVESTRINI, J. H. New version of Incompact3d. In: IMPERIAL COLLEGE LONDON. *2nd Incompact3d User Meeting*. London, UK, 2018c. Citado 2 vezes nas páginas 28 e 142.

SCHUCH, F. N.; LAIZET, S.; SILVESTRINI, J. H. Turbulence-resolving simulations of poly-disperse hyperpycnal plumes. In: IUTAM/AMERIMECH SYMPOSIUM. *Dynamics of Gravity Currents*. UCSB, Santa Barbara, CA, 2017. Citado na página 28.

SCHUCH, F. N.; MEIBURG, E.; LAIZET, S.; SILVESTRINI, J. H. Turbulence-resolving simulations of the plunge phenomenon in a stratified ambient. In: AMERICAN GEOPHYSICAL UNION. *AGU Fall Meeting*. Washington D.C., 2018b. Citado na página 28.

SCHUCH, F. N.; MEIBURG, E.; SILVESTRINI, J. H. Plunging condition for particle-laden flows over sloping bottoms: three-dimensional turbulence-resolving simulations. Citado na página 28.

SCHUCH, F. N.; MEIBURG, E.; SILVESTRINI, J. H. Numerical simulations of the plunge phenomenon in a salt water environment. In Prep. Citado na página 28.

SCHUCH, F. N.; PINTO, L. C.; SILVESTRINI, J. H.; LAIZET, S. Three-dimensional turbulence-resolving simulations of the plunge phenomenon in a tilted channel. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, Wiley Online Library, v. 123, p. 1–13, 2018a. Citado 2 vezes nas páginas 28 e 57.

SCHUCH, F. N.; VIANNA, F. D.; OLIVEIRA, T. A.; PINHO, M. S.; SILVESTRINI, J. H. A case study about an interactive stratigraphic analysis in turbulence-resolved numerical simulations. *Environmental Modelling & Software*, In Prep. Citado na página 29.

SCHUCH, F. N.; VIANNA, F. D.; PINHO, M. S.; SILVESTRINI, J. H. An interactive tool for stratigraphic visualization applied to turbulence-resolved numerical simulations of turbidity currents. In: AMERICAN GEOPHYSICAL UNION. *AGU Fall Meeting*. San Francisco, CA, 2019. Citado 2 vezes nas páginas 29 e 147.

SEQUEIROS, O. E. Estimating turbidity current conditions from channel morphology: A froude number approach. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, Wiley Online Library, v. 117, n. C4, 2012. Citado 3 vezes nas páginas 43, 87 e 98.

SEQUEIROS, O. E.; MOSQUERA, R.; PEDOCCHI, F. Internal structure of a self-accelerating turbidity current. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, Wiley Online Library, v. 123, n. 9, p. 6260–6276, 2018. Citado na página 43.

SEQUEIROS, O. E.; NARUSE, H.; ENDO, N.; GARCIA, M. H.; PARKER, G. Experimental study on self-accelerating turbidity currents. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, Wiley Online Library, v. 114, n. C5, p. 1–26, 2009. Citado 3 vezes nas páginas 26, 42 e 98.

SILVESTRINI, J. H. Simulação numérica direta e de grandes escalas de escoamentos transicionais e turbulentos. *Coleção Cadernos de Turbulência. Associação Brasileira de Ciências Mecânicas–ABCM. Rio de Janeiro*, ABCM, v. 2: Turbulência, p. 1–81, 2003. Citado 4 vezes nas páginas 52, 53, 55 e 56.

SIMPSON, J. E. *Gravity Currents: In the Environment and the Laboratory*. Nova Iorque: Cambridge University Press, 1999. Citado 3 vezes nas páginas 9, 23 e 33.

SINGH, B.; SHAH, C. Plunging phenomenon of density currents in reservoirs. *La Houille Blanche*, EDP Sciences, n. 1, p. 59–64, 1971. Citado 7 vezes nas páginas 37, 40, 41, 45, 46, 85 e 91.

