

ESCOLA POLITÉCNICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA E TECNOLOGIA DE MATERIAIS  
DOUTORADO EM ENGENHARIA E TECNOLOGIA DE MATERIAIS

EZEQUIEL PELISOLI FRANCISCO

**MODELAGEM MATEMÁTICA E SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE CORRENTES DE  
GRAVIDADE EM UMA CONFIGURAÇÃO CANAL-BACIA**

Porto Alegre

2018

PÓS-GRADUAÇÃO - *STRICTO SENSU*



Pontifícia Universidade Católica  
do Rio Grande do Sul

# **MODELAGEM MATEMÁTICA E SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE CORRENTES DE GRAVIDADE EM UMA CONFIGURAÇÃO CANAL-BACIA**

**EZEQUIEL PELISOLI FRANCISCO**  
GRADUADO EM ENGENHARIA MECÂNICA  
MESTRADO EM ENGENHARIA E TECNOLOGIA DE MATERIAIS

ORIENTADOR: PROF. DR. JORGE HUGO SILVESTRINI

Tese realizada no Programa de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia de Materiais (PGETEMA) da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Doutor em Engenharia e Tecnologia de Materiais.

*Trabalho vinculado ao projeto "Simulação numérica de geração e evolução de correntes hiperpicnais por DNS".  
Cooperação Instituição/Empresa com recursos da Petrobras.*

**Porto Alegre**  
**15 de março de 2018**

## Ficha Catalográfica

F819m Francisco, Ezequiel Pelisoli

Modelagem matemática e simulação numérica de correntes de gravidade em uma configuração canal-bacia / Ezequiel Pelisoli Francisco . – 2018.

132 f.

Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia de Materiais, PUCRS.

Orientador: Prof. Dr. Jorge Hugo Silvestrini.

1. Simulação numérica. 2. Mecânica dos fluidos. I. Silvestrini, Jorge Hugo. II. Título.

Elaborada pelo Sistema de Geração Automática de Ficha Catalográfica da PUCRS  
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).  
Bibliotecário responsável: Marcelo Votto Texeira CRB-10/1974



Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul

ESCOLA POLITÉCNICA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA E TECNOLOGIA DE MATERIAIS

## MODELAGEM MATEMÁTICA E SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE CORRENTES DE GRAVIDADE EM UMA CONFIGURAÇÃO CANAL-BACIA

**CANDIDATO: EZEQUIEL PELISOLI FRANCISCO**


Esta Tese de Doutorado foi julgada para obtenção do título de DOUTOR EM ENGENHARIA E TECNOLOGIA DE MATERIAIS e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia de Materiais da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul.

  
\_\_\_\_\_  
**DR. JORGE HUGO SILVESTRINI - ORIENTADOR**

### BANCA EXAMINADORA

  
\_\_\_\_\_  
**DR. LEANDRO CONCEIÇÃO PINTO - DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA SANITÁRIA  
E AMBIENTAL - UFSM**

  
\_\_\_\_\_  
**DR. RAFAEL MANICA - INSTITUTO DE PESQUISAS HIDRÁULICAS - UFRGS**

  
\_\_\_\_\_  
**DR. RUBEM MÁRIO FIGUEIRÓ VARGAS - DO PGETEMA/FENG - PUCRS**

**PUCRS**

Campus Central

Av. Ipiranga, 6681 - Prédio 32 - Sala 505 - CEP: 90619-900

Telefone: (51) 3353.4059 - Fax: (51) 3320.3625

E-mail: [engenharia.pg.materiais@pucrs.br](mailto:engenharia.pg.materiais@pucrs.br)

[www.pucrs.br/politecnica](http://www.pucrs.br/politecnica)



*“... Quem é este que até aos ventos e às águas dá ordens, e eles lhe obedecem?”  
(Lucas 8:25)*

# AGRADECIMENTOS

Primeiramente minha gratidão é ao Deus Eterno, àquele que Era, que É e que sempre Será. Àquele que, ao abrir uma porta, ninguém pode fechar. A Ele toda a honra.

À minha esposa amada, minha amiga e companheira, sempre ao meu lado me incentivando e intercedendo em suas orações pelo meu sucesso. Muito obrigado, esta conquista é sua.

Ao meu pai, minha mãe, minhas irmãs, sogros, cunhados e todos os demais familiares por compreenderem minha ausência em muitos momentos. Este apoio foi fundamental. Muito obrigado, esta conquista é de vocês.

Muito obrigado aos muitos amigos, mais chegados do que irmãos, que se alegram com minha alegria, mas que também choram na minha angústia. Sem suas orações eu não teria chegado até aqui. Divido com vocês esta conquista.

Agradeço ao professor Jorge Silvestrini por todo o aprendizado que recebi ao longo de tantos anos juntos e pela oportunidade oferecida de continuar o desenvolvimento da ciência no Doutorado.

Aos pesquisadores e estagiários do laboratório que, de uma forma ou de outra, foram fundamentais para a continuidade do trabalho. Ao laboratório de Alto Desempenho da PUCRS e à Petrobrás pelo incentivo.

# SUMÁRIO

Sumário . . . . .	5
<b>LISTA DE FIGURAS . . . . .</b>	<b>7</b>
<b>LISTA DE TABELAS . . . . .</b>	<b>12</b>
<b>LISTA DE SÍMBOLOS . . . . .</b>	<b>13</b>
<b>LISTA DE ACRÔNIMOS . . . . .</b>	<b>15</b>
<b>RESUMO . . . . .</b>	<b>16</b>
<b>ABSTRACT . . . . .</b>	<b>18</b>
<b>1. INTRODUÇÃO . . . . .</b>	<b>19</b>
1.1. Relevância. . . . .	22
<b>2. OBJETIVOS . . . . .</b>	<b>25</b>
2.1. Objetivos específicos . . . . .	25
<b>3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA . . . . .</b>	<b>27</b>
3.1. A natureza de uma corrente de gravidade: o modelo inicial . . . . .	27
3.2. Classificação de uma corrente de gravidade. . . . .	28
3.2.1. Eventos geradores de correntes de gravidade. . . . .	29
3.2.2. Relação entre massas específicas. . . . .	30
3.2.3. Mecanismo de suporte das partículas em suspensão. . . . .	31
3.3. Caracterização de uma corrente de gravidade . . . . .	32
3.3.1. A cabeça . . . . .	32
3.3.2. Perfil vertical da corrente. . . . .	34
3.4. Abordagem teórica de correntes de gravidade. . . . .	36
3.4.1. Modelo de caixa – <i>Box model</i> . . . . .	36
3.4.2. Modelo de águas rasas – <i>Shallow water model</i> . . . . .	36
3.5. Abordagem por simulação numérica . . . . .	39
3.5.1. Correntes de gravidade sobre fundo plano . . . . .	39
<b>4. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA E METODOLOGIA NUMÉRICA . . . . .</b>	<b>46</b>
4.1. Equações governantes. . . . .	46
4.1.1. Equação de quantidade de movimento, conservação da massa e de transporte. . . . .	46
4.1.2. Velocidade de queda de uma partícula . . . . .	50
4.2. Simulação numérica direta (DNS) . . . . .	52

<b>4.3. Domínio de cálculos</b>	<b>54</b>
4.3.1. Condições de contorno.	55
4.3.2. Condições iniciais	56
<b>4.4. Método numérico</b>	<b>58</b>
4.4.1. Discretização espacial	59
4.4.1.1. Cálculo da derivada de primeira ordem.	59
4.4.1.2. Cálculo da derivada de segunda ordem	61
4.4.2. Discretização temporal	62
4.4.3. Método das fronteiras imersas (IBM).	63
<b>4.5. Balanço de energia</b>	<b>65</b>
<b>4.6. Estruturas coerentes</b>	<b>67</b>
<b>5. RESULTADOS DISCUSSÕES</b>	<b>69</b>
<b>5.1. Corrente de gravidade não confinada em configuração axissimétrica</b>	<b>69</b>
5.1.1. Estruturas tridimensionais	71
5.1.2. Evolução temporal da posição frontal da corrente	74
5.1.3. Processo de sedimentação	75
5.1.4. Balanço de energia.	77
<b>5.2. Corrente de gravidade não confinada em configuração não axissimétrica</b>	<b>79</b>
5.2.1. Características gerais e estruturas tridimensionais	82
5.2.2. Evolução da corrente ao longo do tempo	96
5.2.3. Sedimentação e depósito	103
5.2.4. Balanço de energias	110
<b>6. CONCLUSÃO</b>	<b>115</b>
<b>7. PROPOSTA PARA TRABALHOS FUTUROS</b>	<b>121</b>
<b>Referências</b>	<b>123</b>
<b>Apêndices</b>	<b>128</b>
<b>APÊNDICE A. Adimensionalização das equações governantes</b>	<b>129</b>
<b>A.1. Equação de quantidade de movimento.</b>	<b>129</b>
<b>A.2. Equação de transporte.</b>	<b>130</b>
<b>APÊNDICE B. Recursos computacionais utilizados</b>	<b>132</b>

## LISTA DE FIGURAS

1.1. Esquema simplificado de uma tempestade. Deslocamento relativo de massas de ar quente e frio. Setas pontilhadas dizem respeito ao caminho do ar quente, setas tracejadas ao caminho do ar frio e setas contínuas apontam os locais onde se formam correntes de gravidade. Adaptado de Simpson (1997). . . . .	23
1.2. Registro de uma tempestade de areia no estado do Arizona, EUA. Foto de Andrew Pielage, Revista National Geographic, 2011. . . . .	23
3.1. Representação de uma configuração <i>dam break</i> . $\tilde{H}$ é a altura da coluna de água e $\tilde{H}/2$ é a altura do seu centro de gravidade. . . . .	28
3.2. Mecanismos de iniciação de uma corrente de gravidade em ambiente subaquoso. Os gráficos representam a velocidade da corrente em determinada seção transversal fixa no espaço. . . . .	30
3.3. Classificação das correntes de gravidade quanto a relação entre massas específicas do fluido circundante e da corrente. Modificado de Mulder e Alexander (2001). . . . .	31
3.4. Representação da anatomia de uma corrente de gravidade. A cabeça da corrente está associada à uma altura $h$ , deslocando-se com velocidade $u_f$ . Em casos onde a corrente é conservativa, a cauda não é representativa. Adaptado de Del REY (2006) . . . . .	33
3.5. Estruturas tridimensionais típicas do desenvolvimento da turbulência na cabeça de uma corrente de gravidade. Na porção mais frontal estão os lobos e fendas, e na região posterior os vórtices transversais de Kelvin-Helmholtz. . . . .	33
3.6. Figura mostrando diferentes perfis da cabeça de uma corrente de gravidade quando sua viscosidade é alterada por um incremento em sua temperatura. As diferenças entre as temperaturas da corrente e do fluido ambiente variam de muito pequena em (a), até $35\text{ }^{\circ}\text{C}$ em (f), o que representa uma diferença de aproximadamente 1% na densidade. Fonte: Simpson (1997). . . . .	34
3.7. Subdivisão interna vertical presente na região frontal de uma corrente de gravidade. Adaptado de Simpson (1997). . . . .	35
3.8. Perfil esquemático mostrando as características referentes aos perfis de velocidade de massa específica. Adaptado de Kneller e Buckee (2000). . . . .	35
3.9. Comparação dos resultados obtidos via <i>box-model</i> (linhas) com dados experimentais de Bonnecaze et al. (1993) e Dade e Huppert (1994) (pontos). . . . .	37
3.10. Perfis para a altura da corrente $h(x, t)$ obtidos numericamente por Bonnecaze et al. (1993) através da formulação anterior. As curvas foram plotadas para diferentes tempos. . . . .	39

3.11. Comparação do modelo de águas rasas e dados experimentais de Bonnecaze et al. (1993) para a distância percorrida pela corrente ao longo do tempo. As linhas representam o modelo e os pontos os dados experimentais. A diferença entre eles é a massa inicial de partículas $m_0$ . . . . .	39
3.12. Depósito final calculado como a massa de partículas por área do fundo do canal. Comparação entre dados experimentais e o modelo de águas rasas para dois casos, onde em um a corrente possui partículas com diâmetro nominal de $23 \mu m$ ( $\square$ e $---$ ) e, em outro, $53 \mu m$ ( $\circ$ e $---$ ), sendo a massa inicial de partículas igual a $100g$ em ambos os casos. . . . .	40
3.13. Configuração <i>lock-exchange</i> . Fonte: Francisco et al. (2017). . . . .	40
3.14. Simulações tri e bidimensionais de correntes conservativas. Fonte: Härtel et al. (2000a) . . . . .	41
3.15. Isossuperfícies de concentração para diferentes tempos, tomadas para isovalores de 0,25. Fonte: Necker et al. (2002). . . . .	42
3.16. (a) Evolução temporal da posição da frente $x_f$ e massa suspensa da corrente $m_p$ , normalizada pela massa total inicial $m_{p0}$ . Linhas sólidas representa o caso 3D, linhas tracejadas o caso 2D e a ponto-tracejada diz respeito à uma simulação conservativa. (b) Depósito de partículas $D_t$ para $t = 7, 3, t = 10, 95$ e $t \rightarrow \infty$ . Linha cheia representa a simulação 2D e a linha tracejada são dados experimentais de Rooij e Dalziel (2009). Fonte: Necker et al. (2002). . . . .	43
3.17. Taxa de sedimentação $\dot{m}_s$ ao longo do tempo. (a) diz respeito à partícula grossa (G) e (b) refere-se à fina (F). Fonte: Francisco et al. (2017). Linhas tracejadas descrevem as simulações 2D e as linhas sólidas são as simulações 3D. #1) 0%G / 100%F; #2) 20%G / 80%F; #3) 50%G / 50%F; #4) 60%G / 40%F; #5) 80%G / 20%F; #6) 100%G / 0%F. . . . .	44
3.18. Evolução temporal da energia para diversos números de Reynold. $E_p$ é a energia potencial, $k$ a cinética. As dissipações viscosas estão separadas entre micro $E_s$ e macro dissipação $E_d$ . Fonte: Espath et al. (2014). . . . .	44
3.19. Variação da velocidade da frente da corrente ao longo do tempo, plotados juntamente com dados experimentais e previsões teóricas para as diferentes fases de aceleração da corrente. Fonte: Cantero et al. (2007). . . . .	45
4.1. Balanço de forças atuantes sobre uma partícula esférica ( $\rho_p$ ) caindo em um fluido de massa específica $\rho_a$ . Neste caso, $\rho_p > \rho_a$ . . . . .	51
4.2. Espectro da turbulência de um escoamento comparando os três métodos mais utilizados para a realização de simulações – RANS, LES e DNS. $E(k)$ e $k$ são a energia cinética e o número de onda, respectivamente. . . . .	53

