PUCRS

ESCOLA DE CIÊNCIAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
MESTRADO

AMANDA CRISTINA SIQUEIRA

# TECNOLOGIAS DIGITAIS APLICADAS AO ENSINO DE MATRIZES: AS PERCEPÇÕES DE ALUNOS DE UMA ESCOLA DO RIO GRANDE DO SUL

Porto Alegre
2020

PÓS-GRADUAÇÃO - *STRICTO SENSU*

AD VERVM DVCIT

Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA POLITÉCNICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

AMANDA CRISTINA SIQUEIRA

# TECNOLOGIAS DIGITAIS APLICADAS AO ENSINO DE MATRIZES: AS PERCEPÇÕES DE ALUNOS DE UMA ESCOLA DO RIO GRANDE DO SUL

Porto Alegre
2020

AMANDA CRISTINA SIQUEIRA

# TECNOLOGIAS DIGITAIS APLICADAS AO ENSINO DE MATRIZES: AS PERCEPÇÕES DE ALUNOS DE UMA ESCOLA DO RIO GRANDE DO SUL

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Educação em Ciências e Matemática.

**Orientador: Prof. Dr. Regis Alexandre Lahm**

**PORTO ALEGRE**
**2020**

## AGRADECIMENTOS


Agradeço...

A minha mãe, Neusa Maria Garbin Siqueira, por sempre me incentivar a estudar e não medir esforços para me apoiar ao longo de toda minha vida.

A minha família, que reclamou em certos momentos pela minha ausência, mas compreendeu os meus motivos e nunca desistiu de mim.

Aos meus professores do Instituto Federal do Rio Grande do Sul de Bento Gonçalves e do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, que contribuíram significativamente na minha formação e me motivaram a continuar no exercício da docência.

Ao meu orientador, Professor Doutor Regis Alexandre Lahm, que me auxiliou em inúmeros momentos, mostrando-se preocupado e disposto a esclarecer minhas dúvidas. Sem o seu apoio e a sua dedicação, não teria concluído essa dissertação.

Ao Professor Doutor João Bernardes da Rocha Filho, pelo exemplo de pessoa e de professor, que me mostrou o quanto a nossa profissão pode ser prazerosa e libertadora.

Aos meu colegas, pelo apoio e pelo diálogo durante essa jornada.

A Capes, pela bolsa que apoiou financeiramente a realização desta pesquisa.

# RESUMO

Nessa dissertação, objetivou-se compreender a percepção de alunos de uma escola do Rio Grande do Sul sobre o ensino de matrizes, por meio da utilização de tecnologias digitais. A escolha desse tema justifica-se pelo fato que como professora de Matemática, pude observar que muitos alunos encaram o ensino dos conceitos matriciais como um conjunto de regras e operações. Para tanto, pretendeu-se apresentar nessa dissertação, uma sequência de atividades voltada a construção de imagens no *software Scilab* e a aplicação das transformações geométricas de escala, rotação e translação no *software GeoGebra.* Como fundamentação teórica desse estudo, adotou-se alguns pressupostos da Teoria da Aprendizagem Significativa e da utilização de tecnologias no Ensino de Matemática. Como instrumentos para a constituição dos dados dessa pesquisa qualitativa, foram aplicados três questionários iniciais para a verificação de conhecimentos prévios e a identificação das percepções dos participantes sobre o uso de tecnologias no ensino. Além desses instrumentos, foram consideradas as respostas obtidas no decorrer da proposta e os registros dos alunos em um questionário final, aplicado ao término das atividades. Como método de análise de dados, considerou-se os pressupostos da Análise de Conteúdo em um viés qualitativo, apontados por diversos autores. Por meio da análise, concluiu-se que na percepção dos alunos, as tecnologias podem auxiliar na compreensão, na visualização e na exemplificação dos conceitos matemáticos e que as mesmas caracterizam-se como recursos diferenciados para o ensino e a aprendizagem dessa disciplina. Constatou-se pela análise do questionário final, que as atividades propostas foram dinâmicas e proporcionaram a visualização das aplicações matriciais além dos exercícios propostos comumente nas aulas de Matemática. Além disso, os participantes indicaram que por meio da utilização de recursos tecnológicos, foi possível tornar o ensino de matrizes mais didático e divertido. Por outro viés, os participantes também reconheceram as limitações das tecnologias, afirmando que as atividades demandaram mais atenção e por vezes, tornaram-se mais complicadas, pois resultavam erros de execução e retardavam o tempo de resolução. Conforme o conteúdo expresso pelos participantes, percebeu-se que a falta de familiarização com os *softwares* e as estruturas dos comandos foi um dos fatores que dificultaram a resolução das atividades.

**Palavras-chave:** tecnologias; matrizes; transformações geométricas; construção de imagens.

# *ABSTRACT*

In this dissertation, the objective was to understand the perception of students from a school in Rio Grande do Sul about the teaching of matrices, through the use of digital technologies. The choice of this theme is justified by the fact that, as a mathematics teacher, I was able to observe at times that many students see the teaching of matrix concepts as a set of rules and operations. Therefore, it is intended to present, in this dissertation, a sequence of activities aimed at the construction of images in the Scilab software and the application of the geometric transformations of scale, rotation and translation in the GeoGebra software. As a theoretical basis for this study, some assumptions of the Theory of Meaningful Learning and the use of technologies in the Teaching of Mathematics were adopted. As instruments for the constitution of the data of this qualitative research, three initial questionnaires were applied to verify previous knowledge and to identify the participants perceptions about the use of technologies in teaching. In addition to these instruments, the responses obtained during the proposal and the students records in a final questionnaire, applied at the end of the activities, were considered. As a method of data analysis, the assumptions of Content Analysis were considered in a qualitative bias, pointed out by several authors. Through the analysis, it was concluded that in the students perception, technologies can assist in the understanding, visualization and exemplification of mathematical concepts and that they are characterized as different resources for teaching and learning this discipline. It was verified by the analysis of the final questionnaire, that the proposed activities were dynamic and provided the visualization of matrix applications in addition to the exercises commonly proposed in Mathematics classes. In addition, the participants indicated that through the use of technological resources, it was possible to make the teaching of matrices more didactic and fun. On the other hand, the participants also recognized the limitations of the technologies, stating that the activities demanded more attention and at times, became more complicated, as they resulted in execution errors and delayed the resolution time. According to the content expressed by the participants, it was noticed that the lack of familiarity with the software and the command structures was one of the factors that hindered the resolution of the activities.



**Keywords:** technologies; matrices; geometric transformations; construction of images.

## LISTA DE FIGURAS

# SUMÁRIO

# 1. INTRODUÇÃO

Para as Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica (2013), o desenvolvimento científico e tecnológico das últimas décadas impõe à escola um novo olhar sobre os conhecimentos, de modo que seja possível acompanhar e descrever a sua produção em sala de aula. A construção ou apropriação desses conhecimentos pode ser efetivada por meio de diversas práticas, dentre elas, a utilização de atividades experimentais, a aproximação dos conceitos à realidade e outros caminhos que podem ser trilhados no exercício da docência. Aliada a essas possibilidades, a utilização de tecnologias na educação vem sendo debatida desde o final do século XX por diversos pesquisadores, como uma alternativa metodológica para aperfeiçoar o ensino de Ciências e de Matemática.

Papert propõe a utilização de tecnologias na educação desde 1973, em sua obra *Uses of Tecnhology to enhance education.* Posteriormente, em 1980, o autor cria a linguagem de programação *LOGO*, no *Massachusetts Institute of Technology* (MIT), desenvolvendo uma metodologia de ensino baseada na utilização do computador para explorar aspectos espaciais, onde crianças poderiam criar trajetórias para comandar os movimentos de uma tartaruga por meio de uma linguagem de programação de fácil compreensão (VALENTE, 1993).

Desde então, o número de publicações que envolvem tecnologias na educação vem aumentando significativamente. Ao definir como critério de busca o termo "*tecnologias na educação*", no Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), foram encontrados 2705 publicações, entre teses e dissertações, no ano de 1987[1], e 913175 produções até junho de 2018, o que sugere a relevância do tema para a área da Educação.

A utilização de recursos tecnológicos nos processos de ensino e de aprendizagem tornou-se um tema recorrente dentro da comunidade escolar, particularmente em relação aos educadores matemáticos (BORBA; LACERDA, 2015). Valente (1999) sublinha, desde o final do século XX, os aspectos históricos da utilização da informática na educação brasileira, desde as mudanças provocadas na sociedade a partir da sua utilização até as diversas possibilidades do uso do computador nos processos de ensino e de aprendizagem, destacando a importância da formação dos professores para a abordagem desses recursos.

[1]Representa o primeiro ano cujas teses e dissertações constavam no Catálogo da CAPES.

No ensino de Matemática, Borba e Penteado (2016) ressaltam a importância das tecnologias na Educação por meio da discussão de programas governamentais que visaram à distribuição de computadores nas escolas públicas brasileiras. Como consequência dessa popularização, os mesmos autores sugeriram alternativas para a inserção de tecnologias no contexto das aulas de Matemática. Por meio da utilização de calculadoras gráficas, *softwares* de Geometria Dinâmica e aplicativos de visualização 2D e 3D, tornou-se possível trilhar alguns caminhos para a popularização dos recursos tecnológicos no ambiente escolar, aliando-se a ênfase nessa temática à formação inicial e continuada dos professores de Matemática.

Das possibilidades descritas pelos autores citados (ibidem), acredita-se que as tecnologias podem ser utilizadas em sala de aula, pois são ferramentas de grande potencial educacional. Mas, para que isso ocorra a escola precisa acompanhar esse processo, disponibilizando aos alunos e professores os espaços e recursos para concretizar essas ações educativas.

Além disso, torna-se necessário formar profissionais capacitados para utilizar essas ferramentas na educação. Cursos de formação continuada e espaços de discussão sobre tecnologias nas instituições de ensino, sejam elas de ensino Superior ou de Educação Básica, são fundamentais para que ocorram mudanças em sala de aula.

Como forma de contribuir para a aproximação da tecnologia na Educação Básica, especificamente no ensino de Matemática, foi proposto no decorrer deste estudo a utilização de tecnologias digitais no ensino desta disciplina, particularmente no conteúdo de matrizes, descrita em uma sequência de atividades.

Optou-se por esse conteúdo, pois acredita-se que os conceitos matriciais são abordados no Ensino Médio, muitas vezes, de forma axiomática, como aponta Sanches (2002). Essa abordagem é inadequada ao Ensino Básico (ibidem) e seu uso pode estar relacionado a diversos fatores, desde a falta de infraestrutura para a utilização de recursos tecnológicos até a falta de motivação e interesse, por parte dos docentes, de buscar novas formas de abordar um conteúdo que pode ser entendido, por leigos, como um conjunto de regras e definições sem relação com a realidade.

Além disso, Pereira (2017) ressalta que muitas vezes os estudantes do Ensino Médio não têm oportunidades para visualizar as aplicações geométricas que envolvem os conceitos matriciais. Mas, a partir da utilização das tecnologias digitais e da busca por mudanças positivas no ensino da Matemática, pode-se mudar esse cenário em sala de aula.

Essa pesquisa retratou o uso de atividades didáticas que envolveram a manipulação de matrizes e a construção de imagens com o auxílio do *software Scilab* e a aplicação de transformações lineares a partir da utilização do *software GeoGebra.*

Acredita-se que esse tipo de atividade valoriza o conhecimento tecnológico do aluno, representando uma mudança de atitude de muitos professores, que são vistos como transmissores do conhecimento matemático e enfatizam a reprodução e memorização de propriedades e operações.

Entre diversas possibilidades para abordagem de conceitos matriciais, optou-se pelo *software* de Geometria Dinâmica *GeoGebra* e o *software* de computação numérica *Scilab* para o desenvolvimento das atividades em questão, tendo como participantes da pesquisa estudantes de uma turma de terceira série do Ensino Médio de uma escola do Rio Grande do Sul. Optou-se por essa turma, pois no currículo da escola no qual a pesquisadora atua, o conteúdo de matrizes é apresentado aos alunos na segunda série e é retomado no ano seguinte. Diante disso, foi possível ressignificar os conceitos vistos anteriormente e demonstrar algumas aplicações, ressaltando que o conteúdo de matrizes não restringe-se a um conjunto de regras e operações.

O problema proposto visou a responder: **Como as tecnologias digitais podem contribuir para o ensino de Matemática no conteúdo de matrizes, na percepção de alunos do Ensino Médio?**

O objetivo geral consistiu em **compreender a percepção de alunos de uma escola do Rio Grande do Sul sobre a utilização de tecnologias digitais no ensino de matrizes.**

Como objetivos específicos da investigação descrita nesta dissertação, alcançou-se: a) **elaborar uma sequência de atividades para o ensino do conteúdo matrizes**; b) **aplicar a sequência elaborada**, e c) **identificar a percepção dos participantes sobre as atividades propostas e a utilização de tecnologias digitais no ensino de matrizes**.

A segunda seção apresentou a fundamentação teórica dessa dissertação, no qual considerou-se os fundamentos da Teoria da Aprendizagem Significativa, de David Ausubel, além de alguns pressupostos da utilização de tecnologias no ensino de Matemática. Além disso, foram descritas algumas possibilidades para a utilização dos softwares *Scilab* e *GeoGebra* a partir do que foi exposto em teses, artigos e dissertações publicadas e disponíveis no *Scholar Google,* de 2017 a 2019.

A terceira seção descreveu os processos metodológicos dessa pesquisa, no qual foram abordadas as características desse estudo. Nesse mesmo tópico, os participantes e o local da pesquisa foram caracterizados, de modo que o leitor possa conhecer melhor o público-alvo e os instrumentos utilizados nas atividades de pesquisa.

A quarta seção apresentou uma sequência de atividades para o ensino de matrizes no Ensino Médio, por meio do detalhamento das atividades propostas, voltadas à utilização dos *softwares Scilab* e *GeoGebra*.

A quinta seção descreveu a análise dos dados obtidos, após a aplicação das atividades propostas e a sexta seção apresentou as considerações finais desse estudo. Por fim, foram discriminadas as referências e acrescidos os apêndices desta pesquisa.

# 2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A fundamentação teórica desse estudo baseia-se na Teoria de Aprendizagem Significativa de David Paul Ausubel e na utilização de recursos tecnológicos para o ensino de Matemática.

## 2.1 Teoria da Aprendizagem Significativa

A Teoria da Aprendizagem Significativa foi apresentada em 1963, por David Paul Ausubel, “[...] como um processo de assimilação substantiva e não arbitrária do que se aprende a uma componente especificamente relevante da estrutura cognitiva” (VALADARES, 2011, p. 37). Para Moreira e Masini (1982), essa teoria é *construto* cognitivista, pois contraria as ideias behavioristas, criticando o fato que o comportamento observável é um objeto de estudo no processo de aprendizagem. Valadares (2011) classifica-a como uma teoria construtivista, pois

> [...] nela se defende que o sujeito é o elemento estruturante do seu próprio conhecimento e que o processo de aprendizagem significativa é um processo construtivo e reconstrutivo em que pelo menos a mente do sujeito tem de estar ativa de modo a desenvolver o processo por vezes penoso de associar bem o novo conhecimento a ideias subsunçoras da sua estrutura cognitiva. (p. 40)

Moreira (2003, p. 2) ressalta que esse processo de aprendizagem ocorre quando novos conhecimentos, sejam eles, conceitos, modelos, fórmulas, proposições, dentre outros, passam a significar algo para o aluno, quando o mesmo “[...] é capaz de explicar situações com suas próprias palavras, quando é capaz de resolver problemas novos, enfim, quando compreende”. Além disso, a aprendizagem não depende apenas da instrução do professor ou da repetição do aluno, mas sim de um processo de interação. Logo, é no decorrer da aprendizagem que o “[...] significado lógico do material de aprendizagem se transforma em significado psicológico para o sujeito” (MOREIRA, 2011, p. 26).

Ausubel (2003, p. 1) sugere que existam duas condições necessárias para que ocorra uma aprendizagem significativa:

> [...] (1) que o próprio material de aprendizagem possa estar relacionado de forma não arbitrária (plausível, sensível e não aleatória) e não literal com qualquer estrutura cognitiva apropriada e relevante [...] e (2) que a estrutura cognitiva particular do aprendiz contenha ideias ancoradas relevantes, com as quais se possa relacionar o novo material.

Conforme o autor, a interação entre os novos significados e as ideias relevantes na estrutura cognitiva do estudante pode originar significados verdadeiros e/ou psicológicos.

Nesse processo, o estudante assume a responsabilidade pela própria aprendizagem, quando, aceita aprender ativamente, para compreender o que lhe é ensinado, integrando os conhecimentos que já possui, perguntando sobre o que não compreende e não deixando de se esforçar para aprender (AUSUBEL, 2003).

Moreira e Masini (1982) ressaltam que o processo de integração de conhecimentos também depende da aprendizagem mecânica, pois é nesse processo que o aprendiz adquire novas informações de um determinado conceito ou área de conhecimento que não lhe é conhecida. Desse modo, a aprendizagem mecânica ocorre até o momento "[...] que alguns elementos de conhecimento, relevantes a novas informações na mesma área, existam na estrutura cognitiva e possam servir de subsunçores, ainda que pouco elaborados" (MOREIRA; MASINI, 1982, p. 10). Vale ressaltar que a aprendizagem mecânica e a aprendizagem significativa não constituem uma dicotomia, ou seja, a aprendizagem não é mecânica ou significativa, pelo contrário, as duas podem fazer parte de um mesmo contínuo, ou seja, "[...] se há uma zona cinza entre elas, não se deve pensar que a aprendizagem mecânica é necessariamente ruim. Em contrapartida, não se deve, no ensino, estimular a aprendizagem mecânica" (MASINI; MOREIRA, 2008, p. 24).

Após o processo de integração, os conceitos *subsunçores*[2] ficam cada vez mais complexos e conseguem "ancorar" novos conhecimentos. Nesse momento, o aprendiz utiliza *organizadores prévios* ou *iniciais,* o que o leva ao desenvolvimento de conceitos subsunçores, facilitando a aprendizagem posterior. Para Ausubel (2003, p. 167), os organizadores "[...] fornecem ancoragem a um nível global, antes de o aprendiz ser confrontado com *qualquer* material novo", ou seja, podem ser comparados a materiais introdutórios que são apresentados ao indivíduo antes do conteúdo a ser aprendido.

Ausubel, Novak e Hanesian (1980, p. 34) descrevem que "a essência do processo de aprendizagem significativa é que as ideias expressas simbolicamente são relacionadas às informações previamente adquiridas pelo aluno através de uma relação não arbitrária e substantiva (não literal)". Assim, uma relação não arbitrária e substantiva é caracterizada por um processo em que as ideias são associadas a aspectos relevantes para o aluno, que existem na estrutura cognitiva do mesmo. Imagens, símbolos, conceitos e proposições são exemplos dessas estruturas.

---

[2]Definidos por Masini e Moreira (2008) como conceitos, ideias, proposições e representações que servem para o aprendiz como âncoras para novos conhecimentos.

Ausubel (2003) propõe quatro princípios que podem facilitar a organização programática da aprendizagem significativa. O primeiro, refere-se ao processo de *diferenciação progressiva,* que busca a "[...] assimilação sequencial de novos significados, a partir de sucessivas exposições a novos materiais potencialmente significativos" (Ibid. 2003, p. 106). Por meio do aperfeiçoamento desse processo, espera-se que o aprendiz melhore a sua capacidade de ancorar aprendizagens significativas posteriores.

Por exemplo, em sala de aula sugere-se apresentar os conceitos mais abrangentes de certo conteúdo no início da(s) atividade(s), de modo que seja possível diferenciar progressivamente os detalhes e as suas especificidades. Nesse estudo, essa apresentação deu-se a partir de alguns questionamentos sobre o conceito de matriz e a utilização de tecnologias no ensino de Matemática, seguida da apresentação das operações e propriedades do conteúdo de matrizes. Por meio das respostas dos estudantes, foi possível reestruturar as atividades voltadas as aplicações matriciais de acordo com os interesses dos participantes.

O segundo princípio ausubeliano, intitulado *reconciliação integradora,* define-se como um processo pelo qual o aprendiz consegue delinear as principais discrepâncias e semelhanças entre os novos conceitos a serem apreendidos (AUSUBEL, 2003). Em outras palavras, esse princípio

> [...] baseia-se no pressuposto de que, se as características ideárias de distinção da nova tarefa de aprendizagem não forem originalmente proeminentes, ou prontamente discrimináveis das ideias ancoradas na estrutura cognitiva, não só manifestam, inicialmente, pouca força de dissociabilidade, como também a perdem muito rapidamente, pois estas novas ideias podem representar-se, de forma adequada, pelas que estão mais estabelecidas, para fins de memória. Por outras palavras, pressupõe-se que apenas as variantes categóricas discrimináveis de ideias anteriormente apreendidas possuem potencialidades de retenção a longo prazo (Ibid., p. 170)

O terceiro refere-se ao princípio de *organização sequencial*, que consiste no processo de sequenciar os conceitos de modo linear e coerente, considerando-se que a compreensão de um conceito depende de sua relação com outros conhecimentos prévios. Para Ausubel (2003) a organização sequencial pode ser muito eficaz, pois cada conceito novo serve como uma função para as aprendizagens posteriores, considerando que o conhecimento antecedente esteja consolidado na estrutura cognitiva do estudante.

O quarto princípio, de *consolidação*, visa à verificação da aprendizagem para que seja possível apresentar novas informações, assegurando "[...] uma prontidão contínua de matérias e um êxito na aprendizagem sequencialmente organizada" (AUSUBEL, 2003, p. 172). Desse modo, a consolidação é necessária para garantir que a apresentação de um novo material só ocorra depois que seja possível dominar os passos anteriores, propostos nas demais atividades.

Com base nesses pressupostos, percebe-se que a Teoria da Aprendizagem Significativa dispõe de princípios e estratégias que podem facilitar a aprendizagem em sala de aula. Ressalta-se que esses princípios não são receitas para facilitar a aprendizagem, mas estratégias que contribuem para um ensino voltado a este tipo de abordagem significativa (MASINI; MOREIRA, 2008). Para tanto, ao sistematizar estes princípios deve-se tomar cuidado em relação a outras variáveis encontradas em sala de aula, como a pré-disposição dos alunos, as peculiaridades da turma, o envolvimento da mesma com a disciplina, dentre outros fatores que podem potencializar ou minimizar a aprendizagem.

## 2.2 O uso de tecnologias no Ensino de Matemática

Conforme as Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica, o currículo do Ensino Médio deve garantir ações que promovam “a educação tecnológica básica” e o “[...] domínio dos princípios científicos e tecnológicos que presidem a produção moderna” (BRASIL, 2013, p. 197). Portanto, espera-se que a escola, enquanto instituição formadora de sujeitos, valorize a Ciência e a Tecnologia em todos os níveis de ensino, buscando a ampliação dos conhecimentos, para o exercício da cidadania (BRASIL, 2013).

A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (BRASIL, 1996) criada pelo Ministério da Educação, propôs desafios aos professores da Educação Básica no que diz respeito à prática pedagógica no Ensino Médio. Conforme esse documento, espera-se que esta etapa da Educação Básica tenha como finalidades:

> I – a consolidação e o aprofundamento dos conhecimentos adquiridos no ensino fundamental, possibilitando o prosseguimento de estudos;
> II – a preparação básica para o trabalho e a cidadania do educando, para continuar aprendendo, de modo a ser capaz de se adaptar com flexibilidade a novas condições de ocupação ou aperfeiçoamento posteriores;
> III – o aprimoramento do educando como pessoa humana, incluindo a formação ética e o desenvolvimento da autonomia intelectual e do pensamento crítico;
> IV – a compreensão dos fundamentos científico-tecnológicos dos processos produtivos, relacionando a teoria com a prática, no ensino de cada disciplina (BRASIL, 1996, s.n.).

Com isso, destaca-se a importância da formação tecnológica dos discentes da Educação Básica para que seja possível articular, em sala de aula, os conhecimentos científicos à realidade digital. Esse processo não ocorre de modo trivial, pois depende de outras variáveis que envolvem os processos de ensino e de aprendizagem. Uma delas diz respeito à discussão sobre a inserção das tecnologias na educação, por parte dos professores. Borba (1999) ressalta que esse movimento tem levantado diversos questionamentos, dentre eles preocupações relativas ao papel do docente e das tecnologias em sala de aula, assim como as novas dinâmicas estabelecidas nesse ambiente.

Nesse mesmo viés, Gravina e Santarosa (1998, s.n.) apontam que a mudança de paradigma (sic) em relação à utilização de tecnologias na educação implica a tomada de um posicionamento crítico e cauteloso, pois

> A informática por si só não garante essa mudança, e muitas vezes se pode ser enganado pelo visual atrativo dos recursos tecnológicos que são oferecidos, mas os quais simplesmente reforçam as mesmas características do modelo de escola que privilegia a transmissão do conhecimento.

Para Valente (1999), o computador pode ser utilizado na educação por meio de duas perspectivas. A primeira refere-se ao uso do computador como máquina de ensinar, onde se pretende "computadorizar" os métodos tradicionais de ensino. Das possibilidades desta categoria, ressaltam-se os tutoriais, os programas de exercício e prática, os jogos e as simulações. A segunda representa o uso do computador como uma ferramenta educacional, na qual o recurso tecnológico não é visto como um instrumento que ensina o aluno, mas como uma "[...] ferramenta com a qual o aluno desenvolve algo, e, portanto, o aprendizado ocorre pelo fato de estar executando uma tarefa por intermédio do computador" (VALENTE, 1993, p. 4). Essa segunda forma de utilização é caracterizada por:

- Elaboração de textos em processadores de texto;
- Resolução e representação de problemas em linguagens de programação;
- Pesquisa e/ou elaboração de banco de dados;
- Controle de processos em tempo real, em experimentos de laboratórios de Física ou Química;
- Produção de música;
- Comunicação e uso da rede de computadores;
- Controle administrativo de classes e alunos.

Para o autor, as duas modalidades de utilização possuem diferentes interesses educacionais. Logo, cabe ao professor optar por alguma perspectiva, de modo que seja possível associá-la à "[...] diversidade de variáveis que atuam no processo de ensino-aprendizagem" (VALENTE, 1993, p. 9). No que diz respeito ao ensino de Matemática, pode-se encontrar uma infinidade de recursos para a abordagem de conceitos matemáticos, potencializando o ensino dessa disciplina. Borba, Silva e Gadanidis (2015) ressaltam os *softwares* de Geometria Dinâmica, as linguagens de programação, os jogos matemáticos, os objetos virtuais de aprendizagem, *applets,* vídeos, dentre outras ferramentas.

Ao reconhecer as possibilidades, Maltempi (2008, p. 62) sugere que a inserção de recursos tecnológicos no ambiente escolar possibilita ao aluno reorganizar seu pensamento "[...]

de modo a modificar a Matemática que é produzida pelo coletivo professor-aluno-tecnologia". Mas para que isso ocorra, deve-se reconhecer que as "[...] tecnologias não são neutras ao pensamento" e que "[...] a produção de conhecimento matemático é condicionada pela mídia utilizada" (BORBA; SILVA; GADNIDIS, 2015, p. 40). Nessa perspectiva, os autores sugerem o termo metafórico "seres-humanos-com-mídias" para descrever a dependência entre o desenvolvimento do pensamento matemático e uso da tecnologia na representação ou resolução de algum problema proposto.

As principais ideias relacionadas a esta noção descrevem que: o surgimento de novas tecnologias permite a exploração de diferentes problemas matemáticos; os problemas resolvidos com lápis e papel podem "perder seu sentido", tornando-se triviais ao serem resolvidos em um *software*; o uso domesticado das tecnologias pode limitar os problemas e o desenvolvimento de atividades investigativas; além de considerar que as tecnologias transformam o conhecimento matemático, pois "[...] ao propor, atuar ou investigar um cenário pedagógico, enfocamos o pensar-com-tecnologias" (BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2015, p. 40-41).

Ainda sobre tecnologias no ensino de Matemática, se reconhecem diferentes propostas para a sua utilização, mas nessa pesquisa foram enfatizados alguns *softwares* educacionais que, para Lima (2006), permitem diversificar a abordagem dos conceitos matemáticos em sala de aula.

Cano (2001, p. 169) descreve um *software* educacional como um "[...] conjunto de recursos informáticos projetados com a intenção de serem usados em contextos de ensino e de aprendizagem". Para a autora, esse recurso pode ser utilizado com finalidades distintas, desde a aquisição de conceitos matemáticos até a resolução de problemas e desenvolvimento de habilidades. Nesse sentido, cabe ao professor avaliar os *softwares* disponíveis e optar por uma ferramenta que se adeque ao planejamento pedagógico e às necessidades da sua turma. Para tanto, Lima (2006, s.n.) ressalta que

> Há necessidade de pensar o ambiente informatizado de forma criativa e crítica, elevando-se a qualidade da produção a partir da possibilidade de acesso a múltiplas culturas e à participação em discussões abertas com os alunos, proporcionando uma maior autonomia e consciência.

Na mesma perspectiva, Carneiro e Passos (2014, p. 101) sublinham que ao utilizarmos tecnologias, podemos promover mudanças no ato de ensinar e de aprender, mas para que isso ocorra, "[...] os professores precisam compreender e ter clareza das possibilidades e também dos limites das tecnologias". Ponte (2000, p. 76) corrobora essa ideia, afirmando que

> [...] mais complicado do que aprender a usar este ou aquele programa, é encontrar formas produtivas e viáveis de integrar as TIC no processo de ensino-aprendizagem, no quadro dos currículos actuais e dentro dos condicionalismos existentes em cada escola. O professor, em suma, tem de ser um explorador capaz de perceber o que lhe pode interessar, e de aprender, por si só ou em conjunto com os colegas mais próximos, a tirar partido das respectivas potencialidades.

Com base nos pressupostos descritos até então, buscou-se encontrar recursos que possuíssem características significativas para serem utilizados em sala de aula, de acordo com o planejamento de cada professor. A escolha do *software,* aplicativo, extensão ou outro recurso pode ser baseada em diversos critérios, que são distintos para cada docente. Para Lima (2006, s.n.), essa grande variedade de recursos “[...] traz consigo uma série de questionamentos quanto a sua qualidade técnica e/ou pedagógica”, logo, cabe ao professor avaliar como essas ferramentas podem contribuir para o ensino da sua disciplina.

No desenvolvimento desse estudo, considerou-se o que foi descrito até então e optou-se pela utilização de dois *softwares* matemáticos: o *software* de Geometria Dinâmica *GeoGebra*, e o *software* de computação numérica *Scilab*. A escolha dessas ferramentas sustenta-se na sua gratuidade e na gama de funções definidas por ambos os *softwares* para a abordagem de conceitos matriciais.

## 2.3 O *software GeoGebra* no ensino de matrizes

O *GeoGebra* foi criado em 2001 por Markus Hohenwarter para a sua dissertação de Mestrado na Universidade de Salzburg – Áustria. Seu desenvolvimento teve continuidade até o pós-doutorado do criador, possibilitando a divulgação das potencialidades do *software* para as comunidades acadêmicas (BENTO *et. al.*, 2012). Sua sintaxe é baseada na linguagem de programação Java e sua distribuição é gratuita. Por esses e outros fatores o *GeoGebra* tornou-se um “[...] *software* de matemática dinâmica para todos os níveis de ensino que reúne Geometria, Álgebra, Planilha de Cálculo, Gráficos, Probabilidade, Estatística e Cálculos Simbólicos em um único pacote fácil de se usar” (GEOGEBRA, 2018). Além de estar disponível para *download* em computadores, o *GeoGebra* também pode ser instalado em dispositivos móveis ou acessado *online* no *site geogebra.org.*

Dentre as suas potencialidades para o ensino de Geometria e Álgebra, destacaram-se, no decorrer deste estudo, algumas funções disponíveis para o ensino de Matrizes, elencadas por pesquisadores brasileiros em artigos, teses e dissertações.

Por meio de uma busca no *Scholar Google*[3], a partir do termo *Geogebra e matrizes*, foram encontrados 191 resultados desde 2017, no que diz respeito a produções em português apontadas pelo site. Como critérios de busca para essa seleção, buscou-se por trabalhos que abordassem sugestões e/ou aplicações de atividades voltadas para o ensino de matrizes, na Educação Básica e no Ensino Superior. A partir da leitura dos resumos e das atividades desenvolvidas, foram selecionadas 11 produções acadêmicas, entre artigos, teses e dissertações que abordam a utilização do *software GeoGebra* para o ensino de conceitos matriciais. Para selecionar esses trabalhos, levou-se em consideração a elaboração e/ou a aplicação das atividades propostas e o como as mesmas estão relacionadas ao interesse da pesquisadora.

No Quadro 1 estão descritos os títulos dos trabalhos selecionados, seus respectivos autores, o ano e o local de publicação.