SMAGORINSKY, J. General circulation experiments with the primitive equations: I. the basic experiment. *Monthly weather review*, v. 91, n. 3, p. 99–164, 1963. Citado na página 46.

- TABOR, G. R.; BABA-AHMADI, M. Inlet conditions for large eddy simulation: A review. *Computers & Fluids*, Elsevier, v. 39, n. 4, p. 553–567, 2010. Citado na página 61.
- TENNEKES, H.; LUMLEY, J. L. *A first course in turbulence*. [S.l.]: MIT press, 1972. Citado 2 vezes nas páginas 52 e 56.
- TRAER, M.; HILLEY, G.; FILDANI, A.; MCHARGUE, T. The sensitivity of turbidity currents to mass and momentum exchanges between these underflows and their surroundings. *Journal of Geophysical Research: Earth Surface*, Wiley Online Library, v. 117, n. F1, 2012. Citado na página 33.
- TRENBERTH, K. E.; SMITH, L.; QIAN, T.; DAI, A.; FASULLO, J. Estimates of the Global Water Budget and Its Annual Cycle Using Observational and Model Data. *Journal of Hydrometeorology*, v. 8, n. 4, p. 758–769, 2007. Citado na página 24.
- TRITTON, D. *Physical Fluid Dynamics*. [S.l.]: Springer Netherlands, 2012. (The Modern University in Physics Series). Citado na página 42.
- TSENG, C.-Y.; CHOU, Y.-J. Nonhydrostatic simulation of hyperpycnal river plumes on sloping continental shelves: Flow structures and nonhydrostatic effect. *Ocean Modelling*, Elsevier, v. 124, p. 33–47, 2018. Citado na página 37.
- ÜNEŞ, F. Analysis of plunging phenomenon in dam reservoirs using three-dimensional density flow simulations. *Canadian Journal of Civil Engineering*, NRC Research Press, v. 35, n. 10, p. 1138–1151, 2008. Citado 2 vezes nas páginas 27 e 37.
- ÜNEŞ, F.; JOKSIMOVIC, D.; KISI, O. Plunging flow depth estimation in a stratified dam reservoir using neuro-fuzzy technique. *Water resources management*, Springer, v. 29, n. 9, p. 3055–3077, 2015. Citado 2 vezes nas páginas 46 e 47.
- UNGARISH, M. *An Introduction to Gravity Currents and Intrusions*. [S.l.]: CRC Press, 2009. Citado na página 49.
- WIRED.COM. *The Origin of Submarine Canyons — Ideas From the 1930s*. 2011. Acessado em 03/01/2016. Disponível em: <<http://www.wired.com/2011/11/ideas-about-the-origin-of-submarine-canyons-from-the-1930s/>>. Citado na página 26.
- WUNDERLICH, W. O.; ELDER, R. A. Mechanics of flow through man-made lakes. *Washington DC American Geophysical Union Geophysical Monograph Series*, v. 17, p. 300–310, 1973. Citado na página 37.
- XIE, C.; TAO, J.; ZHANG, L. Origin of lobe and cleft at the gravity current front. *Physical Review E*, APS, v. 100, n. 3, 2019. Citado na página 33.

Apêndices

APÊNDICE A – Uma nova estrutura para o código Incompact3d

O trabalho de [Schuch et al. \(2018c\)](#) introduz uma nova estrutura de código aberto para a simulação das equações incompressíveis de Navier-Stokes simplificadas pela aproximação de Boussinesq usando esquemas compactos de diferenças finitas em malha cartesiana¹. O código original `Incompact3d` foi reprogramado para ser mais flexível e amigável com usuários e desenvolvedores, visando especialmente seu emprego em simulações complexas de alta fidelidade, tanto por Simulação Numérica Direta (DNS) quanto por Simulação de Grandes Escalas (LES). Dentre as novas características do código desenvolvido, pode-se destacar:

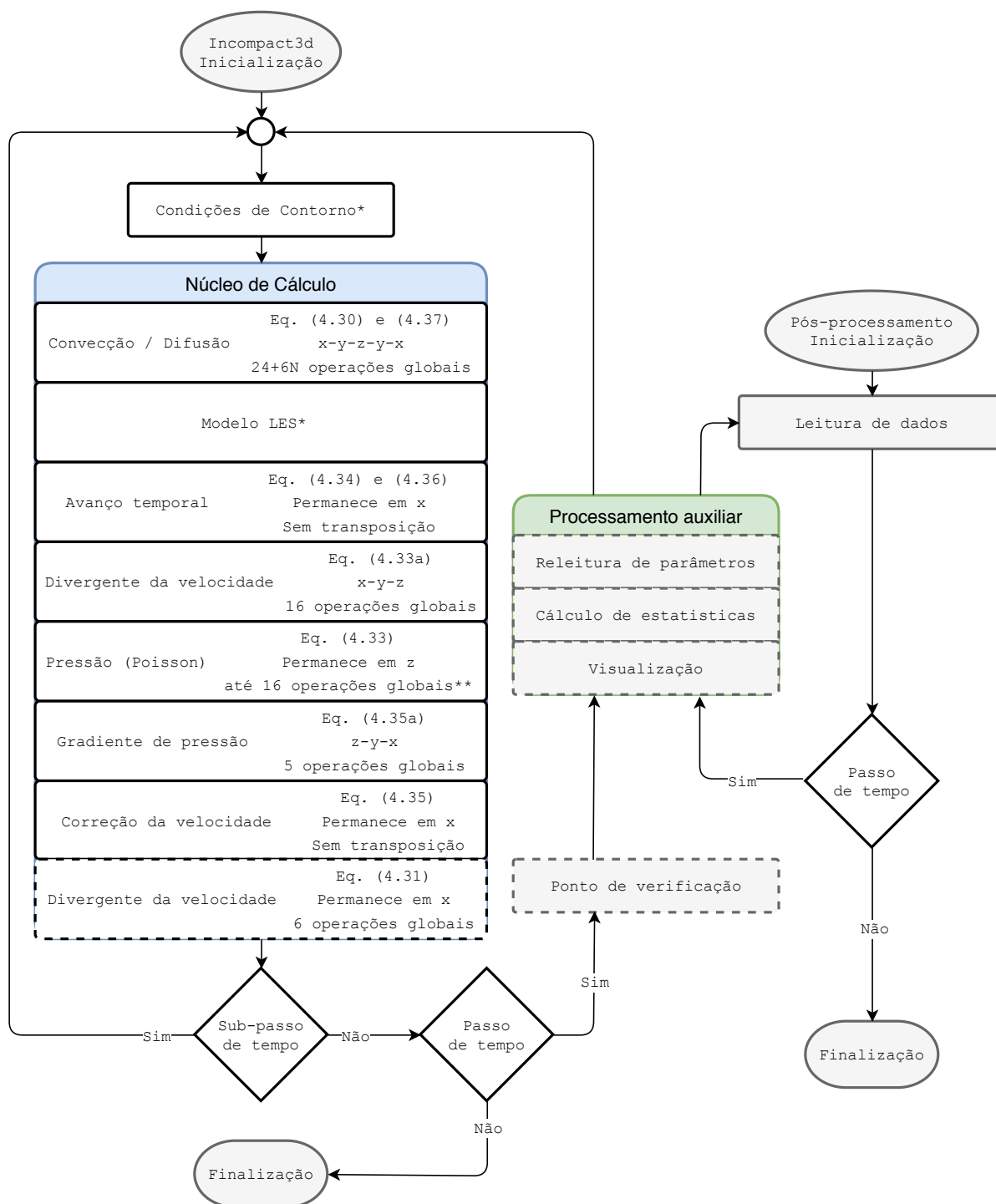
- a) A divisão da execução em três grandes blocos, como esquematizado na [Figura A.1](#), sendo o corpo principal do `Incompact3d` representado à esquerda, os utilitários de pós-processamento à direita, e ao centro o bloco de processamento auxiliar, que na verdade é comum aos dois primeiros;
- b) Núcleo de cálculo tão flexível quanto possível: Com isso é possível alterar a direção do vetor da gravidade; realizar rotação sólida; simular um campo escalar polidisperso com velocidade de sedimentação ou não; esquemas numéricos para Simulação Numérica Direta, Simulação de Grandes Escalas Implícita, Simulação de Grandes Escalas, com os modelos de turbulência clássicos de *Smagorinsky*, *WALE* e *Smagorinsky Dinâmico*, maiores detalhes disponíveis em [Frantz \(2018\)](#);
- c) Processamento auxiliar embarcado: Utilitários de pré-processamento, como a geração de geometria complexa, e pós-processamento, como o cálculo de estatísticas, coleta de dados de sonda e processamento de visualização, são agora agrupadas em um bloco único. Essas operações podem ser acessadas tanto pelo código principal quanto pelo utilitário de pós-processamento. O primeiro obtém vantagem por ter acesso a todas as variáveis na memória, assim pode realizar qualquer cálculo sem maiores complicações. O segundo pode ser executado após a simulação, lendo os dados de concentração e velocidade do disco rígido;
- d) Menos compilação: Características numéricas como o número de pontos globais da malha e o arranjo de processadores para computação paralela (ver [seção 4.4](#)) eram inicialmente definidas como “parâmetros” na linguagem de pro-