4.3. Esquema simplificado de um sistema geológico encontrado na faixa costeira continental. É mostrado um cânion submarino, naturalmente esculpido no talude continental, o qual serve de conduto por onde, hipoteticamente, passaria um fluxo carregado com sedimentos. Ao final do conduto o fluxo passa por um desconfinamento formando uma região onde os sedimentos se depositariam. . . . .	54
4.4. Representação do domínio de cálculos denominado canal-bacia. $L_1$ , $L_2$ e $L_3$ denotam as dimensões de largura, altura e comprimento, respectivamente. Já $L_{1s}$ , $L_{2s}$ e $L_{3s}$ dizem respeito ao volume inicial da mistura líquido-sólido. $r = 0.2$ é um raio que suaviza a saída. . . . .	55
4.5. Condição inicial para o campo de concentrações. $c_{l_0}$ é a concentração inicial de cada fração de partículas (como exemplo, a figura toma $c_{l_0} = 1$ ), representada pelo valor percentual da referida fração sobre a concentração inicial total $c_{t_0}$ . . . . .	57
4.6. Malha cartesiana bidimensional com espaçamento constante entre os nós. . . . .	59
4.7. Representação esquemática do funcionamento do IBM. Para a velocidade é criado um escoamento interno, de sinal contrário, a fim de ser nulo na fronteira. Para a concentração, o campo exterior é espelhado para o interior do sólido, evitando o fluxo na parede. . . . .	64
4.8. Isossuperfície do critério- $Q$ para uma corrente de gravidade canalizada. Fonte: Francisco (2014). . . . .	68
5.1. Renderização volumétrica mostrando um quarto do domínio. . . . .	70
5.2. Visualização instantânea de isossuperfícies de concentração, tomadas para $c = 0,05$ . Ao lado esquerdo de cada figura está projetado o critério- $Q$ de um plano tomado a $x_1 = 0$ , bem como isolinhas de concentração para delimitar o contorno da corrente. Os tempo tomados são: (a) $t = 0$ , (b) $t = 3$ , (c) $t = 5,6$ e (d) $t = 8,4$ . . . . .	73
5.3. Vista superior de uma isossuperfície de critério- $Q$ tomada para $Q = 1$ em $t = 8,4$ . . . . .	74
5.4. Isolinhas de concentração junto ao fundo do domínio ( $x_2 = 0$ ) para $c = 0,05$ . $\Delta t$ entre linhas é igual a $0,2$ . . . . .	75
5.5. (a) $\bar{x}_r$ é a variação da posição média da frente da corrente ao longo do tempo do presente trabalho em comparação aos trabalhos de Zgheib et al. (2015c) e Bonneau et al. (1995). (b) Estimativa da velocidade da frente da corrente ao longo do tempo. $\bar{u}_f$ é o resultado deste trabalho. . . . .	76
5.6. Evolução da massa suspensa de partículas ( $m_p$ ) ao longo do tempo. Os valores calculados de ( $m_p$ ) foram normalizados com a massa suspensa inicial $m_{p_0}$ . . . . .	77
5.7. Variação da taxa de sedimentação ( $\dot{m}_s$ ) ao longo do tempo. . . . .	78

5.8. Balanço de energias para uma corrente axissimétrica. Círculo: energia potencial ( $E_p$ ); triângulo para cima: energia cinética ( $k$ ); triângulo invertido: dissipação macroscópica ( $E_d$ ); losango: dissipação microscópica ( $E_s$ ); quadrado: energia total ( $E_t$ ). Símbolos sem preenchimento referem-se ao presente trabalho e aqueles com preenchimento ao trabalho de Zgheib et al. (2015c). Todos os resultados foram normalizados com a energia total inicial.. . . . .	79
5.9. Vista superior da região onde se encontra o canal. Caso 1: $L_{3_s} = 2L_{1_s}$ ; Caso 2: $L_{3_s} = 0,5L_{1_s}$ . $L_{2_s} = L_2$ se aplica em ambos os casos. . . . .	81
5.10. Renderização volumétrica do campo de concentrações da simulação RE5K2-1, variando de $c = 0$ (azul) até $c = 1$ (vermelho), para $t = 10$ . . . . .	82
5.11. Vista superior de isossuperfícies de concentração das simulações com $Re = 1000$ . A superfície foi tomada para $c = 0,05$ em $t = 5, 10$ e $15$ . . . . .	84
5.12. Vista superior de isossuperfícies de concentração das simulações com $Re = 5000$ . Superfícies tomadas para $c = 0,05$ em $t = 5, 10$ e $15$ . . . . .	86
5.13. Vista superior de isossuperfícies de concentração das simulações com $Re = 10000$ . A superfície foi tomada para $c = 0,05$ em $t = 5, 10$ e $15$ . . . . .	87
5.14. Vista frontal (esquerda) e lateral (direita) das isossuperfícies de concentração para $t = 5, 10$ e $15$ . De cima para baixo, respectivamente, são os teste RE1K2-1, RE5K2-1 e RE10K2-1.. . . . .	88
5.15. Vista frontal (esquerda) e lateral (direita) das isossuperfícies de concentração para $t = 5, 10$ e $15$ . De cima para baixo, respectivamente, são os teste RE1K2-2 e RE5K2-2.. . . . .	89
5.16. Campo de vorticidade das simulações RE1K2-1, RE5K2-1 e RE10K2-1 (de cima para baixo) em $t = 10$ para um plano $x_1x_2$ localizado em $x_3 = 0$ . As setas em cor preta indicam a posição e sentido do vetor de velocidades do fluido. As três regiões de intensidade da turbulência estão identificadas . . . . .	90
5.17. Isossuperfícies de critério- $Q$ para as simulações RE5K2-1 (imagens acima) e RE10K2-1 (imagens abaixo), em $t = 5$ . As imagens foram tomadas para $Q = 1$ . . . . .	91
5.18. Estruturas coerentes representadas por isossuperfícies de critério- $Q$ em um sub volume da porção frontal da corrente, para $t = 5, 5,4$ e $5,8$ , para a simulação RE5K2-1. As imagens superiores mostram a vista superior. Nas inferiores são apresentadas projeções paralelas das imagens superiores. Os destaques mostram os lobos, bem como os vórtices do tipo grampo ( <i>hairpin</i> ). . . . .	92
5.19. Vista frontal do campo de vorticidade na direção $x_1$ ( $\omega_1$ ) da simulação RE5K2-1. O plano de corte $x_2x_3$ está localizado a $\approx 0,09h$ atrás do ponto mais afastado da frente da corrente. A cor vermelha representa valores positivos e azul valores negativos. O destaque mostra a orientação dos vetores velocidade do plano em visualização (somente os componentes nas direções $x_2$ e $x_3$ ). . . . .	93
5.20. Modelo esquemático do movimento do fluido dentro dos lobos. . . . .	93



5.21. Influência do número de Reynolds sobre a evolução das estruturas de lobos e fendas ao longo do tempo em $x_3 = 0$ para geometria do canal tipo Caso 1. Isolinhas tomadas para $c = 0,05$ a cada 0,2 tempos adimensionais. . . . .	95
5.22. Influência do número de Reynolds sobre a evolução das estruturas de lobos e fendas ao longo do tempo em $x_3 = 0$ para geometria do canal tipo Caso 2. Isolinhas tomadas para $c = 0,05$ a cada 0,2 tempos adimensionais. . . . .	95
5.23. Influência do da velocidade de queda $u^s$ sobre a evolução das estruturas de lobos e fendas ao longo do tempo em $x_3 = 0$ . Isolinhas tomadas para $c = 0,05$ a cada 0,2 tempos adimensionais. . . . .	95
5.24. Variação da posição da frente da corrente em função do tempo para $Re = 1000$ (esquerda), $Re = 5000$ (centro) e $Re = 10000$ (direita). $x_{1f}$ representa o deslocamento na direção do eixo $x_1$ e $x_{3f}$ na direção de $x_3$ . Os quadrados na cor preta referem-se ao trabalho de Espath et al. (2015) para $Re = 5000$ e $u^s = 0,02$ . . . . .	97
5.25. Relação direta entre o deslocamento da frente da corrente ao longo de $x_1$ e $x_3$ . . . . .	100
5.26. Razão de espalhamento da corrente ao longo de $x_1$ e $x_3$ . . . . .	101
5.27. Velocidade da frente da corrente na direção $x_1$ em função do tempo. . . . .	102
5.28. (a) valores das velocidades frontais no tempo final em função da velocidade de queda; (b) valores das velocidades frontais no tempo final em função do número de Reynolds; (c) relação de espalhamento no tempo final em função da velocidade de queda; linhas tracejadas representam as tendências de evolução das curvas. . . . .	104
5.29. Evolução da massa suspensa de partículas ao longo do tempo. Valores normalizados pela massa suspensa no instante inicial $m_{p0}$ . . . . .	105
5.30. Evolução da massa suspensa de partículas ao longo do tempo. . . . .	106
5.31. Mapa de depósito bidimensional para as simulações com $Re = 1000$ . . . . .	107
5.32. Mapa de depósito bidimensional para as simulações com $Re = 5000$ . . . . .	108
5.33. Mapa de depósito bidimensional para as simulações com $Re = 10000$ . . . . .	109
5.34. Imagem do depósito ao final das simulações RE5K2-1 e RE10K2-1. . . . .	109
5.35. (a) evolução temporal das energias potencial ( $E_p$ ) e cinética ( $k$ ). (b) evolução temporal das dissipações macroscópica ( $E_d$ ) e microscópica ( $E_s$ ). À esquerda está $Re = 1000$ , ao centro $Re = 5000$ e à direita $Re = 10000$ . Todos os valores estão normalizados pela energia total inicial. . . . .	111
5.36. Valores das dissipações no tempo final: (a) em função da velocidade de queda da partícula; (b) em função do número de Reynolds. . . . .	114

## LISTA DE TABELAS

4.1. Condições de contorno para os campos de velocidades e concentrações..	57
5.1. Parâmetros de simulação para a configuração axissimétrica. . . . .	71
5.2. Parâmetros de simulação para a configuração não axissimétrica. . . . .	81
5.3. Valores finais da macro ( $E_{d_f}$ ) e micro dissipação ( $E_{s_f}$ ) de todas as simulações. . . . .	114

## LISTA DE SÍMBOLOS

$\tilde{c}_t$	Densidade do número de partículas	$[L]^{-3}$
$c_t$	Concentração total	[-]
$c_l$	Campo de concentrações	[-]
$c_{t_0}$	Concentração total inicial	[-]
$c_w$	Concentração de partículas no fundo do domínio	[-]
$C_r$	Fração volumétrica inicial de partículas	[-]
$\tilde{d}_p$	Diâmetro da partícula	$[L]$
$\Delta x$	Discretização espacial na direção $x_1$	[-]
$\Delta y$	Discretização espacial na direção $x_2$	[-]
$\Delta t$	Intervalo de tempo entre passos de tempo	[-]
$e_j^g$	Vetor unitário no sentido da gravidade	[-]
$E_p$	Energia potencial	[-]
$E_d$	Dissipação macroscópica	[-]
$E_{st}$	Dissipação microscópica	[-]
$E_t$	Energia total do sistema	[-]
$E_{t_0}$	Energia total inicial do sistema	[-]
$\epsilon$	Dissipação instantânea pelo movimento do fluido	[-]
$\epsilon_{st}$	Dissipação instantânea pelo escoamento ao redor das partículas	[-]
$Fr$	Número de Froude	[-]
$\tilde{g}$	Aceleração da gravidade	$[L][T]^{-2}$
$\tilde{g}'$	Gravidade reduzida	$[L][T]^{-2}$
$\tilde{h}$	Comprimento característico da corrente	$[L]$
$\tilde{k}_l$	Difusividade mássica	$[L]^2[T]^{-1}$
$k$	Energia cinética	[-]
$L_1$	Dimensão do domínio na direção $x_1$	[-]
$L_2$	Dimensão do domínio na direção $x_2$	[-]
$L_3$	Dimensão do domínio na direção $x_3$	[-]
$L_{1s}$	Dimensão do reservatório/canal na direção $x_1$	[-]
$L_{2s}$	Dimensão do reservatório/canal na direção $x_2$	[-]
$L_{3s}$	Dimensão do reservatório/canal na direção $x_3$	[-]
$\tilde{m}$	Massa	$[M]$
$m_p$	Massa de partículas suspensa	[-]
$m_{p_0}$	Massa suspensa inicial	[-]
$\dot{m}_p$	Taxa de sedimentação	[-]