**Quadro 1: Produções acadêmicas encontradas no *Scholar Google* que abordam a utilização do *GeoGebra* e o ensino de matrizes**

| Autor(es) | Título | Tipo | Ano de publicação | Local de publicação |
|---|---|---|---|---|
| PEREIRA, D. P. F. | Transformações geométricas com aplicações no GeoGebra para o Ensino Médio | Dissertação | 2017 | UNICAMP, Campinas. |
| REAL, L. P. V. | Transformações geométricas: aplicação de matrizes na computação gráfica | Dissertação | 2017 | Centro Universitário Franciscano, Santa Maria. |
| OLIVEIRA, W. F. | Uma proposta para ampliar a perspectiva de professores e alunos em relação ao estudo de matrizes | Dissertação | 2017 | UNESP, Presidente Prudente |
| ANDRADE, J. J. | Registro de representação semiótica: conceitualização dos diversos tipos de soluções de sistemas lineares usando o software GeoGebra | Dissertação | 2018 | UFSC, Florianópolis. |
| BOCCARDO, M. E. | Sistemas lineares: aplicações e propostas de aula usando a metodologia de resolução de problemas e o software Geogebra | Dissertação | 2017 | UNESP, São José do Rio Preto |
| ARAÚJO, P. F. | Aplicações de criptografia no Ensino Médio | Dissertação | 2017 | UFV, Viçosa. |

---

[3] Realizada em março de 2019.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| GOMES, E.; BIANCHINI, B. L.; LIMA, G. L. | Uma proposta de utilização da *team based learning* na formação de professores de matemática | Artigo | Jan./jun. 2017 | International Journal on Active Learning, Rio de Janeiro |
| SILVA, R. S.; BARONE, D. A. C.; BASSO, M. V. A. | Cadeias de Markov e tecnologias digitais: reflexões sobre a construção de conhecimentos dos discentes em licenciatura em Matemática | Artigo | Jul./set. 2018 | Revista Ciência & Educação, Bauru. |
| POLONI, H. L. | Sistemas lineares, aplicações e representação gráfica | Dissertação | 2018 | UNICAMP, Campinas. |
| BRASIL, G. L. | Programação Linear: uma possível abordagem no ensino médio | Dissertação | 2018 | UFA, Manaus. |
| KRIPKA, R. M. L. | Uso de tecnologias digitais no ensino e na aprendizagem de álgebra linear na perspectiva das teorias da aprendizagem significativa e dos registros de representação semiótica | Tese | 2018 | PUCRS, Porto Alegre. |

Fonte: Elaborado pela autora

Dos resultados, foi possível verificar que, Pereira (2017) propos em sua dissertação, tutoriais de transformações geométricas para o Ensino Médio com a utilização do *software GeoGebra*. Ele descreveu uma sequência didática com dez atividades que abordaram a construção de matrizes e suas operações, as aplicações de matrizes em um ponto, os processos de translação, dilatação, contração e rotação em torno de um ponto, além da simulação de um braço robótico no plano e no espaço. As atividades foram desenvolvidas fora do horário regular de aula, sem a presença do professor. Como resultado, o autor descreveu que os estudantes que participaram dessa atividade relataram dificuldades com o *GeoGebra*, mas reconheceram o seu potencial. Com isso, o autor ressaltou que ao proporcionar a visualização de objetos a partir de um *software* de geometria dinâmica em duas ou três dimensões pode-se encontrar novas maneiras para compreender o conhecimento matemático, tornando as aulas de Matemática mais interessantes e interativas.

Real (2017), em sua dissertação, sublinha que o *software GeoGebra* é uma ferramenta de fácil navegação e que permite ao usuário a compreensão das construções geométricas desenvolvidas, “[...] assegurando-lhes os conhecimentos já adquiridos em sala de aula e a promover novas descobertas” (Ibid., p. 23). Nesse estudo, a autora buscou analisar as contribuições da abordagem de conceitos sobre transformações geométricas na computação gráfica visando o ensino das operações matriciais. Para isso, foram descritas as operações de reflexão, escala, translação e rotação, assim como sua presença nos livros didáticos do Ensino Médio e nas produções acadêmicas que abordam essa temática. A partir disso foram desenvolvidas atividades que envolvem transformações geométricas com a construção de triângulos cujos vértices estão contidos no plano cartesiano.

Ainda sobre o *GeoGebra*, Oliveira (2017) enfatiza em seu trabalho, as potencialidades do *software,* desde a sua gratuidade até as funções disponíveis para a criação de vetores, matrizes, figuras tridimensionais, dentre outros fatores que tornam essa ferramenta de utilidade dinâmica para o ensino de Matemática. Com isso, propos sua utilização para o estudo de matrizes e transformações geométricas, permeando os conceitos de escala, reflexão, rotação, cisalhamento e translação, buscando despertar o interesse e a criatividade dos seus alunos.

Andrade (2018) descreve o *GeoGebra* como um programa matemático livre e de fácil manuseio, pois dentre as suas potencialidades o *software* dispõe de uma barra de menu que permite orientar o usuário de forma detalhada, ao simples passar do cursor do mouse sobre a função escolhida. Para o autor, ao utilizar essa ferramenta em sala de aula os professores se posicionam "[...] diante de um vasto campo de possibilidades para a realização de experimentos e práticas pedagógicas" (Ibid., p. 35) que seriam inviáveis sem esse recurso. Além disso, ele afirma que "a possibilidade do uso de novas tecnologias em sala de aula, um software ou qualquer objeto de aprendizagem pode mudar a orientação do ensino de matemática" (Ibid., p. 35). Para tanto, o autor propos a resolução de sistemas lineares a partir da sua forma matricial e suas respectivas representações geométricas em duas ou três dimensões. A partir disso, provocou a discussão das soluções dos sistemas lineares, questionando os participantes da pesquisa a partir de questões abertas sobre os casos trabalhados.

Boccardo (2017) discutiu a interpretação geométrica do conjunto solução de sistemas lineares com duas ou três incógnitas a partir de diferentes situações. Dentre elas, destaca-se a utilização do *GeoGebra* para a compreensão desses conceitos. O autor frisou a escolha desse *software* por ser uma ferramenta livre, de Matemática dinâmica, que está disponível para todos os níveis de ensino. Vale ressaltar que as atividades propostas nesse trabalho são direcionadas a alunos do 7º e 8º anos do ensino fundamental, portanto não abordam a representação matricial dos sistemas lineares, mas descrevem a interpretação geométrica que envolve esses conceitos.

Araújo (2017) apontou alguns métodos criptográficos que podem ser abordados no Ensino Médio com o intuito de despertar a curiosidade dos estudantes e mostrar a aplicabilidade dos conceitos matemáticos. A utilização do *software GeoGebra* é abordada nessa dissertação a partir da execução de comandos para a operação entre matrizes, a determinação de matrizes transpostas e inversas, assim como o cálculo de determinantes, mas não é voltada diretamente aos métodos indicados para a criptografia.

Gomes, Bianchini e Lima (2017) proporam atividades que abordam transformações lineares no plano cartesiano para professores de Matemática da Educação Básica e licenciandos em Matemática, com o intuito de mostrar a aplicabilidade dos conceitos matriciais abordados na educação básica. Para a resolução das atividades, os autores optaram pela utilização do *software GeoGebra,* que permitiu aos mesmos "[...] explorar aspectos relativos às representações de objetos matemáticos em diferentes registros" (GOMES; BIANCHINI; LIMA, 2017, p. 32). Com isso, foram atreladas à utilização das tecnologias digitais a abordagem de um conceito matemático dito como relevante aos futuros professores, na perspectiva dos autores, e a estratégia didática *Team Based Learning,* que pode apresentar potencialidades na superação de algumas dificuldades relacionadas a este conteúdo.

Silva, Barone e Basso (2018) expõem um recorte de uma pesquisa de doutorado que buscou investigar o processo de construção de conceitos matemáticos especificamente relacionados a Cadeias de Markov, a partir da utilização de tecnologias digitais. Conforme os autores, a cada mudança feita na tela do computador, como a variação de algum parâmetro estabelecido, os sujeitos podem reorganizar-se a partir de suas reflexões, promovendo "[...] o estabelecimento de novas abstrações que influenciaram a formação de novas hipóteses, as quais avançaram de modo dinâmico e interativo, promovendo a reorganização ou reestruturação do pensamento" (Ibid., p. 711).

Poloni (2018) concentrou seu estudo na abordagem gráfica e algébrica de sistemas lineares com duas e três incógnitas, com a utilização do *software GeoGebra.* O autor defende a sua utilização, pois essa ferramenta permite a realização de cálculos aritméticos e algébricos e a visualização de múltiplas representações gráficas. A partir disso, são descritas algumas atividades de resolução de sistemas com 2 ou 3 incógnitas a partir de roteiros e suas respectivas classificações.

Brasil (2018) descreveu a utilização da programação linear como uma possível abordagem para o Ensino Médio a partir da utilização do método simplex e método gráfico para a resolução de problemas de maximização. Nessa perspectiva, o autor sugeriu a utilização do *software GeoGebra* e do aplicativo *OR Simplex* para auxiliar na resolução dos problemas propostos. A escolha do *GeoGebra* sustenta-se na interface intuitiva e acessível, que possibilita a utilização em todos os níveis de ensino e na sua disponibilidade para *desktops*, *notebooks* e *smartphones*.

Kripka (2018), em sua tese, buscou analisar potencialidades e fragilidades relativas à utilização de recursos tecnológicos, em tarefas potencialmente significativas propostas pela autora durante os processos de ensino e de aprendizagem ocorridos na disciplina de Álgebra Linear. Como recursos utilizados, destaca-se o *software Geogebra,* a planilha *Excel,* o *software Matlab* e as geotecnologias, para a abordagem dos conceitos em questão. Essas ferramentas foram escolhidas por apresentarem ambientes apropriados para a resolução de problemas e por possuírem uma interface de fácil utilização (ibidem). Além disso, as soluções numéricas e algébricas podem ser exploradas por meio de representações gráficas e resoluções algébricas.

Pelos 11 trabalhos descritos, percebe-se que muitos autores utilizaram o *GeoGebra* para a abordagem de transformações geométricas em diferentes níveis de ensino. Além disso, alguns autores proporam a utilização desse *software* para criar diferentes registros sobre um mesmo conceito, explorando as soluções numéricas, algébricas e gráficas. A discussão da solução de sistemas lineares de duas ou três incógnitas também foi observada em alguns dos trabalhos citados.

No que se refere ao *software,* muitos autores ressaltaram que essa ferramenta é intuitiva e de fácil acesso, pois está disponível para *download* em diversas plataformas. Além disso, as funções disponíveis para explorar diferentes representações também foram apontadas como uma das potencialidades desse recurso.

Entretanto, acredita-se que essa ferramenta pode ser utilizada em diferentes níveis de ensino para explorar os aspectos gráficos, numéricos e algébricos. Por meio da visualização das diferentes representações, o usuário pode estabelecer relações entre os conceitos e reformular suas percepções sobre um mesmo conteúdo matemático.

Ao reconhecer algumas das potencialidades do *GeoGebra,* optou-se pela sua utilização no decorrer dessa dissertação, para abordar as transformações geométricas de escala, rotação e translação, baseando-se nas atividades propostas pelos autores citados anteriormente.

Para complementar esse estudo, também optou-se pela utilização do *software Scilab* para a construção e manipulação de imagens. Esse *software* será descrito no tópico a seguir, bem como alguns trabalhos que abordam a sua utilização para o ensino de conceitos matriciais.

## 2.4 O *software Scilab* no ensino de matrizes

A história do *Scilab*[4] inicia na década de 1980 com o *Blaise*, definido pela *Software Enterprises* como um *software* CACSD (*Computer Aided Control System Design*). Seu desenvolvimento iniciou no Instituto Francês de Pesquisa em Ciência da Computação e Controle e tinha como objetivo fornecer uma ferramenta de Controle Automático para pesquisadores, com uma estrutura baseada no *software Matlab* (SCILAB, 2018).

Desde então, o *software* passou por algumas atualizações e atualmente é financiado pelo *ESI Group*. O programa encontra-se na versão 6.0.2 e é disponibilizado gratuitamente para *download* para os sistemas operacionais Linux, Mac OS X e Windows. Esse *software* de computação numérica inclui inúmeras funções matemáticas, além de possuir uma linguagem de programação de alto nível que permite a construção de algoritmos e a visualização gráfica em duas ou três dimensões (SCILAB, 2018).

No que se refere ao ensino de Matemática, especialmente para o Ensino Médio, o *software* dispõe de ferramentas para a manipulação e resolução de números complexos, funções e equações exponenciais e logarítmicas, funções trigonométricas, matrizes, dentre outras.

Dentre as suas potencialidades para o ensino de Matemática destacaram-se, no decorrer desse estudo, algumas funções disponíveis para o ensino de Matrizes, elencadas por pesquisadores brasileiros em artigos, teses e dissertações.

Por meio de uma busca no *Scholar Google*[5], a partir do termo *Scilab e matrizes*, foram encontrados 69 resultados desde 2017, no que diz respeito a produções em português apontadas pelo site. Como critérios de busca para essa seleção, buscou-se por trabalhos que abordassem sugestões e/ou aplicações de atividades voltadas para o ensino de matrizes, na Educação Básica e no Ensino Superior. A partir da leitura dos resumos e das atividades desenvolvidas, foram selecionadas 4 produções acadêmicas, entre artigos e dissertações que abordam a utilização do *software Scilab* para o ensino de conceitos matriciais. Para selecionar esses trabalhos, levou-se em consideração a elaboração e/ou a aplicação das atividades propostas e o como as mesmas estão relacionadas ao interesse da pesquisadora.

No Quadro 2, estão descritos os títulos dos trabalhos selecionados, seus respectivos autores, o ano e o local de publicação.

---

[4] Disponível no *link* **https://www.scilab.org/en/scilab/history.**

[5] Realizada em março de 2019.

**Quadro 2: Produções acadêmicas encontradas no Scholar Google que abordam a utilização do *Scilab* e o ensino de matrizes**

| Autor(es) | Título | Tipo | Ano de publicação | Local de publicação |
|---|---|---|---|---|
| PINTO, M. R. | O Ensino de Álgebra Linear para engenharias utilizando o Scilab | Artigo | 2017 | Revista Internacional de Tecnologia, Ciencia y Sociedad. |
| LEITE, M.; ROCHA, C. R. M. | Aplicações práticas com Scilab – uma abordagem didática | Artigo | 2017 | Revista Profissão Docente [online]. |
| SILVA, M. H. V. | Uma abordagem de sistemas lineares usando o Maxima e o Scilab | Dissertação | 2017 | UFG, Goiânia. |
| COSTA, B. V. E. | A utilização do Scilab em aplicações de matrizes e sistemas lineares | Dissertação | 2017 | UFM, São Luís. |

Fonte: Elaborado pela autora

Pinto (2017) propos a utilização do *software Scilab* na abordagem dos conceitos da Álgebra Linear por meio de atividades que possuam um “equilíbrio” entre definições, teoremas e estruturas de comandos a serem executadas no *software.* Nessa perspectiva, o autor frisa que a ferramenta computacional é utilizada como um recurso auxiliar aos processos de ensino e de aprendizagem de Matemática, e que a mesma permite resolver cálculos extensos em poucos segundos, permitindo ao usuário dedicar o tempo de resolução à compreensão dos conceitos matemáticos envolvidos.

O autor sublinha a disponibilidade de diversas funções do *Scilab* voltadas às operações matriciais, dentre elas a determinação de matrizes transpostas, o cálculo de autovalores e autovetores, o cálculo de determinantes, o traço de uma matriz e a determinação de matrizes inversas. Por meio dessas funcionalidades é possível resolver um sistema de equações lineares, reescrevendo-os em sua forma matricial e utilizando as propriedades matriciais para a sua resolução.

Leite e Rocha (2017) descrevem o *Scilab* como uma ferramenta computacional numérica gratuita que representa uma possibilidade para a abordagem de conceitos vistos nos cursos de engenharia. Neste artigo, os autores proporam o cálculo de integrais definidas e a resolução de sistemas de equações lineares a partir de linhas de comandos executadas no *Scilab Console* e das suas respectivas visualizações na janela gráfica 2D.

Silva (2017) tratou, em sua dissertação, da utilização dos *softwares Scilab* e *Maxima* como possibilidades para o estudo de sistemas lineares. Nesse estudo, o *Scilab* foi utilizado para resolver sistemas possíveis e determinados, enquanto o *Maxima* foi utilizado para calcular determinantes de ordem superior a 3, além de resolver sistemas possíveis e indeterminados. O autor reconhece as potencialidades do *software Scilab* no ensino dos mais diversos conceitos matemáticos, mas enfatiza a gama de funções disponíveis para o cálculo numérico e a álgebra linear. Por tratar-se de um *software* livre, de código aberto, torna-se um ambiente de programação numérica muito eficaz para descrição e compreensão de fenômenos científicos que dependem de dados numéricos.

Costa (2017) apresentou algumas aplicações de conceitos matriciais e sistemas lineares com a utilização do *software Scilab* para auxiliar os cálculos de multiplicação de matrizes, matrizes inversas e escalonamentos, pelo método de Gauss-Jordan. Neste trabalho, a autora limitou a utilização da ferramenta às funções pré-definidas de manipulações de matrizes e sistemas lineares, dispensando qualquer programação numérica que poderia ser inserida nesse recurso. Mas, mesmo com essa restrição, a utilização do *software* tornou-se eficiente diante das dificuldades encontradas nas aplicações que envolvem cadeias de Markov, criptografia, Sistema de Posicionamento Global (GPS), circuitos elétricos, balanceamento de equações químicas e distribuição de temperatura.

Dos 4 trabalhos descritos, foi possível identificar que todos os autores proporam a utilização do *software Scilab* para a resolução de sistemas lineares e a visualização geométrica das suas respectivas soluções. Conforme os autores, esse *software* é caracterizado como uma ferramenta de programação que permite agilizar cálculos extensos, abordar diversos conceitos, e analisar fenômenos que dependem de dados numéricos.

Também pode-se observar que o *Scilab* é uma ferramenta de grande potencial, que dispõe aos seus usuários inúmeras funções pré-definidas, além de permitir a programação de outras funções desejadas em uma linguagem acessível. Por ser um *software* gratuito e de código aberto, o *Scilab* pode ser utilizado em diferentes contextos e níveis de ensino, o que justifica a escolha dessa ferramenta para a elaboração da proposta de ensino dessa dissertação.

# 3. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo, são apresentados os procedimentos e métodos que orientaram esse estudo. São expostos alguns apontamentos da abordagem qualitativa pelo viés do estudo de caso, na perspectiva de Yin (2015) e Lüdke e André (2013), além das etapas desenvolvidas nessa pesquisa. Em seguida, é apresentado o método de Análise de Conteúdo, utilizado para constituir uma parte da análise dos dados obtidos.

## 3.1. Abordagem qualitativa

Para Lüdke e André (2013, p. 6) o fenômeno educacional situa-se dentro de um contexto social e de uma realidade histórica que sofre diversas modificações. Para isso, surge como desafio à pesquisa educacional a tentativa de "[...] captar essa realidade dinâmica e complexa do seu objeto de estudo, em sua realização histórica". Essa compreensão depende de uma série de fatores que o pesquisador deve analisar, de modo que se torne possível compreender os significados que seus participantes atribuem à determinada tarefa, observação ou percepção.

A preocupação com os significados ou com os processos desenvolvidos durante a pesquisa é um dos cinco fatores elencados por Bogdan e Biklen (1994) sobre a pesquisa qualitativa. Para os autores: 1) a pesquisa qualitativa utiliza o ambiente do sujeito como a fonte direta de dados e o pesquisador é visto como o principal instrumento; 2) os dados coletados são, em sua maioria, descritivos; 3) a preocupação com o processo é maior do que com o produto; 4) as abstrações são construídas por meio da análise de dados particulares que vão agrupando-se progressivamente; 5) o significado atribuído pelas pessoas é o foco de atenção do pesquisador, ou seja, o pesquisador preocupa-se com as *perspectivas dos participantes.*

Com base nesses fatores podemos compreender a pesquisa qualitativa como um método que se preocupa com o processo e não apenas com o produto. Ou seja, as perspectivas dos participantes da pesquisa são elementos de grande valia para a análise, pois a partir delas podem-se destacar os diferentes pontos de vista sobre as atividades ou reflexões propostas.

Dentre as várias formas que a pesquisa qualitativa pode assumir, destaca-se a abordagem de estudo de caso, que conforme Yin (2015, p. 17) é uma investigação empírica que "investiga um fenômeno contemporâneo (o 'caso') em profundidade e em seu contexto de mundo real [...]". Na concepção de Lüdke e André (2013, p. 20),

> O estudo de caso é o estudo de *um* caso, seja ele simples e específico, como o de uma professora competente de uma escola pública, ou complexo e abstrato, como o das classes de alfabetização (CA) ou o do ensino noturno. O caso é sempre bem delimitado, devendo ter seus contornos claramente definidos no desenrolar do estudo. O caso pode ser similar a outros, mas é ao mesmo tempo distinto, pois tem um interesse próprio, singular.

Para as autoras, esse tipo de abordagem visa à descoberta de algo por parte do pesquisador. Mesmo partindo de pressupostos iniciais, o mesmo procura se manter atento a novas situações e elementos que possam emergir no decorrer do estudo. Além disso, o contexto em que a pesquisa está inserida é fundamental para o andamento do estudo. Ao levar em conta o contexto em que o objeto de pesquisa se situa o pesquisador pode compreender melhor as ações e percepções, relacionando-as "[...] à situação específica onde ocorrem ou à problemática determinada a que estão ligadas" (LÜDKE; ANDRÉ, 2013, p. 21-22).

Outros elementos destacam-se nessa abordagem, como por exemplo a retratação da realidade, a variedade das fontes de informação, a revelação de experiências, a representação dos diferentes pontos de vista (mesmo que divergentes aos do próprio pesquisador), a utilização de uma linguagem mais acessível, dentre outros aspectos que podem ser observados em uma pesquisa dessa natureza (Ibid., 2013).

## 3.2 Descrições do local e participantes da pesquisa

A pesquisa foi desenvolvida no primeiro semestre de 2019 em um colégio do interior do Rio Grande do Sul. O município no qual essa pesquisa foi desenvolvida, tem aproximadamente 115000[6] habitantes e uma densidade demográfica de aproximadamente 280 habitantes por quilometro quadrado. Nesse município, existem 8 escolas públicas de Ensino médio e 5 escolas particulares que ofertam esse nível de ensino. A escola no qual a pesquisadora atua, possui aproximadamente 60 estudantes nas três séries do Ensino Médio, e dessas turmas, optou-se por trabalhar com 19 estudantes da 3ª série.

O motivo pelo qual essa turma foi escolhida, deve-se ao fato que nesse colégio, o conteúdo programado para a terceira série é uma revisão do que foi apresentado na primeira e na segunda série. Ou seja, todos os participantes envolvidos haviam visto o conteúdo de matrizes no anterior.

[6] Fonte: Wikipédia (2020).

Dos participantes, foi possível identificar pela análise do questionário inicial (conforme item 5.1 da seção “Análise e discussão dos dados”) que 13 eram do sexo feminino e 6 do sexo masculino. Conforme as respostas obtidas nesse instrumento, foi possível observar que apenas 3 alunos estavam trabalhando, enquanto os demais dedicavam-se aos estudos tanto na escola quanto em cursos pré-vestibulares. As idades desses participantes variaram entre 17 e 18 anos.

### 3.3 Instrumentos de coleta de dados

Para a realização desta pesquisa optou-se pela aplicação de 4 questionários com questões abertas e fechadas, que foram aplicados em momentos distintos, além de uma sequência de atividades desenvolvidas nos *softwares Scilab* e *GeoGebra* (Apêndices B, C e D).

Em um primeiro momento, foram aplicados 3 questionários visando à obtenção: de representações simplificadas do conceito de matriz, da percepção da utilização de tecnologias digitais nas aulas de Matemática e da caracterização do público-alvo dessa pesquisa.

Ao final de cada atividade proposta, foram dispostas algumas perguntas sobre o desenvolvimento das mesmas. Por fim, foi entregue um questionário final, para verificar como a utilização de tecnologias no desenvolvimento dessa proposta contribuiu para a compreensão dos conceitos, na percepção dos participantes.

Os dados obtidos por esses instrumentos foram organizados em arquivos digitais, nos quais foram separadas as respostas às perguntas fechadas e perguntas abertas, para analisá-las separadamente. Conforme Gil (2008, p. 122) as questões abertas possibilitam uma “[...] ampla liberdade de resposta”, enquanto as perguntas fechadas caracterizam-se pela uniformidade das respostas obtidas, pois dependem de uma alternativa ou situação.

Após a separação das respostas dos estudantes delimitou-se o *corpus* do texto. Em seguida, iniciou-se a codificação do texto em unidades, o que caracteriza o processo inicial da análise, descrito por Moraes (1999) como a *preparação das informações.* A partir dos dados, buscou-se investigar as percepções dos participantes antes, durante e após o desenvolvimento da proposta de ensino para o ensino de matrizes.

### 3.4 Método de análise de dados

Dentre as diversas técnicas de organização e análise de dados presentes na pesquisa qualitativa optou-se pela utilização do método Análise de Conteúdo, que é apresentado a seguir, por meio da sua descrição e seus procedimentos.

### *3.4.1 Descrição do método*

O método de Análise de Conteúdo é descrito por Bardin (2004) como um conjunto de regras e técnicas que se aplicam a conteúdos emitidos no processo de comunicação, sejam eles expressos por textos ou falas. Nesse processo, busca-se obter a descrição do conteúdo das mensagens por meio de indicadores qualitativos e/ou quantitativos, que permitam a inferência dos conhecimentos presentes nessas mensagens.

Oliveira (2008, p. 570) ressalta que esse método permite o acesso a diversos conteúdos explícitos (ou não) que se encontram em um determinado texto e que podem ser expressos na

> [...] axiologia subjacente ao texto analisado; implicação do contexto político nos discursos; exploração da moralidade de dada época; análise das representações sociais sobre determinado objeto; inconsciente coletivo em determinado tema; repertório semântico ou sintático de determinado grupo social ou profissional; análise da comunicação cotidiana, seja ela verbal ou escrita, entre outros.

Nessa perspectiva, a Análise de Conteúdo constitui-se em um recurso metodológico que pode ser aplicado visando a diversos objetivos, pois, "[...] tudo o que pode ser transformado em texto é passível de ser analisado com a aplicação desta técnica ou método" (OLIVEIRA, 2008, p. 570). Ao aplicar esse método o pesquisador busca explicar e sistematizar o conteúdo dos materiais analisados e o significado dos mesmos, tendo como referência quem o emitiu e o contexto em que a mensagem foi emitida (OLIVEIRA; ENS; ANDRADE; MUSSIS, 2003).

Bardin (2004) ressalta que o método Análise de Conteúdo pode ser aplicado tanto em investigações qualitativas quanto em pesquisas quantitativas, desde que os processos de aplicação sejam diferentes. A abordagem quantitativa baseia-se na *frequência* com que aparecem certas características do conteúdo, enquanto a abordagem qualitativa recorre à presença (ou à ausência) de certos conteúdos nos materiais analisados. Esse processo, conforme a autora, é mais intuitivo, maleável e adaptável a índices não previstos, pois pode funcionar em *corpus* reduzidos, estabelecendo categorias discriminadas. Em suma, o que caracteriza a Análise de Conteúdo de caráter qualitativo é o fato de que as inferências feitas a partir dos dados baseiam-se na presença do tema, da palavra ou de qualquer outro índice, e não na frequência de sua aparição.

### *3.4.2 Procedimentos de análise*

Optou-se por utilizar, como procedimentos de análise desse estudo, os pressupostos de Moraes (1999) no que se refere ao desenvolvimento de uma análise qualitativa. Vale ressaltar que sua concepção de Análise de Conteúdo baseia-se no que é proposto por Bardin (2004), mas diferencia-se em alguns aspectos, principalmente na constituição das categorias. O método proposto por Moraes (ibidem) constitui-se de cinco etapas definidas pela (1) preparação das informações, (2) unitarização do conteúdo, (3) categorização ou classificação das unidades, (4) descrição e (5) interpretação.

A primeira etapa da análise consiste na preparação dos dados. Nesse momento, busca-se identificar as amostras obtidas com o intuito de codificá-las, estabelecendo códigos para a identificação de cada elemento dos documentos analisados. A codificação pode ser estabelecida com números e/ou letras, que permitam ao pesquisador retornar a um documento específico quando achar necessário.

Após a codificação, inicia-se o processo de unitarização, que visa à releitura cuidadosa dos materiais para definir as *unidades de análise,* que também podem ser nomeadas de unidades de registro ou de significado. A unidade, para o autor, é "[...] o elemento unitário de conteúdo a ser submetido posteriormente à classificação" (MORAES, 1999, p. 5). A natureza de cada unidade será definida pelo próprio pesquisador, e pode ser descrita por temas, palavras ou frases. Nesse processo, torna-se necessário reescrever ou reelaborar as unidades isoladas, visando à compreensão das mesmas fora do contexto original em que estavam submetidas, pois cada unidade deve ter um significado completo em si mesma.

Após a identificação das unidades inicia-se o processo de categorização, que consiste em agrupar os dados por meio de suas semelhanças. Moraes (1999) ressalta que a classificação pode ser feita por semelhanças ou analogias, conforme os critérios estabelecidos previamente pelo pesquisador ou definidos durante o processo de análise. As categorias serão constituídas por verbos, adjetivos, substantivos ou temas em geral, e podem ser definidas *a priori* ou emergir durante a análise.

O processo de categorização pode ser realizado em três etapas, onde são descritas as categorias iniciais, intermediárias e finais. Conforme Moraes (1999) as categorias obtidas em um primeiro momento geralmente são mais numerosas, precisas e homogêneas, mas podem ser reagrupadas progressivamente, tornando-as menos homogêneas, em menores frequências e mais abrangentes, sendo descritas por categorias intermediárias e, em seguida, por categorias finais.

Ao término da categorização chega-se ao processo de descrição da análise, onde é comunicado o resultado da pesquisa. Como se trata de uma pesquisa qualitativa, considerou-se que para cada uma das categorias finais deve ser produzido um texto que expresse o conjunto dos significados presentes nas unidades de registro que estão contidas naquela categoria (MORAES, 1999).

Por fim, inicia-se o processo de interpretação, onde se instala o processo de compreensão de modo mais aprofundado dos conteúdos expressos no material de análise. Nesse momento, o pesquisador "[...] exercita com maior profundidade este esforço de interpretação e o faz não só sobre conteúdos manifestos pelos autores, como também sobre os latentes, sejam eles ocultados consciente ou inconscientemente pelos autores" (MORAES, 1999, p. 9-10).

# 4. SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES

O objetivo desta sequência consiste em compreender as percepções dos participantes, alunos do Ensino Médio, sobre a utilização de tecnologias digitais no ensino de matrizes. A elaboração da mesma fundamenta-se na teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel (1963) tendo em vista a abordagem dos conceitos matriciais em uma sequência linear: dos mais gerais para os mais específicos.

A sequência foi estruturada a partir das seguintes atividades, disponíveis nos Apêndices A, B, C, D e E.

1. Aplicação de três questionários iniciais, visando à obtenção de representações simplificadas do conceito de matriz, da percepção da utilização de tecnologias digitais nas aulas de Matemática e da descrição do público-alvo dessa pesquisa.
2. Operações e propriedades envolvendo matrizes no *software Scilab*; construção de imagens no *software Scilab* (definição, classificação, adição, subtração, multiplicação por um escalar), matrizes transpostas e exercícios de vestibulares que envolvem essas operações.
3. Produto entre matrizes: compreensão geométrica com o *software GeoGebra* por meio de rotações, translações e mudanças de escala.
4. Aplicação de um questionário final: descrição das percepções.

## 4.1 Atividade 1: Questionários iniciais: identificação dos participantes, identificação dos conhecimentos prévios e percepções sobre tecnologias digitais

Ao iniciar essa sequência de atividades pretendeu-se identificar, por meio de um questionário com questões abertas, quais seriam os conhecimentos prévios dos alunos acerca do conceito de matriz. A justificativa dessa escolha sustentou-se nas palavras de Ausubel (2003, p. 121), que ressalta que os conhecimentos prévios fornecem ideias “[...] relevantes para a incorporação inicial e a interação com as ideias logicamente significativas do material de instrução”, possibilitando a emergência de novos significados.

Desse modo, foram estruturadas três questões abertas para que os participantes pudessem descrever seus conhecimentos prévios e suas percepções sobre o conteúdo em questão. A partir das respostas obtidas, as atividades foram repensadas para aproximar as percepções dos alunos aos conceitos que seriam, posteriormente, abordados com a utilização de tecnologias digitais.

Nessa mesma atividade foi proposto aos alunos um segundo questionário com três questões abertas, que buscou compreender qual seria a percepção inicial dos estudantes sobre a utilização de tecnologias digitais no ensino de Matemática, para averiguar como a utilização de tecnologias contribuiu para a compreensão dos conceitos matriciais. O terceiro questionário possui 10 questões para a identificação dos participantes, de modo que se tornasse possível caracterizar o público alvo, a partir das respostas obtidas.

### 4.2 Atividade 2: Operações no *software Scilab* – execução e construção de imagens

A segunda atividade dessa sequência aborda operações e propriedades matriciais a partir da execução de algumas funções disponíveis no *software Scilab*. Por meio da exploração de alguns comandos e suas respectivas estruturas de execução, pretendeu-se construir com os alunos, alguns roteiros que abordam essas propriedades e as devidas condições para que as mesmas possam ser executadas, ressaltando as definições matemáticas abordadas em sala de aula em um momento anterior a este, mas posterior à aplicação dos questionários iniciais.

Nesse momento foi importante a pesquisadora conhecer a ferramenta que foi utilizada, assim como estar disposto a “sair da sua zona de conforto” (BORBA; PENTEADO, 2016), pois um erro de síntese ou de estruturação poderia alterar a execução dos comandos ou gerar erros no *software* em questão, alterando resultados e provocando dúvidas. Com isso, acredita-se que “[...] ao adentrarmos um ambiente informático, temos que nos disponibilizar a lidar com situações imprevisíveis. Algumas delas envolvem uma familiaridade maior com o *software* enquanto outras podem ser relacionadas com o conteúdo matemático [...]” (BORBA; PENTEADO, 2016, p. 63).

Após a abordagem dos conceitos iniciais esperou-se que os participantes da pesquisa compreendessem a definição de uma imagem, associando-a à representação de uma matriz. Para tanto, foram definidos alguns conceitos necessários e, em seguida, sugeridas algumas atividades que envolveram a composição de *pixels* e a adição de imagens de mesma ordem, ou mesmo tamanho.