¹ Acesso disponível no repositório: [<github.com/xcompact3d/Incompact3d>](https://github.com/xcompact3d/Incompact3d).

gramação Fortran. O que significa que era necessário limpar todos os arquivos binários e compila-los novamente a cada alteração nesses valores, processo que demanda algum tempo. Isso era feito visando um aumento de performance que de fato não acontecia, uma vez que todos os cálculos e gerenciamento de memória são em função do número de pontos locais em cada processador. Desse modo, pode-se remover a condição de “parâmetro” e deslocar essas definições para o arquivo de configuração, resultando em mais eficiência para o fluxo de trabalho do usuário, sem abrir mão do desempenho computacional.

- e) Condições de contorno estendidas: A versão original previa apenas um parâmetro para a escolha das condições de contorno em cada direção, implicando que ambas fronteiras em uma dada direção, e que tanto o campo de velocidade quando o campo escalar, deveriam ter o mesmo tratamento no contorno. Isso pode ser um entrave para várias configurações de escoamento, como por exemplo a empregada nesse trabalho, de modo que os três parâmetros clássicos foram fragmentados em doze. Agora é possível definir individualmente o tratamento desejado para cada face do domínio e para cada grandeza do escoamento (velocidade ou concentração);
- f) Configuração de casos canônicos: As especificidades de cada configuração de escoamento (isto é, parâmetros numéricos e físicos, condições de contorno, condições iniciais, definição da geometria complexa e cálculo das estatísticas) são divididas em diferentes arquivos. Cinco casos canônicos estão disponíveis:
- Canal turbulento;
 - Escoamento ao redor de um cilindro;
 - Corrente de densidade em canal fechado (*Lock-Exchange*);
 - Escoamento sobre um arranjo periódico de colinas;
 - *Taylor-Green Vortex*.

De um modo geral, a ideia por trás do lançamento do que foi denominada como a versão 2.0, é permitir que a comunidade compartilhe melhorias e correções de erros no núcleo unificado e casos canônicos, enquanto cada usuário pode manter seu arquivo de configuração de trabalho privado. Além disso, uma comparação detalhada usando casos canônicos é agora mais acessível e de fácil reprodução, podendo ser automatizada para validar qualquer desenvolvimento futuro no código.