$\tilde{\mu}_a$	Coeficiente de viscosidade dinâmico do fluido ambiente	$[M][T]^{-1}[L]^{-1}$
$n_1$	Números de pontos da malha na direção $x_1$	[-]
$n_2$	Números de pontos da malha na direção $x_2$	[-]
$n_3$	Números de pontos da malha na direção $x_3$	[-]
$\tilde{\nu}_a$	Viscosidade cinemática do fluido ambiente	$[L]^2[T]^{-1}$
$\tilde{p}$	Campo de pressão	$[M][L]^{-1}[T]^{-2}$
$p$	Campo de pressão	[-]
$Q$	Critério- $Q$	[-]
$Re$	Número de Reynolds	[-]
$r_0$	Raio inicial	[-]
$\tilde{\rho}_a$	Massa específica do fluido ambiente	$[M][L]^{-3}$
$\tilde{\rho}_c$	Massa específica da corrente	$[M][L]^{-3}$
$\tilde{\rho}_p$	Massa específica da partícula	$[M][L]^{-3}$
$Sc$	Número de Schmidt	[-]
$S_{ij}$	Tensor taxa de deformação	[-]
$\tilde{t}$	Tempo	$[T]$
$t$	Tempo	[-]
$t_f$	Tempo final da simulação	[-]
$\tilde{u}_i$	Campo de velocidades	$[L][T]^{-1}$
$\tilde{u}_i^s$	Velocidade de queda da partícula	$[L][T]^{-1}$
$\tilde{u}_b$	Velocidade de flutuação	$[L][T]^{-1}$
$u_i$	Campo de velocidades	[-]
$u_i^s$	Velocidade de queda	[-]
$\bar{u}_f$	Velocidade média da frente da corrente	[-]
$u_{1f}$	Velocidade da frente da corrente na direção $x_1$	[-]
$\tilde{x}_i$	Coordenadas espaciais	$[L]$
$x_i$	Coordenadas espaciais	[-]
$x_r$	Coordenada radial	[-]
$\bar{x}_r$	Posição radial média da frente da corrente	[-]
$x_{1f}$	Posição da frente da corrente na direção $x_1$	[-]
$x_{3f}$	Posição da frente da corrente na direção $x_3$	[-]
$\omega_k$	Campo de vorticidade	[-]
$\Omega_{ij}$	Tensor taxa de rotação do fluido	[-]

## LISTA DE ACRÔNIMOS

CFD	<i>Computational Fluid Dynamics</i>
LES	<i>Large-Eddy-Simulation</i>
RANS	<i>Reynolds-averaged Navier-Stokes</i>
DNS	<i>Direct Numerical Simulation</i>
IBM	<i>Imersed Boundary Method</i>

## RESUMO

FRANCISCO, Ezequiel Pelisoli. **MODELAGEM MATEMÁTICA E SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE CORRENTES DE GRAVIDADE EM UMA CONFIGURAÇÃO CANAL-BACIA**. Porto Alegre. 2018. Tese de doutorado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia de Materiais, PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO RIO GRANDE DO SUL.

Corrente de gravidade são escoamentos que ocorrem devido a um gradiente de pressão gerado, exclusivamente, pela diferença na massa específica entre dois fluidos que entram em contato. Neste trabalho é apresentada uma série de resultados tridimensionais de alta fidedignidade, obtidos através de simulação numérica direta em uma configuração original, aqui denominada de canal-bacia, a qual busca emular a transição entre um escoamento confinado para um não confinado. O foco deste estudo está nas correntes de gravidade de baixas concentrações, onde as diferenças de densidade sejam pequenas o suficiente para que a aproximação de Boussinesq seja válida. O modelo matemático baseia-se em uma descrição Euleriana do campo de concentrações, que usa uma equação de transporte combinada com as equações de Navier-Stokes em sua forma incompressível. A resolução das equações é feita através do código `Incompact3d`, o qual baseia-se em esquemas compactos de diferenças finitas de alta ordem para a solução da concentração e velocidade, e um método espectral para a solução da pressão. O modelo matemático adotado permite que as partículas se depositem no fundo do domínio, porém não permite que haja a ressuspensão nem que o fundo se deforme pelo aumento da espessura da camada de sedimentos. O objetivo proposto nesta Tese é investigar como os parâmetros iniciais, tais como número de Reynolds, velocidade de queda e a geometria do canal de alimentação afetam a dinâmica de livre espalhamento de correntes conservativas e não conservativas. Os resultados mostram que a forma como as correntes se espalham pelo domínio é altamente dependente da velocidade de queda. A velocidade de propagação da corrente se mostrou mais dependente da geometria do canal e da velocidade de queda para o menor Reynolds do que para o maior. A taxa de sedimentação também apresentou grande sensibilidade às variações da velocidade de queda. O aumento no número de Reynolds afetou, principalmente, o tamanho das estruturas turbulentas, tais como vórtices e lobos. O balanço de energias é fortemente

dependente da velocidade de queda, sendo pouca a influência da geometria do canal e do número de Reynolds.

Palavras-chave: Correntes de gravidade, simulação numérica direta, balanço de energias, sedimentação

# ABSTRACT

FRANCISCO, Ezequiel Pelisoli. **MATHEMATICAL MODELING AND NUMERICAL SIMULATION OF GRAVITY CURRENTS IN A CHANNEL-BASIN CONFIGURATION.** Porto Alegre. 2018. PhD Thesis. Graduation Program in Materials Engineering and Technology, PONTIFICAL CATHOLIC UNIVERSITY OF RIO GRANDE DO SUL.

Gravity currents are flows generated by the pressure gradient due density differences between two fluids which are in contact. In this work are presented a set of three-dimensional highly resolved direct numerical simulations of particle-laden gravity currents, solved in an original configuration called channel-basin. The focus is on low concentrations gravity currents, where the density differences are small enough for the Boussinesq approximation may be valid. The mathematical model is based on an Eulerian description of the concentration field by using a transport equation, combined with the incompressible Navier-Stokes equations. The equations are solved by the open-source code `Incompact3d`, which is based on high-order compact schemes for the concentration and velocity fields discretization, and a spectral method for the pressure field. The adopted mathematical modeling allows the particle sedimentation, however there is no possibility of re-suspension of the particles already deposited, nor the bottom deformation due the growth of the sediment layer thickness. The main goal of this reserach is to know how the initial parameters, such as Reynolds number, settling velocity and channel geometry, affect the dynamics of the current spreading. The results have shown that the spreading form is highly dependent of the settling velocity. For the front velocity of the current, the channel geometry and settling velocity are more important when the Reynolds is lower than when it is higher. The sedimentation rate is highly affected by the settling velocity. The increasing of the Reynolds number mainly affects the size of the turbulent structures such as vortex and lobes. The energy budget is strongly dependent of the settling velocity and slightly dependent of the channel geometry and Reynolds number.

Keywords: Gravity currents, direct numerical simulation, energy budget, sedimentation



# 1. INTRODUÇÃO

Desde os tempos antigos o homem tem buscado linguagens que tivessem a capacidade de traduzir o caráter abstrato dos fenômenos físicos naturais para conceitos mais concretos, com o fim de entendê-los e explicá-los. O avanço da teoria matemática sem dúvida trouxe ferramentas capazes de descrever, através de equações, todo o princípio físico contido em leis naturais universais. Como bem diz Stewart (2013, p. 10), "Elas [equações] codificam informações sobre o mundo real; expressam propriedades do universo...", ou seja, as equações conseguem estabelecer uma relação entre realidade física, matemática e conceitos mentais coletivos.

Isaac Newton ao observar que uma maçã, desprendendo-se da macieira caía em direção ao solo, teve o *insight* para descrever matematicamente o que mais tarde conheceríamos como Lei da Gravitação Universal – uma formulação muito simples que diz muito sobre o universo. Inúmeras outras leis físicas que estudamos e conhecemos foram capazes de descrever fenômenos naturais através de uma formulação relativamente simples, o que facilitou a difusão do conhecimento para a sociedade em geral.

Séculos de avanço no conhecimento científico redundaram em grande entendimento sobre aquilo que outrora estava encoberto, mas também revelou a necessidade de estudar fenômenos cada vez mais específicos e complexos. A descrição física de fenômenos com tais características trouxe consigo a necessidade de se empregar uma matemática consideravelmente mais robusta, capaz de relacionar as inúmeras variáveis presentes no sistema observado, ao longo do tempo e do espaço. Equações carregadas com tamanha quantidade de informações exigem soluções tão complexas que, em muitos casos, sua resolução de forma analítica é (ou quase é) impossível.

Quando nos deparamos com problemas inseridos em um contexto tão complexo é necessário que se busque alternativas. Podemos nos valer de duas estratégias

de forma integrada: I) simplificar o problema; II) utilizar métodos numéricos para sua resolução.

Simplificar um problema físico requer o entendimento apropriado de todas as suas características, a fim de identificar quais delas possuem maior ou menor significância para o desenvolvimento do evento. A partir disto, suposições podem ser feitas como, por exemplo, desprezar-se termos que tenham uma influência pouco representativa sobre o comportamento global. Desta forma obtém-se um *modelo* matemático para tal fenômeno, cuja solução possa ser alcançada via cálculo numérico.

Embora o cálculo numérico traga facilidades, uma vez que se baseia nas operações matemáticas básicas, sua resolução fica um tanto quanto vagarosa quando aplicada à análise de acontecimentos físicos naturais. A quantidade de cálculos passa a ser tão volumosa que, inevitavelmente, se torna necessário recorrer à capacidade contida nos computadores em realizar inúmeras operações por segundo.

Devido à imprevisibilidade de alguns fenômenos naturais, galgar um novo passo para outro patamar do conhecimento pode tornar-se demorado pela falta de dados de campo disponíveis. Vindo de encontro à esta limitação, a simulação numérica tem prestado relevante contribuição, projetando-se que cada vez mais ela seja utilizada em preferência aos experimentos físicos e aos protótipos. O advento dos processadores de alto desempenho e da capacidade de armazenamento dos computadores tem possibilitado novas descobertas nas mais diversas áreas da ciência, como bem diz Moin (2010):

*... the available computer power has increased by more than 2 orders of magnitude due to massive parallelism of computer processors and heterogeneous computer clusters. Today, scientific computing is playing an ever more prominent role as a tool in scientific discovery and engineering analysis.*<sup>1</sup>

Em especial, o estudo da dinâmica de fluidos vem sendo amplamente favorecido pela simulação numérica através dos códigos *CFD* (*Computational Fluid Dynamics*), sejam eles para fins comerciais ou acadêmicos.

Dentro do contexto dos códigos de *CFD*, algumas abordagens tem se destacado por conseguirem alcançar resultados com um nível de detalhamento capaz de ser

---

<sup>1</sup>... a capacidade disponível dos computadores aumentou mais do que 2 ordens de magnitude devido ao maciço paralelismo dos processadores e à heterogeneidade dos clusters. Hoje, a computação científica está desempenhando um papel cada vez mais proeminente como uma ferramenta de descoberta e de análise de engenharia.

comparado, ou até mesmo superar, àqueles obtidos em observações físicas. As duas metodologias mais difundidas na indústria e no meio acadêmico são a *LES* (*Large-Eddy Simulation*) e a *DNS* (*Direct Numerical Simulation*). A metodologia *LES* calcula as escalas de turbulência mais energéticas e aplica um modelo para as escalas menos energéticas, enquanto que na *DNS* todas as escalas da turbulência são efetivamente calculadas. A abordagem por *DNS* possibilita uma riqueza de detalhes incomparável, pois é capaz de reproduzir um escoamento exatamente como ele seria se estivesse na natureza, para as mesmas condições.

Sustentada por modelos matemáticos de alta precisão e pela simulação numérica via *DNS*, a presente tese foi desenvolvida a fim de mergulhar mais profundamente no conhecimento de uma classe de escoamentos naturais de crucial importância dentro da Engenharia e Geologia – as Correntes de Gravidade.

Correntes de gravidade são um tipo genérico de escoamento onde o movimento acontece preferencialmente na horizontal devido a um gradiente de pressão gerado exclusivamente pela diferença nas massas específicas de dois fluidos que entram em contato (SIMPSON, 1982; SLIM; HUPPERT, 2011; SERCHI et al., 2012). O excesso de massa específica de um fluido em relação ao outro pode ser devido à diferença na temperatura ou por partículas sólidas em suspensão, ou até mesmo dissolvidas (MIDDLETON, 1993).

Quando o incremento da massa específica acontece pela presença de partículas sólidas em suspensão, a corrente é chamada de não conservativa, pois durante seu deslocamento há troca de massa entre a corrente e o solo pelos processos de sedimentação e/ou erosão. Caso contrário, quando a corrente é mais densa pela existência de gradientes de temperatura ou concentração salina, por exemplo, ela é classificada como conservativa, haja visto que não ocorre perda de massa pelo processo de sedimentação (MEIBURG; KNELLER, 2010). Embora não seja comum fazer referência às correntes de gravidade na vida cotidiana, elas estão presentes em diversas situações o que torna relevante seu estudo.

### 1.1. Relevância

Ao se falar da relevância deste tipo de escoamento, está se falando de eventos que podem ocorrer em escalas diametralmente opostas e em contextos bem diferentes. Se agora sabe-se que para haver uma corrente de gravidade a condição necessária é a diferença de massa específica entre dois fluidos, é possível pensar em inúmeras situações onde elas podem estar presentes.

Em um contexto doméstico, ao abrir a porta da rua em um dia frio, é possível sentir uma corrente de ar junto ao chão que se desloca em direção ao ambiente interno. Isto acontece pois o interior da casa está a uma temperatura superior à exterior, fazendo com que o ar da rua seja mais denso – aí está a condição necessária. Outro exemplo prático que pode ser citado é que quando mel, em seu estado líquido, é derramado sobre uma torrada, ele se espalha sem a necessidade de usar um talher para tanto. Além disto, durante a fabricação de vidros finos, o escoamento da matéria prima sobre o molde acontece pela diferença de massa específica entre os fluidos (HUPPERT, 2006).