Para Silva (2014, p. 13), uma imagem digital pode ser considerada uma “[...] função bidimensional $f: \mathbb{Z}^2 \rightarrow \mathrm{U}\ (\mathrm{U} \subset \mathbb{N})$ de intensidade da luz $f(x, y)$, onde $x$ e $y$ denotam as coordenadas espaciais e o valor de $f$ em qualquer ponto $(x, y)$ é proporcional ao brilho da imagem naquele ponto”. Além disso, uma imagem também pode ser descrita como uma matriz cujos coeficientes referentes às linhas e colunas identificam pontos distintos na imagem, correspondendo aos valores dos elementos da matriz, que indicam a pigmentação atribuída àquele ponto. As imagens podem ser binárias, ou seja, atribui-se nas entradas na matriz, a cor preta e/ou branca; ou podem estar constituídas por escalas de cores. Os elementos dessa matriz, que compõem uma imagem são chamados de *picture elements*, ou, de modo abreviado, *pixels*.

Em suma, pode-se representar uma imagem digital por meio de uma matriz M de ordem *x,y* com *x* linhas e *y* colunas, em que cada elemento $m_{x,y}$ representa um *pixel* da matriz M.

$$M = f(x,y) = \begin{bmatrix} i_{11} & \cdots & i_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ i_{m1} & \cdots & i_{mn} \end{bmatrix}$$

Com base nessas definições, foram construídas algumas imagens digitais na janela gráfica de visualização 2D do *software Scilab* a partir de *pixels arts.* Nesse momento foram abordados os conceitos de dimensão de matrizes, adição, subtração e multiplicação por um escalar, a partir de matrizes de mesma ordem, dentre outros elementos que podem ser visualizados nessa representação gráfica. Vale ressaltar que esse processo depende da construção de cada participante, portanto não se restringe apenas à observação e descrição dos resultados obtidos pelas execuções.

### 4.3 Atividade 3: Compreensão geométrica com o *software GeoGebra*

Na terceira atividade dessa sequência pretendeu-se abordar a compreensão geométrica da multiplicação de matrizes por meio de quatro tópicos distintos. O primeiro baseia-se no trabalho proposto por Siple *et al.* (2017) que descreve a multiplicação de matrizes por meio da alteração das coordenadas dos vértices de um polígono. Os demais tópicos foram escritos a partir das Aplicações de Matrizes descritas no livro *Matemática (volume único),* de Dante (2005), que abordam a rotação, a escala e a translação de uma matriz.

Para Dante (ibidem), as transformações geométricas no plano cartesiano são descritas por meio das seguintes definições:

- **Rotação:** A rotação de β graus de um ponto de coordenadas $(x, y)$, no sentido anti-horário (e em torno da origem) é descrita por meio da multiplicação da matriz:

$R = \begin{bmatrix} \cos\beta & -sen\,\beta \\ sen\,\beta & \cos\beta \end{bmatrix}$ pela matriz $P = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$, gerando uma matriz $P' = \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix}$, que indica a nova posição $(x', y')$ do ponto inicial, após a rotação $P' = R \cdot P$.

- **Escala:** Uma mudança de escala de certo ponto $(x, y)$, em relação à origem, é feita por meio de dois fatores multiplicativos $E_x$ e $E_y$, para as coordenadas $x$ e $y$, respectivamente. A mudança de escala será feita a partir da multiplicação da matriz $E = \begin{bmatrix} E_x & 0 \\ 0 & E_y \end{bmatrix}$ pela matriz $P = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$, gerando uma matriz $P' = E \cdot P$.

- **Translação:** A translação de uma matriz $P = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ de $T_x$ unidades para a direita, em relação à coordenada $x$, e $T_y$ unidades para a esquerda, em relação à coordenada *y* é feita pela soma da matriz $T = \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \end{bmatrix}$ com a matriz *P,* gerando uma matriz $P' = \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix}$ com a nova posição dos pontos após a translação.

A partir dessas definições foram construídas algumas atividades que permitiram aos alunos construir exemplos que abordassem a rotação, translação e a escala de uma matriz com coordenadas de pontos distintos, contidos no plano cartesiano, baseadas nos exercícios propostos por Dante (2005).

### 4.4 Atividade 4: Questionário final: descrição das percepções sobre as atividades

Ao concluir essa sequência de atividades pretendeu-se identificar, por meio de um questionário com 6 questões, quais foram as percepções dos alunos acerca das atividades desenvolvidas com a utilização dos *softwares Scilab* e *GeoGebra.* Nesse processo foi observado, por meio da análise, como as tecnologias contribuíram com o estudo dos conceitos matriciais e quais foram as limitações e as potencialidades apontadas pelos estudantes durante a aplicação das atividades.

# 5. ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS

Os resultados apresentados a seguir foram coletados no decorrer das atividades propostas, conforme descrito na seção 4. As atividades ocorreram em 4 encontros (distribuídos em 8 períodos) no período de 3 de julho de 2019 a 7 de agosto de 2019, no turno da manhã, nas dependências de uma escola no interior do Rio Grande do Sul. A turma escolhida tinha 19 estudantes, e todos participaram das atividades.

O material analisado foi encontrado nas respostas dos questionários iniciais (Apêndice A), nas respostas escritas das atividades propostas (Apêndices B, C e D), nos arquivos dos *softwares Scilab* e *GeoGebra*, assim como no questionário final (Apêndice E). Para preservar a identidade dos participantes, os mesmos serão indicados durante o texto por A1 a A19.

Ao iniciar a sequência de atividades, apresentou-se a pesquisa aos estudantes, os objetivos da mesma e quais os conceitos que seriam abordados no decorrer das aulas. Todas as atividades desenvolvidas, com exceção do questionário final, foram aplicadas em sala de aula, portanto pôde-se observar e auxiliar os participantes no decorrer do processo.

Após a apresentação foi solicitado aos estudantes que respondessem três questionários iniciais, para coletar seus dados pessoais, suas percepções sobre a utilização de tecnologias nas aulas de Matemática e seus conhecimentos prévios sobre o conceito de matriz.

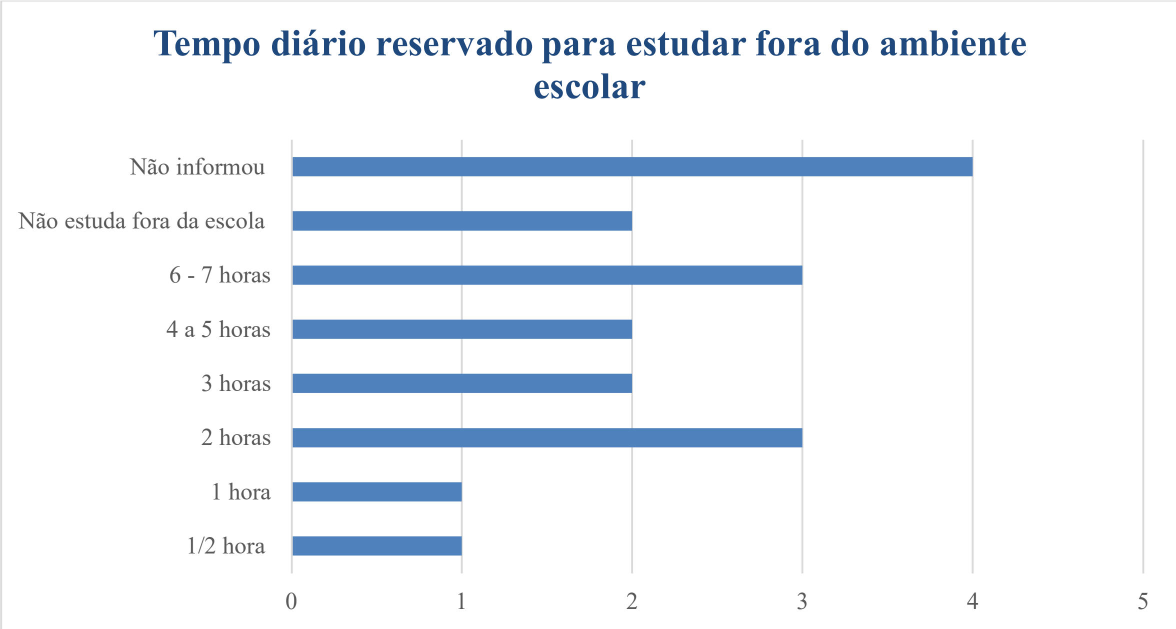
## 5.1 Análise do primeiro questionário

Do primeiro questionário, intitulado "*Coleta de dados*" (Apêndice A), foi possível identificar que dos 19 participantes, 13 informaram ser do sexo feminino e 6 do sexo masculino. As idades dos participantes variaram entre 17 e 18 anos. Uma minoria informou que trabalhava (3 participantes), e todos estudantes informaram que moravam com os pais e/ou avós. 16 alunos disseram que concluíram o ensino fundamental em escolas particulares e os demais em escolas públicas.

Em relação à pergunta "*Você reserva quanto tempo para estudar fora do ambiente escolar?*", pôde-se observar que a maioria dos participantes estuda fora do ambiente escolar, em um intervalo de tempo variando entre ½ e 7 horas por dia. Descobriu-se, em uma conversa posterior com a pesquisadora, que muitos alunos associaram essa resposta ao período que destinam a frequentar cursos pré-vestibulares ou a realizar as atividades propostas na escola:

temas, trabalhos, entre outros. A Figura 1 descreve o tempo diário de estudo, fora do ambiente escolar, informado pelos estudantes[7].

**Figura 1 – Respostas dos estudantes à 8ª questão do questionário inicial**




Fonte: Elaborado pela autora.

Após verificar quanto tempo é reservado para os estudos, buscou-se avaliar como as tecnologias estão inseridas no cotidiano dos alunos, ou seja, pretendeu-se identificar se os participantes utilizam recursos tecnológicos fora do ambiente escolar e de que forma isso acontece. Para tanto, foi questionado aos alunos: "*Você possui computador e/ou smartphone?*" e "*Caso possua, você usa para?*". Dessas questões, percebemos que todos os participantes possuem essas ferramentas e utilizam-nas para fins distintos, desde o acesso a redes sociais até buscas na rede. Também utilizam para jogar, assistir filmes, séries e videoaulas. Um aluno informou que utiliza o computador para construir projetos de *Arduino*, e outro para criar estampas de camisetas no *Photoshop*.

## 5.2 Análise do segundo questionário

Do segundo questionário, intitulado "*Percepções sobre tecnologias digitais*", todos os participantes responderam as 4 questões propostas. Dessas, foram analisadas as respostas

---

[7] Um participante não respondeu essa pergunta.

relativas às perguntas abertas, descritas a seguir. Inicialmente, foi questionado se os alunos já haviam participado de alguma aula de Matemática em um laboratório de informática. Disso, 13 estudantes afirmaram ter participado, enquanto 6 disseram não ter participado de qualquer atividade nesse ambiente.

Em relação às perguntas "*Como você avalia a utilização de recursos tecnológicos durante as aulas de Matemática?*" e "*Você acredita que a utilização desses recursos pode ser significativa? Ou não? (Justifique sua resposta)*", obteve-se 19 respostas, organizadas posteriormente em um arquivo digital para que fosse possível codificá-las e separá-las em 35 unidades de registro.

Das unidades, emergiram 15 categorias iniciais, 7 intermediárias e 4 finais. Dessas, percebe-se que a utilização dos recursos tecnológicos, na percepção dos participantes, "*Auxiliam na compreensão, visualização e exemplificação dos conceitos matemáticos*" (16 unidades). Além disso, os participantes caracterizaram essas ferramentas como "*Recursos diferenciados para o ensino e a aprendizagem de Matemática*" (16 unidades) que "*Possibilitam uma interação em sala de aula*" (1 unidade) e ressaltaram que "*Alguns alunos precisam de outros recursos para compreender os conteúdos*" (2 unidades).

Na primeira categoria citada, que representou 16 unidades do conteúdo presente nas respostas da segunda e quarta questão do questionário "*Percepções sobre tecnologias*", identificou-se que os participantes acreditam que os recursos tecnológicos podem auxiliar na compreensão dos conceitos matemáticos, por meio de visualizações bidimensionais e tridimensionais, além de facilitar a prática pedagógica do professor por meio da exemplificação de determinados conteúdos. A seguir, serão apresentados alguns registros que retratam essa colocação.

O participante A14 avalia "*[...] a utilização de recursos tecnológicos durante as aulas como algo positivo, uma vez que facilita a explicação de determinados conteúdos".* Nessa mesma perspectiva, A4 ressalta que a utilização dessas ferramentas *"[...] facilita tanto a explicação do professor quanto o entendimento dos alunos uma vez que mostra de uma forma mais real e em prática o que a gente estuda no quadro"* e complementa, afirmando que *"[...] quando observamos as formas geométricas no aplicativo GeoGebra, em aula, a compreensão das imagens e do que a professora estava falando ficou mais fácil".*

O participante A11 afirmou que a utilização desses recursos é "*[...] uma forma mais dinâmica para aprender certo conteúdo, pois os alunos podem apresentar uma maior facilidade no entendimento da matéria".*

Para A7, a utilização de recursos tecnológicos nas aulas de Matemática é algo positivo, pois *"facilita muitas coisas como aplicativos que ajudam a fazer gráficos, tirar dúvidas, criar formas geométricas, encontrar medidas precisas etc."*.

Com base nesses registros, percebe-se que os estudantes acreditam que os recursos tecnológicos podem auxiliar na visualização, na compreensão e na explicação de certos conceitos matemáticos, que por muitas vezes podem ser encarados como um conjunto de regras e operações.

As percepções dos estudantes confirmam os indicativos que Carneiro e Passos (2014, p. 109) destacam, acerca da contribuição dos recursos na compreensão de conceitos matemáticos: "[...] a utilização da tecnologia pode auxiliar os alunos a desenvolverem noções espaciais que os levarão a modificar a forma de se relacionar com o mundo". Ou seja, por meio da utilização das tecnologias é possível aprimorar a capacidade de interpretar e compreender representações bidimensionais e tridimensionais.

Acredita-se que as tecnologias podem auxiliar na compreensão e exemplificação dos conceitos, mas não é condição suficiente para que ocorra a aprendizagem matemática. Ponte (2000, p. 75) afirma que

> As TIC poderão ajudar na aprendizagem de muitos conteúdos, recorrendo a técnicas sofisticadas de simulação e de modelação cognitiva baseadas na inteligência artificial. No entanto, não me parece que será desse modo que elas vão marcar de forma mais forte as instituições educativas, mas sim pelas possibilidades acrescidas que trazem de criação de espaços de interação e comunicação, pelas possibilidades alternativas que fornecem de expressão criativa, de realização de projectos e de reflexão crítica.

Extende-se essa afirmação, ressaltando que ao utilizarmos recursos tecnológicos em sala de aula, podemos criar "espaços de interação e comunicação" para que os alunos possam explanar suas ideias, discutir sobre o conteúdo estudado, apresentar possíveis soluções, validar suas soluções por meio do diálogo com os colegas e o professor, além de ressignificar suas concepções com o auxilio dos envolvidos nesse processo.

Corroborando as percepções dos estudantes, Richit e Maltempi (2010, p. 31) apontam, como resultados de sua pesquisa, que propiciar a visualização com o uso de tecnologias favorece "[...] a apropriação de conhecimentos em matemática, visto que essa visualização, associada à dinamicidade desses recursos, evidencia relações e particularidades entre elementos, que conduzem à compreensão desses conceitos". Assim, conclui-se que a utilização dos recursos voltada a visualizações e exemplificações de determinados objetos pode facilitar a compreensão de certos conceitos matemáticos.

Para a segunda categoria, intitulada *"Recursos diferenciados para o ensino e a aprendizagem de Matemática",* foram selecionadas 16 unidades que possibilitaram identificar que, na percepção dos participantes, os recursos tecnológicos caracterizam-se como ferramentas diferenciadas para o ensino e a aprendizagem dos conceitos matemáticos. A seguir, são descritos alguns registros que exemplificam essa colocação.

> *A3: Avalio a utilização de recursos tecnológicos como uma ótima ideia para tentar diferenciar e dinamizar nossas aulas, já que é bom ter a oportunidade de aprender conteúdos de uma forma diferente, visto que a matemática possui conteúdos de difícil entendimento.*
> *A6: Considero essa utilização como um ótimo meio para o aprendizado, principalmente dos jovens, que estão inseridos no meio tecnológico diariamente.*
> *A11: Os recursos tecnológicos podem ser muito úteis, se utilizados da forma correta. Sendo uma forma mais dinâmica para aprender certo conteúdo, os alunos podem apresentar uma maior facilidade no entendimento da matéria.*

Conforme o conteúdo das respostas, os estudantes apontam que ao serem utilizados recursos tecnológicos em sala de aula, pode-se tornar as aulas de Matemática mais dinâmicas e diferenciadas, para facilitar o entendimento dos conteúdos. Além disso, percebe-se na fala dos participantes que essa utilização pode aproximar os conceitos científicos da realidade digital dos jovens.

Maltempi (2008, p. 59) corrobora essa ideia, afirmando que as tecnologias podem representar "[...] uma oportunidade para mudanças na educação, em especial da prática docente, da centrada no professor (ou tradicional) para a centrada nos alunos, de forma a atender os anseios e demandas de conhecimento destes". Ou seja, por meio dessa utilização, podemos criar condições e espaços em sala de aula para que os alunos relacionem o conhecimento matemático aos seus interesses e compreendam que o conhecimento científico não é inalterável e incompreensível[8].

Para isso, torna-se necessário que professores e pesquisadores em Educação Matemática reflitam sobre a educação "[...] frente às modificações pelas quais a sociedade passa em decorrência da crescente inserção das tecnologias no dia-a-dia das pessoas" (Ibid., p. 59).

Kripka (2018, p. 90) também descreve que

> Ao serem consideradas as atuais mudanças socioculturais, que se devem aos contínuos e rápidos avanços tecnológicos, cada vez mais se intensifica a percepção da necessidade de aproximação entre a realidade vivenciada pelo estudante, permeada por usos de recursos tecnológicos digitais e seus ambientes de aprendizagens, tendo em vista que esses recursos podem potencializá-las.

[8] Para o desenvolvimento desse estudo, considerou-se algumas percepções dos participantes para a elaboração das atividades desenvolvidas. Esse processo foi detalhado no item 5.3.

Desse modo, percebe-se no conteúdo das unidades e na opinião dos autores citados que as tecnologias podem aproximar o conteúdo escolar da realidade do estudante, potencializando e diferenciando os processos de ensino e de aprendizagem.

Para a categoria *“Possibilitam uma interação em sala de aula*”, foi identificada apenas uma unidade que retrata essa temática. Para a questão “*Como você avalia a utilização de recursos tecnológicos durante as aulas de Matemática?*”, A18 respondeu: *“Gosto muito pois interagimos muito mais!!!”.*

O conteúdo expresso nesse registro pode ser observado nas palavras de Kenski (2012, p. 101) que afirma que

> As oportunidades postas pelas TICS para a escola lhe garantem sua função como espaço em que ocorrem as interações entre todos os componentes do processo educativo – professores, alunos, pessoal administrativo e técnico etc. -, mediada por uma “cultura informática educacional”.

Ou seja, por meio da utilização de tecnologias é possível promover a interação entre todos os membros escolares, desde a comunicação dos alunos na sala de aula, ao compartilhamento de informações e ideias entre alunos e professores. Valente (2014, p. 150) corrobora essa afirmação, ressaltando que a interação entre professores e aprendizes, mediadas pelas tecnologias digitais pode “[...] propiciar o ‘estar junto’ do professor com o aluno, auxiliando o seu processo de construção do conhecimento”.

Na quarta categoria, obtida pela análise das respostas à segunda e quarta perguntas do questionário *“Percepções sobre Tecnologias”,* encontrou-se 2 unidades que apontam que “*alguns alunos precisam de outros recursos para compreender os conteúdos”.* As falas dos participantes A9 e A17 ilustram essa ideia: “*A utilização de tecnologias pode ser significativa, pois algumas pessoas precisam de outros meios para fácil compreensão”*; e *“Sim, a utilização pode ser significativa, pois nem todos aprendem da maneira convencional”.*

A partir do que foi exposto, percebe-se que os alunos apontam a utilização de tecnologias como uma das possibilidades para o ensino de Matemática, mas para que os mesmos possam ter condições de compreender os conteúdos propostos, essa não deve ser a única opção metodológica. Ao propormos diariamente, em sala de aula, atividades de memorização e reprodução, estamos fortalecendo o ensino transmissivo, deixando de lado muitos fatores que envolvem os processos de ensino e de aprendizagem.

A utilização de tecnologias pode ser uma alternativa para minimizar esses fatores, mas não é a única. Groenwald, Silva e Mora (2004, p. 37) apontam algumas perspectivas em Educação Matemática, destacando que o ato de ensinar Matemática “[...] é fornecer instrumentos para o homem atuar no mundo de modo mais eficaz, formando cidadãos comprometidos e participativos." Para isso, enfatizam algumas tendências para ensinar e aprender Matemática: resolução de problemas, Modelagem Matemática, jogos e curiosidades matemáticas, novas tecnologias, história da Matemática, etnomatemática e ensino por projetos de trabalho. Conforme os autores, ao reconhecerem-se essas tendências, visa-se

> [...] promover um ensino apoiado na atividade do aluno, no trabalho autônomo e fortemente comprometido com a construção da cidadania. Cada tendência possui características próprias e a sala de aula se constitui em um espaço aberto a incorporação das mesmas, sendo que, a utilização de uma não exclui a outra. (GROENWALD, SILVA, MORA, 2004, p.52).

Vale ressaltar que ao pôr em prática essas estratégias deve-se tomar cuidado com o número de alunos da turma no qual serão executadas, a disponibilidade de recursos, os conteúdos que serão abordados com o viés adotado, os interesses predominantes da turma, dentre outros fatores que podem influenciar diretamente o andamento das atividades (GROENWALD; SILVA; MORA, 2004).

Em relação à questão *"Descreva algumas sugestões para a utilização de tecnologias digitais nas aulas dessa disciplina"* os 19 participantes sugeriram: a utilização de *softwares* para a construção de gráficos (principalmente o *software GeoGebra*), a utilização de simulações, calculadoras científicas, aplicativos de perguntas e respostas e vídeos *online.*

Acredita-se que a utilização do *GeoGebra* é associada ao fato de que os alunos haviam utilizado essa ferramenta em outros momentos, principalmente no estudo da Geometria Plana e Espacial durante a segunda série do Ensino Médio. Dois alunos sugeriram a utilização do celular, mas associaram-no a redes sociais, sem vinculá-lo ao ensino da Matemática.

## 5.3 Análise do terceiro questionário

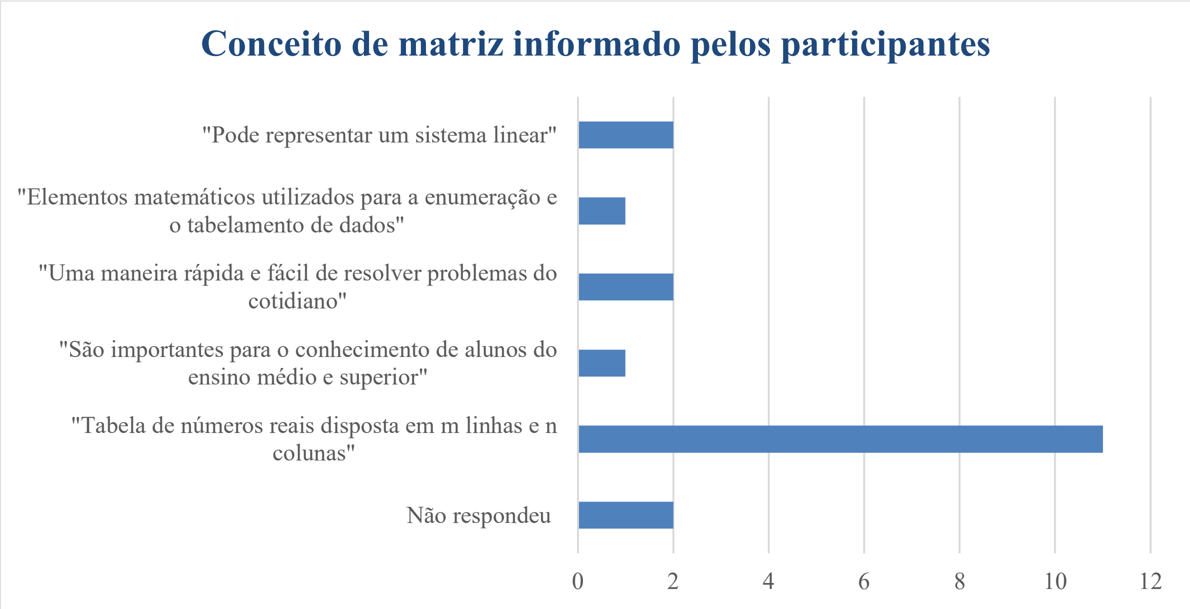
Para analisar quais os conhecimentos prévios dos participantes, disponibilizamos no terceiro questionário, intitulado "*Identificação de conhecimentos prévios*" três perguntas:

> 1. Com base no que você já sabe, qual é a sua concepção para o conceito de matriz?
> 2. Com base nos seus conhecimentos, descreva como e onde as matrizes podem ser utilizadas.
> 3. Você acha que existe alguma relação entre as tecnologias e os conceitos matriciais?

Esse questionário foi proposto com o intuito de servir como um *organizador prévio* para o ensino e a aprendizagem dos conceitos matriciais. Moreira (2011, p. 40-41) ressalta que esse tipo de material pode ser utilizado "[...] para "reativar" significados obliterados (isso é perfeitamente possível se a aprendizagem foi significativa), para "buscar" na estrutura cognitiva do aluno significados que existem mas não estão sendo usados há algum tempo no contexto da matéria de ensino”. A partir das respostas, as atividades foram repensadas para aproximar as percepções dos alunos aos conceitos que seriam abordados com a utilização de tecnologias digitais.

Em relação à primeira pergunta, obteve-se 19 registros no *Google Forms*, dos quais 2 participantes não responderam. Os dados obtidos são descritos na Figura 2.

**Figura 2 – Respostas dos estudantes à 1ª questão do questionário de conhecimentos prévios**




Fonte: Elaborado pela autora.

11 participantes responderam que uma matriz é uma “*tabela de números reais disposta em m linhas e n colunas*” e 1 participante informou que elas são “*elementos matemáticos utilizados para a enumeração e o tabelamento de dados*”. Percebe-se que essas respostas se assemelham ao que Anton e Rorres (2001, p. 27) descrevem:

> [...] muitas vezes na Ciência e na Matemática a informação é organizada em linhas e colunas formando agrupamentos retangulares chamados matrizes. Estas matrizes podem ser tabelas de dados numéricos surgidos de observações físicas, mas também ocorrem em vários contextos matemáticos.

Isso aponta que os participantes envolvidos possuíam conhecimentos prévios específicos em relação ao conceito de matriz. Acredita-se que isso se deve ao fato de que, na escola em que essas atividades foram desenvolvidas, o conteúdo programado para a terceira série do Ensino Médio é uma revisão do que foi apresentado na primeira e na segunda séries. Ou seja, todos os alunos envolvidos haviam visto esse conteúdo no ano anterior.

Para os participantes que indicaram que uma matriz “*pode representar um sistema linear*”, acredita-se que os mesmos associaram o conceito de matriz aumentada de um sistema com a própria definição de matriz. Anton e Rorres (2001, p. 29) se referem ao termo matriz aumentada, quando definem um sistema arbitrário de $m$ equações lineares e $n$ incógnitas e sugerem, como representado na Figura 3, que "se nós mantivermos guardado na memória a localização dos sinais de soma, das variáveis e das constantes, podemos abreviar a escrita de um sistema de m equações lineares em n incógnitas para:"

**Figura 3 – Matriz aumentada de um sistema linear**

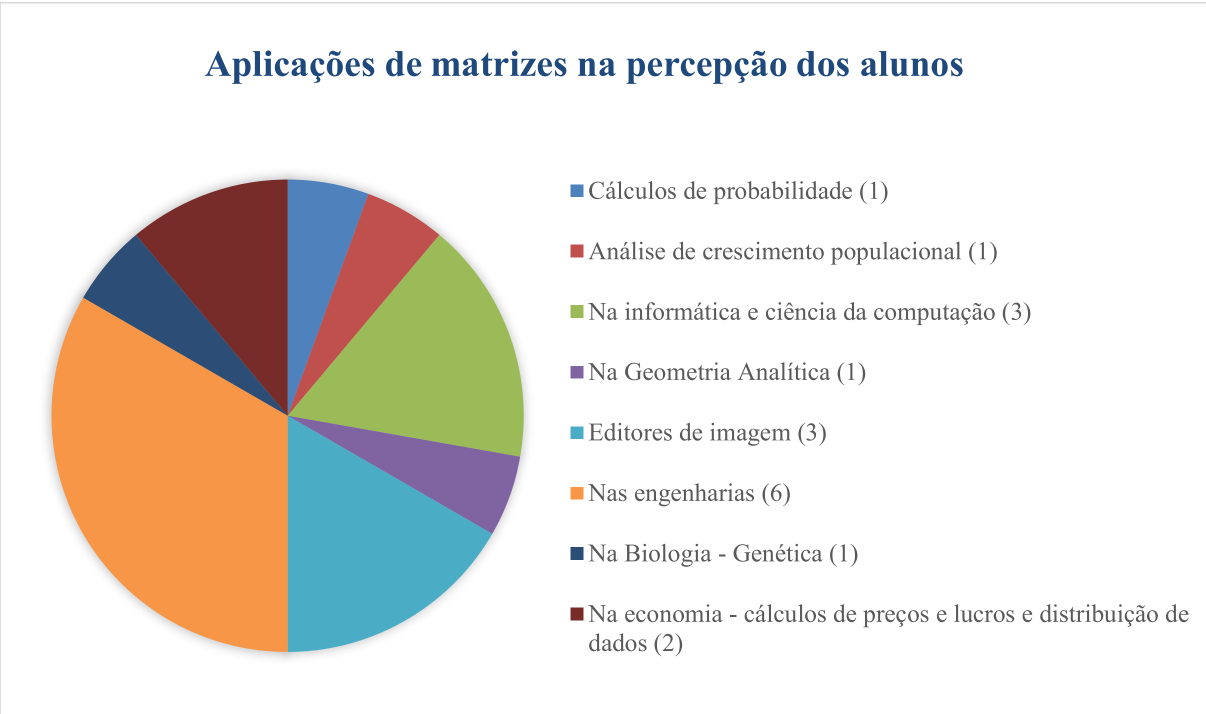
$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} & b_2 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} & b_m \end{bmatrix}$$

Fonte: (ANTON; RORRES, 2001, p. 29)

Acredita-se que essas respostas também são recorrentes aos conceitos que foram vistos no ano anterior. 3 alunos responderam de forma equivocada, destacando a importância do conteúdo e a praticidade que o mesmo pode oferecer na resolução de alguns problemas, mas não conceituaram o termo e nem exemplificaram essas colocações.

Em relação à segunda pergunta do questionário, os participantes informaram que, nas suas percepções, as matrizes podem ser aplicadas em diversas áreas do conhecimento. Na Figura 4, são descritos os dados obtidos nessa questão.

**Figura 4 – Respostas dos estudantes à 2ª pergunta do questionário de conhecimentos prévios**




Fonte: Elaborado pela autora

Observa-se que 6 estudantes informaram que as matrizes podem ser utilizadas em cálculos específicos das engenharias. Disso se pode depreender que os mesmos associaram essa resposta a conceitos da Engenharia Elétrica, Química e Civil. Levorato (2017) sugere a aplicação dos conceitos matriciais na engenharia elétrica, onde se faz necessário o uso de sistemas lineares para compreensão de circuitos elétricos, e a conceitos da Engenharia Química, onde pode-se abordar o balanceamento de equações químicas por meio de sistemas lineares. Valiente (2015) aponta a resolução de treliças e determinação dos modos de vibração de uma estrutura como possíveis problemas reais da Engenharia Civil que podem ser associados aos conceitos de matrizes, sistemas lineares e determinantes, vistos durante o Ensino Médio

6 participantes afirmaram que os conceitos matriciais podem ser aplicados na informática e na ciência da computação, além de serem úteis para a edição de imagens. Essas respostas influenciaram diretamente a formulação da sequência de atividades desta dissertação. Ao associarem-se os conceitos matriciais aos conceitos relativos à informática e à edição de imagens, pode-se aproximar esse conteúdo do cotidiano dos estudantes, que estão diariamente em contato com aparelhos digitais, visualizando e editando imagens por meio de aplicativos e *softwares*. As demais respostas indicam que os conceitos matriciais também podem estar associados à Geometria Analítica, à Economia, à Biologia e à Probabilidade, conforme está descrito na Figura 4.

No que diz respeito à terceira pergunta desse questionário, intitulada "*Você acha que existe alguma relação entre as tecnologias e os conceitos matriciais?*", foi possível perceber que muitos alunos associaram o desenvolvimento de programas e a composição de imagens (10 participantes) aos conceitos matriciais vistos no Ensino Médio. Os demais afirmaram que existe alguma relação entre as tecnologias e o conteúdo de matrizes, mas não exemplificaram quais seriam. Esses dados foram indispensáveis para a elaboração da sequência de atividades dessa dissertação, pois a partir dos interesses e das percepções dos alunos envolvidos, foi possível adaptar as atividades para demonstrar a aplicabilidade do conteúdo de matrizes ao cotidiano da turma e aos temas que os participantes indicaram no decorrer das respostas.

Com isso, essas atividades abordaram a composição de imagens, em sua representação matricial, além de algumas transformações geométricas que descrevem a deformação ou o deslocamento de uma imagem (nesse caso, de um polígono), construída no *software GeoGebra*. A escolha desses temas sustentam-se nas palavras de Moreira (2011, p. 40) quando afirma que ao organizarmos o material a ser ensinado

> É importante não sobrecarregar o aluno de informações desnecessárias, dificultando a organização cognitiva. É preciso buscar a melhor maneira de relacionar,

> explicitamente os aspectos mais importantes do conteúdo da matéria de ensino aos aspectos especificamente relevantes de estrutura cognitiva do aprendiz.