*Variável conforme aplicação; **Dependendo das condições de contorno; Linhas tracejadas indicam blocos que não são necessariamente executados em cada passo de tempo; Blocos em cinza indicam operações de leitura e/ou escrita no disco rígido; No núcleo de cálculo, cada operação é detalhada na equação resolvida, bem como as operações e quantidade de transposições globais envolvidas (Equação 4.44).

Figura A.1 – Fluxograma de execução da nova estrutura de execução do código: Incompact3d à esquerda e do pós-processamento à direita, ao centro está o bloco de processamento auxiliar, que é comum aos dois primeiros.

APÊNDICE B – Visualização de camadas de deposição

O desenvolvimento de uma metodologia para a visualização do depósito durante o trabalho nessa Tese motivou a realização de uma simulação numérica com ainda mais frações granulométricas, partindo de três para sete, com o objetivo de aumentar o detalhamento das camadas de deposição. As dimensões do domínio são idênticas às utilizadas anteriormente na [seção 4.1](#). São empregados como referência a vazão volumétrica inicial por unidade de largura $\tilde{Q}_0 = 0,0016 \text{ m}^2/\text{s}$ e concentração volumétrica inicial de $\tilde{C}_0 = 0,54\%$, resultando nos números adimensionais Reynolds $Re = 1.600$ e Froude densimétrico $Fr_0 = 5,42$, com um passo de tempo $\Delta t = 0,005$ e um total de $3,2 \times 10^5$ iterações. Sete diferentes diâmetros de partículas foram definidos com base na curva de distribuição granulométrica experimental de [Lamb et al. \(2010\)](#), e são apresentados na [Tabela B.1](#).

Tabela B.1 – Descrição de cada fração granulométrica utilizada, com diâmetro da partícula $\tilde{d}_{s,\ell}$, velocidade de sedimentação $u_{s,\ell}$ e a sua distribuição $C_{0,\ell}$.

Sigla	ℓ	Classificação	$\tilde{d}_s[\mu\text{m}]$	$u_s \times 10^{-3}$	$C_0[\%]$
arg	1	Argila	2	0,022	14
smf	2	Silte muito fino	5	0,141	14
sf	3	Silte fino	13	0,950	14
sm	4	Silte médio	21	2,479	16
sm	5	Silte médio	27	4,097	14
sg	6	Silte grosso	37	7,694	14
sg	7	Silte grosso	57	18,26	14

Nota – Classificação granulométrica segundo [Julien \(2002\)](#).

A altura de depósito em função do tempo e da posição no fundo do canal para cada fração granulométrica é calculada como

$$D_\ell(x_1, x_3, t) = \int_0^t u_{s,\ell} c_\ell(x_1, x_2 = x_{2i}, x_3, \tau) d\tau, \quad 1 \leq \ell \leq N, \quad (\text{B.1})$$

enquanto a altura total de depósito é dado como o somatório das diferentes frações

$$D_t = \sum_{\ell=1}^N D_\ell. \quad (\text{B.2})$$

A razão entre o depósito individual pelo depósito total fornece a proporção de cada uma das frações

$$P_\ell = \frac{D_\ell}{D_t}, \quad 1 \leq \ell \leq N, \quad (\text{B.3})$$

que é utilizada em uma média ponderada para a obtenção do diâmetro médio de sedimentos

$$\bar{d}_s = \sum_{\ell=1}^N P_{\ell} \tilde{d}_{s,\ell}, \quad (\text{B.4})$$

com o desvio padrão dado por

$$\sigma = \sqrt{\sum_{\ell=1}^N P_{\ell} (\tilde{d}_{s,\ell} - \bar{d}_s)^2}. \quad (\text{B.5})$$