Em ambientes naturais, escoamentos deste tipo também estão presentes em fenômenos meteorológicos e marítimos. Durante a formação de tempestades, por exemplo, ocorrem deslocamentos de grandes massas de ar quente em relação às massas de ar frio. A Figura 1.1. traz uma representação esquemática destes deslocamentos de massa: ar frio, deslocando-se da esquerda para a direita, e ar quente da direita para a esquerda. Ao entrarem em contato, o ar quente é deslocado para cima até atingir a Tropopausa<sup>2</sup>, onde suas características de temperatura e pressão formam uma fronteira para a massa de ar ascendente, forçando-a a deslocar-se horizontalmente, formando assim correntes de gravidade. Com respeito ao ar frio, quando este avança para dentro da coluna de chuva, sua temperatura cai mais ainda formando uma corrente com deslocamento sobre o solo.

As tempestades de areia, fenômenos atmosféricos característicos de regiões arenosas e de baixa umidade, também são um bom exemplo de correntes de gravidade, uma vez que formam uma corrente pela elevação de areia do solo. Elas podem

---

<sup>2</sup>Camada atmosférica de transição entre a troposfera e a estratosfera, possuindo espessura que varia de 3 a 5 *km*.

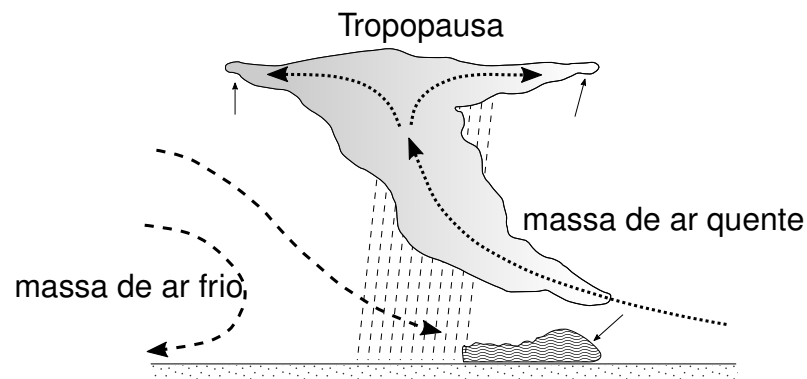


Figura 1.1. Esquema simplificado de uma tempestade. Deslocamento relativo de massas de ar quente e frio. Setas pontilhadas dizem respeito ao caminho do ar quente, setas tracejadas ao caminho do ar frio e setas contínuas apontas os locais onde se formam correntes de gravidade. Adaptado de Simpson (1997).

facilmente alcançar centenas de metros de altura, como se verifica na Figura 1.2., e atingir 100 km/h. As correntes oceânicas se deslocam pela existência de gradientes de concentração salina e diferenças na temperatura da água. O estudo reológico do magma também considera o escoamento de lava como uma corrente de gravidade (CASTRUCCIO et al., 2010).



Figura 1.2. Registro de uma tempestade de areia no estado do Arizona, EUA. Foto de Andrew Pielage, Revista National Geographic, 2011.

Em termos de importância e magnitude, os eventos que ocorrem em ambientes subaquosos são os que se destacam, especificamente por sua capacidade de transporte de partículas sólidas. Dentro de um contexto geofísico, as correntes de gravidade são importantes mecanismos de transporte de sedimentos para regiões

profundas de oceanos e lagos (KNELLER; BUCKEE, 2000), sejam elas resultado da descarga fluvial ou de deslizamentos no talude continental <sup>3</sup>. Por esta característica, tais fluxos são agentes transformadores da crosta terrestre pois, em um único episódio, podem ser transportados mais de 100  $km^3$  de sedimentos, representando um volume aproximadamente dez vezes maior do que a soma de todo o volume transportado em um ano, por todos os rios da Terra, em condições normais. Quando correntes desta magnitude ocorrem, elas podem viajar por 1500  $km$ , alcançando velocidades que variam de 3 a 19  $m/s$  dependendo da inclinação do terreno (TALLING et al., 2012).

Ao percorrer o fundo das regiões subaquosas, o material transportado, seja ele de natureza rochosa, arenosa e/ou orgânica, deposita-se por sedimentação. Sob determinadas condições de temperatura, pressão e tempo, todo este depósito pode dar origem às rochas porosas, as quais podem se tornar reservatórios de hidrocarbonetos (MEIBURG; KNELLER, 2010). Estima-se que nestas estruturas geológicas estejam armazenadas 35 a 40% das reservas mundiais de hidrocarbonetos, sendo de grande interesse econômico para as empresas petrolíferas o entendimento da gênese destes reservatórios. Correntes de gravidade também estão associadas à captura de  $CO_2$  da atmosfera e armazenamento em poços de óleo esgotados (MEIBURG et al., 2015).

Além do potencial de transformação da crosta terrestre, há um potencial destrutivo associado às correntes de gravidade, visto que eventos de grande magnitude armazenam quantidades significativas de energia, fazendo com que a engenharia também volte atenções para elas quando são projetadas estruturas que operem submersas em rios, lagos e mares. Dengler et al. (1984) relata a destruição de sensores e rompimento de cabos telefônicos, na costa do Havaí, causada por uma corrente de gravidade. O ecossistema também é afetado por tais fluxos, pois descargas de sedimentos em regiões costeiras podem interagir, e modificar, o ecossistema aquático, bem como água salgada em grandes concentrações provenientes de plantas de dessalinização (BLENINGER; JIRKA, 2011; CHOWDHURY; TESTIK, 2014).

---

<sup>3</sup>Região marinha de inclinação acentuada entre a plataforma continental e a planície abissal.

## 2. OBJETIVOS

Em grande parte dos estudos numéricos sobre correntes de gravidade realizados até o momento, são utilizadas duas configurações clássicas. A primeira delas é o escoamento dentro de um canal, e a outra é o escoamento na direção radial em relação a um eixo de simetria. Alternativamente a estas configurações, o objetivo geral desta tese é utilizar a metodologia DNS para simular correntes de gravidade de baixas concentrações em uma configuração de transição chamada de canal-bacia. Nesta configuração o escoamento faz a transição entre uma condição de confinamento lateral para uma condição de desconfinamento onde pode se propagar em todas as direções. O êxito de se alcançar o objetivo possibilitará responder as seguintes perguntas:

***“O modelo matemático utilizado pelo código `Incompact3d` é capaz de resolver satisfatoriamente a dinâmica de um escoamento não confinado, conservando a energia do sistema?”***

***“É possível observar as estruturas turbulentas, e de que forma elas impactam o escoamento?”***

***“De que forma os aspectos qualitativos e quantitativos de uma corrente de gravidade são afetados pelas variações do número de Reynolds, do tamanho das partículas em suspensão no escoamento e da geometria do canal de alimentação?”***

### 2.1. Objetivos específicos

As respostas para as questões anteriores serão alcançadas por meio dos seguintes objetivos específicos:

- Validar o código computacional utilizado, comparando os resultados com um trabalho de referência;
- Entender como a dinâmica da corrente é modificada em função de três diferentes números de Reynolds;
- Entender como o tamanho das partículas altera a dinâmica da corrente;
- Entender como o escoamento é modificado pela alteração do canal onde a mistura fluido/partícula está inicialmente contida;
- Analisar a evolução temporal da frente da corrente para os diferentes casos;
- Obter resultados qualitativos e quantitativos referentes ao processo de sedimentação das partículas;
- Avaliar a conservação da energia do sistema através do cálculo do balanço completo de energias.



### 3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Um dos primeiros trabalhos científicos que aborda o tema das correntes de gravidade de forma quantitativa, atribuindo-lhe relevância como fenômeno físico, está presente na publicação de Kármán (1940). Diz-se que seu interesse no assunto veio à tona diante de um pedido dos militares norte-americanos: eles gostariam de conhecer quais seriam as condições favoráveis de vento para que, lançando gás venenoso no fronte inimigo, este não se propagasse em direção às próprias tropas (HUPPERT, 2006).

#### 3.1. A natureza de uma corrente de gravidade: o modelo inicial

Embora possua uma abordagem bastante simplória, a velocidade de propagação da frente de uma corrente de gravidade,  $\tilde{U}_f$ , pode ser estimada a partir de um balanço entre suas energias potencial ( $\tilde{E}_p$ ) e cinética ( $\tilde{E}_c$ ) (UNGARISH, 2009). Em uma configuração hipotética chamada *dam break* (Figura 3.1.), se uma coluna de água, com altura  $\tilde{H}$ , for liberada, a partir do repouso, ela irá colapsar e escoará sob o fluido circundante. Se o fluido circundante for ar, então a diferença entre a massa específica da corrente  $\tilde{\rho}_c$  e a massa específica da água  $\tilde{\rho}_a$  será  $\Delta\tilde{\rho}$ , levando a um balanço desta forma

$$\underbrace{\frac{\tilde{m}\tilde{U}_f^2}{2}}_{\tilde{E}_c} = \underbrace{\tilde{m}\tilde{g}\frac{\tilde{H}}{2}}_{\tilde{E}_p}, \quad (3.1)$$

isolando a velocidade tem-se uma estimativa de seu valor

$$\tilde{U}_f \approx \sqrt{\tilde{g}\tilde{H}}. \quad (3.2)$$

Se, ao invés de ar, o fluido circundante for substituído por outro de maior

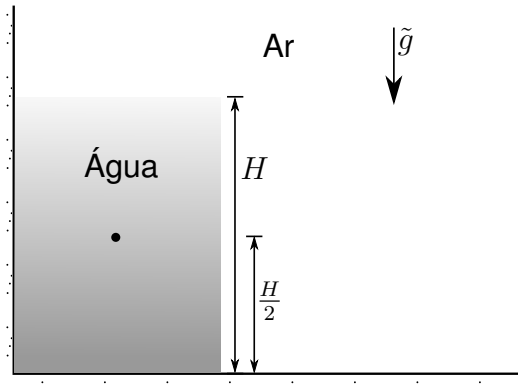


Figura 3.1. Representação de uma configuração *dam break*.  $\tilde{H}$  é a altura da coluna de água e  $\tilde{H}/2$  é a altura do seu centro de gravidade.

massa específica, a aceleração gravitacional líquida relevante será aquela atuante na diferença entre as massas específicas, levando (3.2) a ser reescrita como

$$\tilde{U}_f \approx \sqrt{\frac{\Delta\tilde{\rho}}{\tilde{\rho}_c} \tilde{g} \tilde{H}}. \quad (3.3)$$

onde o termo  $\frac{\Delta\tilde{\rho}}{\tilde{\rho}_c} \tilde{g}$  é conhecido como gravidade reduzida  $\tilde{g}'$ . O fator de proporcionalidade é atribuído, por muitos autores, ao número de Froude  $Fr$ , uma vez que  $Fr = \frac{\tilde{U}_f}{\sqrt{\tilde{g}' \tilde{H}}}$ . Von Kármán (1940) e Benjamin (1968) estabeleceram  $Fr = \sqrt{2}$  para uma corrente que se propaga em um ambiente muito profundo para um alto número de Reynolds, ao passo que no trabalho de Shin et al. (2004) o autor faz uma estimativa onde  $Fr = 1$ . Huppert e Simpson (1980) e Borden e Meiburg (2013), por exemplo, afirmam que o número de Froude tem dependência com a relação entre as alturas da corrente e a profundidade total do corpo fluido onde a corrente está inserida.

### 3.2. Classificação de uma corrente de gravidade

Uma corrente de gravidade, como mencionado anteriormente, pode ser chamada de conservativa ou não conservativa no que diz respeito à conservação de sua massa. O foco deste trabalho está voltado para os casos onde a diferença de massa específica entre corrente e fluido ambiente se dá pela presença de partículas sólidas em suspensão – ou seja, casos não conservativos. Na literatura é possível encontrar numerosos, e de certa forma inconclusivos, trabalhos que buscam estabelecer classificações para as correntes de gravidade quanto à sua concentração, reologia,

mecanismo de suporte e transporte dos sedimentos. Manica (2009) apresenta uma extensa revisão histórica das tentativas de enquadrar as correntes de gravidade dentro dos critérios mencionados anteriormente. A seguir serão apresentadas algumas das classificações, as quais julga-se necessário para o bom entendimento no transcorrer deste trabalho.

### 3.2.1. Eventos geradores de correntes de gravidade

Os eventos mais apontados como os desencadeadores das correntes de gravidade em ambientes subaquáticos estão associados a deslizamentos no talude continental, descarga de rios em mares ou lagos após as cheias, tempestades e erupções vulcânicas (ALEXANDER; MULDER, 2002; MEIBURG; KNELLER, 2010), podendo ser distinguidas duas categorias:

#### a ) Remobilização instantânea de material (*surge-like flow*)

Causada pelo deslocamento de uma quantidade limitada de material, decorrente de um evento isolado tal como um deslizamento, escorregamento ou rompimento do talude continental (Figura 3.2.a). Heezen e Ewing (1952) trazem o relato de um evento ocorrido em 1929 na costa da província de Terra Nova e Labrador, Canadá, onde um terremoto causou grande deslizamento de material, sendo registrado seu avanço ao longo do fundo do mar pelo sucessivo rompimento de cabos de comunicação, alcançando distâncias de 800 *km* e uma velocidade inicial de 23 *m/s*. Um outro evento, ocorrido no ano de 1979, durante a construção de um porto anexo ao aeroporto de Nice, França, localizado no Mar Mediterrâneo, um colapso na estrutura gerou uma remobilização de cerca de  $10^8 \text{ m}^3$  de material para o fundo do mar (SAHAL; LEMAHIEU, 2010; DAN et al., 2007). Este tipo de fluxo transporta grande quantidade de material, fazendo-o atingir grandes velocidades rapidamente. Entretanto, assim que o processo de sedimentação inicia, acontece gradativa desaceleração do escoamento pela perda do material em suspensão, tornando-o um evento de curta duração em relação ao próximo mecanismo, por isto associa-se a um pulso.