Da mesma forma, Valadares (2011, p. 37) ressalta que nesse processo

> [...] a nova informação tem de interagir com as ideias que o aprendente já domina que incluem os conceitos, as proposições e símbolos previamente assimilados. Tais ideias mais ou menos familiares a quem aprende são os subsunçores e assumem uma enorme importância na *aprendizagem significativa*.

## 5.4 Análise das atividades desenvolvidas

Para aplicar as atividades com os *softwares Scilab* e *GeoGebra*, foi necessário verificar previamente as condições do laboratório da escola. Dos 10 computadores, apenas 6 apresentavam condições de uso. Além disso, foi possível observar que o espaço destinado ao laboratório não estava equipado com projetor e tela retrátil, o que inviabilizou o desenvolvimento das atividades.

Para dar continuidade a sequência de atividades, todos os encontros foram realizados em sala de aula, visto que esse espaço possuía projetor, quadro branco e algumas tomadas. Diante disso, foi requisitado aos alunos que levassem seus *laptops* para as aulas de Matemática. Dos 19 participantes, 10 puderam levar seus aparelhos, enquanto os demais, que não puderam levar para a escola por motivos pessoais, organizaram-se em duplas para resolver as atividades.

### *5.4.1 Atividades desenvolvidas com o software Scilab*

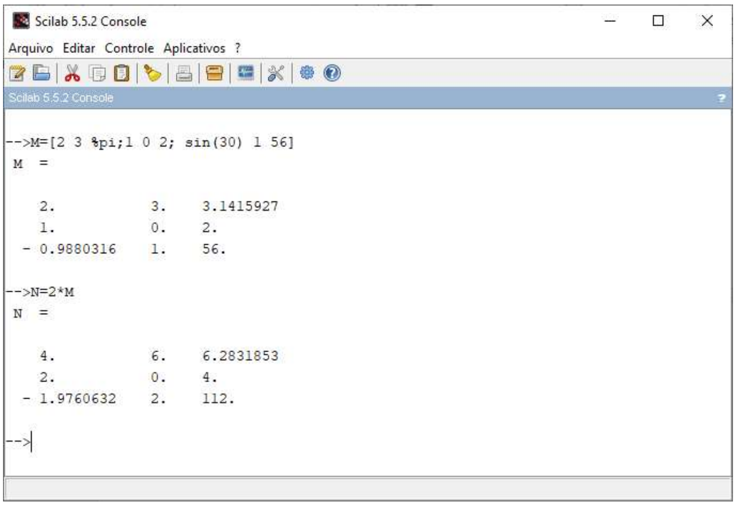
Após adequar as aulas à disponibilidade da turma, iniciou-se a sequência de atividades com a entrega do material disponível nos Apêndices B e C. Nesse momento, foi possível apresentar o *software Scilab* por meio da sua tela inicial (*Scilab Console*) e dos aplicativos dessa ferramenta.

Posteriormente, foram retomadas algumas propriedades e operações dos conceitos matriciais[9] para resolver exercícios de vestibulares, com o auxílio de comandos específicos do *software*. Nesse processo, foram abordados alguns comandos pré-definidos, a atribuição de variáveis e as operações matriciais que podem ser executadas no *Scilab Console*.

---

[9] Vale ressaltar que os participantes dessa pesquisa já haviam estudado esse conteúdo na segunda série do Ensino Médio.

**Figura 5: Exemplo de exercício que envolve a inserção de uma matriz M, com valor pré-definido e a determinação da multiplicação de M por um escalar**




Fonte: Elaborado pela autora.

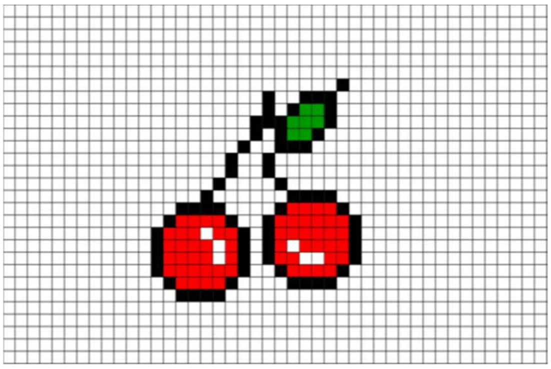
Além disso, algumas funções matemáticas específicas do *Scilab* para a Álgebra Linear foram executadas na tela inicial, para facilitar a resolução dos exercícios. Durante a mesma, alguns alunos apresentaram dificuldades na inserção dos comandos, esquecendo pontos e vírgulas ou espaços entre os elementos das matrizes. Com isso, foi possível acompanhar os grupos na correção das linhas, para que a execução não retornasse erro. Os alunos que já haviam concluído as operações, se dispuseram a auxiliar os demais e mostraram-se engajados a explicar a estrutura das execuções e quais eram os significados de cada caractere inserido.

No encontro seguinte, os participantes foram questionados sobre a aula anterior, com o intuito de retomar alguns tópicos, referentes a inserção e a manipulação de matrizes no *software*. As estruturas utilizadas foram reinseridas no *Scilab Console* e projetadas no quadro branco, para frisar o que cada caractere implicava na sua execução. Após retomar esse processo, foi apresentado aos participantes da pesquisa o editor de texto *Scinotes,* no qual foi possível editar, copiar e reformular comandos. Cada texto inserido nesse editor, dependia dos códigos apresentados anteriormente, mas para executá-lo, foi necessário salvá-lo em um diretório do computador.

Na sequência, foi dada uma breve explanação sobre o conceito de imagem digital e como uma imagem pode ser traduzida em uma matriz. Em seguida, foi requisitado aos alunos que realizassem buscas na rede, selecionando *pixels arts* conforme seus critérios. Após a seleção, cada dupla relacionou a cada *pixel* da imagem, uma cor diferente, buscando códigos correspondentes ao padrão de plotagem de gráficos do *Scilab*.

Por exemplo, a dupla D1 optou por uma imagem de cereja, conforme a Figura 6.

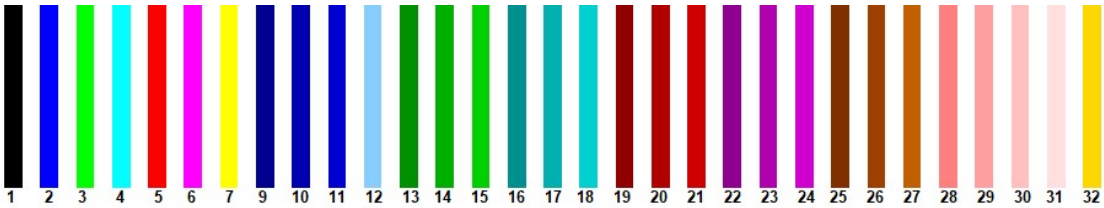
**Figura 6: *Pixel art* escolhida por uma dupla**



Disponível em: https://www.criandocomapego.com/desenhos-quadriculados-para-imprimir-e-desenhar/desenhos-quadriculados-pixel-art-cereja/ Acesso em: 10 out. 2019.

A partir dessa representação, a dupla contabilizou o número de "quadradinhos"[10] da imagem e associou a um valor fixo, conforme a correspondência da Figura 7.

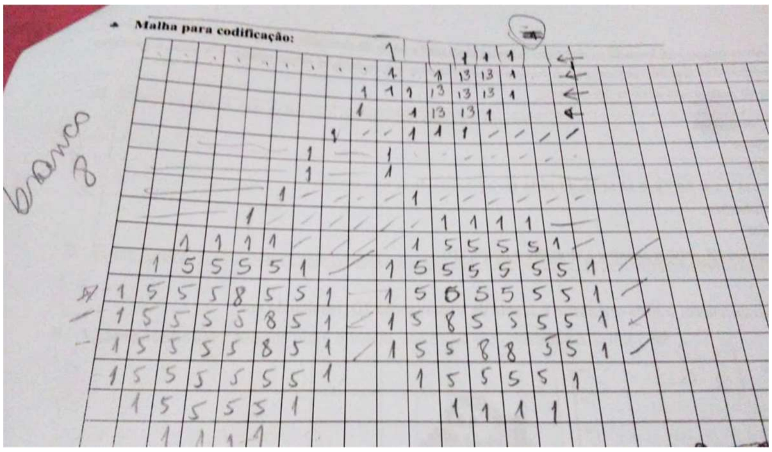
**Figura 7: Códigos de cores do *Scilab***




Fonte: Elaborado pela autora.

Ao associar os valores 5 (a cor vermelha), 1 (a cor preta), 8(a cor branca) e 13 (a cor verde), a dupla codificou a imagem em uma malha disponível no material, para reescrever o código no *Scinotes*. A codificação resultante está representada na Figura 8.

**Figura 8: Codificação da imagem na malha**

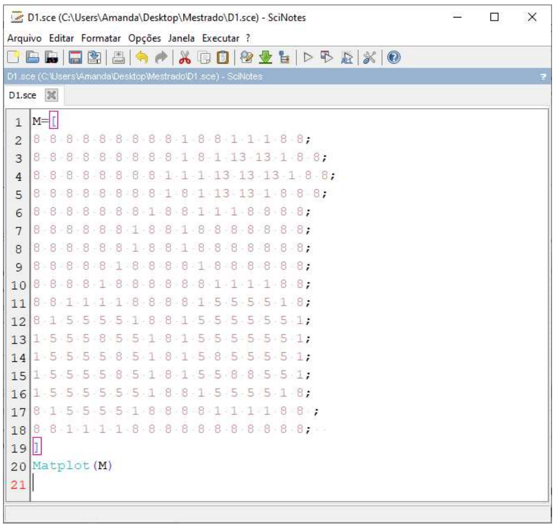



Fonte: Elaborado pela autora.

[10] Cada "quadradinho" representou um *pixel* da imagem.

Na sequência, essa codificação foi inserida no editor de texto *Scinotes,* por meio de um comando de inserção de matriz, seguido do comando “Matplot(M)”, no qual o *software* expandiu a janela gráfica 2D, e retornou uma matriz disposta em 17 linhas e 17 colunas.

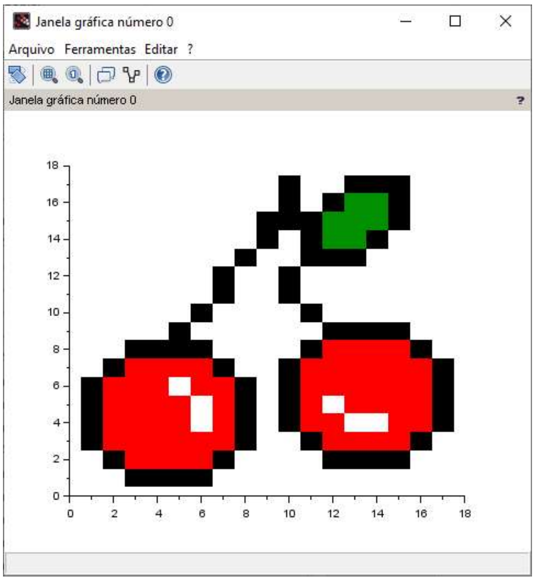
**Figura 9: Codificação da imagem no *Scinotes***




Fonte: Elaborado pela autora.

Vale ressaltar que os alunos desprezaram algumas linhas e colunas no qual só existem *pixels* brancos, para facilitar a codificação. A imagem resultante dessa execução está disponível na Figura 10.

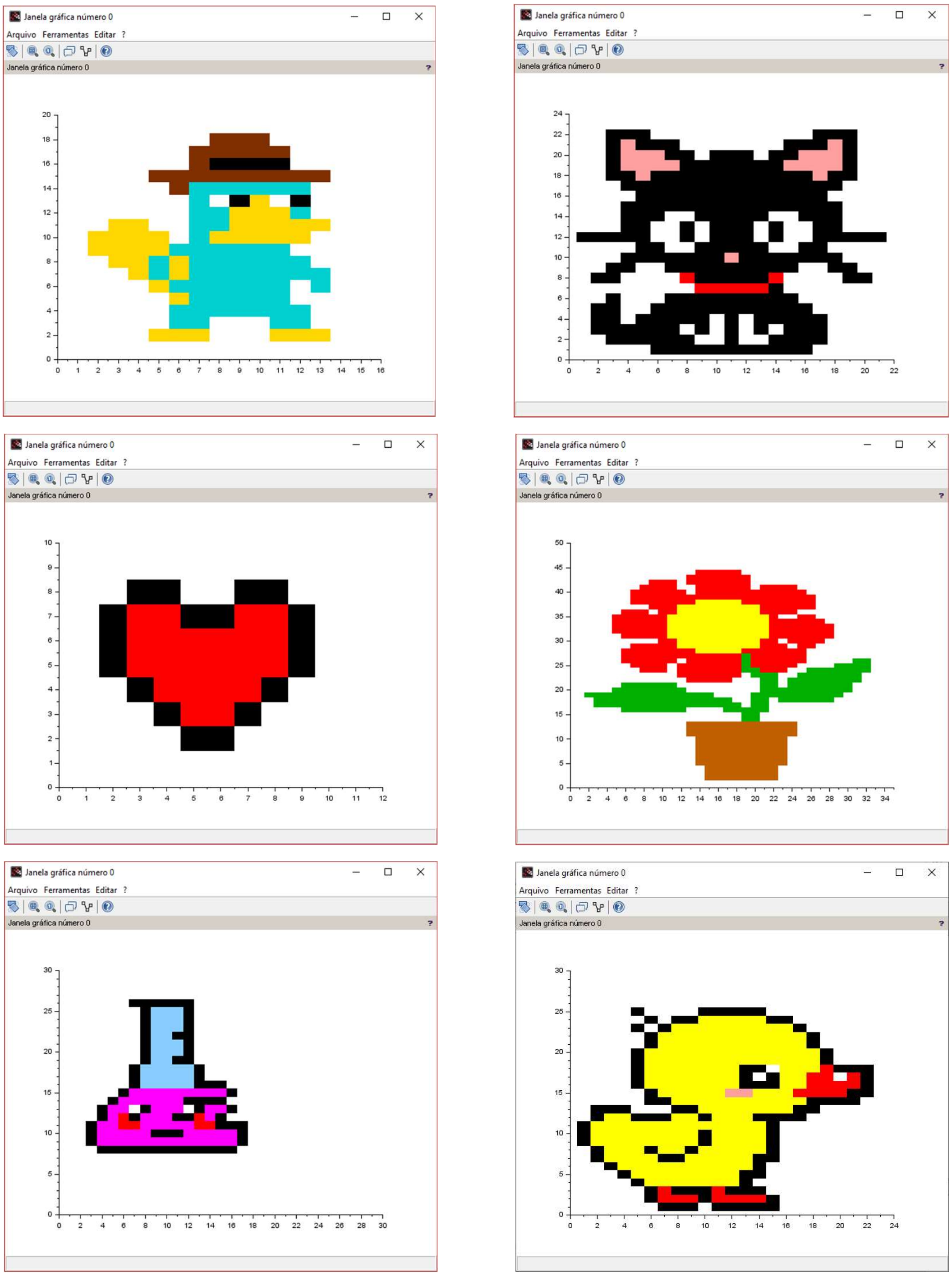
**Figura 10: Janela gráfica do *Scilab***




Fonte: Elaborado pela autora.

Esse processo foi realizado por todos os participantes da pesquisa, no qual foi possível obter matrizes de ordem 46× 34, 13× 14, 28× 29, 19× 14 e 29× 29. As imagens resultantes da execução do comando “Matplot(M)” em relação as matrizes construídas, estão dispostas na Figura 11.

**Figura 11: Representações obtidas pelas duplas**




Fonte: Elaborado pela autora.

No desenvolvimento dessa atividade, foi possível perceber a dificuldade de alguns alunos na construção das matrizes no *Scinotes*. Por ser um processo manual, no qual cada aluno deveria inserir a sua codificação em *n* linhas e *m* colunas, alguns participantes dispuseram os elementos em linhas com $m - 1$, $m + 1$ ou $m + 2$ elementos, gerando erros durante a execução. Durante a atividade, foi possível auxiliar os alunos, frisando a importância da disposição dos valores nas $n$ linhas que deveriam ter o mesmo número $m$ de elementos, para que a execução retornasse a imagem escolhida. Para responder as perguntas disponíveis no Apêndice C, cada dupla utilizou a sua codificação e a imagem, gerada na janela gráfica do *software*.

Ao perguntar sobre a ordem da matriz resultante, alguns participantes inverteram o número de linhas com o número de colunas, mostrando-se um pouco confusos em relação ao conceito matricial.

Em relação a questão "*Com base na sua representação, determine a matriz transposta da imagem obtida, por meio do comando T=M' e a execução do comando Matplot(T). O que acontece com a imagem no momento que o executamos?*" esperava-se que os alunos descrevessem o movimento da imagem a partir da representação da matriz transposta. Como respostas, os participantes indicaram que:

> A3 e A14: *A imagem é apresentada na horizontal e está espelhada, uma vez que foi girada em 90 graus;*
> A2 e A13: *A imagem foi invertida (para o lado direito) pois as linhas foram trocadas por colunas;*
> A5: *No momento da execução a imagem fica na horizontal ao invés de vertical, como estava antes;*
> A6, A9, A12, A16 e A19: *Ela é invertida, girando 90° no sentido anti-horário, além de ser espelhada;*
> A7: *A matriz (o pato) fica espelhada e para baixo (o pato vira e fica com o bico pra baixo). Gira 90°;*
> A18: *A imagem inverteu (virou para o lado direito) pois as linhas tornaram-se colunas. Se espelha para baixo;*
> A11: *A imagem é girada em sentido anti-horário, uma vez;*
> A4: *Ela é espelhada e virada 90° para baixo;*
> A1, A8, A10, A15 e A17: *Muda de posição, girando 90°.*

Percebe-se pela fala dos participantes, que A2, A13 e A18 relacionaram o conceito de matriz transposta com o movimento resultante da imagem. Outros participantes ressaltaram que a imagem obtida rotacionou 90° (em relação ao eixo x) e espelhou-se, visto que as linhas foram "trocadas" por colunas, o que assemelha-se com a definição de Anton e Rorres (2001, p. 45):

> Se A é uma matriz $m \times n$ qualquer, então a ***transposta de A,*** denotada por $A^T$, é definida como a matriz $n \times m$ que resulta da permutação das linhas com as colunas de A; ou seja, a primeira coluna de $A^T$ é a primeira linha de A, a segunda coluna de $A^T$ é a segunda linha de A, e assim por diante.

Na questão *"O que acontece com a imagem se maximizarmos a janela de visualização 2D? Por que isso acontece?"*, esperava-se que os participantes reconhecessem a deformação da imagem decorrente da sua qualidade, ou do seu número de pixels. Por serem imagens com poucos pixels, comparadas a imagens de alta resolução, elas ficam distorcidas, na tela do *software* à medida que ampliamos a sua janela de visualização. Das respostas obtidas, A12 aponta que *"a qualidade da imagem piora e a mesma é distorcida, já que a qualidade depende do número de pixels";* A10 ressalta que *"ela fica distorcida horizontalmente através do baixo número de pixels"*; e para A7 "*ela fica deformada, mais larga. Isso acontece, pois, a matriz é pequena e são poucos pixels"*. Conforme o conteúdo das respostas, percebe-se que os participantes compreenderam a execução e observaram a deformação das imagens construídas.

Na próxima questão, pede-se "*O que acontece com a imagem se multiplicarmos a matriz M por um escalar? (Repita o processo de execução, indicando uma matriz E=k*M, sendo k um escalar qualquer e execute o comando Matplot(E)). Por que isso acontece?"*. Como respostas, esperava-se que os alunos relacionassem o conceito de multiplicação por um escalar com a alteração gerada na imagem, por meio da execução dos comandos indicados e da visualização da janela gráfica 2D. Como resultado, os alunos indicaram que:

> A15: *Ocorre mudança nas cores em razão da mudança dos números.*
>
> A5: *Quando a matriz é multiplicada por um escalar, todos os números são multiplicados, ou seja, a imagem trocará de cor pelo fato de a codificação mudar.*
>
> A7: *Muda de cor (multiplicamos por 4) pois todos os elementos da matriz foram multiplicados, assim tornando-se outros números que mudaram as cores da matriz.*
>
> A12: *Ao multiplicarmos a matriz, seus valores são alterados, que por determinarem o código de cores, modifica a coloração da imagem. Em caso de o valor resultante ser maior que os delimitados no código, o pixel fica branco.*

Pela leitura das respostas, constatou-se que os alunos compreenderam a estrutura da matriz resultante, onde cada elemento dessa tabela de números naturais foi modificado, devido a multiplicação por um escalar. A definição exposta por Anton e Rorres (2001, p. 42) reforça essa ideia, indicando que "se A é uma matriz e *c* é um escalar, então o **produto** *cA* é a matriz obtida pela multiplicação de cada entrada da matriz A por c". O participante A12 ressaltou que se o resultado da multiplicação de cada elemento da matriz ultrapassar o valor 32[11], o *software* modifica a coloração do *pixel*, tornando-o branco, pois o mesmo não é processado.

Para finalizar as perguntas referentes à construção de imagens no *Scilab*, foi solicitado aos participantes da pesquisa que descrevessem com suas palavras, o que concluíram com essa atividade. Dos 19 participantes, 3 não responderam. Dos resultados obtidos, destaca-se:

> A5: *Essa atividade auxiliou o aprendizado de matrizes através da tecnologia e foi perceptível as mudanças matriciais visualmente.*
>
> A1: *Pude compreender como é utilizado a matriz na computação e como é feita uma imagem.*

---

[11] Representa o maior valor do código de cores disponível para a plotagem de gráficos.

> A12: *Concluí que os dispositivos tecnológicos utilizados no dia a dia possuem matrizes gigantescas em sua programação, principalmente nos visores e nos códigos de cores.*
>
> A2: *Com esta atividade pude aprender que toda imagem que vemos em uma TV ou celular é formada por uma gigantesca matriz.*
>
> A3: *Concluo que foi uma ótima atividade para podermos aplicar os conceitos de matrizes de forma dinâmica através da construção da pixel art. Ainda fiquei impressionada pelo fato de que números viraram uma imagem*.
>
> A13: *É interessante observar como é complexo o processo de formação de imagens que utilizamos todos os dias. Fazer uma imagem com matrizes une a matemática da escola com a matemática utilizada para facilitar o dia a dia*.

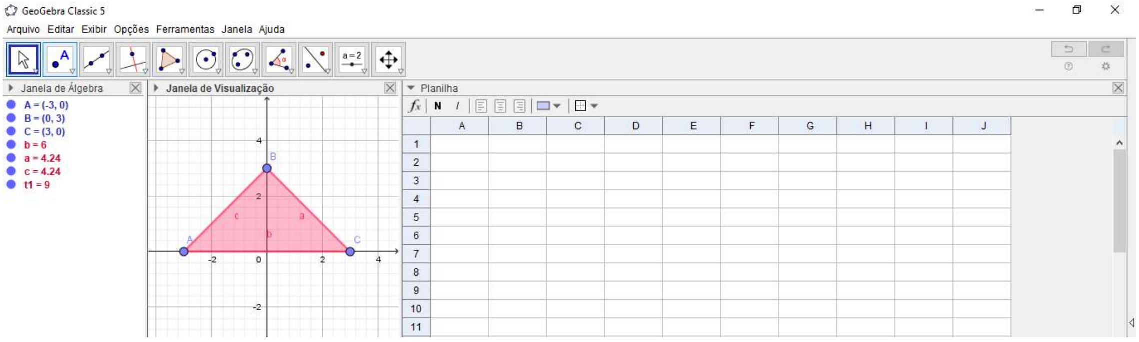
Pelas respostas, foi possível perceber que os alunos associaram alguns recursos tecnológicos, principalmente a formação de imagens com a estrutura matricial abordada em sala de aula. Alguns alunos reconheceram que as imagens que vemos nas televisões e celulares são "gigantescas", comparado ao que foi construído em sala de aula, e que isso pode ser relacionado com a Matemática escolar, de "forma dinâmica", como aponta A3.

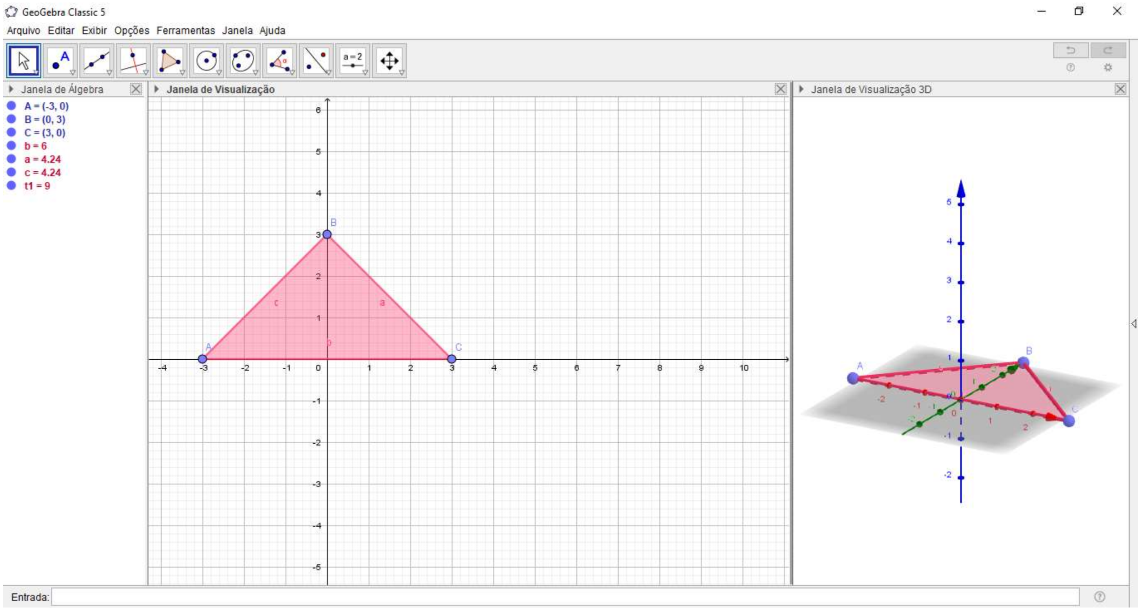
### *5.4.2 Atividades desenvolvidas com o software GeoGebra*

Após concluir as atividades com o *software Scilab,* propôs-se a utilização do *software* de geometria dinâmica *GeoGebra* para a realização de algumas atividades: a multiplicação de duas matrizes para a sua compreensão geométrica; e a abordagem de três transformações: a mudança de escala, a rotação em torno de um eixo e a translação de um polígono no plano cartesiano.

O *software* foi apresentado aos alunos por meio da projeção da planilha, da janela de álgebra, da janela de visualização 2D e da janela de visualização 3D, seguida da construção de um triângulo isósceles, conforme a Figura 12.

**Figura 12: Apresentação das janelas do *software GeoGebra***



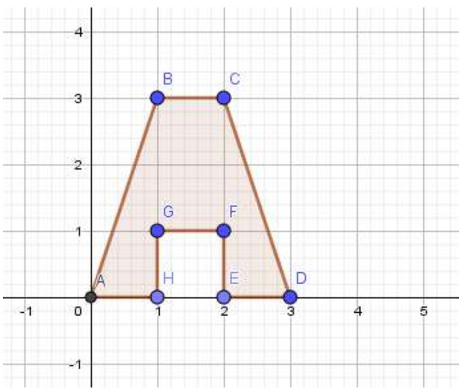



Fonte: Elaborado pela autora.

Diante disso foi possível demonstrar os processos de inserção de funções, delimitações de polígonos e mudanças de características de uma forma (cor, espessura da linha etc.) conforme os padrões da ferramenta.

Ao reconhecer esses recursos, foi requisitado aos alunos que construíssem um polígono na janela de visualização 2D, com a forma da letra inicial de um integrante da sua dupla. A Figura 13 exemplifica uma das possíveis formas a serem adotadas, para construir um polígono no formato da letra A.

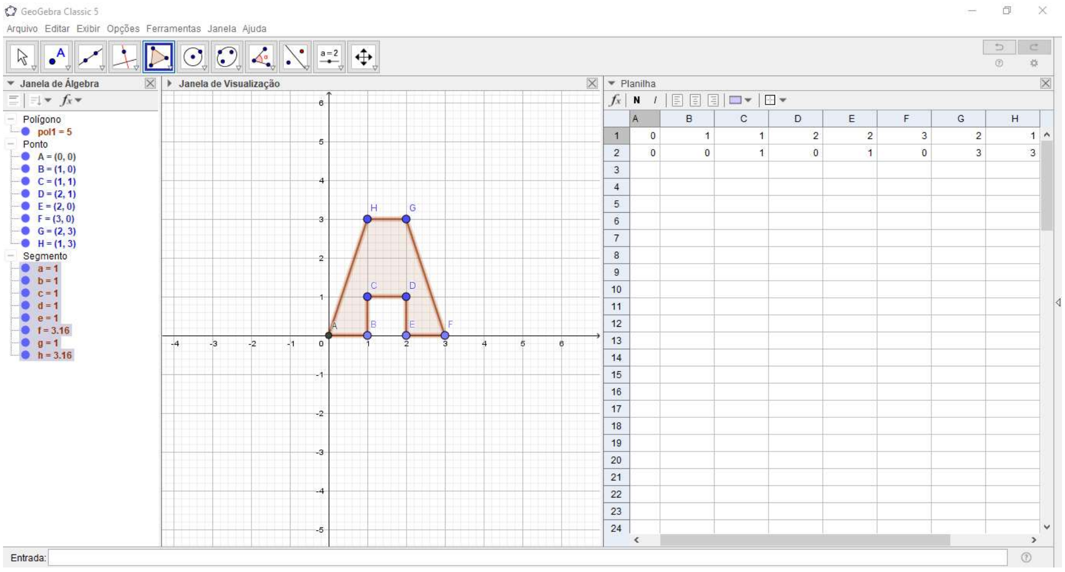
**Figura 13: Exemplo de inserção de polígono realizada com o *software GeoGebra***




Fonte: Elaborado pela autora.

Para mudar o posicionamento desse polígono no plano cartesiano, as coordenadas dos vértices foram registradas pelas duplas, no material disponível no Apêndice D. Em seguida, os valores das abscissas e das ordenadas dos vértices foram inseridos nas duas primeiras linhas da planilha do *GeoGebra*, onde a primeira linha continha os valores das abscissas e a segunda os valores das ordenadas, conforme a Figura 14.

**Figura 14: Coordenadas dos vértices na planilha do *GeoGebra***



Fonte: Elaborado pela autora.

Após registrar os dados, cada dupla deveria criar uma matriz *m1* e uma matriz $m2 = \begin{bmatrix} 1 & 0{,}5 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, com as funções pré-definidas da Planilha. Em seguida, deveria buscar o resultado da multiplicação de *m2* por *m1*, para que fosse possível interpretar geometricamente a operação entre as matrizes, e observar que as colunas dessa nova tabela representam as coordenadas dos vértices de um novo polígono, que assume a forma da letra escolhida, em fonte itálica.

Ao concluir esse processo, os participantes da pesquisa responderam a seguinte questão: "*Com base no que você encontrou, descreva o que aconteceu com o polígono que representava a letra escolhida inicialmente. O que você concluiu? Por que isso aconteceu?*".

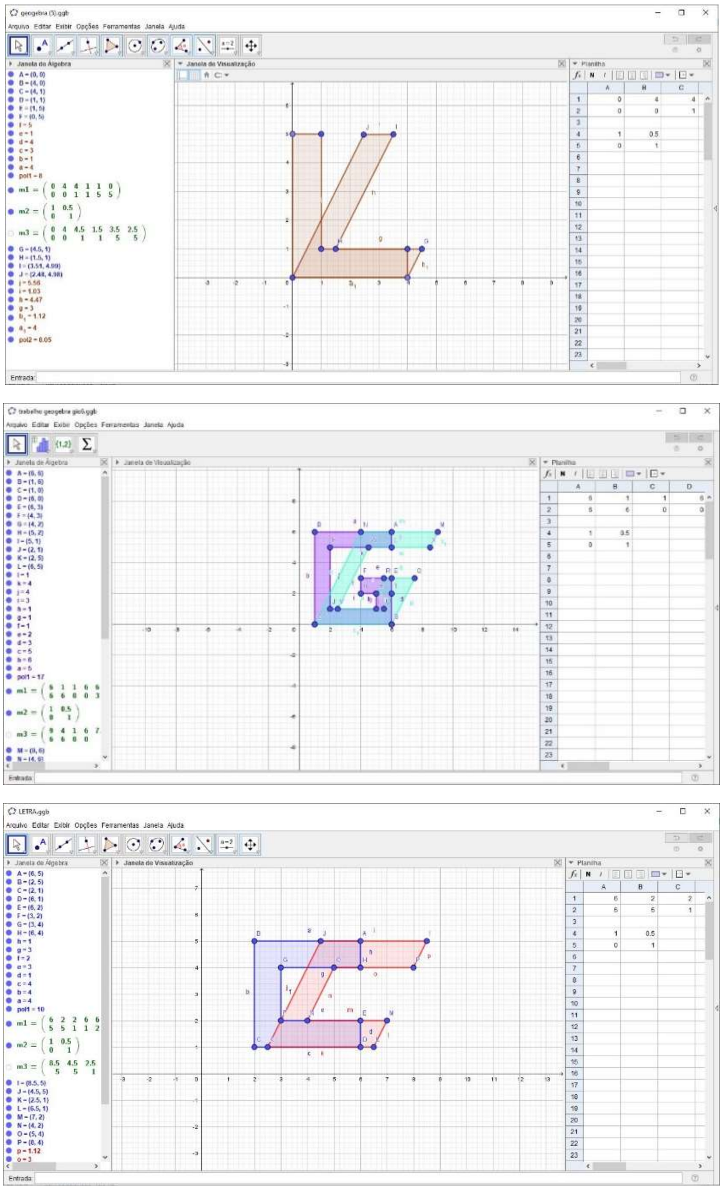
Dos 19 participantes, apenas 10 registraram suas interpretações. Isso justifica-se porque no momento destinado a responder, ou seja, no final do período da atividade proposta alguns alunos ocuparam-se criando polígonos com muitos vértices, o que demandou um esforço maior para criar e operar as matrizes. Além disso, algumas duplas optaram por construir dois polígonos, em dois arquivos distintos, para formar as letras iniciais de ambos os integrantes, o que também interferiu diretamente no tempo da aula.