Os resultados são apresentados na [Figura B.1](#). O quadrante superior direito mostra a visualização tridimensional da altura final de depósito D_t para todo o fundo do canal (fora de escala), além da indicação do posicionamento dos planos de corte longitudinal em $x_3 = 2,0$, exibido no quadrante superior esquerdo, e transversal em $x_1 = 128,28$, no canto inferior esquerdo. Em cada um dos planos de corte são exibidos a altura acumulada de depósito de cada fração D_{ℓ} , a correspondente proporção P_{ℓ} , o diâmetro de sedimento médio \bar{d}_s , abaixo do qual é exibida a moda da distribuição, e o desvio padrão σ , respectivamente. O quadrante inferior direito representa o perfil vertical, localizado na intersecção dos dois planos de corte, onde o eixo vertical representa a altura total de depósito D_t e na horizontal é apresentada a proporção P_{ℓ} , a moda e o desvio padrão, respectivamente.

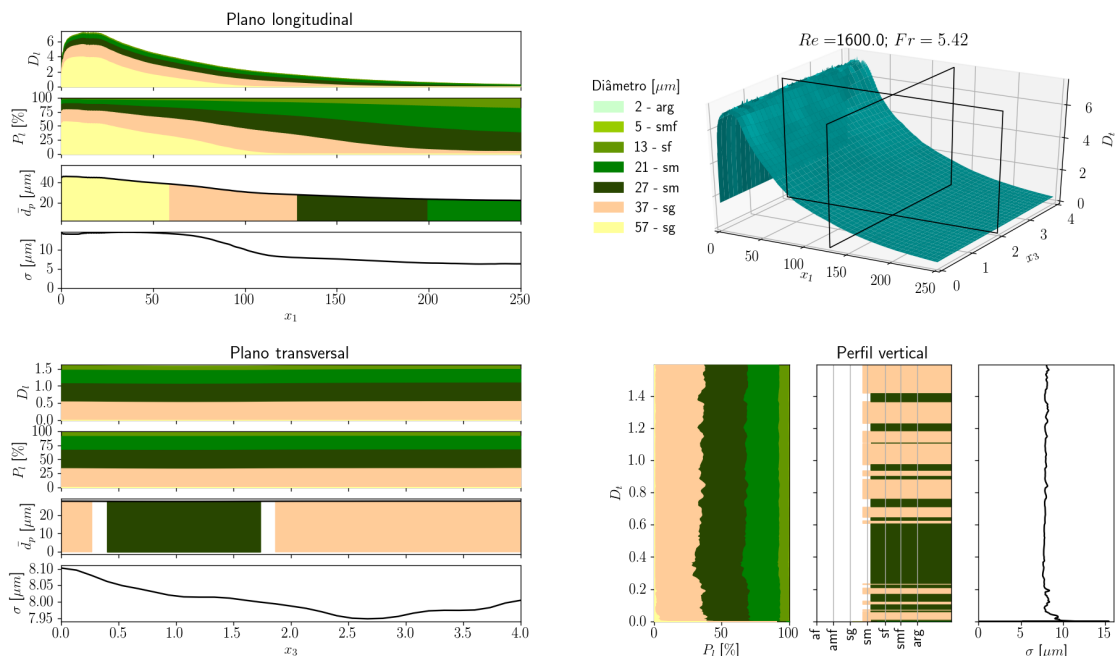


Figura B.1 – Visualização do depósito para a posição $x_1 = 128,28$ e $x_3 = 2,0$.