#### b ) Remobilização não-instantânea de material (*quasy-steady flow*)

Escoamentos que são alimentados de forma contínua durante um determinado

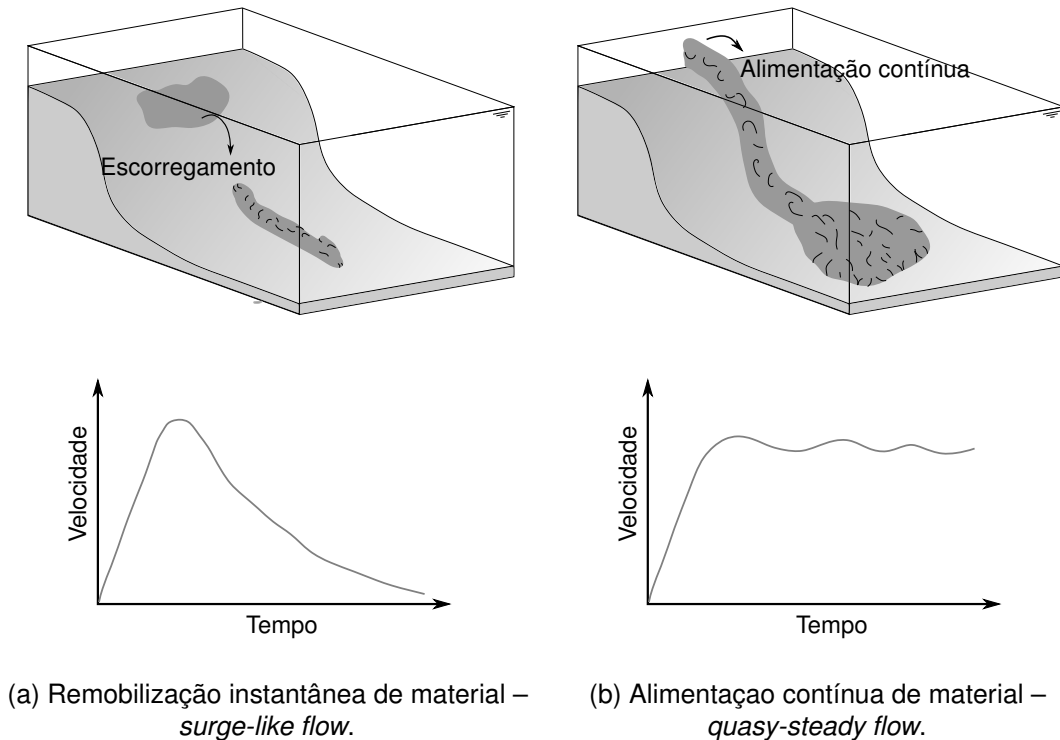


Figura 3.2. Mecanismos de iniciação de uma corrente de gravidade em ambiente subaquoso. Os gráficos representam a velocidade da corrente em determinada seção transversal fixa no espaço.

período de tempo (Figura 3.2.b). São associados às cheias dos rios, por exemplo. Neste caso, a concentração de sedimentos do aporte fluvial pode gerar correntes com maior ou menor massa específica do que o corpo fluido que o recebe. Se a massa específica do fluxo for maior, ele irá se desenvolver pelo fundo, se não, inicialmente terá seu deslocamento pela superfície até atingir um ponto crítico de mergulho, tornando-se um fluxo de fundo. Sua duração pode ser de horas ou até mesmo anos. Permite que a corrente acelere, alcançando velocidades quase constantes mesmo após o início do processo de sedimentação pelo fato de haver uma constante alimentação.

### 3.2.2. Relação entre massas específicas

Quanto às diferenças existentes entre as massas específicas da corrente  $\tilde{\rho}_c$  e do fluido que o circunda  $\tilde{\rho}_a$ , Mulder e Alexander (2001) distinguem quatro possíveis cenários (Figura 3.3.). Chama-se corrente homopical quando as massas específicas do fluido ambiente e da corrente são iguais (Figura 3.3.a). Se há estratificação no fluido

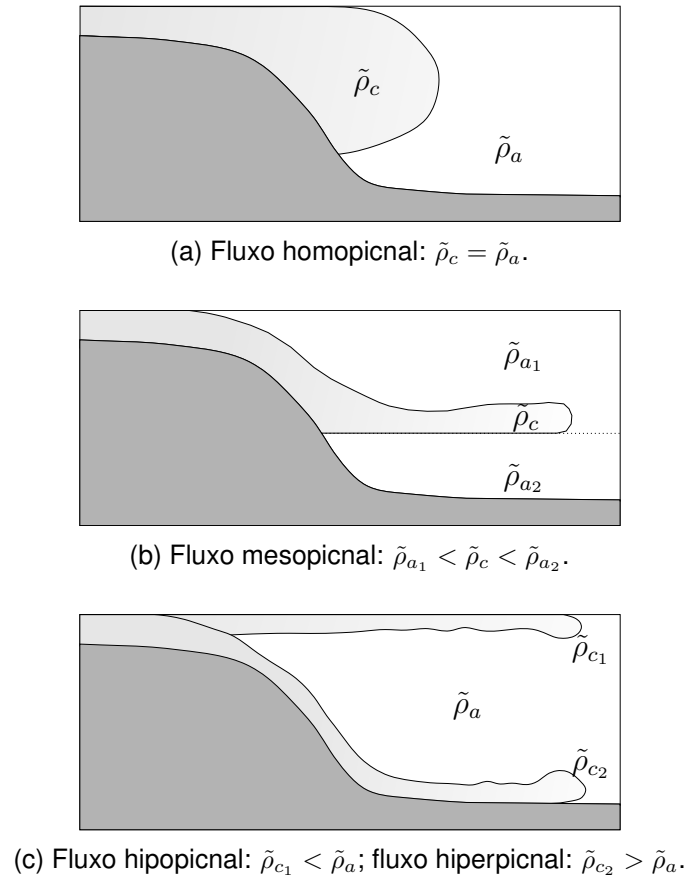


Figura 3.3. Classificação das correntes de gravidade quanto a relação entre massas específicas do fluido circundante e da corrente. Modificado de Mulder e Alexander (2001).

ambiente e a corrente possuir massa específica intermediária, a corrente chama-se mesopical (Figura 3.3.b). Os casos de maior interesse são aqueles em que a massa específica da corrente ou é menor (hipopical), ou é maior (hiperpical) do que a do fluido ambiente (Figura 3.3.c).

### 3.2.3. Mecanismo de suporte das partículas em suspensão

Lowe (1979) e Del REY (2006) apresentam uma classificação destes fluxos de acordo com seu mecanismo principal de sustentação das partículas sólidas em suspensão no fluido. Conforme os autores, a classificação é dividida como

- Correntes de turbidez: são fluxos que mantêm suas partículas sólidas em suspensão pela ação da turbulência induzida no fluido circundante;
- Fluxos fluidizados ou liquefeitos: as partículas são sustentadas pelo movimento

ascendente do fluido circundante, o qual é causado, principalmente, pelo rearranjo das partículas durante o processo de sedimentação;

- Fluxos de grão: a sustentação vem da interação entre cada partícula, seja elas de natureza inercial ou viscosa;
- Fluxos de detritos: permanecem em suspensão por causa da coesividade da matriz onde as partículas estão inseridas, ou seja, o fluido possui característica lamosa, assumindo um comportamento não-Newtoniano, fazendo com que as forças gravitacionais sejam pouco atuantes.

### **3.3. Caracterização de uma corrente de gravidade**

Durante o passar de décadas na busca do entendimento das correntes de gravidade, algumas características relacionadas à sua forma e dinâmica puderam ser estabelecidas como constituintes genéricos destes fluxos. Não há exatamente um consenso quanto aos segmentos existentes em uma corrente, mas normalmente são três as partes: cabeça, corpo e, em alguns casos, cauda (Figura 3.4.) (MIDDLETON, 1993; KNELLER; BUCKEE, 2000; TESTIK; YILMAZ, 2015), sendo que a mais importante e estudada é a cabeça uma vez que sua dinâmica estabelece as condições de contorno da corrente como um todo (PARSONS; GARCÍA, 1998).

#### **3.3.1. A cabeça**

A Figura 3.4. apresenta a cabeça como a porção mais avançada e sua proeminência é fruto da resistência oferecida pelo fluido ambiente ao deslocamento da corrente. A aceleração do fluido circundante produz, sobre a porção frontal da corrente, maior resistência do que o atrito gerado pelas interfaces superior e inferior, resultando em uma forma bem delimitada, embora haja intensa turbulência no interior da cabeça.

Ao observar a parte inferior da cabeça, devido à condição de não deslizamento, ela permanece elevada ao longo de seu deslocamento, permitindo a incorporação de fluido ambiente à corrente o que está associado à formação de instabilidades do tipo lobos e fendas (MIDDLETON, 1993; SIMPSON, 1972). A Figura 3.5. mostra tais estruturas localizadas na frente da corrente e também os conhecidos vórtices de Kelvin-Helmholtz, os quais se desenvolvem na porção posterior da cabeça pelo

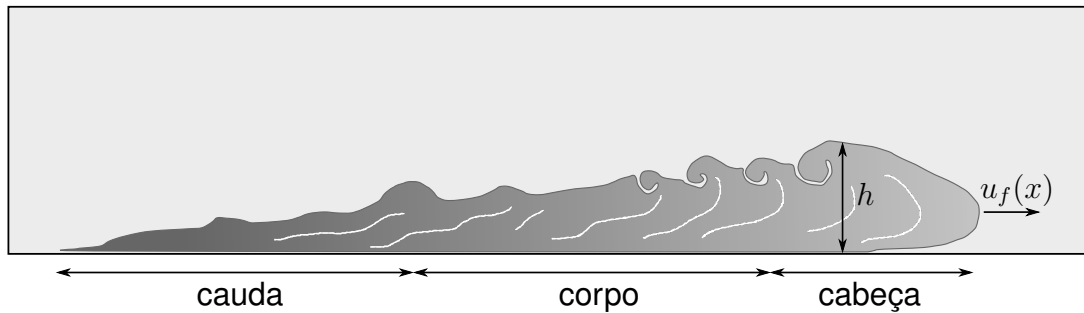


Figura 3.4. Representação da anatomia de uma corrente de gravidade. A cabeça da corrente está associada à uma altura  $h$ , deslocando-se com velocidade  $u_f$ . Em casos onde a corrente é conservativa, a cauda não é representativa. Adaptado de Del REY (2006)

cisalhamento (BRITTER; SIMPSON, 1978). Mesmo possuindo uma forma delimitada, a geometria da cabeça de uma corrente é afetada pelo gradiente do leito onde acontece o escoamento (SIMPSON, 1997).

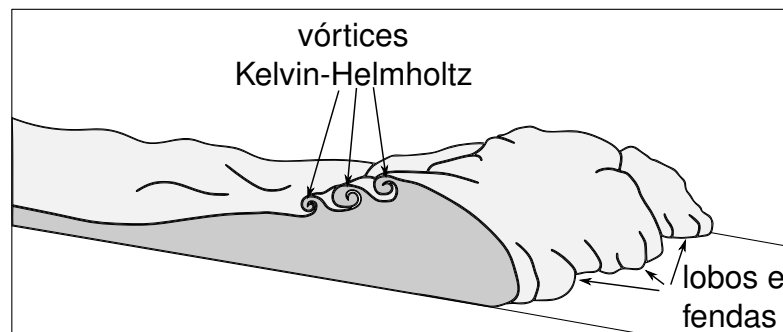


Figura 3.5. Estruturas tridimensionais típicas do desenvolvimento da turbulência na cabeça de uma corrente de gravidade. Na porção mais frontal estão os lobos e fendas, e na região posterior os vórtices transversais de Kelvin-Helmholtz.

A viscosidade também se mostra como um fator importante sobre a forma da cabeça de uma corrente. Schmidt (1911 apud SIMPSON, 1997) apresenta o comportamento da corrente para seis casos onde a viscosidade varia pelo aumento de sua temperatura em comparação ao fluido ambiente. A Figura 3.6. mostra correntes onde a diferença de temperaturas entre os fluidos vai de muito baixa ( $a$ ) até  $35\text{ }^{\circ}\text{C}$  ( $f$ ), o que corresponde a uma diferença de aproximadamente 1% na densidade. No escoamento referenciado pela letra  $a$ , onde a diferença de densidade é bastante pequena e a viscosidade mais alta, as forças viscosas são predominantes sobre as forças de empuxo, resultando em uma cabeça com pouca mistura e pequeno

tamanho. Com o aumento da temperatura, a viscosidade da corrente diminui e, conseqüentemente, seu número de Reynolds aumenta. Isto leva a um estado de intensa mistura e formação de vórtices na região da cabeça.

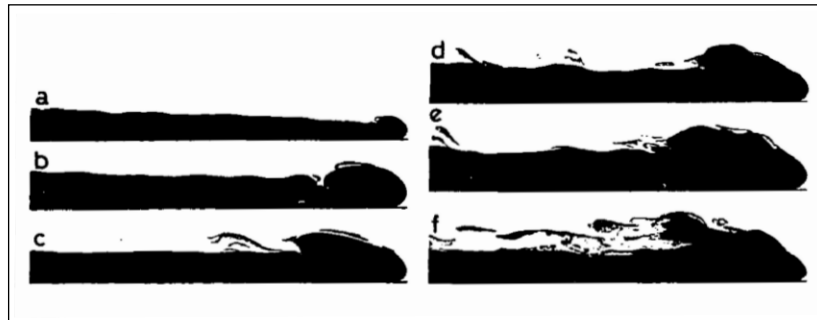


Figura 3.6. Figura mostrando diferentes perfis da cabeça de uma corrente de gravidade quando sua viscosidade é alterada por um incremento em sua temperatura. As diferenças entre as temperaturas da corrente e do fluido ambiente variam de muito pequena em (a), até  $35\text{ }^{\circ}\text{C}$  em (f), o que representa uma diferença de aproximadamente 1% na densidade. Fonte: Simpson (1997).