Pela leitura das 9 respostas, foi possível identificar que os participantes compreenderam o processo de multiplicação, mas reduziram-se a quatro afirmações: "*O polígono foi convertido na fonte normal para a fonte itálica*" (2 respostas idênticas); "*O polígono foi inclinado e achatado, formando a fonte itálica*" (2 respostas idênticas); "*O polígono se inclinou. É visível* *que é muito trabalhoso e complicado o processo de inclinar"* (4 respostas idênticas); e "*Eu escolhi a letra C. Ao utilizar o comando, apareceu outra letra C, mas transversa. Isso ocorre porque criamos outra matriz a partir do C"* (1 resposta).

Conforme o conteúdo expresso pelos participantes, acredita-se que nenhum deles associou o resultado obtido na janela gráfica aos valores da matriz *m2*, nem estabeleceu relações entre a multiplicação das matrizes e a imagem resultante. Mesmo assim, foi possível observar que alguns alunos preocuparam-se com a ordem das matrizes quando foram multiplicá-las, o que indica que os conceitos matriciais e as condições necessárias para determinar o produto entre *m2* e *m1* foram compreendidas.

A Figura 15 ilustra algumas representações criadas pelas duplas.

**Figura 15: Polígonos construídos pelas duplas**



Fonte: Elaborado pela autora.

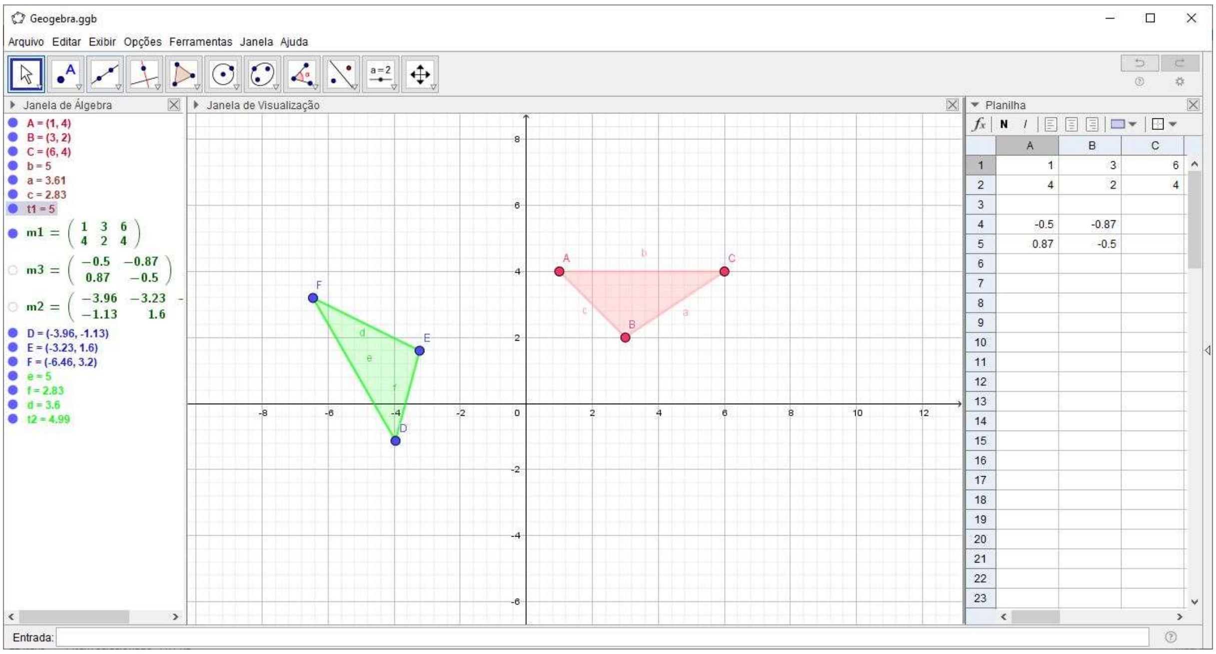
Ao concluir esse exercício, propôs-se o estudo de três transformações geométricas, com a utilização do mesmo *software.* Nessa atividade, foi abordada a definição de rotação, escala e translação, a partir das coordenadas de um ponto qualquer do plano cartesiano (DANTE, 2005).

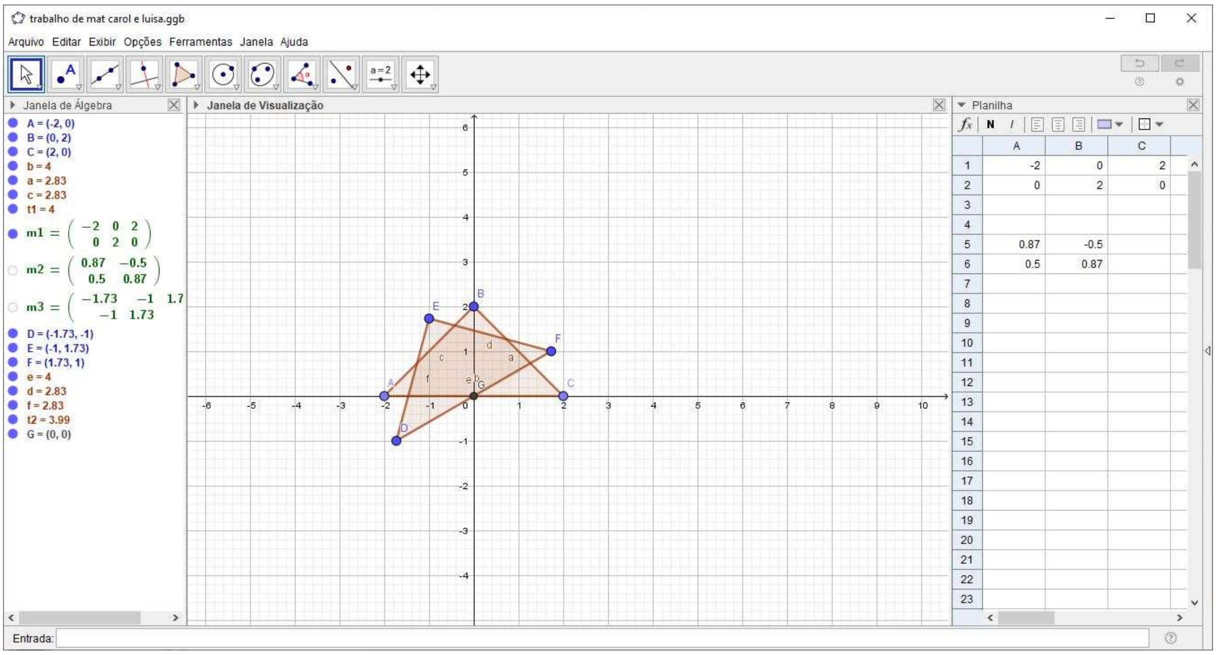
Para isso, buscou-se generalizar a rotação de um ponto para a rotação de um polígono em torno da origem, considerando que a matriz de rotação, dada por $R = \begin{bmatrix} \cos\beta & -sen\ \beta \\ sen\ \beta & \cos\beta \end{bmatrix}$, seria multiplicada pela matriz das coordenadas dos vértices de um polígono, expressos por $P(x_p, y_p)$.

Cada grupo criou um polígono na janela de visualização, optando por vértices com coordenadas inteiras, ou seja, $x_p, y_p \in Z$, para facilitar os cálculos e a inserção e execução dos comandos. Esses valores foram registrados no material do Apêndice D e na Planilha do *Geogebra,* conforme o padrão estabelecido no exercício anterior, assim como a matriz R que continha valores aproximados de seno e cosseno do um ângulo de rotação β (definido por cada dupla). Com as estruturas criadas, os alunos preocuparam-se com as ordens das matrizes e verificaram se os dados condiziam com o que era expresso na janela de visualização.

Como resultado, obteve-se uma nova matriz, cujas colunas representavam novos pontos de um polígono rotacionado em β graus. Os pontos em questão foram inseridos e unidos por meio da função **polígono,** gerando as seguintes representações:

**Figura 16: Polígonos rotacionados em torno da origem**






Fonte: Elaborado pela autora.

Por meio dos valores obtidos e das imagens criadas, cada aluno deveria informar o que concluiu com essa atividade. Dos 19 participantes, apenas 4 descreveram suas observações, conforme o exposto a seguir:

> A4: *A figura rotacionou conforme o grau escolhido (60°).*
>
> A9: *A imagem do polígono inicial foi rotacionada no sentido anti-horário em 90°.*
>
> A7: *Podemos rotacionar polígonos por meio de matrizes.*
>
> A13: *É possível inverter uma imagem a partir da multiplicação de 2 matrizes. É muito interessante utilizar o Geogebra.*

As respostas referem-se à descrição do processo de rotação, com poucas observações e interpretações sobre o mesmo. No que diz respeito aos arquivos criados no *software,* foi possível perceber que alguns alunos inverteram os valores das abscissas e das ordenadas ao inserir os dados na planilha. Com isso, o polígono criado foi definido a partir de outros vértices, o que resultou em outra imagem, que por consequência, não estava rotacionada β graus em torno da origem.

Na sequência, a translação de um polígono qualquer foi apresentada aos alunos, admitindo que a translação de um ponto (x,y), em $T_x$ unidades para a direita da coordenada **x** e em $T_y$ unidades para cima da coordenada **y** é feita pela soma da matriz $T = \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \end{bmatrix}$ com a matriz $P = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$, gerando uma matriz $P' = \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix}$, que expressa as coordenadas do ponto (x', y').

Com isso, cada dupla repetiu o processo de inserção de polígonos, conforme as atividades anteriores e registrou os valores obtidos no material do Apêndice D. Partindo da definição exposta, os alunos foram questionados sobre como poderiam transladar o polígono em duas unidades para a direita e três unidades para cima. Pelas respostas, constatou-se que os participantes que construíram um quadrilátero, informaram que "*Para transladar, deve-se somar com uma matriz 2x4, com a primeira linha formada por "2" e a segunda por "3".*" (A3); ou "*Para não ocorrer erros, deve-se somar com uma matriz 2x4. Na primeira linha por 2 e na segunda, por 3*" (A16). Os alunos que optaram por construir triângulos, também informaram que deve-se "*Somar por uma matriz de ordem 2x3, cuja primeira linha são os fatores de translação de x, e a segunda, os de translação de y*" (A5); ou "*Soma-se uma matriz de ordem 2x3 que tem a primeira linha números 2 e na segunda linha, números 3*" (A2).

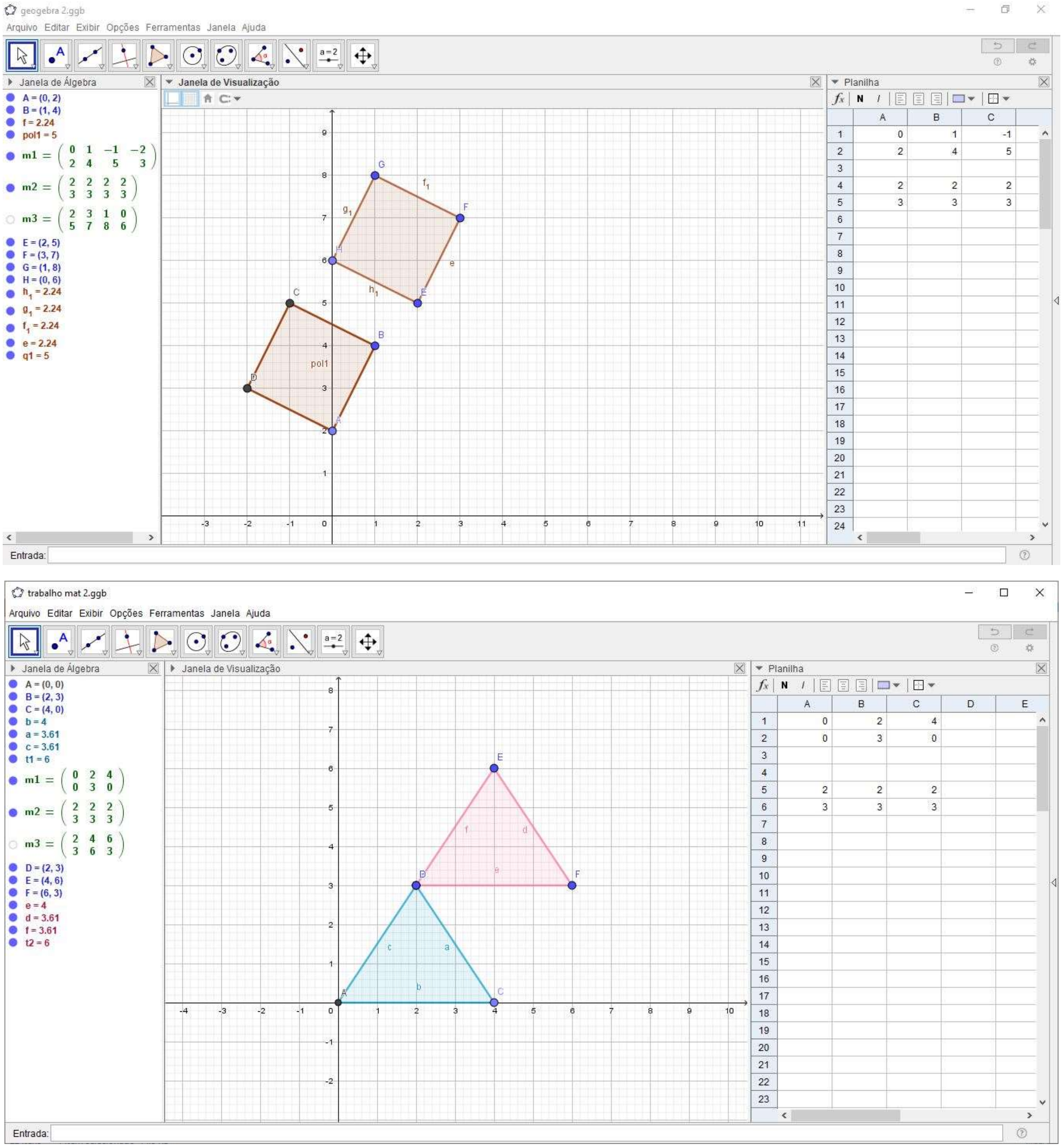
Conforme as respostas, percebe-se que a definição foi compreendida pelos participantes e os mesmos conseguiram estabelecer relações entre os fatores de translação pelo qual a imagem deveria ser deslocada (2 unidades para a direita e 3 para a esquerda) e a matriz T, cuja ordem deveria ser expressa por 2 x *m*, onde o valor de *m* correspondia ao número de vértices do polígono.

Após questioná-los sobre a ordem da matriz T e os fatores de translação que deveriam adotar para alterar a posição dos polígonos, os processos de inserção e execução foram repetidos, com o padrão das atividades anteriores. Ao término dessa sequência, os alunos deveriam escrever com suas palavras, o que concluíram com essa atividade. A seguir, estão descritas algumas respostas.

> A5: *A atividade é um pouco complicada, mas mesmo assim consegui concluir e percebi que ao somar matrizes ocorre translação: muda a posição, mas não a forma.*
>
> A10: *Pude concluir que, ao somar matrizes, ocorre a translação. Ou seja, muda a posição, mas não a forma.*
>
> A3: *A partir de matrizes, imagens podem ser deslocadas.*
>
> A2: *A partir da soma de matrizes, é possível deslocar imagens.*

As respostas foram ao encontro do que esperava-se dessa atividade, mas foram expressas de modo suscinto, sem aprofundamento sobre o conteúdo ou sobre a visualização do que foi construído. Na Figura 17, estão representadas algumas construções dos alunos.

**Figura 17: Polígonos transladados em $T_x$ unidades para a direita e $T_y$ unidades para a esquerda**



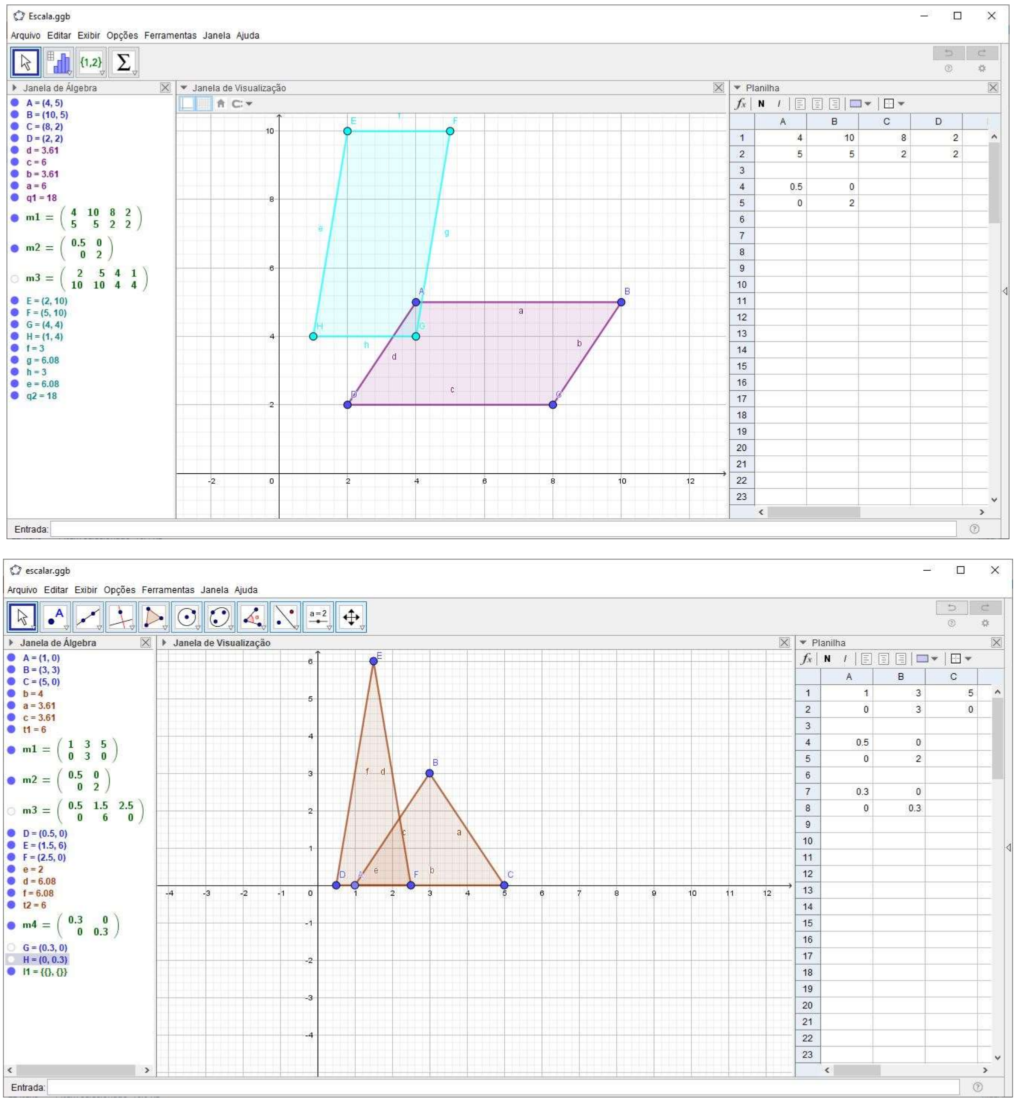

Fonte: Elaborado pela autora.

Para finalizar essa atividade, foi apresentado aos alunos, a mudança de escala de um ponto de coordenadas (x, y) em relação à origem, adotando um fator multiplicativo $S_x$ referente a coordenada x e um fator $S_y$ referente a y, para obter uma matriz E = $\begin{bmatrix} S_x & 0 \\ 0 & S_y \end{bmatrix}$. Esse processo foi generalizado para a mudança de escala de um polígono qualquer, considerando uma matriz *m1* que possui colunas equivalentes aos valores das abscissas e das ordenadas de cada vértice. Da mesma forma, as duplas construiram em uma nova janela do *GeoGebra,* um polígono com 3, 4 ou 5 vértices, registrando as coordenadas dos pontos na planilha do *software,* pelo mesmo padrão adotado anteriormente.

Na sequência, os alunos deveriam elencar dois fatores multiplicativos que mudassem as escalas das coordenadas em 100% para y e 50% para x. Ou seja, deveriam pensar em dois valores que dobrassem os segmentos de tamanho, e reduzissem pela metade, respectivamente. A turma elencou $S_x = 2$ e $S_y = 0{,}5$, e a partir disso, construiu a matriz E na planilha do *GeoGebra.*

Essa matriz foi multiplicada por *m1,* de acordo com as condições estabelecidas pela Álgebra Linear para multiplicar duas matrizes quaisquer. A matriz resultante retornou as novas coordenadas dos vértices do polígono. Esses valores foram inseridos no Campo de Entrada do *software,* visto que alguns pontos apresentaram coordenadas decimais, logo, seria mais complexo encontrar manualmente o ponto do plano correspondente. Após inseri-los, os alunos uniram os mesmos, delimitando um novo polígono conforme a Figura 18.

**Figura 18: Polígonos cujos segmentos apresentam mudança de escala**

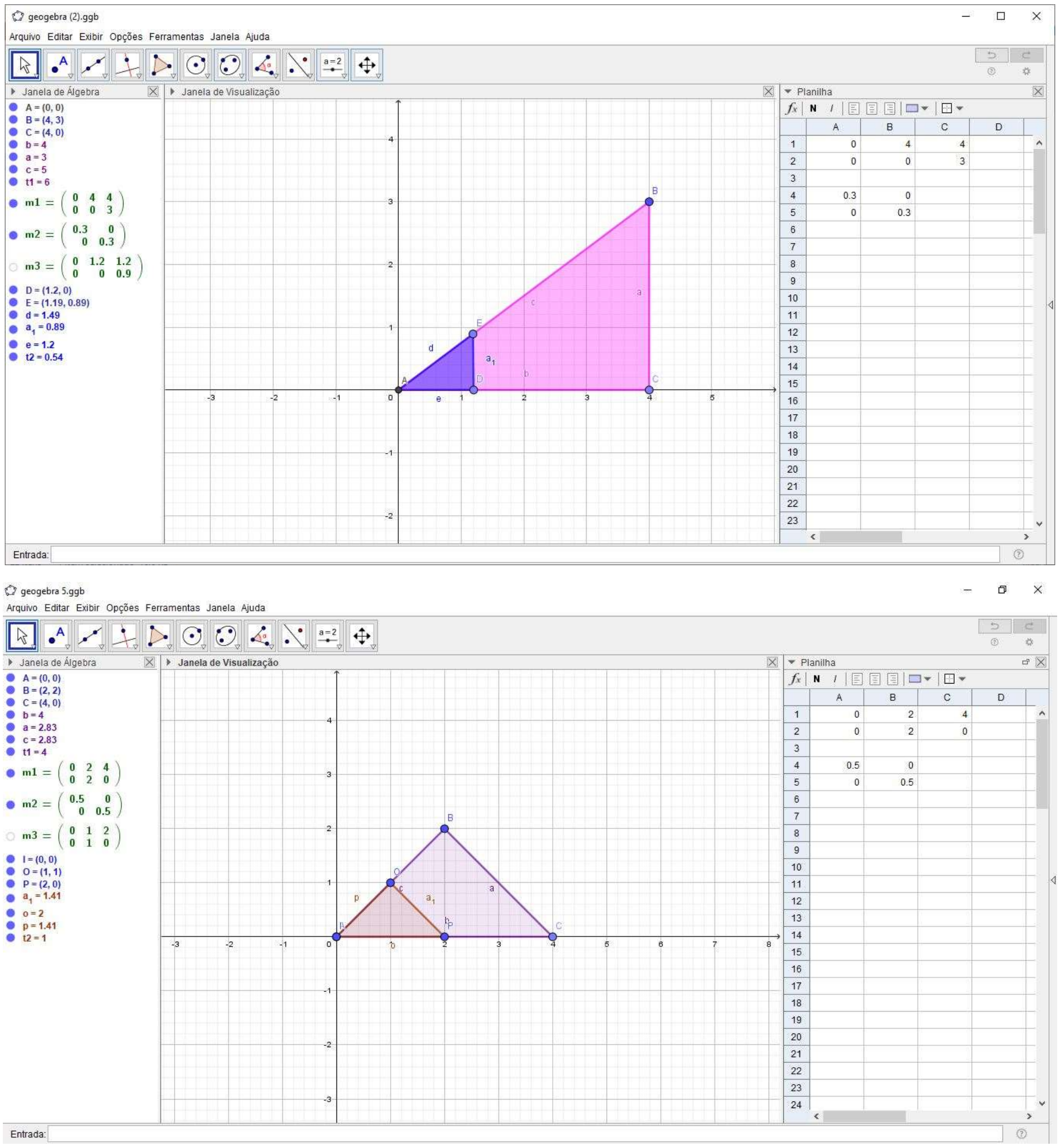


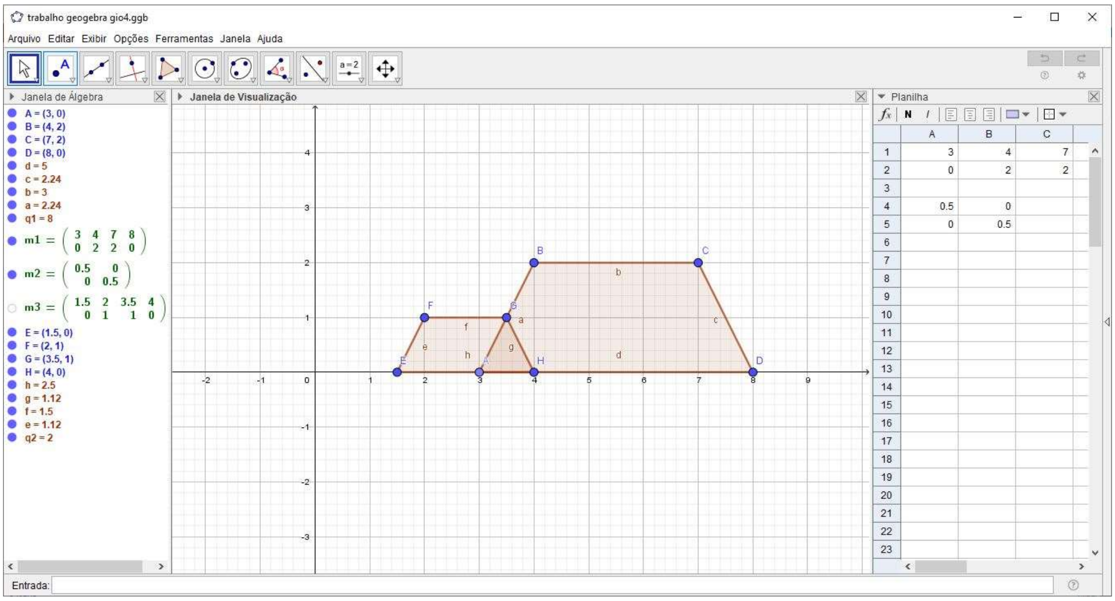
Fonte: Elaborado pela autora.

Pelas observações realizadas em sala de aula, foi possível identificar que os alunos apresentaram mais facilidade no decorrer das atividades propostas, visto que estavam mais habituados com o *software* e com o seu processo operacional. Também elencaram alguns padrões, o que facilitou o andamento das duas últimas atividades.

Durante a abordagem da última transformação, alguns alunos mostraram-se dispostos em refazer as mudanças de escala, optando por fatores multiplicativos de 30% ou 50%, como foi sugerido no material do Apêndice D. As imagens obtidas estão ilustradas na Figura 19.

**Figura 19: Polígonos com mudanças de escalas em 30% e 50%**






Fonte: Elaborado pela autora.

Por fim, cada aluno deveria informar, com suas palavras, o que concluiu com essa atividade. A seguir, serão expressos alguns registros dos participantes:

> A12: *Concluo que a atividade ajudou muito na compreensão da troca de escalas e como se da tal operação por meio das matrizes.*
>
> A6: *Concluo que essa atividade ajudou muito no entendimento de troca de escalas. O y é aumentado em 100%, dobrando de tamanho e o x é reduzido em 50%, ou seja, 1/2 ou 0,5 do valor.*
>
> A7: *A multiplicação pelo fator responsável pela mudança altera o tamanho do polígono.*

Conforme o que foi expresso pelos participantes, acredita-se que foi possível compreender o processo de mudança de escala, pois os mesmos perceberam que o resultado dessa operação deve-se ao fato que os valores inseridos na matriz E eram proporcionais a mudança adotada. Da mesma forma, pode-se identificar que esses registros se restringiram ao processo operacional, e não se aprofundaram nos elementos dos polígonos, dos quais, destacam-se os ângulos internos, ângulos externos e as medidas dos segmentos.

Em suma, pode-se observar que os alunos envolvidos conseguiram expressar suas ideias e reconhecer as operações e propriedades envolvidas no decorrer das atividades. Acredita-se que esse resultado é reflexo da forma como as atividades foram estruturadas e desenvolvidas, partindo de conceitos mais gerais até chegar em tópicos mais específicos. Valadares (2011, p. 38) ressalta que “mais do que o simples resultado de atribuição de um significado a uma informação nova, a aprendizagem significativa é um **processo dinâmico** em que, através de atividades de ensino bem planejadas, os alunos aprofundam, modificam e ampliam seus subsunçores”. Pelos relatos, acredita-se que esse objetivo foi alcançado, visto que os alunos puderam ressignificar alguns conceitos vistos anteriormente, relacionando-os com os mesmos e atribuindo outros significados para os mesmos, por meio do estudo de algumas aplicações.

### 5.5 Análise do questionário final

Ao concluir as atividades, foi disponibilizado aos participantes um questionário *online* com 6 perguntas, conforme o Apêndice E. Com a análise das respostas esperava-se compreender a percepção dos participantes sobre o ensino de matrizes, por meio da utilização de tecnologias digitais durante a aplicação da sequência de atividades.

#### *5.5.1 Análise da primeira pergunta*

Para a questão, *"Descreva com suas palavras, sobre a sua experiência com as atividades desenvolvidas",* obteve-se 17 registros que foram codificados e separados em 24 unidades. Pela leitura e organização das unidades, emergiram 17 categorias iniciais, 4 categorias intermediárias e 3 categorias finais.

A primeira categoria, intitulada "*As atividades foram dinâmicas e proporcionaram a visualização das aplicações matriciais além dos exercícios"* possui 12 unidades, que indicaram metade das observações realizadas pelos participantes. Os registros a seguir ilustram essa ideia.

> A6: *As atividades foram dinâmicas e divertidas, tirando o monótono de explicação e cópia no caderno que temos em basicamente todas as aulas de todas as matérias.*
>
> A12: *As atividades desenvolvidas nos softwares matemáticos, além de apresentarem um lado dinâmico e inovador da disciplina em sala de aula, possibilitaram um maior entendimento de como os artifícios matemáticos podem ser utilizados em parceria à tecnologia, visando as mais diversas funcionalidades do cotidiano humano.*
>
> A7: *Eu acredito que as atividades realizadas ajudaram a expandir nosso conhecimento sobre matrizes de uma forma dinâmica e que nunca vamos esquecer, foram construídas imagens com matrizes, deformação e locomoção de polígonos, etc.*
>
> A5: *Com elas, foi possível perceber que os cálculos e problemas matemáticos não ficam apenas nos papéis.*
>
> A17: *Achei a experiência muito útil e diferenciada, mostrou um conteúdo desgastante de maneira agradável e simples.*

Da mesma forma, o participante A7 ressalta que *"se atividades como essa fossem realizadas com maior frequência na disciplina de matemática e em outras também, além do conhecimento ser mais dinâmico, passamos a entender melhor a origem das coisas e as utilidades que as mesmas possuem".* Além disso, A5 e A11 afirmaram que *"com elas, foi possível perceber que os cálculos e problemas matemáticos não ficam apenas nos papéis"*, além de ter sido *"bastante produtiva pelo fato de termos saído da normalidade do caderno e lápis para algo mais atual"*.

Pelos registros, foi possível identificar que os participantes avaliaram as atividades positivamente, afirmando que as mesmas foram divertidas e dinâmicas, e permitiram desmistificar o ensino da Matemática como algo repetitivo que restringe-se a cópia e resolução de exercícios no livro e/ou caderno.

Ao investigar a utilização das TIC nas aulas de Matemática, elencando os limites e as possibilidades desses recursos, Carneiro e Passos (2014, p. 117) afirmam que

> [...] as tecnologias permitem despertar nos estudantes o interesse e a motivação para aprender matemática, podendo auxiliar a desfazer a imagem dessa disciplina como apenas memorização de fórmulas, algoritmos e procedimentos que são aplicados de forma mecânica.

Da mesma forma, os autores sublinham que "[...] elas podem auxiliar e facilitar a compreensão dos conteúdos matemáticos e desenvolver a imaginação e a criatividade" (CARNEIRO; PASSOS, 2014, p. 117). Assim, acredita-se que os discursos dos participantes refletem a forma como os recursos tecnológicos foram utilizados nas aulas de Matemática, visto que a partir deles foi possível "fugir" dos padrões adotados na maioria das aulas dessa disciplina, onde o conteúdo é apresentado aos alunos e os mesmos repetem os cálculos em extensas listas de exercícios.

Vale ressaltar que a resolução de exercícios durante as aulas de Matemática não deixa de ser uma possibilidade para o ensino dessa disciplina. Borba, Silva e Gadanidis (2015, p. 41) afirmam que "a Matemática baseada no uso de lápis e papel é qualitativamente diferente da matemática baseada no uso de softwares". Além disso, os autores acreditam que "um problema baseado no uso de lápis e papel, por exemplo, pode vir a "perder seu sentido", tornar-se trivial ou obsoleto ao ser resolvido com um software". Dessa forma, reconhece-se que essas propostas de ensino são distintas entre si e podem ser adotadas pelos professores em diferentes momentos. Cabe aos mesmos avaliar as potencialidades de cada abordagem, de acordo com as suas turmas e com o conteúdo programado.