O fundo do canal no domínio físico é composto por aproximadamente 5×10^4 pontos, e cada um deles apresenta uma distribuição vertical única. O plano transversal exibido na [Figura B.1](#), em complemento com os perfis [B.2a](#) e [B.2b](#), evidenciam que o depósito gerado apresenta uma variação lateral considerável. O plano longitudinal apresen-

tado na [Figura B.1](#) revela como o diâmetro médio dos sedimentos depositados diminui à medida que se afasta da entrada do canal, resultando em quatro regiões dominadas por diferentes frações. As três regiões de transição são representadas pelos perfis em [B.2c](#), [B.1](#) e [B.2d](#), onde pode-se notar a formação de camadas intercaladas. Considerando o fluxo contínuo e uniforme empregado na entrada do canal e que o leito permanece estático, a diferente distribuição lateral e a formação das camadas verticais apenas pode ser atribuída aos efeitos turbulentos do escoamento. Resultados empregando a mesma metodologia, mas dessa vez para um escoamento em configuração de lançamento finito (*Lock-release*), são expostos por [Schuch et al. \(2019\)](#), onde nota-se que a característica totalmente transiente do caso de estudo provoca depósitos com gradação vertical normal.

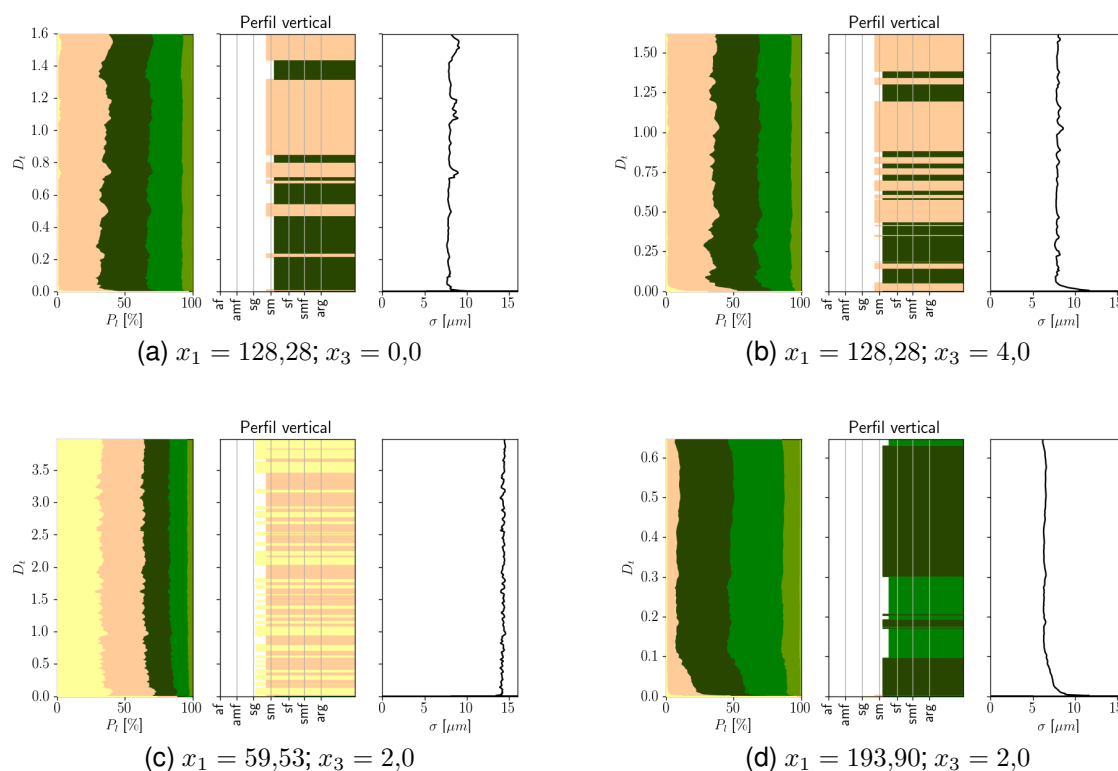


Figura B.2 – Perfis verticais de depósito em diferentes posições no fundo do canal.



Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul
Pró-Reitoria de Graduação
Av. Ipiranga, 6681 - Prédio 1 - 3º. andar
Porto Alegre - RS - Brasil
Fone: (51) 3320-3500 - Fax: (51) 3339-1564
E-mail: prograd@pucrs.br
Site: www.pucrs.br