### 3.3.2. Perfil vertical da corrente

Fluxos hiperpicnais que carregam sedimentos em suspensão apresentam características distintas ao longo de sua direção vertical, assim como na horizontal. Um estudo apresentado por Simpson e Britter (1979) subdivide a cabeça de uma corrente em três regiões no que diz respeito às características de atrito e mistura com o fluido ambiente. Na Figura 3.7. são mostradas estas três zonas: zona inferior, zona superior e zona não perturbada. A zona inferior está exposta à pouca, ou nenhuma, mistura com o fluido circundante, o que resulta em fluxo mais denso do que o restante da cabeça. Semelhante comportamento é encontrado na zona não perturbada. A zona superior é o local por onde entra grande parte do fluido ambiente que se incorpora à corrente, justamente pela intensa mistura decorrente da formação dos vórtices de Kelvin-Helmholtz.

Como visto anteriormente, o nariz fica afastado do solo por causa da condição de não deslizamento, sendo que há a entrada do fluido ambiente sob a cabeça, provocando uma circulação reversa e a formação de lobos e fendas. Middleton (1993) diz que a região da cabeça possui balanço de momento e massa distintos do restante



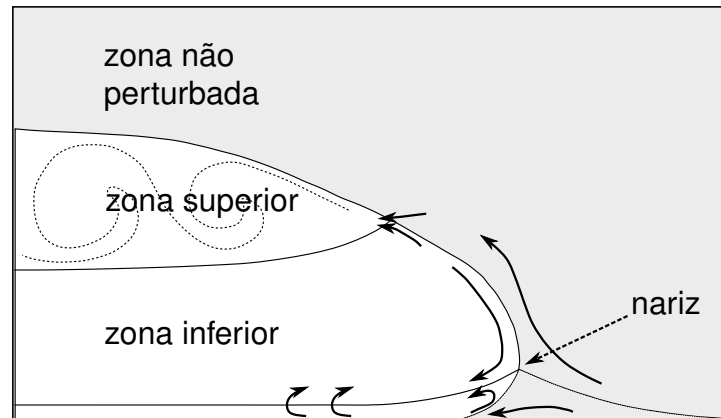


Figura 3.7. Subdivisão interna vertical presente na região frontal de uma corrente de gravidade. Adaptado de Simpson (1997).

da corrente. Em outras palavras é plausível afirmar que a velocidade da cabeça da corrente é menor do que a do seu corpo, fazendo com que o fluxo proveniente da zona inferior seja defletido, desviando-se para a parte superior.

Kneller e Buckee (2000) apresentam um esquema que descreve os perfis verticais para a velocidade de propagação e para a massa específica de uma corrente. A Figura 3.8. mostra que o perfil de velocidade é semelhante àquele encontrado em um jato de parede plana. Na região chamada inferior o gradiente de velocidade é positivo, atingindo um valor máximo correspondente à altura do nariz da corrente. Geralmente a região inferior possui espessura menor do que a metade da espessura da região que fica acima, chamada de região exterior, a qual possui gradiente negativo de velocidade. Para o caso de uma corrente de baixa concentração, o perfil vertical de massa específica apresenta uma camada basal mais densa que vai diminuindo ao longo da espessura da corrente até atingir um valor constante.

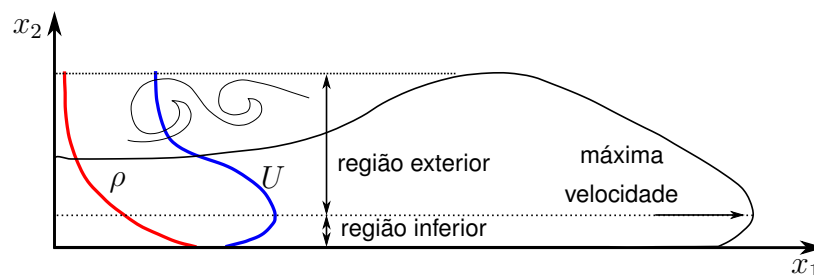


Figura 3.8. Perfil esquemático mostrando as características referentes aos perfis de velocidade de massa específica. Adaptado de Kneller e Buckee (2000).

### 3.4. Abordagem teórica de correntes de gravidade

#### 3.4.1. Modelo de caixa – *Box model*

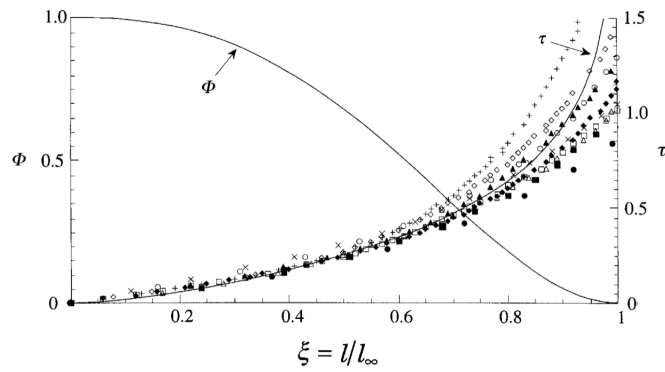
Este modelo descreve a evolução da corrente como uma série de retângulos de igual área (HUPPERT, 1998). Nesta abordagem, a qualquer tempo, considera-se que não existam variações horizontais e verticais das propriedades dentro do escoamento, uma vez que o objetivo é determinar a variação das dimensões de comprimento  $x_N(t)$ , da altura  $h_N(t)$  e, quando houver partículas em suspensão, do perfil de depósito (UNGARISH, 2009).

No trabalho de Huppert (1998) são apresentadas relações que possibilitam analisar a variação do comprimento da corrente ao longo do tempo e sua concentração ao longo do espaço. Através de *box-model*, a Figura 3.9.a mostra as predições teóricas das variações da fração volumétrica adimensional  $\Phi$  e do tempo  $\tau$  como funções do comprimento da corrente  $\xi$ . Já a Figura 3.9.b, utilizando a mesma abordagem, mostra a variação da densidade de depósito  $\eta^*$  ao longo do comprimento da corrente  $\xi$ . Ambas as Figuras fornecem resultados em boa concordância com os dados experimentais dos trabalhos de Bonneau et al. (1993) e Dade e Huppert (1994).

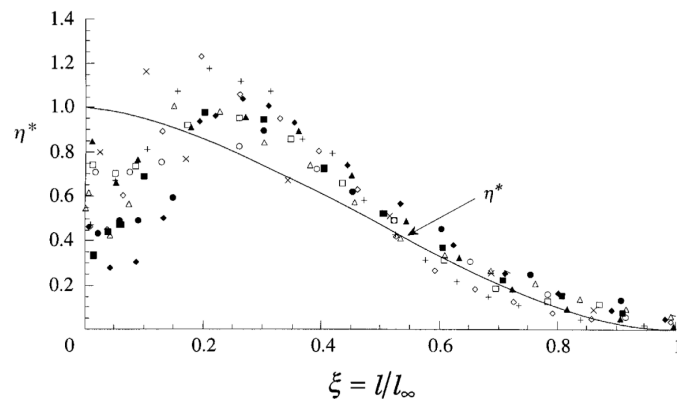
#### 3.4.2. Modelo de águas rasas – *Shallow water model*

O objetivo deste método é obter um conjunto simplificado de equações que sejam capazes de fornecer uma descrição aproximada da dinâmica de uma corrente, onde as variáveis de interesse sejam sua forma e movimento horizontal, representados pelo seu avanço  $x_N(t)$ , espessura  $h(x, t)$  e por sua velocidade sendo expressa como um valor médio na vertical  $\bar{u}(x, t)$ .

Diferentemente do *box model* apresentado anteriormente, o modelo de águas rasas admite variações horizontais na altura e na velocidade da corrente (HUPPERT, 1998). Variações verticais da massa específica são desconsideradas, pois admite-se que o fluido dentro da corrente é muito bem misturado. Efeitos decorrentes das forças viscosas, tanto internas quanto de fronteiras, são desconsideradas, sendo implícito assumir que o número de Reynolds seja suficientemente alto para que a dinâmica do escoamento seja dominada pelo balanço entre as forças de flutuação (empuxo) e



(a) Fração volumétrica  $\Phi$  e tempo  $\tau$  em função da distância percorrida pela corrente  $\xi$ .



(b) Densidade de depósito  $\eta^*$  em função da distância percorrida pela corrente  $\xi$ .

Figura 3.9. Comparação dos resultados obtidos via *box-model* (linhas) com dados experimentais de Bonnecaze et al. (1993) e Dade e Huppert (1994) (pontos).

inerciais (BONNECAZE et al., 1993). Também considera-se que o campo de pressão é puramente hidrostático pelo fato de que as acelerações na direção vertical são muito pequenas (MEIBURG et al., 2015; HARRIS et al., 2002). O requisito imposto para esta abordagem é que a corrente possua comprimento horizontal muito maior do que sua espessura vertical.

Bonnecaze et al. (1993) e Huppert (1998) apresentam uma formulação para uma corrente de gravidade com partículas em suspensão, a qual se desenvolve em um tanque fechado. Foi levado em consideração neste modelo o movimento reverso do fluido ambiente causado pelo deslocamento da corrente. A conservação da massa foi definida como

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(uh) = 0, \quad (3.4)$$

onde  $h$ ,  $x$  e  $u$  são a altura da corrente, sua coordenada horizontal e sua velocidade horizontal, respectivamente. A equação de quantidade de movimento fica

$$\frac{\partial}{\partial t}(uh) + (1-h)\frac{\partial}{\partial x}\left[u^2h + \frac{1}{2}\phi h^2\right] + h\frac{\partial}{\partial x}[uh(1-h)] = 0, \quad (3.5)$$

sendo que  $\phi$  diz respeito à concentração volumétrica de partículas. Os autores acima citados consideram que a concentração de partículas varia devido à advecção e à sedimentação. Sendo assim, a equação para a conservação de partículas foi definida da seguinte forma

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + u\frac{\partial \phi}{\partial x} = -\beta\frac{\phi}{h}, \quad (3.6)$$

onde  $\beta$  é a velocidade de sedimentação adimensional das partículas. A Figura 3.10. apresenta o perfil de uma corrente gerada a partir de um reservatório, tendo altura adimensional  $h_0 = 1$ . Após o início da corrente, é possível ver a formação de uma porção mais elevada precedida de uma porção menos espessa, as quais podem ser interpretadas como a cabeça e corpo do fluxo, respectivamente. A Figura 3.11. mostra o deslocamento da corrente ao longo do tempo, estabelecendo uma comparação entre resultados obtidos através do modelo de águas rasas e experimentos feitos por Bonnezaze et al. (1993), os quais foram conduzidos em um canal de 10 m de comprimento para diferentes frações volumétricas de partículas. Há uma concordância bastante interessante entre os resultados, sendo capaz de reproduzir o regime de velocidade constante no início e seu decaimento que ocorre pela sedimentação das partículas.

O depósito formado pelas partículas é representado pela massa de partículas por área do fundo do canal e está apresentado na Figura 3.12. Os resultados mostram o depósito no tempo final para duas correntes com massa inicial de partículas igual a 100 g, sendo que em um caso as partículas possuem diâmetro nominal de 23  $\mu m$  ( $\square$  e  $---$ ) e, no outro, 53  $\mu m$  ( $\circ$  e  $---$ ). As predições teóricas, representadas por linhas, conseguiram reproduzir satisfatoriamente o comportamento dos experimentos, uma vez que partículas de menores diâmetros ficam em suspensão por mais tempo e, conseqüentemente, são transportadas por maiores distâncias se comparadas com partículas de maiores diâmetros (FRANCISCO et al., 2017).

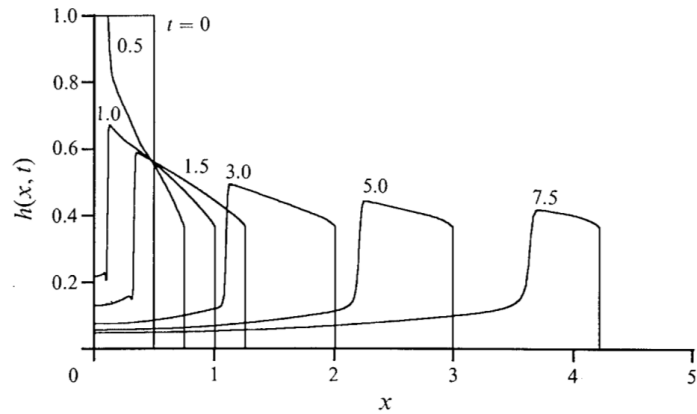


Figura 3.10. Perfis para a altura da corrente  $h(x, t)$  obtidos numericamente por Bonnacaze et al. (1993) através da formulação anterior. As curvas foram plotadas para diferentes tempos.