A segunda categoria indicou que "*A tecnologia facilitou a compreensão dos conceitos matemáticos",* na qual foram expressas 8 unidades que retratam essa temática. O participante A1 afirmou que: "*A minha experiência foi fantástica pois com esse meio tecnológico senti mais facilidade de entender os conceitos, ou seja, o que eles influenciavam no resultado final."* Para A2, *"foi muito importante este modo de aprendizagem, pois assim percebi que podemos utilizar a tecnologia para aprender matemática mais facilmente e didaticamente. Acabou se tornando divertido aprender matrizes desta forma"*.

Conforme o exposto, a utilização dos recursos tecnológicos durante a realização das atividades facilitou a compreensão dos conceitos matemáticos, pois a partir dos mesmos foi possível tornar o ensino de matrizes mais didático e divertido. Acredita-se que essas opiniões refletem a forma como as atividades foram estruturadas e aplicadas, e como conduziram-se os encontros em sala de aula, nos quais foi incentivado o diálogo e a participação de todos. Kenski (2012) ressalta que o uso criativo das tecnologias pode auxiliar os docentes em sala de aula, transformando "[...] o isolamento, a indiferença e a alienação com que costumeiramente os alunos frequentam as salas de aula, em interesse e colaboração, por meio dos quais eles aprendam a aprender, a respeitar, a aceitar, a serem pessoas melhores e cidadãos participativos" (KENSKI, 2012, p. 103).

Por outro viés, a terceira categoria final indica que "*As atividades demandaram atenção e por vezes, tornaram-se complicadas*", na qual foram categorizadas 3 unidades expressas por 3 participantes. Para A5 *"as atividades desenvolvidas no notebook, na minha opinião foram muitas vezes complicadas, e era necessária muita atenção, mas foram de grande aprendizado"*. A14 complementa essa ideia afirmando que *"no início me senti um tanto quanto frustrada pelo fato de nunca haver utilizado o aplicativo e não saber como manuseá-lo, no entanto, conforme os dias consegui me acostumar e realizar as atividades"*. Além disso, A12 expõe que *"mesmo apresentando algumas dificuldades em relação aos comandos utilizados pelo GeoGebra e o Scilab, compreendi as propostas e as demonstrações das operações envolvendo escalas, polígonos e matrizes dentro do plano cartesiano"*.

Conforme o conteúdo expresso percebe-se que a falta de familiarização com os *softwares* e com as estruturas dos comandos executados foi um dos fatores que dificultaram a resolução das atividades. Acredita-se que essas dificuldades se justificam pelo fato de que os alunos utilizam tecnologias para acessar redes sociais, assistir filmes, séries, vídeo aulas, dentre outras atividades, e exploram-na muito pouco para fins pedagógicos conforme o resultado da análise do primeiro questionário. Também vale ressaltar que a maioria dos alunos que apresentaram dificuldades, não havia trabalhado com os *softwares* em outro momento, diferentemente dos demais, que já utilizaram essas ferramentas no estudo das geometrias (plana, espacial e analítica).

### *5.5.2 Análise da segunda pergunta*

Para a segunda pergunta desse questionário intitulada *"Na sua percepção, a utilização dos recursos tecnológicos contribuiu para o ensino dos conceitos matriciais?"*, obteve-se 17 respostas, que foram separadas em um arquivo digital, codificadas e reorganizadas em 20 unidades de registro. Por meio da releitura das unidades foi possível categorizá-las em 6 categorias iniciais, 4 categorias intermediárias e 3 categorias finais.

A primeira categoria dessa análise, intitulada *"A utilização dos recursos permitiu visualizar e compreender algumas aplicações dos conceitos matriciais, dentre elas a composição de imagens e as transformações geométricas"*, resumiu 10 unidades, na qual foi possível identificar que a utilização dos recursos tecnológicos durante as atividades, permitiu aos participantes visualizar e compreender, além dos exercícios, algumas aplicações dos conceitos matriciais. Os alunos defendem que:

> A12: *A utilização dos computadores nas aulas de matrizes definitivamente contribuiu ao ensino da matéria, de forma que a mesma passou a não mais apresentar um caráter abstrato, mas sim aplicável e cotidiano, tornando-se mais interessante.*
>
> A8: *Gostei muito, mesmo sem o notebook pude ver o quanto e legal e matrizes descobri coisas inovadoras que achava que não dava para fazer com ela.*
>
> A7: *[...] descobrimos para que são utilizadas matrizes no dia a dia, cálculos de matrizes (como inversão) foram ampliados e foi uma experiência inesquecível e interessante.*
>
> A17: *Sim, a utilização da tecnologia e softwares me ajudou a compreender algo que antes era difícil quando explicado apenas de maneira convencional.*
>
> A14: *Sim, pois podemos visualizar na prática os conceitos que, anteriormente, só eram observados na teoria das aulas, tornando a compreensão mais fácil.*
>
> A3: *Sim, eles me ajudaram a saber a ordem das matrizes e também sobre o que são matrizes em processo de translação e rotação.*

Conforme o exposto, compreende-se que a utilização dos recursos tecnológicos no decorrer das atividades, permitiu aos alunos visualizar e compreender o conceito de matriz, suas operações e consequentemente suas aplicações por um outro viés, além da memorização e repetição de exercícios no caderno.

Para os participantes, as transformações geométricas de escala, translação e rotação desenvolvidas no *software GeoGebra* e a construção de *pixel arts* no *software Scilab* facilitaram a compreensão dos conceitos matriciais. Além disso, destacaram que por meio dessas atividades foi possível tornar um conceito, classificado por alguns participantes como difícil e abstrato, como algo compreensível e interessante.

Real (2017) defende que a abordagem das transformações geométricas no ensino de matrizes é indispensável para que os estudantes compreendam com mais facilidade onde os conceitos podem ser aplicados e quais são suas respectivas operações. Dessa forma, acredita-se que a exploração dessas transformações aliada a utilização das tecnologias em sala de aula contribuiu para o ensino, para a compreensão e para o engajamento nas atividades, por parte dos envolvidos nesse processo.

A segunda categoria indicou que "*a utilização de tecnologias facilitou e agilizou as operações e representações matriciais"* desenvolvidas durante as atividades. Foram categorizadas 07 unidades que descrevem essa ideia, das quais, destacamos as seguintes colocações:

> A2: *Sim, pois aprender matriz apenas passando no quadro e fazendo exercícios, para mim, é mais complicado e se leva mais tempo, utilizando o computador foi mais simples e rápido com a ajuda do aplicativo Geogebra.*
>
> A5: *Sim, com a tecnologia que é um meio mais prático, as matrizes eram feitas rapidamente e com passo a passo dos seus processos. Na minha opinião, a tecnologia ajuda sim e principalmente em matrizes com uma ordem maior, que é trabalhoso e demorado para fazer.*
>
> A7: *Sim, além de contribuir para o nosso conhecimento aprendemos maneiras mais fáceis e mais práticas de representar matrizes, gráficos, polígonos, pixel art, além de descobrir uma ferramenta que poderemos utilizar diariamente para agregar mais conhecimento*.

Para os participantes a utilização de tecnologias durante as aulas de Matemática permitiu a resolução de cálculos extensos em um curto período e facilitou a representação gráfica e a compreensão geométrica das matrizes estudadas.

Conforme os estudos apontados por Ponte (1995, p. 2), as novas tecnologias contribuem para o ensino e a aprendizagem de Matemática, reforçando "[...] relativização da importância das competências de cálculo e de simples manipulação simbólica, que podem ser realizadas agora muito mais rápida e eficientemente. Canavarro (1994, apud CARNEIRO; PASSOS; 2014) corrobora essa ideia à medida que classifica como os computadores podem ser utilizados por professores de Matemática, por meio de quatro categorias.

Para a autora, o computador pode ser considerado um elemento de motivação, que pode aumentar o interesse dos alunos pelas aulas de Matemática; também pode ser um elemento de modernização, visto que está presente em diversos âmbitos da nossa sociedade; além de ser um elemento de facilitação para agilizar atividades que demandam um esforço e tempo maior para serem executadas. Por fim, acredita-se que o computador pode ser um elemento de mudança, pois permite criar dinâmicas em sala de aula e novas formas de ensinar e aprender.

Para tanto, acredita-se que ao propormos a utilização dessas ferramentas, propiciamos a resolução de atividades que motivam nossos alunos e agilizam o processo pelos quais poderiam demandar tempo e esforço. A tecnologia, nessa perspectiva, é vista como um elemento motivador e facilitador da aprendizagem matemática.

A terceira categoria dessa análise é representada por 03 unidades que indicaram que "*a utilização dos recursos tecnológicos durante as aulas de Matemática instigou os participantes a aprender mais sobre matrizes"*. Para A18, esse tipo de abordagem contribuiu para o ensino dos conceitos matriciais *"[...] pois como utilizamos muito a tecnologia em nosso cotidiano estamos sempre querendo aprender mais sobre a tal. O uso diário do celular faz com que nos restrinjamos apenas a ele e não vemos outras tecnologias para nos auxiliarmos"*. A6 complementa essa ideia afirmando que

> *[...] o fato de termos utilidades dispositivos que estão presentes no nosso dia a dia e que muitas vezes utilizamos para atividades sem fins acadêmicos, mostrou que podemos fazer uso dos mesmos para estudo, intensificando muito mais a nossa disposição para a realização das atividades solicitadas.*

Na percepção dos alunos, ao propor a utilização de tecnologias em sala de aula, pode-se considerar o meio digital no qual os alunos estão inseridos aos conteúdos abordados durante o ano. Pelo o que foi expresso, percebe-se que os participantes estão habituados a utilizar tecnologias no seu dia a dia, mas restringem-se ao manuseio do celular e não utilizam-no para fins acadêmicos. Mostrar outras funcionalidades das tecnologias, além do acesso a redes sociais e busca de informações pode ser uma alternativa de grande valia no ensino da Matemática. A utilização de *softwares* de computação numérica e algébrica permite aos usuários visualizar e operar de outras formas, que nem sempre são apresentados em sala de aula.

### *5.5.3 Análise da terceira pergunta*

Na terceira pergunta do questionário final, pediu-se aos alunos: *Com base na sua experiência, aponte as potencialidades e limitações das atividades desenvolvidas.* Dessa questão, obteve-se 17 respostas que foram organizadas e codificadas em 23 unidades. Por meio da releitura dos registros, foi possível organizá-los em 10 categorias iniciais, 5 categorias intermediárias e 4 finais, das quais, 2 descrevem as potencialidades elencadas pelos participantes e 2 referem-se as limitações das mesmas.

Para a categoria *"Os softwares poderiam ser utilizados com mais frequência nas aulas de Matemática",* observam-se 09 unidades que indicam que os *softwares Scilab* e *GeoGebra* poderiam ser utilizados em mais momentos durante o ano letivo. O participante A9 afirma que: *"acho que há muito potencial e poderiam ser mais utilizados para estudo deste conteúdo, pois se torna um conteúdo de fácil compreensão e de muito dinamismo"*. A7 complementa essa ideia, afirmando que *"esses softwares podem ser utilizados com mais frequência para facilitar e compreender melhor suas utilidades e aplicações"*. Além disso, A3 concluiu que *"por mais que tenham ocorrido dificuldades, acredito que pude aprender melhor a usar programas e pude fugir da minha comodidade de apenas saber mexer em programas simples"*.

Dessa forma, pode-se afirmar que na percepção desses alunos, os *softwares* deveriam ser utilizados com mais frequência nas aulas de Matemática, para facilitar a abordagem dos conceitos por meio de suas funções. Ao propor a sua exploração, deve-se destinar um bom tempo em sala de aula (e até mesmo fora dela) para familiarizar-se com a linguagem adotada pelo *software* e reconhecer os caminhos que podemos trilhar na resolução das atividades voltadas à sua utilização.

Ao trilhá-los, devemos reconhecer os inúmeros desafios que podemos encontrar pelo caminho, dentre eles Borba e Penteado (2016, p. 57) destacam-se a "perda de controle" da sala de aula que "[...] aparece principalmente em decorrência de problemas técnicos e da diversidade de caminhos e dúvidas que surgem quando os alunos trabalham com um computador". Essas situações surgem à medida que o professor entra em uma "zona de risco" (BORBA; PENTEADO, 2016) no qual pode deparar-se com perguntas das quais não sabe responder por falta de domínio da ferramenta ou por sequências de comandos que resultaram em execuções inesperadas.

Mesmo com imprevistos, não se deve encarar a utilização de tecnologias como um problema ou como um recurso que complica ou impede o desenvolvimento das atividades. Pelo contrário, espera-se que o professor reconheça as potencialidades da ferramenta que pretende utilizar e esteja disposto a reconhecer que não é detentor do saber dessa tecnologia e pode aprender com o seu aluno, à medida que favorece o diálogo em sala de aula e propõe a discussão de diferentes estratégias e soluções.

Em relação a categoria *"As tecnologias permitiram aplicar o conceito matemático ao cotidiano"*, foram encontradas 3 unidades que descrevem essa afirmação. Para ilustrar essa ideia, A10 afirma que a potencialidade da atividade proposta é *"[...] ver a matemática aplicada no nosso cotidiano, por usarmos tecnologias"*. Da mesma forma, A6 ressalta que *"sobre a potencialidade, percebi que ao envolver o conteúdo com a tecnologia da qual temos contato todos os dias, o interesse pelo estudo e pela origem das matrizes aumentou, instigando seu modo de funcionamento nos softwares aplicados"*. Por esses trechos, percebe-se que as atividades possibilitaram relacionar os conceitos matriciais ao cotidiano dos alunos, principalmente ao que diz respeito ao contato com tecnologias.

Acredita-se que a utilização de tecnologias pode facilitar a visualização e a compreensão dos conceitos matemáticos e diante disso, questiona-se o porquê não utilizá-la com mais frequência na educação, considerando que nossos alunos fazem uso da mesma diariamente. Nessa perspectiva, concorda-se com Borba e Penteado (2016, p. 87) quando evidenciam que "no momento em que os computadores, enquanto artefato cultural e enquanto técnica, ficam cada vez mais presentes em todos os domínios da atividade humana, é fundamental que eles também estejam presentes nas atividades escolares".

Nesse mesmo viés, Kripka (2018, p. 28) afirma que

> [...] existem vários motivos que impulsionam ao uso adequado de recursos tecnológicos digitais em ambientes de ensino e de aprendizagem. O fato de os estudantes conviverem e usarem recursos tecnológicos digitais indica que seu uso pedagógico no ensino pode estimular e despertar seus interesses pela construção do conhecimento matemático proposto.

Diante disso, reconhece-se as potencialidades dos recursos tecnológicos e acredita-se que por meio da sua utilização pode-se instigar os alunos a repensar os conceitos vistos em sala de aula, à medida que estes são relacionados a ferramentas que utilizamos no dia a dia.

Na terceira categoria, intitulada *"A falta de familiarização com os softwares e até mesmo com computadores dificultou o processo"*, foram reconhecidas 09 unidades que apontam que a falta de familiarização com os *softwares* foi uma das limitações encontradas durante a resolução das atividades. Os trechos a seguir exemplificam essa ideia.

> A7: *As principais limitações que foram notadas foram [...] a questão de sermos "novatos" em usar ferramentas como essa para a matemática; houve uma demora de tempo bem maior por muitos de nós (inclusive eu) que nos encontrarmos limitados em questão de conhecimento da matemática dentro de softwares, pois raramente são apresentadas atividades diferentes como essa para fins pedagógicos e o tempo que usamos para coisas simples poderia ter sido melhor aproveitados para explorar mais os aplicativos.*
>
> A12: *Entretanto, penso que para um melhor rendimento em aula, seria preciso antes a familiarização do aluno para com os programas e a linguagem técnica utilizada pelos mesmos, ou seja, aulas focadas na operação dos aplicativos deveriam ser anteriores à manutenção imediata. Porém, a grade compulsória da Base Nacional Comum Curricular, devido a carga horária para cada disciplina, torna inviável a proposta sem ajustes maiores.*
>
> A14: *Acredito que as limitações estão relacionadas às diversas possibilidades de função dos softwares, algo que os torna complexos e de uso rebuscado no princípio, se não houver dicas de alguém que costuma utilizá-lo, torna-se difícil o seu uso.*

Para os participantes, a falta de conhecimento dos recursos e das operações de cada *software* dificultou o andamento das atividades. No decorrer da proposta, foram destinados 2 períodos para a apresentação dos *softwares GeoGebra* e *Scilab* e suas respectivas funções. Nesses momentos, foram destacadas algumas ferramentas para a construção de matrizes e as propriedades das janelas gráficas 2D. Pelos registros, esse tempo não foi suficiente para habituar-se a linguagem adotada. Entretanto, acredita-se que seria necessário destinar mais tempo para conhecer e executar algumas funções, para familiarizar-se com o padrão das duas ferramentas. A escassez de períodos e a rigidez do currículo, que exige a abordagem de *n* conteúdos durante o ano letivo, são fatores que influenciaram diretamente na exposição reduzida das funções dos *softwares.* Para que fosse possível concluir a aplicação de tais atividades, tornou-se necessário adequar o tempo em sala de aula para o desenvolvimento de todas as tarefas. Por conta disso, esperava-se que os alunos envolvidos explorassem os recursos fora da sala de aula, mas poucos participantes mostraram-se dispostos a isso.

Em relação a quarta categoria, foram encontradas durante a análise, 02 unidades que retrataram que "*a falta de períodos e os erros de execução limitaram o desenvolvimento da atividade".* O participante A4 afirma que *o fato de durante a atividade usarmos os conceitos várias vezes sem nem perceber ajudou muito, no entanto acho que levamos muito tempo em ligar o computador ou quando dava algum erro em algum dos computadores.* Da mesma forma, A7 ressalta que *as principais limitações que foram notadas foram a questão do tempo [...].*

Diante disso, acredita-se que as limitações apontadas pelos participantes aparecem à medida que saímos de nossa *zona de conforto*, onde "[...] quase tudo é conhecido, previsível e controlável" (BORBA; PENTEADO, 2016, p. 56) e propomos atividades que podem retornar erros de execução, perda de controle da sala de aula e outros caminhos de resolução, que não havíamos trilhado anteriormente.

Borba e Penteado (2016, p. 57) intitulam essa decisão de assumir riscos em sala de aula como uma "zona de risco" do professor, onde reconhece-se que a

> Perda de controle aparece principalmente em decorrência de problemas técnicos e da diversidade de caminhos e dúvidas que surgem quando alunos trabalham com um computador. Os problemas técnicos podem obstruir completamente uma atividade.

Além disso,

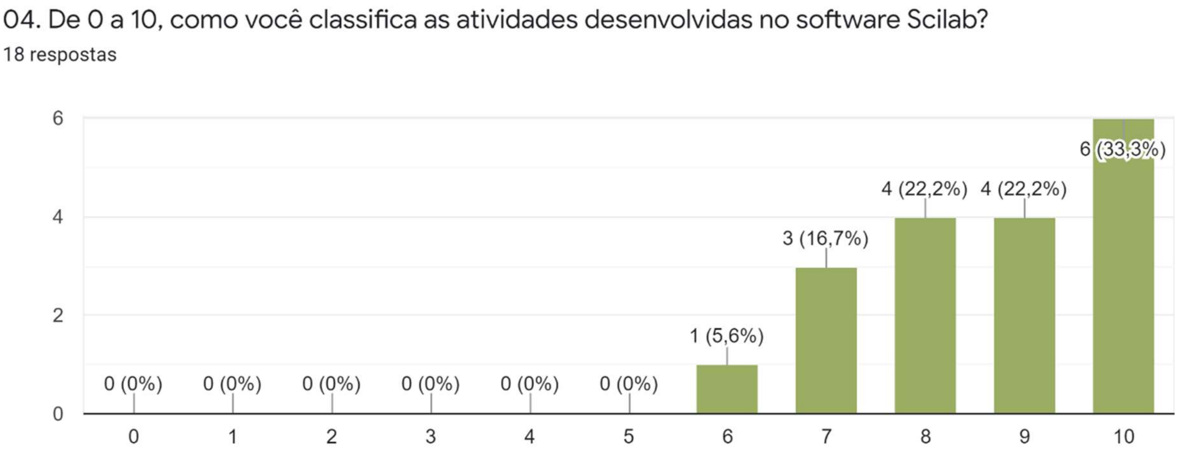
> Quando tudo vai bem com a parte técnica e o professor consegue desenvolver sua aula, surgem as perguntas imprevisíveis. Por mais que o professor seja experiente é sempre possível que uma nova combinação de apertar teclas e comandos leve a uma situação nova que, por vezes, requer um tempo mais longo para análise e compreensão. Muitas dessas situações necessitam de exploração cuidadosa ou até mesmo de discussão com outras pessoas. Isso, porque, diferentemente do que muita gente pensa, o computador nem sempre nos responde de forma explícita (BORBA; PENTEADO, 2016, p. 57).

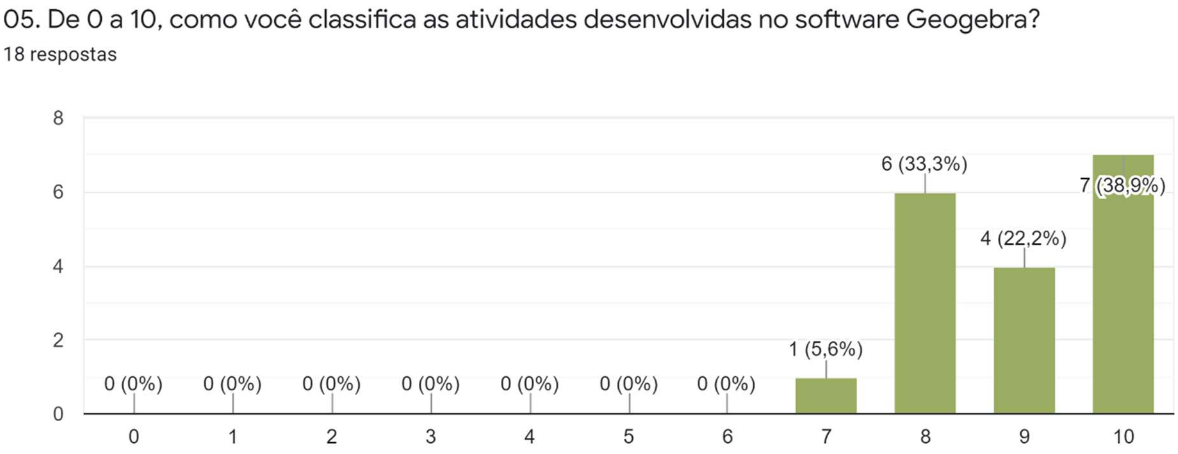
Acredita-se que a fala dos participantes é reflexo da postura adotada em sala de aula, à medida que permitiu-se sair da zona de conforto. Ao assumir riscos e permitir diferentes caminhos e resoluções, presume-se que existam erros e dúvidas que não sabemos resolver em um primeiro momento. Mas, isso não quer dizer que o professor não saiba solucionar alguns problemas que possam surgir no decorrer do processo. Os docentes que possuem formações continuadas específicas em tecnologias e/ou dedicam-se em explorar as potencialidades de tais recursos podem solucionar com mais facilidade alguns problemas que possam emergir no decorrer do processo.

### *5.5.4 Análise da quarta e da quinta pergunta*

As perguntas seguintes pretendiam identificar como os participantes classificaram as atividades nos *softwares Scilab* e *GeoGebra* de 0 (péssimas) a 10 (ótimas). Ao adotar essa escala, espera-se que os participantes pudessem classificar quantitativamente as atividades desenvolvidas e justificassem suas escolhas, posteriormente. Dessas, obteve-se 18 registros, que foram distribuídos nos gráficos a seguir.

**Figura 20: Histogramas das classificações obtidas**




Fonte: (GOOGLE FORMS, 2019).

Conforme os dados, percebe-se que nenhum participante avaliou negativamente[12] as atividades propostas. Acredita-se que houve uma boa aceitação por parte do grupo e que os mesmos reconheceram as potencialidades dos exercícios e dos *softwares* utilizados. Vale

---

[12] Acredita-se que uma avaliação negativa seria classificada com um valor próximo a zero.

ressaltar que a turma mostrou-se disposta e interessada em utilizar tecnologias durante as aulas, e isso justificou-se pela análise das perguntas anteriores.

### *5.5.5 Análise da última pergunta*

Por meio da sexta pergunta desse questionário, buscou-se compreender a experiência dos alunos durante a aplicação das atividades. Pediu-se que os mesmos descrevessem *"como foi a sua experiência com seus colegas e com a professora, durante as atividades"*. Diante disso, obteve-se 19 unidades que foram categorizadas em 4 categorias iniciais e 2 categorias intermediárias e finais.

Para a primeira categoria, obteve-se 15 unidades que indicaram que *"os colegas e a professora auxiliaram em diversos momentos no decorrer das atividades"*. Pelos registros, essa colaboração por parte dos discentes e da docente contribuiu para a compreensão dos conceitos e para o desenvolvimento dos problemas propostos. A seguir, estão descritos alguns registros que ilustram essa ideia.

> A3: *Todas as coisas que tive dúvida a profe se prontificou a ajudar na hora, respondendo aos meus questionamentos.*
>
> A5: *No meu caso a experiência foi muito boa, tanto os colegas como a professora sempre que tinha alguma dúvida estavam sempre à disposição, pois o aplicativo muitas vezes é complicado de mexer, mas tive um auxílio enorme.*
>
> A11: *A professora em todos os momentos foi muito atenciosa, ajudando mais de uma vez os alunos que necessitavam de auxílio.*
>
> A2: *A professora se mostrou disposta a ajudar todos quando necessário. Foram aulas muitos dinâmicas.*
>
> A13: *Não em todas as aulas talvez, mas na maioria os alunos se ajudaram com as dúvidas uns dos outros, o que facilitou o trabalho da professora.*
>
> A7: *Foi visível que uns tinham mais facilidade com os softwares e outros não, após um tempo trabalhando com eles, além da professora nos auxiliar, os colegas já familiarizados que conseguiram realizar atividades e outros não, também serviram como ajuda em colaboração com o tempo que possuíamos.*
>
> A9: *Uma experiencia tranquila, a professora ajudou muito e os colegas também.*

Pelo que foi apontado pelos participantes, a integração entre alunos e professora foi um dos elementos chaves que contribuíram para o desenvolvimento das atividades. Mostrar-se disposto a auxiliar o colega e/ou aluno foi indispensável para estabelecer o diálogo em sala de aula. Corroborando essa ideia, Kenski (2012, p. 46) afirma que

> Mais importante que as tecnologias, que os procedimentos pedagógicos mais modernos, no meio de todos esses movimentos e equipamentos, o que vai fazer diferença qualitativa é a capacidade de adequação do processo educacional aos objetivos que levaram você, pessoa, usuário, leitor, aluno, ao encontro desse desafio de aprender. [...] As mediações feitas entre o seu desejo de aprender, o professor que vai auxiliar você na busca dos caminhos que levem à aprendizagem, os conhecimentos

> que são a base desse processo e as tecnologias que vão lhe garantir o acesso a esses conhecimentos, bem como as articulações com eles configuram um processo de interações que define a qualidade da educação.

Desse modo, observa-se que na percepção dos alunos e nas palavras da autora citada, a interação, o auxílio de docentes e discentes e a adequação das tecnologias às atividades desenvolvidas contribuem significativamente para o ensino e a aprendizagem no ambiente escolar.

Acredita-se que o professor que propõe novos caminhos em sala de aula deve observar que a utilização de tecnologias, de modo individual e isolado, não garante a qualidade do ensino. Reconhecer as especificidades da turma e acompanhar o desenvolvimento dos alunos, incentivando o diálogo e a participação de todos poderá influenciar diretamente nesse processo e contribuirá com a formação desses estudantes, incentivando-os a serem críticos e participativos.

Na segunda categoria foram selecionadas 04 unidades que descrevem como "*os alunos mostram-se interessados em aprender Matemática"* durante a aplicação da sequência de atividades. Para o participante A7, *"foi incrível e principalmente eu, que tenho receio com matemática tive motivação e anseio por entender e realizar as atividades propostas bem maior de que em aulas cotidianas".* A11 complementa essa ideia, afirmando que *"a turma acolheu bem a ideia desta atividade, dando assim espaço ao aprendizado, ao interesse e a descontração em alguns momentos".* Além disso, para A15,*"as aulas foram muito interessantes, produtivas e prazerosas de trabalhar"* e para A4, foi possível perceber que *"todos se interessaram em fazer as coisas".*

Conforme o exposto, pecebe-se que os alunos mostraram-se interessados em resolver as atividades e afirmaram que por meio delas foi possível compreender os conceitos matemáticos envolvidos. Isso vem ao encontro com a premissa desse trabalho, onde buscou-se avaliar se as tecnologias contribuiram para o ensino de conceitos matriciais no Ensino Médio. Esperava-se que as aulas pudessem ser interessantes e motivadoras para os envolvidos e com base nos registros obtidos, percebe-se que esse objetivo foi atingido.

Para Carneiro e Passos (2014, p. 109) "[...] tornar as aulas mais interessantes pode ser uma forma de despertar no aluno a motivação para aprender matemática, mas o professor precisa ter um trabalho que esteja sempre voltado a esse propósito". Desse modo, acredita-se que a mera utilização de tecnologias não foi o único fator que tornou as aulas interessantes e significativas.

Também foi necessário adequar alguns exercícios e repensar qual a melhor forma para abordar as ferramentas disponíveis, e como as mesmas poderiam ser utilizadas durante as aulas. Reconhecer as potencialidades dos *softwares* em questão foi necessário, pois a grande parte das atividades foram executadas e visualizadas nessas ferramentas. Para tanto, reconhece-se que

> [...] a utilização de computadores na Educação é muito mais diversificada, interessante e desafiadora, do que simplesmente a de transmitir informação ao aprendiz. O computador pode ser também utilizado para enriquecer ambientes de aprendizagem e auxiliar o aprendiz no processo de construção do seu conhecimento (VALENTE, 1999, p. 11).

# 6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nessa pesquisa o objetivo principal foi compreender a percepção dos alunos de uma escola do Rio Grande do Sul sobre a utilização de tecnologias digitais no ensino de matrizes. Pretendeu-se alcançar o mesmo a partir da elaboração e da aplicação de uma sequência de atividades, fundamentada na utilização de recursos tecnológicos no ensino de Matemática e na Teoria da Aprendizagem Significativa.

A pergunta norteadora desse estudo foi: "*Como as tecnologias digitais podem contribuir para o ensino de Matemática no conteúdo de matrizes, na percepção dos alunos do Ensino Médio?*". Conforme as percepções identificadas nas respostas obtidas em seis questionários, conclui-se que as tecnologias podem contribuir para o ensino de matrizes, pois facilitam a compreensão e a visualização dos problemas propostos e permitem diversificar o ensino da Matemática.

Por meio dos resultados obtidos, destacam-se as seguintes considerações:

De forma geral, a análise qualitativa dos dados referentes aos conhecimentos prévios revelou que os estudantes recordaram alguns conceitos matriciais vistos na segunda série do Ensino Médio.

No que diz respeito as percepções sobre o uso de tecnologias digitais nas aulas de Matemática, os participantes indicaram que as mesmas podem auxiliar na compreensão, na visualização e na exemplificação dos conceitos matemáticos e as mesmas caracterizam-se como recursos diferenciados para o ensino e a aprendizagem dessa disciplina. Além disso, constatou-se pela análise, que o uso das tecnologias possibilitou uma interação em sala de aula, a medida que promoveu-se a sua utilização.

Em relação as atividades desenvolvidas, observou-se que os alunos avaliaram positivamente os *softwares Scilab* e *GeoGebra*, mostrando-se empenhados na resolução dos problemas propostos em ambas ferramentas. Para o *Scilab,* foi possível verificar que os alunos apresentaram mais facilidade no decorrer dos exercícios, visto que a utilização desse *software* limitou-se a execução de comandos, construção de matrizes e representações gráficas das mesmas. Para o *GeoGebra,* percebeu-se que alguns alunos mostraram dificuldades durante as aulas, pois não relacionaram com tanta facilidade as diferentes representações criadas na Janela de Álgebra, na Janela de Visualização, na Planilha e no Campo de Entrada. Mesmo com tais dificuldades, os alunos mostraram-se engajados e dispostos a questionar e reformular suas execuções, à medida que as memas não retornavam o que era esperado. Nesse processo, o apoio dos colegas foi fundamental para o andamento das atividades, pois facilitou o trabalho da professora e permitiu o compartilhamento de saberes em sala de aula.

Após concluir as atividades, constatou-se pela análise do questionário final, que as atividades propostas foram dinâmicas e proporcionaram a visualização das aplicações matriciais além dos exercícios propostos comumente nas aulas de Matemática. Além disso, os participantes indicaram que a tecnologia facilitou a compreensão dos conceitos matemáticos, pois a partir desta, foi possível tornar o ensino de matrizes mais didático e divertido.

Por outro viés, os participantes também reconheceram as limitações dos recursos tecnológicos, afirmando que as atividades demandaram mais atenção e por vezes, tornaram-se mais complicadas, pois resultavam erros de execução e retardavam o tempo de resolução. Conforme o conteúdo expresso pelos participantes, percebeu-se que a falta de familiarização com os *softwares* e as estruturas dos comandos foi um dos fatores que dificultaram a resolução das atividades.

Identificou-se que na percepção dos alunos, a utilização dos recursos permitiu visualizar e compreender algumas aplicações dos conceitos matriciais, dentre elas a composição de imagens com o auxílio do *software Scilab* e a aplicação das transformações geométricas de rotação, escala e translação com o *software GeoGebra.* Da mesma forma, os alunos reconheceram que a tecnologia facilitou e agilizou as operações e representações matriciais desenvolvidas, que demandariam mais tempo e esforço se fossem realizadas com lápis e papel.

A partir das observações realizadas pelos alunos, constatou-se que os *softwares* poderiam ser utilizados com mais frequência nas aulas de Matemática, pois existe muito potencial nessas ferramentas. Também concluiu-se que as tecnologias permitiram aplicar o conceito matemático ao cotidiano dos estudantes, relacionando-os a realidade no qual estão inseridos.

Por fim, observou-se pelos relatos dos alunos, que os colegas e a professora auxiliaram no desenvolvimento das atividades, facilitando os processos e tirando dúvidas, quando necessário. Conforme o que foi expresso, a integração entre os discentes e a docente foi indispensável para estabelecer o diálogo em sala de aula.

Aconselha-se para pesquisas futuras, ampliar o tempo destinado a apresentação e ao manuseio dos *softwares* utilizados, pois percebeu-se no decorrer da aplicação dessa proposta, que alguns alunos apresentaram dificuldades no manuseio dos *softwares* por não estarem habituados com as ferramentas. Vale ressaltar que a maioria dos alunos que apresentaram dificuldades, não havia trabalhado com os *softwares* em outro momento, diferentemente dos demais, que já utilizaram essas ferramentas no estudo das geometrias (plana, espacial e analítica).

Como pesquisas futuras, sugere-se abordar outras transformações geométricas no estudo de matrizes, como cisalhamento, homotetia e isometria. Pela experiência da pesquisadora, acredita-se que ao propor essas atividades, podemos explorar os conceitos matriciais de outras formas que não são vistas comumente nos livros didáticos do Ensino Médio.

Também sugere-se explorar outros conceitos que não foram expressos no decorrer desse estudo, como a resolução de sistemas lineares na sua forma matricial, para relacioná-los a outras aplicações matriciais. Observar as possíveis soluções e como esse tópico aparece na resolução de problemas pode agregar no ensino desse conteúdo.

Espera-se que esse estudo motive pesquisadores e professores de Matemática a propor e desenvolver atividades voltadas à utilização de recursos tecnológicos para facilitar e dinamizar o ensino de matrizes, demonstrando aos alunos que esse conteúdo não restringe-se a um conjunto de regras e operações.

# REFERÊNCIAS


ANDRADE, J. J. **Registro de representação semiótica:** conceitualização dos diversos tipos de soluções de sistemas lineares usando o software GeoGebra. 2018. 191 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Santa Catarina, 2018.

ANTON, H.; RORRES, C. **Álgebra linear com aplicações**. Tradução de Claus Ivo Doering. 8. ed. Porto Alegre: Bookman, 2001.

AUSUBEL, D. P. **Aquisição e retenção de conhecimentos:** uma perspectiva cognitiva. Tradução de Lígia Teopisto. 1. ed. Lisboa: Editora Paralelo, 2003.

AUSUBEL, D. P.; NOVAK, J. D.; HANESIAN, H. **Psicologia Educacional**. 2. ed. Rio de Janeiro: Editora Interamericana, 1980.

ARAÚJO, P. F. **Aplicações de criptografia no ensino médio**. 2017. 95 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, Minas Gerais, 2017.

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. 3. ed. Lisboa, 2004.

BENTO, M. M. et al. Educação Tecnológica: Software Geogebra, uma ferramenta a favor do ensino e aprendizado da Matemática. In: Conferencia Latinoamericana de GeoGebra, 2012. **Actas de la Conferencia Lationoamericana de Geogebra**. Montevideo, Uruguai, 2012. Disponível em: http://www.geogebra.org.uy/2012/actas/procesadas1387590902/57.pdf. Acesso em: 23 jul. 2019.

BOCCARDO, M. E. **Sistemas lineares:** aplicações e propostas de aula usando a metodologia de resolução de problemas e o software Geogebra. 2017. 82 f. Dissertação (Mestrado Profissional) – Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", São José do Rio Preto, São Paulo, 2017.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação Qualitativa em Educação:** uma introdução à teoria e aos métodos. Tradução de Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Porto: Porto Editora, 1994.

BORBA, M. C. Tecnologias informáticas na Educação Matemática e reorganização do pensamento. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática:** concepções e perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999.

BORBA, M. C.; LACERDA, H. D. G. Políticas públicas e tecnologias digitais: um celular por aluno. III Fórum de Discussão: Parâmetros Balizadores da Pesquisa em Educação Matemática no Brasil. **Educ. Matem. Pesq.**, São Paulo, v. 17, n. 3, p. 490-507, 2015.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática.** 5. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2016.

BORBA, M. C.; SILVA, R. S. R.; GADANIDIS, G. **Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática**: sala de aula e internet em movimento. 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2015.

BRASIL. Ministério da Educação (MEC). **Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação Básica**. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Currículos e Educação Integral. Brasília: MEC, SEB, DICEI, 2013.

______. Ministério da Educação (MEC). **LDB – Lei de Diretrizes e bases da educação Nacional** nº 9394/96, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da Educação Nacional. Ministério de Educação. Brasília: MEC, 1996. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/L9394.htm. Acesso: 10 out. 2018.

BRASIL, G. L. **Programação Linear:** uma possível abordagem no ensino médio. Dissertação (Mestrado Profissional) – Universidade Federal do Amazonas, Manaus, 2018.

CANAVARRO, A. P. **Concepções e práticas de professores de matemática:** três estudos de caso. 1993. 361f. Dissertação (Mestrado) – Departamento de Educação da Faculdade de Ciências, Universidade de Lisboa, Lisboa, 1994.

CARNEIRO, R. F.; PASSOS, C. L. B. A utilização das Tecnologias da Informação e Comunicação nas aulas de Matemática: Limites e possibilidades. **Revista Eletrônica de Educação**, v. 8, n. 2, p. 101-119, 2014.

CANO, C. A. Os recursos da Informática e os contextos de ensino e aprendizagem. In: SANCHO, Juan Maria. **Para uma tecnologia educacional**. 2. ed. Porto Alegre, ARTMED, 2001.

COSTA, B. V. E. **A utilização do Scilab em aplicações de matrizes e sistemas lineares**. 2017. 100 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Maranhão, São Luís, 2017.

DANTE, L. R. **Matemática** – volume único: livro do professor. 1. ed. São Paulo: Ática, 2005.

DEMO, P. Inclusão digital – cada vez mais no centro da inclusão social. **Revista Inclusão Social**, Brasília, v. 1, n. 1, p. 36-38, out., 2005.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GEOGEBRA. **GeoGebra –** Aplicativos Matemáticos, 2018. Disponível em: https://www.geogebra.org/. Acesso em: 12 mar. 2019.

GOMES, E.; BIANCHINI, B. L.; LIMA, G. L. Uma proposta de utilização da *Team Based Learning* na formação de professores de matemática. **Int. J. Activ. Learn.** Rio de Janeiro, v. 2, n. 1, p. 31-42, jan./jun. 2017.

GRAVINA, M. A.; SANTAROSA, L. M. A aprendizagem da Matemática em ambientes informatizados. **IV Congresso RIBIE**, Brasília, 1998.

GROENWALD, C. L. O.; SILVA, C. K.; MORA, C. D. Perspectivas em Educação Matemática. **Acta Scientiae**. Canoas, v. 6, n. 1, p. 37-55, jan./jun., 2004.

KENSKI, V. M. **Educação e tecnologias:** o novo ritmo da informação. 8. ed. Campinas – SP: Papirus, 2012.

KRIPKA, R. M. L. **Uso de tecnologias digitais no ensino e na aprendizagem de Álgebra Linear na perspectiva das teorias da Aprendizagem Significativa e dos Registros de**

**Representação Semiótica**. 2018. 591 f. Tese (Doutorado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2018.

LEITE, M.; ROCHA, C. R. M. Aplicações práticas com Scilab – uma abordagem didática. **Revista Profissão Docente [online]**. Uberaba, v. 17, n. 36, p. 66-74, jan./jul., 2017.

LEVORATO, G. B. P. **Matrizes, Determinantes e Sistemas Lineares**: Aplicações na Engenharia e Economia. 2017. 65 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estatual Paulista, Rio Claro: 2017.

LIMA, J. O. **Diretrizes para a construção de softwares educacionais de apoio ao ensino de Matemática**. 2006, 140 f. Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2006.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação**: abordagens qualitativas. 2. ed. Rio de Janeiro: GEN, 2013.

MALTEMPI, M. V. Educação matemática e tecnologias digitais: reflexões sobre prática e formação docente. **Acta Scientiae**, Canoas, v. 10, n. 1, p. 59-67, jan./jun. 2008. Disponível em: http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/78/70. Acesso em: 03 out. 2019.

MASINI, E. A. F. S.; MOREIRA, M. A. **Aprendizagem significativa:** condições para ocorrência e lacunas que levam a comprometimentos. 1. ed., São Paulo: Vetor, 2008.

MORAES, R. Análise de Conteúdo. **Educação**, Porto Alegre, v.22, n.37, 1999. Disponível em: http://pesquisaemeducacaoufrgs.pbworks.com/w/file/fetch/60815562/Analise%20de%20conte%C3%BAdo.pdf. Acesso em: 10 out. 2019.

MOREIRA, M. A.; MASINI, E. A. F. S. **Aprendizagem significativa – A teoria de David Ausubel.** São Paulo: Editora Moraes, 1982.

______, M. A. Aprendizagem significativa: um conceito subjacente. **Aprendizagem Significativa em Revista**/Meaningful Learning Review, v. 3, p. 25-46, 2011.

______, M. A. **Linguagem e aprendizagem significativa**. Conferência de encerramento do IV Encontro Internacional sobre Aprendizagem Significativa, Maragogi, AL, 2003.

OLIVEIRA, D. C. Análise de Conteúdo temático-categorial: uma proposta de sistematização. **Revista Enfermagem UERJ**, Rio de Janeiro, v. 16, n. 4, p. 569-576, 2008.

OLIVEIRA, E. et al. Análise de Conteúdo e Pesquisa na área de educação. **Revista Diálogo Educacional**, Curitiba, v. 4, n.9, p.11-27, maio/ago., 2003.

OLIVEIRA, W. F. **Uma proposta para ampliar a perspectiva de professores e alunos em relação ao estudo de matrizes**. 2017. 129 f. Dissertação (Mestrado Profissional) – Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", São José do Rio Preto, 2017.

PAPERT, S. *USES OF TECHNOLOGY TO ENHANCE EDUCATION*. **Technical Report**, AI Lab, MIT, 1973.

PEREIRA, D. P. F. **Transformações geométricas com aplicações no GeoGebra para o ensino médio**. 2017. 88 f. Dissertação (Mestrado Profissional) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2017.

PINTO, M. R. O ensino de álgebra linear para engenharias utilizando o Scilab. **Revista Internacional de Tecnologia, Ciencia y Sociedad**. v.6, n. 1. p. 41-47, 2017.

POLONI, H. L. **Sistemas lineares, aplicações e representação gráfica**. 2018. 151 f. Dissertação (Mestrado Profissional) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2018.

PONTE, J. P. Novas tecnologias na aula de Matemática. **Educação e Matemática**, n. 34, p. 02-07, 1995. Disponível em: https://repositorio.ul.pt/handle/10451/4470. Acesso em: 10 dez. 2019.

PONTE, João Pedro da. Tecnologias de informação e comunicação na formação de professores: que desafios? **Revista Ibero-americana de Educação**, n. 24, p. 63-90, 2000. Disponível em: https://repositorio.ul.pt/handle/10451/3993. Acesso em: 10 set. 2019.

REAL, L. P. V. **Transformações geométricas: aplicação de matrizes na computação gráfica**. 2017. 244 f. Dissertação (Mestrado) – Centro Universitário Franciscano, Santa Maria, 2017.

RICHIT, A.; MALTEMPI, M. V. Desafios e possibilidades do trabalho com projetos e com tecnologias na Licenciatura em Matemática. **Revista ZETETIKÉ**, Unicamp, v. 18, n. 33, jan./jun., 2010. Disponível em: https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646692/13594. Acesso em: 3 de outubro de 2019.

SANCHES, M. H. F. **Efeitos de uma estratégia diferenciada no ensino dos conceitos de matrizes**. 2002. 138f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2002.

SCILAB. **Site Oficial do SciLab**. Disponível em: http://www.scilab.org/scilab/about, 2018. Acesso em: 6 abr. 2019.

SILVA, J. D. O. **Processamento de imagens digitais e o ensino de matrizes**. 2014. 58 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Oeste do Pará, Santarém, 2014.

SILVA, M. H. V. **Uma abordagem de sistemas lineares usando o Maxima e o Scilab**. 2017. 85 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2017.

SILVA, R. S.; BARONE, D. A. C.; BASSO, M. V. A. Cadeias de Markov e tecnologias digitais: reflexões sobre a construção de conhecimentos dos discentes em licenciatura em Matemática. **Revista Ciência & Educação (Bauru)** [online], v. 24, n. 3, p.695-713, 2018. Disponível em: https://doi.org/10.1590/1516-731320180030010. Acesso em: 6 abr. 2019

SIPLE, I. Z. et al. **Uma interpretação geométrica da multiplicação de matrizes mediada pelo GeoGebra**. I Simpósio Ibero-Americano de Tecnologias Educionais – SITED. UFSC – Araranguá. 8 a 10 de maio de 2017.

VALADARES, J. A teoria da aprendizagem significativa como teoria construtivista. **Aprendizagem Significativa em Revista**/Meaningful Learning Review. v. 1, p. 36-57, 2011.

VALENTE, J. A. Diferentes usos do Computador na Educação. **Em Aberto**, Brasília, n. 57, jan./mar. 1993.

VALENTE, J. A. A comunicação e a educação baseada no uso das tecnologias digitais de informação e comunicação. **Revista UNIFESO** – Humanas e Sociais. v. 1, n. 1, p. 141-166, 2014.

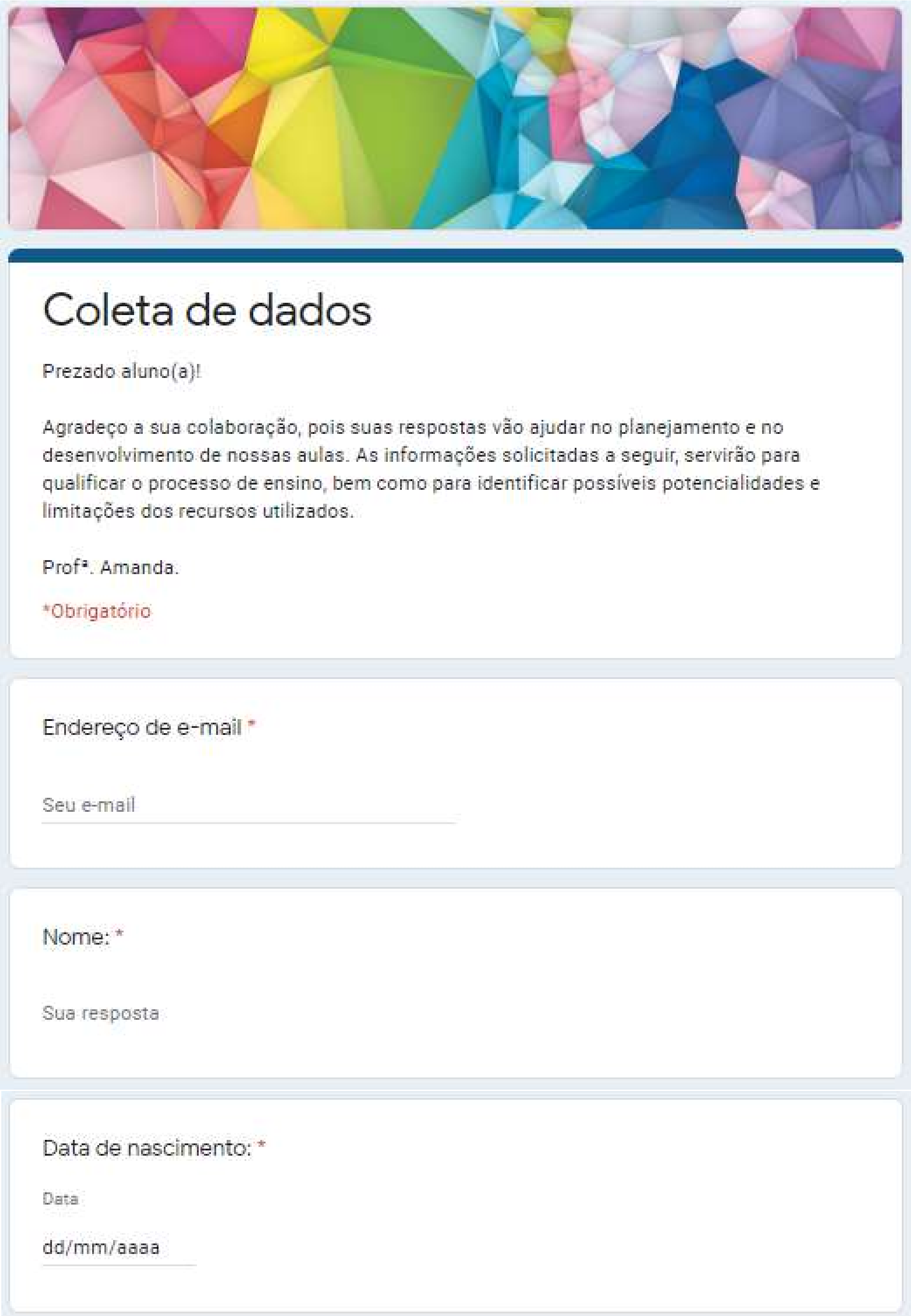
VALENTE, J. A. et al. **O computador na sociedade do conhecimento**. Campinas: Unicamp/NIED, v. 6, 1999. Disponível em: http://usuarios.upf.br/~teixeira/livros/computador-sociedade-conhecimento.pdf. Acesso em: 16 dez. 2019.

VALIENTE, E. S. P. **Aplicações de sistemas lineares e determinante na engenharia civil**. 2015. Dissertação (Mestrado Profissional) – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2015.

YIN, R. K. **Estudo de caso:** planejamento e métodos [recurso eletrônico]. Tradução de Cristhian Matheus Herrera. 5. ed. Porto Alegre: Bookman, 2015.

# APÊNDICES

# Apêndice A: Questionários iniciais: identificação dos participantes, identificação dos conhecimentos prévios e percepções sobre tecnologias digitais



## Coleta de dados

Prezado aluno(a)!

Agradeço a sua colaboração, pois suas respostas vão ajudar no planejamento e no desenvolvimento de nossas aulas. As informações solicitadas a seguir, servirão para qualificar o processo de ensino, bem como para identificar possíveis potencialidades e limitações dos recursos utilizados.

Profª. Amanda.

*Obrigatório

Endereço de e-mail *

Seu e-mail

Nome: *

Sua resposta

Data de nascimento: *

Data

dd/mm/aaaa

Sexo: *

- ○ Feminino
- ○ Masculino

Você está trabalhando atualmente? *

- ○ Sim
- ○ Não

Você mora com: *

- ☐ Pais.
- ☐ Avós.
- ☐ Outro: ____________

Você cursou o Ensino Fundamental em Escolas: *

- ○ Públicas.
- ○ Particulares.

Você reserva quanto tempo para estudar fora do ambiente escolar? *

Sua resposta ____________

Você possui computador e/ou smartphone? *

- ○ Sim
- ○ Não

Caso possua, você usa para...

Sua resposta

# Percepções sobre tecnologias digitais

Prezado aluno(a)!

Agradeço a sua colaboração, pois suas respostas vão ajudar no planejamento e no desenvolvimento de nossas aulas. As informações solicitadas a seguir, servirão para qualificar o processo de ensino, bem como para identificar possíveis potencialidades e limitações dos recursos utilizados.

Profª. Amanda.

*Obrigatório

Endereço de e-mail *

Seu e-mail

1. Você já participou de alguma aula de Matemática em um laboratório de informática?

- Sim
- Não

2. Como você avalia a utilização de recursos tecnológicos durante as aulas de Matemática? *

Sua resposta

3. Descreva algumas sugestões para a utilização de tecnologias digitais nas aulas dessa disciplina. *

Sua resposta

4. Você acredita que a utilização desses recursos pode ser significativa? Ou não? (Justifique sua resposta). *

Sua resposta

# Identificação de conhecimentos prévios

Prezado aluno(a)!

Agradeço a sua colaboração, pois suas respostas vão ajudar no planejamento e no desenvolvimento de nossas aulas. As informações solicitadas a seguir, servirão para qualificar o processo de ensino, bem como para identificar possíveis potencialidades e limitações dos recursos utilizados.

Profª. Amanda.

*Obrigatório

Endereço de e-mail *

Seu e-mail

1. Com base no que você já sabe, qual é a sua concepção para o conceito de MATRIZ? *

Sua resposta

2. Com base nos seus conhecimentos, descreva como e onde as matrizes podem ser utilizadas. *

Sua resposta

3. Você acha que existe alguma relação entre as tecnologias e os conceitos matriciais? *

Sua resposta

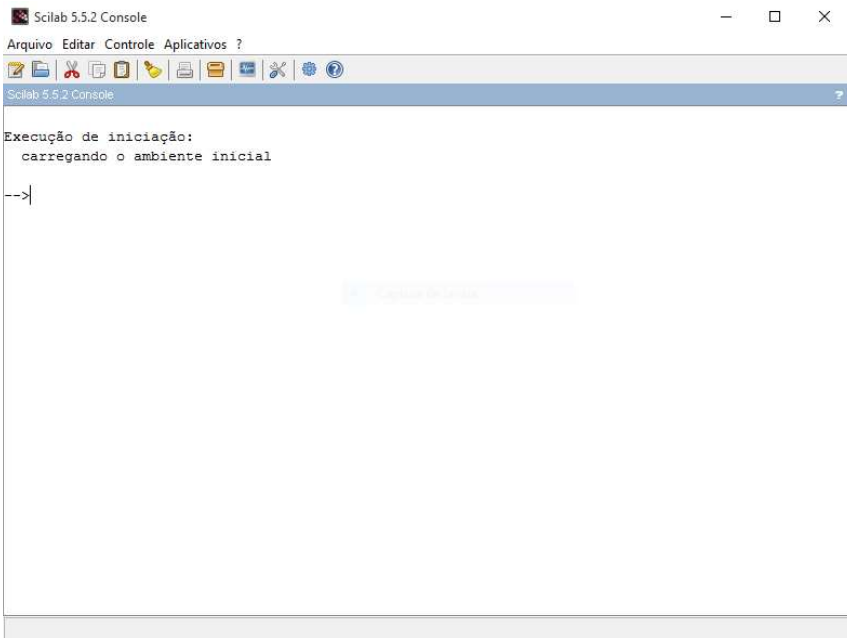
# Apêndice B: Operações e propriedades envolvendo matrizes no *software Scilab*

- **Você conhece algum *software* matemático?**
- **Já ouviu falar no *software Scilab?***

*O Scilab é um software gratuito e de código aberto para engenheiros e cientistas, com uma longa história e uma comunidade em crescimento (100.000 downloads a cada mês em todo o mundo).*

- **Ambiente inicial:**

Assim que o *Scilab* é executado, surge a janela do *Console* do *Scilab* (Figura 1).




Todas as linhas de comando que serão executadas, devem ser inseridas pelo usuário em um *prompt* de comando "-->". Após a sua inserção, o usuário deve optar pela ausência ou utilização do ponto e vírgula na execução da linha de comando, pois ele permite visualizar ou suprir o resultado da mesma. Em outras palavras, ao utilizarmos o ponto e vírgula no final da linha de comando, o resultado será armazenado, mas não ficará visível. Caso contrário, ao digitarmos a operação e clicarmos em "Enter" o *software* indicará o resultado na próxima linha.

Nesse ambiente, você pode explorar as inúmeras funções disponíveis no *software.* Dentre elas, podemos explorar funções específicas de estatística, sistemas lineares, logaritmos, exponenciais, e outros tópicos que você já estudou ou irá estudar durante o Ensino Médio e até mesmo no Ensino Superior.

- **Operações:** as operações matemáticas usuais do *software* são definidas por:

| | |
|---|---|
| **Soma** | "+" |
| **Subtração** | "-" |
| **Divisão** | "/" |
| **Multiplicação** | "*" |
| **Potenciação** | "^' |
| **Radiciação** | "sqrt(n)" para raízes quadradas |

- **Uso de variáveis e o comando de atribuição:** Ao armazenar variáveis no Scilab, o usuário salva informações para um uso posterior. O comando de atribuição é representado pelo símbolo "=". Por exemplo: Determine o valor da expressão $A = \left(\frac{1}{3}\right)^0 + \sqrt{225} - 8^{\frac{2}{3}}$. No *Scilab,* podemos descrever por:

```
-->A=(1/3)^0+sqrt(225)-8^(2/3)
 A  =

    12.
```

Esse valor, fica armazenado no *software* a partir da variável "A" e pode ser acessado até que as variáveis sejam excluídas, substituídas, ou até encerrar o *software.*

- **Comandos de manipulação:** Ao manipularmos algumas variáveis, o *software* memoriza-as no *workplace.* Para acessá-las ou excluí-las, o *Scilab* disponibiliza os seguintes comandos:

| | |
|---|---|
| **clc** | Limpa a janela de comandos. |
| **clc(n)** | Limpa n linhas acima da atual. |
| **clear** | Remove todas as variáveis da memória. |
| **whos** | Lista as variáveis. |
| **who_user** | Lista as variáveis definidas pelo usuário. |

- **Inserção de matrizes:** a inserção de matrizes será estruturada a partir de um comando de atribuição de variável seguido de uma lista entre colchetes. Os elementos serão inseridos em linhas, onde cada espaço descrito indica uma nova coluna para a matriz.

Os mesmos serão separados pelo símbolo de ponto e vírgula (;) para indicar uma nova linha dessa lista. Por exemplo, para a inserção de uma matriz de ordem 2x3, descrevemos:

```
-->M=[2 1 4;5 7 3]
 M  =

    2.    1.    4.
    5.    7.    3.
```

**Confira alguns exemplos que envolvem operações entre matrizes**

```
-->M=[2 1 4;5 7 3]
 M  =

    2.    1.    4.
    5.    7.    3.

-->N=[1 2 1;5 -3 7]
 N  =

    1.    2.    1.
    5.  - 3.    7.

-->M+N
 ans  =

    3.     3.    5.
    10.    4.    10.
```

```
-->M-N
 ans  =

    1.  - 1.     3.
    0.    10.  - 4.

-->2*M
 ans  =

    4.     2.     8.
    10.    14.    6.
```

♣ **Multiplicação de matrizes:** A multiplicação de matrizes possui regras peculiares pré-estabelecidas pela Álgebra Linear. Para multiplicar duas matrizes A e B, devemos verificar se o número de colunas da matriz A for igual ao número de linhas da matriz B. Caso essa condição seja satisfeita a operação será definida o *software* por A*B.

```
-->A=[2 1;3 4]
A  =

   2.    1.
   3.    4.
-->B=[1 5;7 8]
B  =

   1.    5.
   7.    8.
```

```
-->C=A*B
C  =

   9.     18.
   31.    47.
```

♣ **Algumas funções matemáticas:** O *Scilab* dispõe de inúmeras funções matemáticas pré-definidas. Dentre elas, ressaltamos algumas possibilidades para a manipulação de matrizes:

| COMANDO EM RELAÇÃO À UMA MATRIZ M | EXECUÇÃO DO COMANDO |
|---|---|
| **bdiag(M)** | Diagonalização de uma matriz |
| **det(M)** | Determinante de uma matriz |
| **eye(M)** | Identidade da matriz |
| **gsort(M)** | Ordenação dos elementos de uma matriz |
| **inv(M)** | Inversa de uma matriz |
| **leugth(M)** | Número de elementos de uma matriz |
| **M'** | Matriz transposta |
| **size(M)** | Dimensão da matriz |
| **ones(m,n)** | Cria uma matriz unitária de ordem mxn |
| **zeros(m,n)** | Cria uma matriz nula de ordem mxn |
| **sum(M)** | Soma dos elementos de uma matriz |
| **prod(M)** | Produto dos elementos de uma matriz |
| **max(M)** | Obtém o maior valor da matriz |
| **min(M)** | Obtém o menor valor da matriz |

---

Com base nessas informações, vamos resolver alguns exercícios de vestibulares que envolvem os conceitos matriciais abordados em sala de aula.

**01. (IFCE, 2019)** Considere as matrizes M = $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -2 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ e N = $\begin{bmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$. A matriz $M \cdot N$ tem em sua segunda coluna elementos cujo produto vale:

**(A)** 56 **(B)** 28 **(C)** 0 **(D)** 48 **(E)** -8

**02. (UEG, 2019)** A matriz triangular de ordem 3, na qual $a_{ij} = 0$ para i > j e $a_{ij} = 4i - 5j + 2$ para i ≤ j é representada pela matriz

**(A)** $\begin{bmatrix} 1 & -4 & -9 \\ 0 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$

**(B)** $\begin{bmatrix} 1 & -4 & -9 \\ 0 & 1 & -5 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

**(C)** $\begin{bmatrix} 3 & 8 & 13 \\ 0 & 4 & 9 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$

**(D)** $\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 8 & 4 & 0 \\ 13 & 9 & 5 \end{bmatrix}$

**(E)** $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -4 & 0 & 0 \\ -9 & -5 & -1 \end{bmatrix}$

**03. (UNICAMP, 2018)** Sejam a e b números reais tais que a matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ satisfaz a equação A² = aA + bI, em que I é a matriz identidade de ordem 2. Logo, o produto ab é igual a

**(A)** – 2 **(B)** – 1 **(C)** 1 **(D)** 2

**04. (FGV, 2018)** Seja A = $(a_{ij})_{2x2}$ uma matriz tal que $a_{ij} = \begin{cases} -j^i, se\ i = j \\ (-i)^j, se\ i \neq j \end{cases}$. A inversa da matriz A, denotada por $A^{-1}$, é a matriz:

**(A)** $\begin{bmatrix} -2 & \frac{1}{2} \\ 1 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$

**(B)** $\begin{bmatrix} -2 & \frac{1}{2} \\ -1 & 1/2 \end{bmatrix}$

**(C)** $\begin{bmatrix} -1/6 & -2/3 \\ 1/6 & -2/3 \end{bmatrix}$

**(D)** $\begin{bmatrix} -1/6 & -2/3 \\ 1/6 & 2/3 \end{bmatrix}$

**(E)** $\begin{bmatrix} -2/3 & -1/6 \\ 1/3 & -1/6 \end{bmatrix}$

**05. (UEM, 2018)** Sobre matrizes, assinale o que for **correto.**

01) A matriz A = $[a_{ij}]_{nxn}$, com $a_{ij} = 0$ se i < j, é uma matriz triangular inferior.

02) Uma matriz A = $[a_{ij}]_{nxn}$ é chamada matriz diagonal se $a_{ij} = 0$, sempre que i = j.

04) Considere uma matriz A = $[a_{ij}]_{3x5}$. Ela será a matriz identidade se $\begin{cases} a_{ij} = 1, i = j \\ a_{ij} = 0, i \neq j \end{cases}$

08) Ao somarmos uma matriz 3x2 com uma 2x3, teremos uma matriz 3x3.

16) Se A é uma matriz mxn, então a multiplicação da matriz A por sua transposta $A^t$ será uma matriz mxm.

**06. (IFAL, 2016)** A matriz $A_{ij}(2 \times 3)$ tem elementos definidos pela expressão $a_{ij} = i^3 - j^2$.

Portanto, a matriz A é:

**(A)** $\begin{pmatrix} 0 & -3 & -8 \\ 7 & 4 & -1 \end{pmatrix}$

**(B)** $\begin{pmatrix} 0 & 7 & 26 \\ -3 & 4 & 23 \end{pmatrix}$

**(C)** $\begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 7 & 4 \\ 26 & 23 \end{pmatrix}$

**(D)** $\begin{pmatrix} 0 & 7 \\ -3 & 4 \\ -8 & -1 \end{pmatrix}$

**(E)** $\begin{pmatrix} 0 & -1 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

**07. (UERN, 2013)** Sejam duas matrizes A e B: A = $(a_{ij})_{3x3}$, tal que $a_{ij} = \begin{cases} i \cdot j,\ se\ i \leq j \\ i + j,\ se\ i > j \end{cases}$ e B = A². Assim, a soma dos elementos da diagonal secundária de B é:

**(A)** 149 **(B)** 153 **(C)** 172 **(D)** 194

**08. (PUCRS, 2013)** Num jogo, foram sorteados 6 números para compor uma matriz M = $(m_{ij})$ de ordem 2x3. Após o sorteio, notou-se que esses números obedeceram à regra $m_{ij} = 4i - j$. Assim, a matriz M é igual a ______.