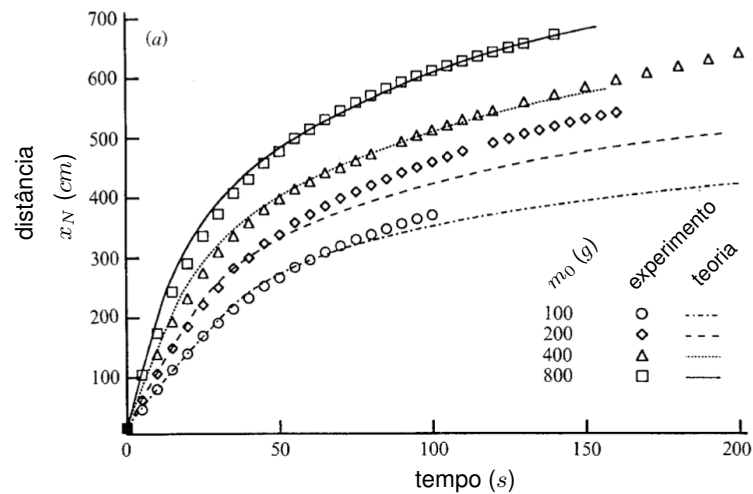


Figura 3.11. Comparação do modelo de águas rasas e dados experimentais de Bonnacaze et al. (1993) para a distância percorrida pela corrente ao longo do tempo. As linhas representam o modelo e os pontos os dados experimentais. A diferença entre eles é a massa inicial de partículas  $m_0$ .

### 3.5. Abordagem por simulação numérica

#### 3.5.1. Correntes de gravidade sobre fundo plano

A configuração *lock-exchange* (Figura 3.13.) tornou-se a mais popular para o estudo experimental de correntes de gravidade devido à sua simplicidade. Trata-se de um tanque com fundo plano, acrescido de um anteparo cuja função é separar o fluido mais denso do menos denso. Tal simplicidade favorece a implementação numérica

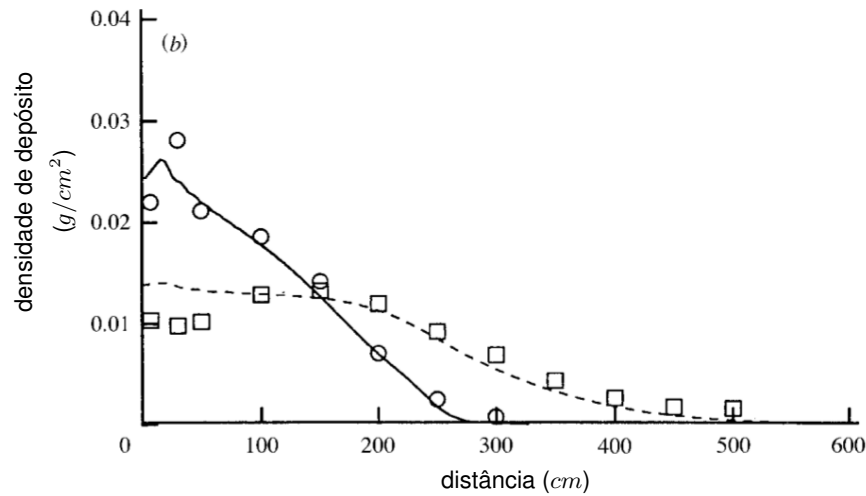


Figura 3.12. Depósito final calculado como a massa de partículas por área do fundo do canal. Comparação entre dados experimentais e o modelo de águas rasas para dois casos, onde em um a corrente possui partículas com diâmetro nominal de  $23 \mu m$  (□ e - - -) e, em outro,  $53 \mu m$  (○ e —), sendo a massa inicial de partículas igual a  $100g$  em ambos os casos.

uma vez que o domínio não possui geometrias complexas, permitindo a utilização de uma malha cartesiana retangular, o que facilita o uso de esquemas numéricos de alta ordem e a programação das condições iniciais e de contorno.

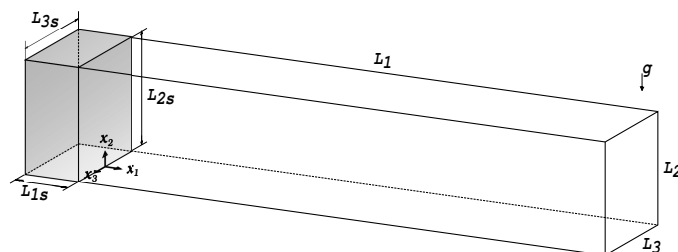
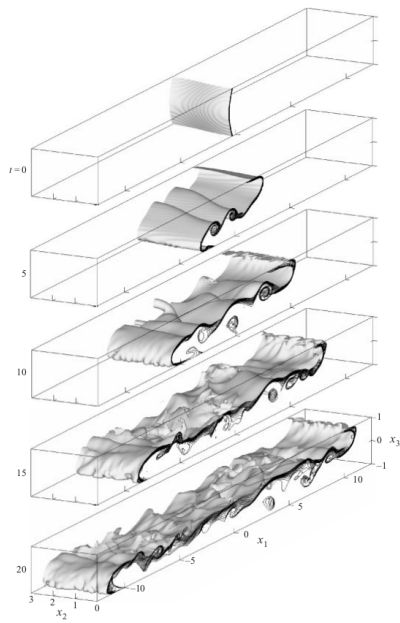
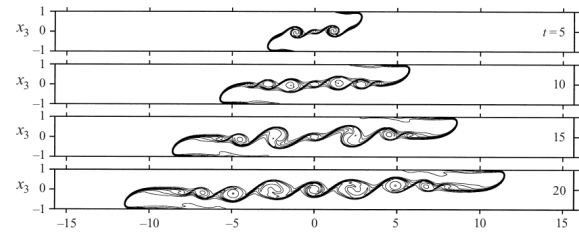


Figura 3.13. Configuração *lock-exchange*. Fonte: Francisco et al. (2017).

O primeiro trabalho utilizando simulação numérica de alta resolução foi publicado por Härtel et al. (2000a). Em tal trabalho utilizou-se a configuração *lock-exchange* para simular uma corrente de gravidade conservativa, onde a diferença entre sua massa específica e a do fluido ambiente é devida a salinidade ou temperatura. Simulações para número de Reynolds igual à 1225 foram realizadas em duas e três dimensões. Para o caso tridimensional, Härtel et al. (2000a) baseou-se em uma formulação convencional das equações de conservação da massa e quantidade de movimento para o movimento do fluido, bem como uma equação de advecção-difusão para a solução do campo de densidade. De maneira diferente, para o caso bidimensional foi



(a) *Lock-exchange* tridimensional para  $Re=1225$ . Isossuperfície de densidade para  $\rho=0.5$ , plotada em diferentes tempos.



(b) *Lock-exchange* tridimensional para  $Re=1225$ . Isolinhas de densidade visualizados para vários tempos.

Figura 3.14. Simulações tri e bidimensionais de correntes conservativas. Fonte: Härtel et al. (2000a)

feita uma modificação nas equações de modo que elas se tornassem dependentes da função de corrente e da vorticidade.

A Figura 3.14. apresenta isossuperfícies e isocontornos de algumas simulações tri e bidimensionais obtidas por Härtel et al. (2000a). A Figura 3.14.a mostra, a partir de  $t=10$ , a formação das estruturas tridimensionais de lobos e fendas na porção frontal da corrente, as quais surgem de instabilidades transversais ao sentido de deslocamento da corrente (HÄRTEL et al., 2000b). Devido ao cisalhamento que ocorre na interface entre a corrente e o fluido circundante, se observa o desenvolvimento dos vórtices de Kelvin-Helmholtz. Inicialmente eles possuem características bidimensionais na direção transversal ao domínio entretanto mas, com o passar do tempo, tal bidimensionalidade transversal é desfeita, o que torna as estruturas turbulentas altamente tridimensionais. Já a Figura 3.14.b mostra, para diversos tempos, isolinhas de densidade de uma simulação bidimensional a qual mostra um desenvolvimento bastante simétrico da corrente e o surgimento de grandes vórtices de Kelvin-Helmholtz. Estes vórtices surgem e permanecem se desenvolvendo ao passar do tempo.

Dando um passo além, Necker et al. (2002) apresentou resultados de simula-

ções para correntes de gravidade não-conservativas, nas quais o fluido mais denso é composto por uma mistura entre o fluido ambiente e partículas sólidas em baixa concentração. Observou-se que nos instantes iniciais, para  $Re = 2236$ , a corrente desenvolve as mesmas estruturas turbulentas observadas no caso conservativo de Härtel et al. (2000a), tais como lobos e fendas e vórtices de Kelvin-Helmholtz. Entretanto, ao passar do tempo, o processo de sedimentação de partículas reflete significativamente no avanço da corrente, fazendo com que a cabeça da corrente gradativamente desapareça (Figura 3.15.). Este efeito é causado por uma desaceleração do fluxo, a qual é decorrente da perda de massa e energia potencial. A Figura 3.16.a mostra a comparação da posição da frente da corrente ao longo do tempo  $x_f$  entre simulações conservativas e não-conservativas. Fica evidente a influência da massa em suspensão  $m_p$  na velocidade da corrente. Nos instantes iniciais, tanto o caso conservativo como o não-conservativo, evoluem com velocidades iguais e, a partir de determinado tempo, há uma desaceleração importante nos casos não-conservativos pela perda de massa. No mesmo trabalho, o autor mostra resultados de uma simulação 2D, para diferentes tempos, do depósito adimensional  $D_t$  em comparação com os dados experimentais de Rooij e Dalziel (2009). Através da Figura 3.16.b é possível ver uma boa concordância dos resultados, apesar de haver, nos tempos iniciais, diferenças que estão associadas às perturbações causadas pelo procedimento de mistura do fluido mais denso, bem como pelo precoce início da sedimentação de partículas.

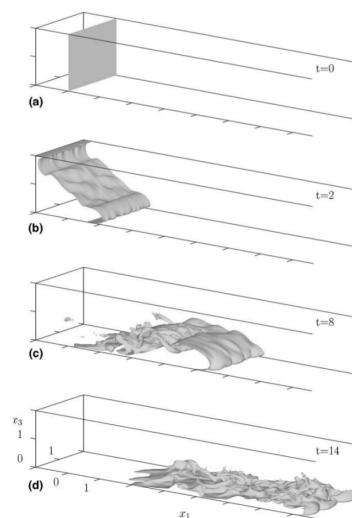
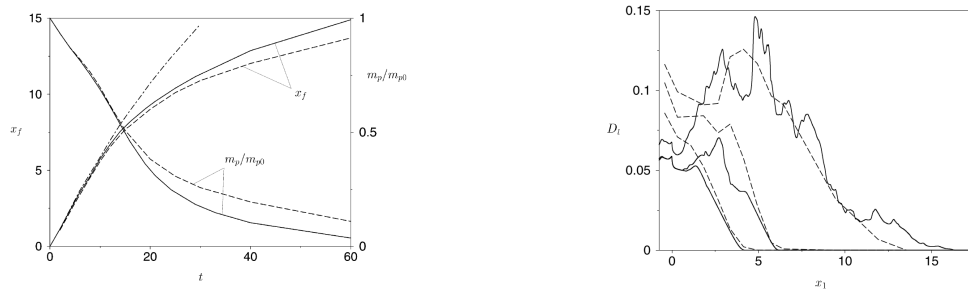


Figura 3.15. Isossuperfícies de concentração para diferentes tempos, tomadas para isovalores de 0,25. Fonte: Necker et al. (2002).





(a) Posição da frente  $x_f$  e massa suspensa  $m_p$ . (b) Depósito adimensional de partículas  $D_t$ .

Figura 3.16. (a) Evolução temporal da posição da frente  $x_f$  e massa suspensa da corrente  $m_p$ , normalizada pela massa total inicial  $m_{p0}$ . Linhas sólidas representa o caso 3D, linhas tracejadas o caso 2D e a ponto-tracejada diz respeito à uma simulação conservativa. (b) Depósito de partículas  $D_t$  para  $t = 7, 3$ ,  $t = 10, 95$  e  $t \rightarrow \infty$ . Linha cheia representa a simulação 2D e a linha tracejada são dados experimentais de Rooij e Dalziel (2009). Fonte: Necker et al. (2002).

Em outro trabalho utilizando a configuração *lock-exchange*, Francisco et al. (2017) realizaram várias simulações de correntes de gravidade bi-dispersas, ou seja, correntes cujas partículas em suspensão possuem uma distribuição granulométrica selecionada, correspondente a dois diâmetros, um considerado mais grosso e outro mais fino. Em cada simulação variou-se a proporção inicial de cada fração de partículas, o que refletiu significativamente na distância percorrida pela corrente. Os autores concluíram que o quão distante uma corrente chega é regulado pela quantidade de partículas mais finas presentes. Isto é assim, pois partículas mais finas permanecem em suspensão por mais tempo, podendo ser comprovado por sua taxa de sedimentação (Figura 3.17.) em tempos mais avançados, a qual é proporcional a  $t^{-1}$ , mais suave do que  $t^{-3,25}$  encontrado para as partículas mais grossas.

Analisando outro aspecto da dinâmica das correntes de gravidade, Espath et al. (2014) apresentaram o balanço de energia na mesma configuração de Necker et al. (2002), a fim de entender como as energias potencial e cinética se comportam ao longo do tempo, bem como suas dissipações. A Figura 3.18. mostra comparações entre simulações tridimensionais para diversos números de Reynolds. Nos instantes iniciais há uma intensa queda da energia potencial  $E_p$  e um rápido crescimento da energia cinética  $k$ . É apontado que o máximo valor atingido por  $k$  cresce com o crescimento de  $Re$ . A dissipação devido ao movimento do fluido ( $E_d$ ) apresenta maior importância do que àquela devido à sedimentação das partículas ( $E_s$ ), exceto nos instantes iniciais.