**(A)** $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 5 & 6 & 7 \end{bmatrix}$

**(B)** $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$

**(C)** $\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 7 & 6 & 5 \end{bmatrix}$

**(D)** $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 7 & 6 \\ 11 & 10 \end{bmatrix}$

**(E)** $\begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 2 & 6 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$

**09. (PUCRS, 2012)** *Arquimedes, candidato a um dos cursos da Faculdade de Engenharia, visitou a PUCRS para colher informações. Uma das constatações que fez foi a de que existe grande proximidade entre Engenharia e Matemática.*

Numa aula de Álgebra Matricial dos cursos de Engenharia, o professor pediu que os alunos resolvessem a seguinte questão: Se A = $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, então $A^2$ é igual a

**(A)** $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$

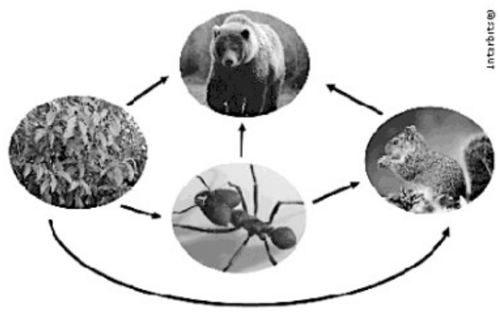
**(B)** $\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 9 & 16 \end{bmatrix}$

**(C)** $\begin{bmatrix} 7 & 10 \\ 15 & 22 \end{bmatrix}$

**(D)** $\begin{bmatrix} 5 & 11 \\ 11 & 25 \end{bmatrix}$

**(E)** $\begin{bmatrix} 5 & 5 \\ 25 & 25 \end{bmatrix}$

**10. (UFSM, 2011)**



O diagrama dado representa a cadeia alimentar simplificada de um determinado ecossistema. As setas indicam a espécie de que a outra espécie se alimenta. Atribuindo valor 1 quando a espécie se alimenta de outra e zero, quando ocorre o contrário, tem-se a seguinte tabela:

| | Urso | Esquilo | Inseto | Planta |
|---|---|---|---|---|
| Urso | 0 | 1 | 1 | 1 |
| Esquilo | 0 | 0 | 1 | 1 |
| Inseto | 0 | 0 | 0 | 1 |
| Planta | 0 | 0 | 0 | 0 |

A matriz A = $(a_{ij})_{4x4}$, associada à tabela, possui a seguinte lei de formação:

**(A)** $a_{ij} = \begin{cases} 0, & se\ i \le j \\ 1, & se\ i > j \end{cases}$

**(B)** $a_{ij} = \begin{cases} 0, & se\ i = j \\ 1, & se\ i \ne j \end{cases}$

**(C)** $a_{ij} = \begin{cases} 0, & se\ i \ge j \\ 1, & se\ i < j \end{cases}$

**(D)** $a_{ij} = \begin{cases} 0, & se\ i \ne j \\ 1, & se\ i = j \end{cases}$

**(E)** $a_{ij} = \begin{cases} 0, & se\ i < j \\ 1, & se\ i > j \end{cases}$

- **ANOTAÇÕES:**

- **O que preciso rever?**

- **Palavras-chave do conteúdo:**

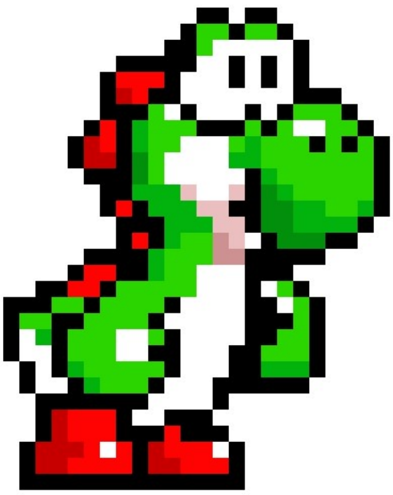
## Apêndice C: Construção de imagens no *software Scilab*: operações

*Para Silva (2011, p. 14), uma imagem digital é uma matriz "cujos índices de linhas e colunas identificam um ponto na imagem" e o valor correspondente a cada valor da matriz indica a pigmentação de cada ponto. Nas imagens binárias, esses valores indicam a cor preta ou branca, e em imagens em tom de cinza, o nível de cinza de cada valor. Os elementos dessa matriz são chamados de "picture elements" ou, de modo abreviado, "pixels" ou "pels".*

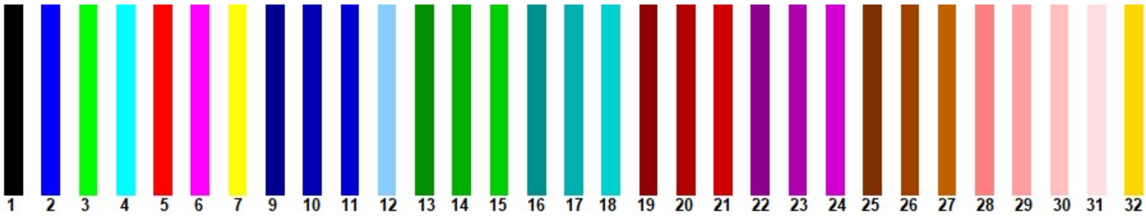
SILVA, J. D. O. **Processamento de imagens digitais e o ensino de matrizes.** Dissertação (Mestrado). Universidade Federal do Oeste do Pará, Instituto de Ciências da Educação, PROFMAT. Santarém, 2014.

Com base nessa definição, iremos estudar algumas propriedades matriciais a partir da construção de imagens digitais, atribuindo um certo código a cada pixel da imagem escolhida.

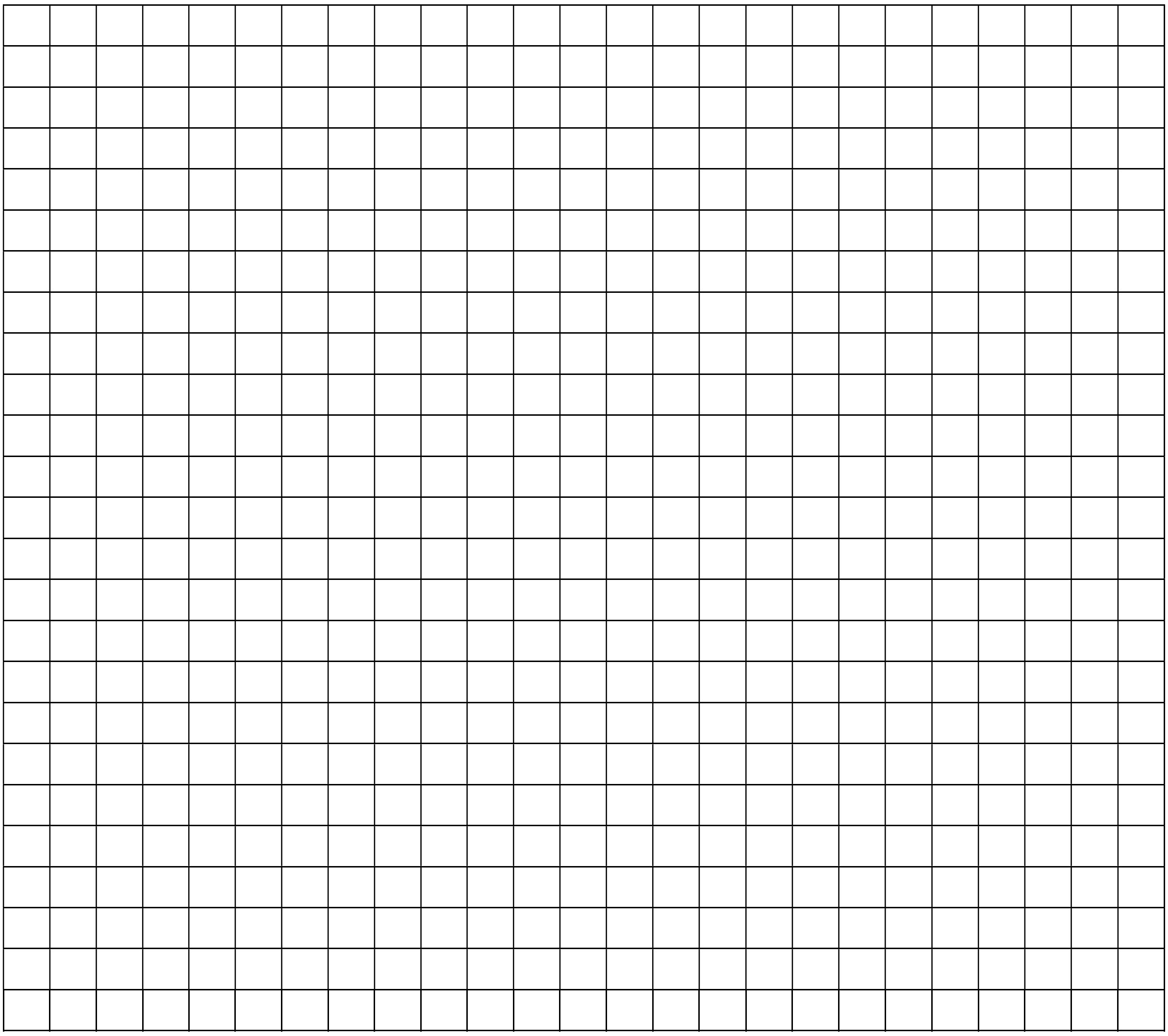
- Para isso, busque na rede algum exemplo de ***pixel art***.
- Após a escolha, iremos representá-la na malha quadriculada disponibilizada a seguir, por meio de uma codificação. Por exemplo, ao selecionar a *pixel art* do personagem *Yoshi*, disponível no link https://www.pixilart.com/art/yoshi-pixelart-140e75e1a25bf8a, iremos quantificar a altura e a largura da imagem a partir de uma estimativa do número de pixels.



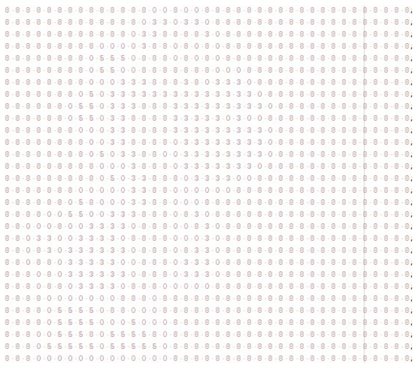
- Supondo que essa imagem possua 24 pixels de largura e 30 pixels de altura, iremos escrever uma matriz 30x24. Para cada pixel, utilizaremos uma cor, dentre as 32 disponíveis, conforme a correspondência do *software:*




♣ **Malha para codificação:**



♣ A partir da codificação, a matriz poderá ficar dessa forma:



♣ Essa estrutura, será inserida no ambiente *Scinotes* do *Scilab* a partir da execução dos comandos para inserção de matrizes. Em seguida, utilizaremos o comando *Matplot* para a visualização dessa matriz. Ou seja, a estrutura inserida poderá será descrita dessa forma:

***No Scinotes:***

***clear;***

***clf();***

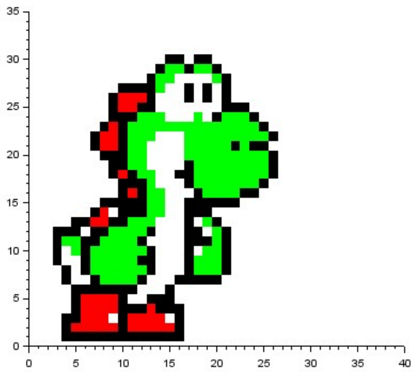
**M = [1 2 3 4; 5 6 7 8; 9 10 11 12; 13 14 15 16; ...] \\ exemplo de uma matriz;**

**Matplot(M)**

**disp(M)**

**(Clique em F5, salve o arquivo e visualize a janela 2D)**

♣ A partir da sua execução, o *software* abrirá a Janela de Visualização 2D, resultando em:




♣ Com base na sua representação, determine:

**a)** A dimensão da matriz: ______________________________

**b)** **(No *Scinotes*)** A matriz transposta da imagem obtida, por meio do comando $T = M'$ e a execução do comando Matplot(T). O que acontece com a imagem no momento que o executamos?

______________________________________________________________________

______________________________________________________________________

______________________________________________________________________

**c)** O que acontece com a imagem se maximizarmos a janela de visualização 2D? Por que isso acontece?

**d)** O que acontece com a imagem se multiplicarmos a matriz M por um escalar? (Repita o processo de execução, indicando uma matriz E =k*M, sendo k um escalar qualquer e execute o comando Matplot(E)). Por que isso acontece?

**e)** Descreva com as suas palavras, o que concluiu com essa atividade:

**f)** Salve o arquivo do *Scinotes*, que contém a sua imagem e envie para o *e-mail* amanda.siqueira@edu.pucrs.br

♣ **Vamos continuar?** Busque outra imagem, codifique-a e construa no *Scilab*!

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |

♣ **ANOTAÇÕES:**

♣ **O que preciso rever?**

♣ **Palavras-chave do conteúdo:**____________________________________________

# Apêndice D: Operações entre matrizes: compreensão geométrica com o *software GeoGebra*

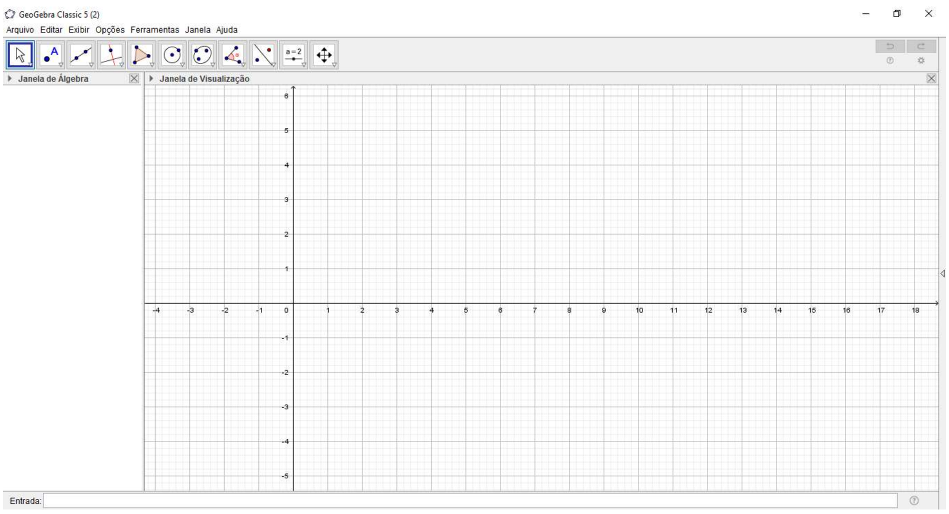
**Atividade 01) Compreensão geométrica do produto de matrizes com o *software GeoGebra***

A tarefa a seguir foi baseada na produção de Siple, Moro, Lima (et. al) publicada em 2017 no I Simpósio Ibero-Americano de Tecnologias Educacionais. Nela, os autores propõem a discussão da Multiplicação de matrizes a partir da sua interpretação geométrica com atividades que envolvem o *software GeoGebra* e a utilização de lápis e papel. Ela está disponível no link: http://repositorium.sdum.uminho.pt/handle/1822/53648

- **Vamos trabalhar com o software GeoGebra?**
- **Você já desenvolveu alguma atividade nesse ambiente?**

- *O GeoGebra é um software de matemática dinâmica para todos os níveis de ensino que reúne Geometria, Álgebra, Planilha de Cálculo, Gráficos, Probabilidade, Estatística e Cálculos Simbólicos em um único pacote fácil de se usar. Ele possui uma comunidade de milhões de usuários em praticamente todos os países.*
- *O GeoGebra se tornou um líder na área de softwares de matemática dinâmica, apoiando o ensino e a aprendizagem em Ciência, Tecnologia, Engenharia e Matemática.*

- **Ambiente inicial:** ao abrir o *software GeoGebra,* você encontrará algumas janelas de visualização.



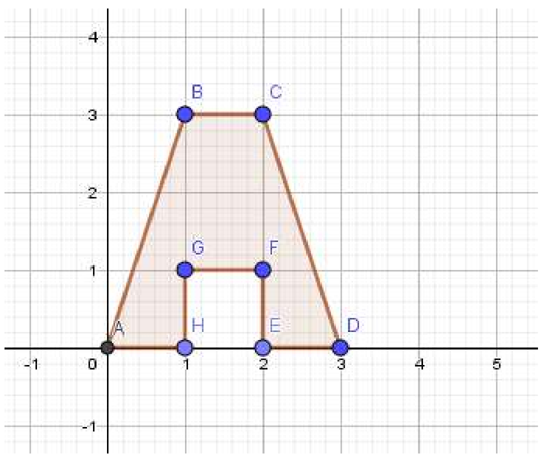
Dentre elas, a janela de álgebra, a janela de visualização 2D e as opções de menu que o *software* dispõe. As demais janelas também podem ser acessadas, no menu "Exibir":

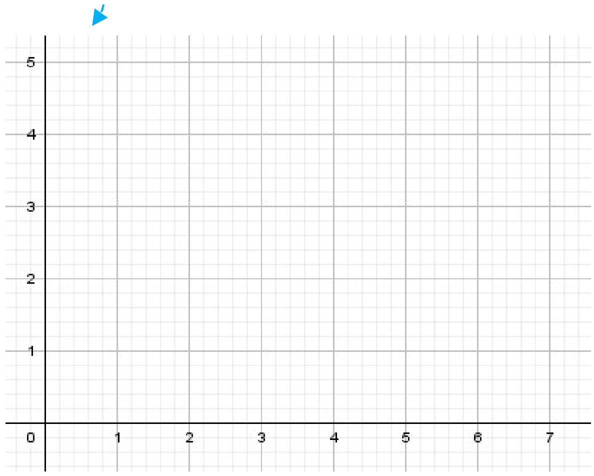

Das opções, usaremos no decorrer dessa atividade, a Janela de Álgebra, a Planilha e a Janela de Visualização, para compreendermos as diferentes representações dos comandos que serão executados.

- Inicialmente, crie um polígono convexo com a letra inicial do seu nome, a partir da função 

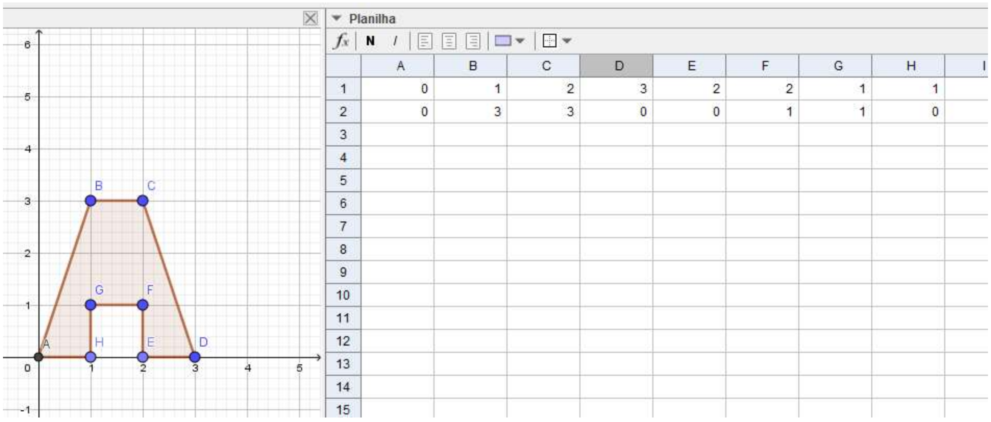
.
- Para facilitar os cálculos, **opte por coordenadas inteiras**, na escolha dos pontos que representarão os vértices desse polígono, conforme o exemplo a seguir:

Marque aqui os vértices do polígono! Depois acrescente-os no *GeoGebra*.

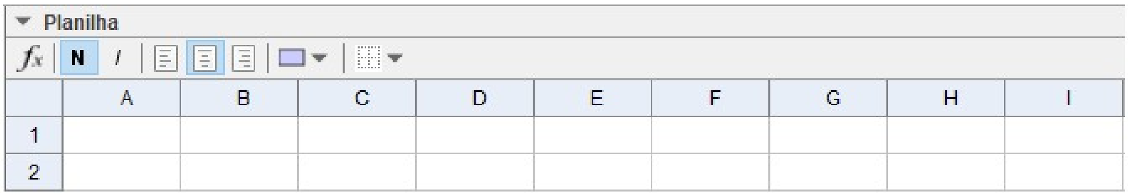


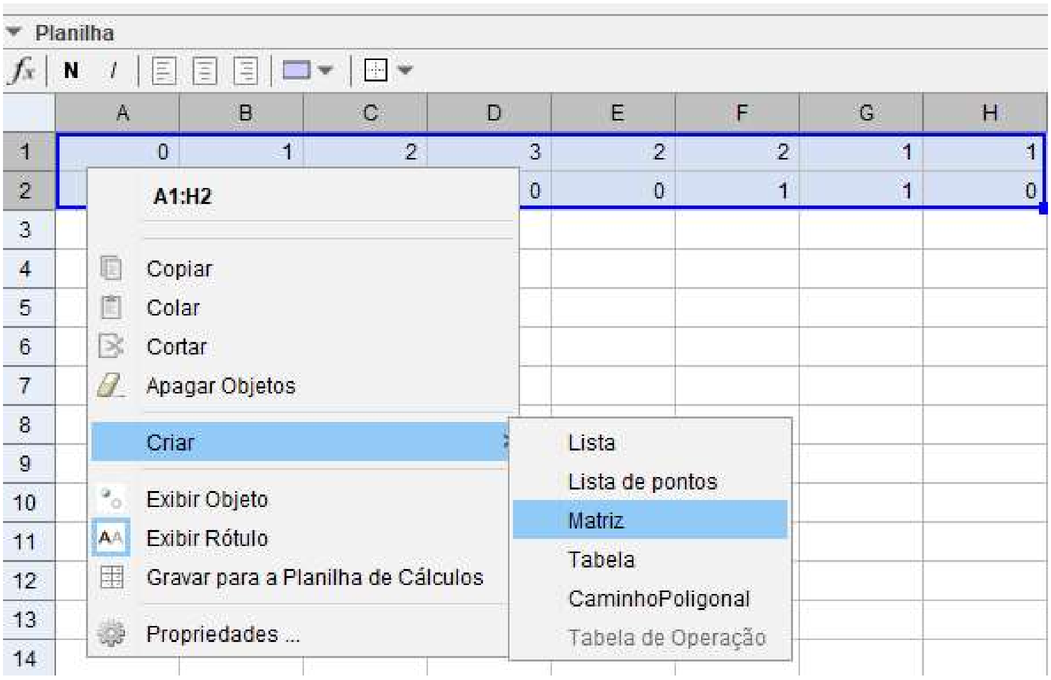
- Em seguida, registre as coordenadas dos pontos na **Planilha** do *Geogebra,* dispondo na primeira linha, os valores das abcissas, e na segunda linha, os valores das ordenadas, considerando que cada coluna representa um par ordenado.




♣ Anote aqui suas coordenadas:

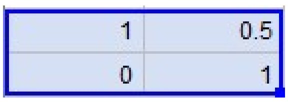



♣ Selecione os dados inseridos e clique com o botão direito do *mouse*. Em seguida, clique na opção **criar** e selecione o campo **matriz.**




♣ Após a execução, aparecerá, na janela de álgebra, uma matriz **m1** que contém todos os pares ordenados que foram inseridos.

♣ Agora, em outras linhas da planilha, insira os valores, 1, 0.5, 0 e 1, conforme a ordem descrita na figura abaixo.



- Agora, crie outra matriz, com os mesmos passos descritos no item anterior. Ao criá-la, será determinada uma matriz **m2** que estará descrita na janela de álgebra.
- Com esses dados, determine a multiplicação entre m2 e m1, inserindo no campo de entrada, o comando: **M = m2 * m1**
- Com os pares obtidos na matriz M, insira os pontos cujas coordenadas estão representadas nas colunas de M.
- Una os pontos recém inseridos com a função 

.
- Com base no que você encontrou, descreva o que aconteceu com o polígono que representava a letra escolhida inicialmente. O que você concluiu? Por que isso aconteceu?

- Salve o arquivo que contém a sua transformação e envie para o *e-mail* amanda.siqueira@edu.pucrs.br

- **ANOTAÇÕES:**

- **O que preciso rever?**

- **Palavras-chave do conteúdo:**

**Atividade 02) Aplicações de matrizes: rotação, escala e translação na computação gráfica**

A tarefa a seguir foi baseada no tópico *Aplicação de matrizes* descrito por Dante (2005) na unidade 4 (Álgebra III) da obra **Matemática, volume único**. Nela, o autor propõe a definição de três transformações geométricas no plano cartesiano: a rotação, a escala e a translação, a partir das coordenadas de um ponto qualquer do plano cartesiano.

Quando um programa gráfico de computador ou dispositivo móvel altera a posição, gira, ou muda a escala de uma imagem, na verdade, está mudando a posição dos *pixels* à contem. Essas alterações são feitas por meio da **operação entre matrizes**.

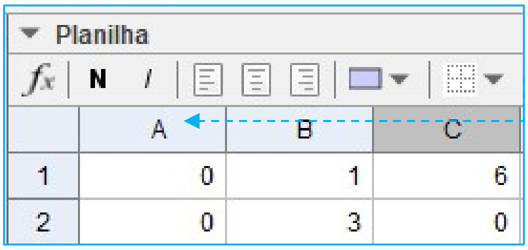
02.01) A primeira transformação que iremos abordar é a **rotação**, que depende de um grau de rotação, que iremos chamar de β. Para rotacionar uma imagem β graus, em torno da origem do plano cartesiano, iremos considerar uma matriz de rotação $\boldsymbol{R} = \begin{bmatrix} \cos\beta & -sen\ \beta \\ sen\ \beta & \cos\beta \end{bmatrix}$ e uma matriz P que contém as coordenadas dos vértices de um polígono que você irá construir no *software Geogebra.*

**01.** Escolha um grau de rotação entre 0 e 360:____________________

**02.** Descreva na tabela a seguir, as coordenas dos vértices do seu polígono:

| | A | B | C | D |
|---|---|---|---|---|
| **x** | | | | |
| **y** | | | | |

**03.** Com base nos valores obtidos, insira uma matriz **P** na planilha do *GeoGebra* conforme o exemplo a seguir, e anote a ordem da matriz.




| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 1 | 6 |
| 2 | 0 | 3 | 0 |

Indica as coordenadas do vértice do polígono em questão (0 para x e 0 para y). Nesse caso, está sendo representado um **triângulo** (possui 3 vértices).

**04.** Em seguida, insira a matriz **m2** de rotação, na planilha do *software*. (Lembre-se de substituir os valores de seno e cosseno conforme o grau escolhido, por exemplo, se o seu valor escolhido foi 30°, a matriz inserida ficará:

| | | |
|---|---|---|
| 5 | 0.86 | 0.5 |
| 6 | -0.5 | 0.86 |

**a)** Com base nesse dado, é possível multiplicar a matriz R pela matriz P? Qual a ordem da matriz resultante dessa multiplicação?

**b)** E se tentarmos multiplicar P por R, isso é possível? Por quê?

**05.** Agora, insira no campo de entrada, o comando **m2*m1** e anote os valores obtidos na tabela a seguir:

| | NP1 | NP2 | NP3 | NP4 |
|---|---|---|---|---|
| x | | | | |
| y | | | | |

**06.** Agora, insira os pontos resultantes dessa multiplicação, conforme o exemplo:

$$m3 = \begin{pmatrix} 0 & 2.36 & 5.16 \\ 0 & 2.08 & -3 \end{pmatrix}$$

Entrada: D=(0,0)

Entrada: E=(2.36, 2.08)

Entrada: F=(5.16, -3)

**07.** Por fim, una os pontos recém inseridos e descreva o que aconteceu com a nova imagem formada:

**08.** Salve o arquivo que contém a sua rotação e envie para o *e-mail* amanda.siqueira@edu.pucrs.br

**09.** Descreva com as suas palavras, o que concluiu com essa atividade:

♣ **ANOTAÇÕES:**

♣ **O que preciso rever?**

♣ **Palavras-chave do conteúdo:**

**02.02) Translação:** A translação de um ponto de coordenadas (x,y) em $T_x$ unidades para a direita da coordenada **x** e em $T_y$ unidades para cima da coordenada **y** é feita pela soma da matriz $T = \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \end{bmatrix}$ com a matriz $P = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$, gerando uma matriz $P' = \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix}$, que indica as coordenadas do ponto (x', y') gerado após a translação P' = T + P. Com base nessas informações, construa um polígono no *GeoGebra* e descreva na tabela a seguir, as coordenas dos vértices do seu polígono:

| | A | B | C | D |
|---|---|---|---|---|
| **x** | | | | |
| **y** | | | | |

**01.** Com base nos valores obtidos, vamos transladar o polígono em duas unidades para a direita e 3 unidades para cima. Como podemos fazer isso conforme a definição de translação dada anteriormente?

**02.** Insira uma matriz **m1** na planilha do *GeoGebra* baseada na estrutura descrita na atividade anterior (rotação), e anote a ordem da matriz, onde cada linha da matriz representará as coordenadas de cada vértice do polígono construído.

**a)** Ordem:______________

**b)** Matriz:

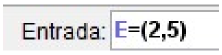
**03.** Construa uma matriz de transformação que permita **deslocar 2 unidades para a direita em relação a x e 3 unidades para cima em relação a y.**

| T | T1 | T2 | T3 | T4 |
|---|---|---|---|---|
| **x** | | | | |
| **y** | | | | |

**04.** Insira a matriz na planilha do *GeoGebra,* selecionando-a e em seguida, clique na opção "Criar" e após, na opção "Matriz".

**05.** Determine a soma **m1 + m2.**

**06.** Com base na matriz resultante **m3**, insira as coordenadas dos vértices do polígono transladado conforme o exemplo a seguir:

**Valores da 1ª coluna da matriz:** insira no campo: 


**07.** Por fim, una os pontos recém inseridos com a função 

e descreva o que aconteceu com a nova imagem formada:

**08.** Como poderíamos deslocar o polígono em questão para a esquerda e para baixo? Que valores deveríamos utilizar nessa transformação?

**09.** Repita o processo de translação para deslocar o polígono em *Tx* unidades para a esquerda e *Ty* unidades para baixo.

**a)** Salve o arquivo que contém as suas transformações e envie para o *e-mail* [amanda.siqueira@edu.pucrs.br](mailto:amanda.siqueira@edu.pucrs.br)

**b)** Descreva com as suas palavras, o que concluiu com essa atividade:

♣ **ANOTAÇÕES:**

♣ **O que preciso rever?**

♣ **Palavras-chave do conteúdo:** ______

02.03) **Escala:** Para mudarmos a escala de um ponto de coordenadas (x, y), em relação à origem, utilizaremos um fator multiplicativo $S_x$ referente a coordenada x e um fator $S_y$ referente a y, para obter uma matriz **E** = $\begin{bmatrix} \boldsymbol{S_x} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \boldsymbol{S_y} \end{bmatrix}$. Ao tomarmos P = $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$, mudaremos a escala em relação as coordenadas de um ponto a partir de $P' = E \cdot P$. Com base nessas informações, construa um polígono no *GeoGebra* e descreva na tabela a seguir, as coordenas dos vértices do seu polígono:

| | **A** | **B** | **C** | **D** |
|---|---|---|---|---|
| **x** | | | | |
| **y** | | | | |

**01.** Com base nos valores obtidos, vamos escalar as coordenadas em 100% para y e 50% para x. Como podemos fazer isso conforme a definição de translação dada anteriormente? Que valores devemos adotar como fatores multiplicativos para que o meu ponto mude a sua escala?

**a)** Fator multiplicativo de x:______

**b)** Fator multiplicativo de y:______

**02.** Insira uma matriz **m1** na planilha do *GeoGebra* para cada ponto que representa as coordenadas do polígono.

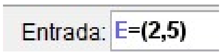
**03.** Construa uma matriz de escala **m2** que permita aumentar em 100% os valores de y e 50% os valores de x, relativos aos vértices dos polígonos, a partir de dois fatores multiplicativos:

| | **-** | **-** |
|---|---|---|
| **$S_x$** | | 0 |
| **$S_y$** | 0 | |

**04.** Determine a multiplicação **m2 * m1**.

**05.** O que aconteceu com as coordenadas dos vértices do polígono? Por que não multiplicamos a matriz dos pontos por um escalar?

**06.** Com base nas matrizes resultante **m3**, insira as coordenadas dos vértices do polígono transladado conforme o exemplo a seguir:




**07.** Por fim, una os pontos recém inseridos com a função 

e descreva o que aconteceu com a nova imagem formada:

**08.** Repita o processo de mudança de escala para reduzir as coordenadas de x e y em 50%, 30% e 45%.

**a)** Salve o arquivo que contém as suas alterações de escala e envie para o *e-mail* amanda.siqueira@edu.pucrs.br

**b)** Descreva com as suas palavras, o que concluiu com essa atividade:

♣ **EXERCÍCIOS PROPOSTOS:** (DANTE, 2005, p. 253)

**01.** Com base na definição de escala, considere o retângulo ABCD de vértices A(- 2, 1), B(2, 1), C(2, -1) e D(- 2, - 1). Obtenha as novas coordenadas de seus vértices após um aumento de 200% em y e 300% em x.

**02.** Obtenha as novas coordenadas do retângulo ABCD de vértices A(- 2, 1), B(2, 1), C(2, -1) e D(- 2, - 1) após uma translação de 10 unidades para a direita em x e 6 unidades para baixo em y.

♣ **ANOTAÇÕES:**

---

♣ **O que preciso rever?**

---

♣ **Palavras-chave do conteúdo:**________________________________________

# Apêndice E: Questionário final

## Questionário final

Prezado aluno(a)!

Agradeço a sua colaboração, pois suas respostas vão ajudar no planejamento e no desenvolvimento de nossas aulas. As informações solicitadas a seguir, servirão para qualificar o processo de ensino, bem como para identificar possíveis potencialidades e limitações dos recursos utilizados.

Profª. Amanda.

*Obrigatório

Endereço de e-mail *

Seu e-mail

01. Descreva com suas palavras, sobre a sua experiência com as atividades desenvolvidas. *

Sua resposta

02. Na sua percepção, a utilização dos recursos tecnológicos contribuiu para o ensino dos conceitos matriciais? *

Sua resposta

03. Com base na sua experiência, aponte as potencialidades e limitações das atividades desenvolvidas. *

Sua resposta

04. De 0 a 10, como você classifica as atividades desenvolvidas no software Scilab? *

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Péssimas | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | Ótimas |

05. De 0 a 10, como você classifica as atividades desenvolvidas no software Geogebra? *

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Péssimas | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | Ótimas |

06. Conte-me como foi a sua experiência com seus colegas e com a professora, durante as atividades. *

Sua resposta

Se achar necessário, descreva suas observações, considerações e sugestões:

Sua resposta

Envie-me uma cópia das minhas respostas.

Enviar

MARISTA

PUCRS

Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul
Pró-Reitoria de Graduação
Av. Ipiranga, 6681 - Prédio 1 - 3º. andar
Porto Alegre - RS - Brasil
Fone: (51) 3320-3500 - Fax: (51) 3339-1564
E-mail: prograd@pucrs.br
Site: www.pucrs.br