Cantero et al. (2007) investigou a influência do número de Reynolds sobre

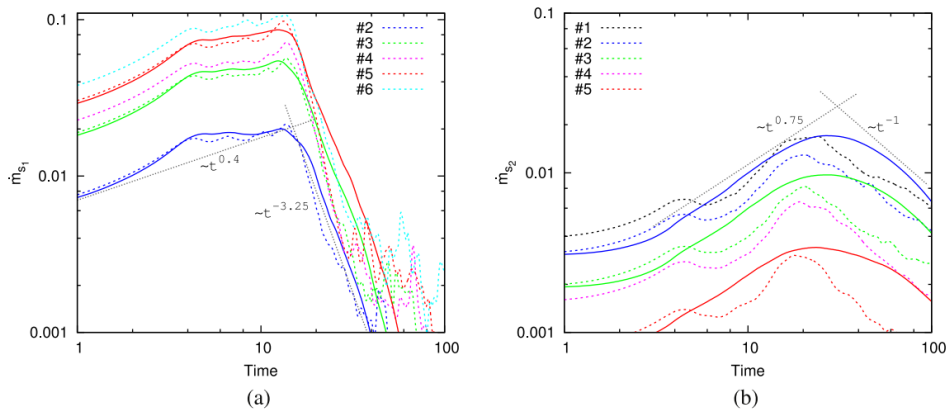
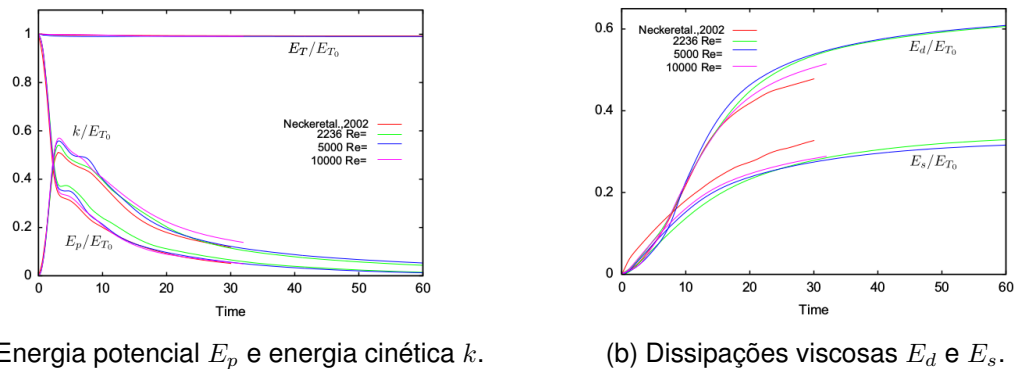


Figura 3.17. Taxa de sedimentação  $\dot{m}_s$  ao longo do tempo. (a) diz respeito à partícula grossa (G) e (b) refere-se à fina (F). Fonte: Francisco et al. (2017). Linhas tracejadas descrevem as simulações 2D e as linhas sólidas são as simulações 3D. #1) 0%G / 100%F; #2) 20%G / 80%F; #3) 50%G / 50%F; #4) 60%G / 40%F; #5) 80%G / 20%F; #6) 100%G / 0%F.



(a) Energia potencial  $E_p$  e energia cinética  $k$ .

(b) Dissipações viscosas  $E_d$  e  $E_s$ .

Figura 3.18. Evolução temporal da energia para diversos números de Reynold.  $E_p$  é a energia potencial,  $k$  a cinética. As dissipações viscosas estão separadas entre micro  $E_s$  e macro dissipação  $E_d$ . Fonte: Espath et al. (2014).

a velocidade de propagação da frente da corrente através de simulações 2D e 3D. Entretanto, os autores utilizam uma configuração diferente da *lock-exchange*, onde o fluido mais denso localiza-se, inicialmente, no centro do domínio, podendo escoar em todas as direções. A Figura 3.19. apresenta a velocidade da frente da corrente para  $Re = 895, 3450$  e  $8950$  em comparação com dados experimentais e previsões teóricas. O comportamento da velocidade apresenta três regiões com características distintas. Durante os instantes iniciais, até  $t \approx 1$ , a corrente encontra-se na fase de aceleração (*acceleration phase* – AP), que é aquela onde percebe-se um rápido aumento de sua velocidade até que atinja o valor máximo. A fase de queda (*slumping phase* – SP), entre  $t \approx 1$  e  $t \approx 12$ , é o período onde a velocidade é quase constante, onde não há aceleração. É possível observar que  $Re$  alto se reflete em maior velocidade de

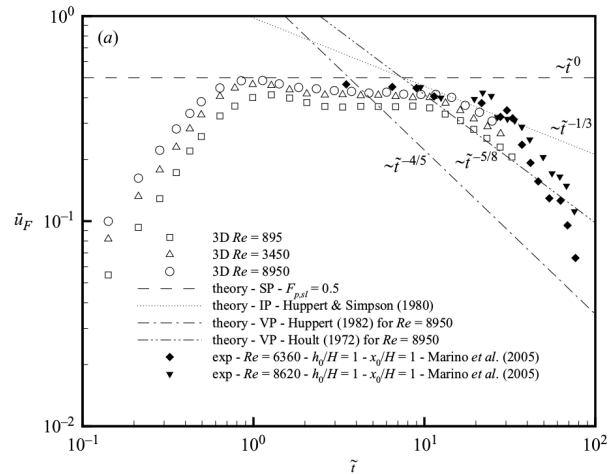


Figura 3.19. Variação da velocidade da frente da corrente ao longo do tempo, plotados juntamente com dados experimentais e previsões teóricas para as diferentes fases de aceleração da corrente. Fonte: Cantero et al. (2007).

avanço. Após  $t \approx 12$ , o escoamento pode entrar na fase inercial (*inertial phase* – IF) caso seu número de Reynolds seja alto o suficiente para que as forças inerciais sejam balanceadas pelas viscosas (CANTERO et al., 2008). Por outro lado, se  $Re$  for baixo, a corrente entra diretamente na fase viscosa (*viscous phase* – VP).

## 4. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA E METODOLOGIA NUMÉRICA

### 4.1. Equações governantes

Ao deparar-se com a necessidade de se estudar os fluidos, dois caminhos se apresentam como possibilidades para isto. A escolha depende muito do tipo de análise e para qual finalidade se deseja alcançar os resultados. Se, por exemplo, se quer determinar as características gerais de um escoamento, tais como vazão mássica ou volumétrica de entrada e saída, é lançado mão de uma abordagem integral onde a análise é feita sobre um volume de controle. Quando a análise está voltada à dinâmica do escoamento, as características locais e pontuais são as que se buscam.

Para o presente trabalho, o foco está nas estruturas turbulentas e suas interações com o movimento de um fluido carregado com partículas sólidas em suspensão. Para tanto será utilizada uma abordagem diferencial, onde cada ponto do escoamento terá suas características calculadas. Para corretamente calcular o escoamento, equações diferenciais de quantidade de movimento, conservação da massa e transporte de uma espécie escalar são empregadas. Por fim, a caracterização das partículas sólidas é feita através de sua velocidade terminal de queda.

4.1.1. Equação de quantidade de movimento, conservação da massa e de transporte

O tipo de escoamento (corrente de gravidade) objeto deste estudo pode ser descrito como uma mistura entre um fluido “limpo” e partículas sólidas, o qual movimentar-se sob um fluido “limpo”, com a mesma natureza do citado anteriormente. Desde já será estabelecida uma suposição de que a fase dispersa, ou seja, as partículas

sólidas devem estar suficientemente “diluídas”<sup>1</sup> no fluido intersticial. Também é preciso restringir a mistura de modo que possua baixa fração volumétrica inicial, com o intuito de reduzir o custo e a complexidade dos cálculos. Baixas frações volumétricas dizem respeito à razões entre o volume inicial de partículas e o volume inicial da corrente muito menores do que um, aqui representado por  $C_r \ll 1$ .

Ao assumir valores de  $C_r$  muito menores do que um, torna-se admissível desprezar as variações de viscosidade devido à diferenças de concentração, bem como a interação física entre cada partícula e sua influência inercial no movimento do fluido. Considerando também a incompressibilidade do escoamento, a formulação das equações de conservação da massa e de quantidade de movimento (Navier-Stokes), em sua forma dimensional, nos leva a

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial \tilde{x}_i} = 0, \quad (4.1a)$$

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial \tilde{t}} + \tilde{u}_j \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial \tilde{x}_j} = -\frac{1}{\tilde{\rho}_a} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{x}_i} + \tilde{\nu}_a \frac{\partial^2 \tilde{u}_i}{\partial \tilde{x}_j \partial \tilde{x}_j} - \frac{\tilde{c}_t}{\tilde{\rho}_a} \tilde{F}_d. \quad (4.1b)$$

No contexto deste trabalho todas as grandezas identificadas por um til ( $\sim$ ) dizem respeito às grandezas dimensionais. O campo de velocidades nas direções  $x_1$  ( $x$ ),  $x_2$  ( $y$ ) e  $x_3$  ( $z$ ) é representado por  $\tilde{u}_i$ .  $\tilde{p}$  é o campo pressões,  $\tilde{\nu}_a$  e  $\tilde{\rho}_a$  dizem respeito à viscosidade cinemática e à massa específica do fluido “limpo”, respectivamente. O tempo e as coordenadas espaciais estão contidas em  $\tilde{t}$  e  $\tilde{x}_i$ , respectivamente.

Pelo fato de as interações inerciais entre partículas serem desconsideradas e ser assumido  $C_r \ll 1$ , o acoplamento entre o movimento do fluido e as partículas acontece muito mais pela transferência de quantidade de movimento entre ambos do que por deslocamentos volumétricos (NECKER et al., 2002). O resultado disto se faz presente no termo das forças de campo da equação de Navier-Stokes (4.1b). Neste termo,  $\tilde{F}_d$  é uma força que leva em conta o efeito das partículas sobre o fluido intersticial, ou de outra forma, pode ser vista como um balanço entre a força peso das partículas e a força de empuxo sobre as mesmas.  $\tilde{c}_t$  diz respeito à densidade do número de partículas total, ou seja, é a soma das densidades de partículas individuais

<sup>1</sup>Ou seja, a mistura entre fluido e partículas deve ser considerado como um meio contínuo uma vez que as partículas não serão calculadas individualmente.

de cada fração.  $\tilde{c}_t$  tem unidade de número de partículas por unidade de volume [ $1/m^3$ ] e, por conveniência, será referida como concentração.

É interessante salientar que o movimento do fluido descrito pela equação (4.1b) somente é dependente da massa específica do fluido ambiente ( $\tilde{\rho}_a$ ) e não da massa específica das partículas em suspensão ( $\tilde{\rho}_p$ ). Esta simplificação que estabelece o movimento da corrente em função de  $\tilde{\rho}_a$  somente é válida para frações volumétricas iniciais muito pequenas, o que é o caso. A dedução disto pode ser feita admitindo-se que a massa específica da corrente,  $\tilde{\rho}_c$ , seja uma função das massas específicas do fluido ambiente e das partículas, bem como da fração volumétrica inicial de partículas (HOGG et al., 2000; BONNECAZE et al., 1993), como escrita a seguir

$$\tilde{\rho}_c = \tilde{\rho}_a (1 + \alpha C_r), \quad (4.2)$$

onde

$$\alpha = \frac{\tilde{\rho}_p - \tilde{\rho}_a}{\tilde{\rho}_a}, \quad O(1). \quad (4.3)$$

Necker et al. (2005) apresentam a forma geral da equação de quantidade de movimento para uma corrente como

$$\tilde{\rho}_c \left( \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial \tilde{t}} + \tilde{u}_j \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial \tilde{x}_j} \right) = - \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{x}_i} + \tilde{\mu}_a \frac{\partial^2 \tilde{u}_i}{\partial \tilde{x}_j \partial \tilde{x}_j} - \tilde{c}_t \tilde{F}_d, \quad (4.4)$$

e uma vez que  $\alpha$  possui  $O(1)$  e  $C_r \ll 1$ ,  $\alpha C_r$  também é muito menor do que 1, tornando a igualdade  $\tilde{\rho}_c = \tilde{\rho}_a$  verdadeira. Tal simplificação chamamos de aproximação de Boussinesq para fluidos.

A total resolução do escoamento ainda necessita de mais uma equação para que o sistema de equações esteja fechado. Para este fim é empregada uma equação de advecção-difusão que irá resolver o campo de concentrações das partículas, descrita como

$$\frac{\partial \tilde{c}_l}{\partial \tilde{t}} + (\tilde{u}_j + \tilde{u}_i^* e_j^g) \frac{\partial \tilde{c}_l}{\partial \tilde{x}_j} = \tilde{k}_l \frac{\partial^2 \tilde{c}_l}{\partial \tilde{x}_j \partial \tilde{x}_j}, \quad l = 1, \dots, N. \quad (4.5)$$

O primeiro aspecto a se destacar na equação (4.5) é que ela pode ser empregada tanto em casos monodispersos ( $l = 1$ ) quanto em casos polidispersos ( $l > 1$ ), ou

seja, ela necessita ser resolvida para cada fração de partículas para se obter a variação no tempo da concentração  $\tilde{c}_l$ . Nesta descrição Euleriana, assume-se que a velocidade das partículas é dada pela soma da velocidade local do fluido e de uma velocidade de sedimentação da partícula, *i.e.*,  $\tilde{u}_j + \tilde{u}_l^s e_j^g$ , onde o termo  $e_j^g$  é um vetor unitário  $(0, -1, 0)$ , o qual tem por objetivo indicar que a velocidade de sedimentação das partículas aponta verticalmente para baixo, no sentido de atuação do campo gravitacional terrestre. Um desenvolvimento mais acurado sobre a velocidade de sedimentação será estabelecido na Subseção 4.1.2. No termo difusivo da equação (4.5),  $\tilde{k}_l$  representa a difusividade mássica correspondente de cada fração de partículas.

As equações (4.1a), (4.1b) e (4.5), como mencionado anteriormente, foram apresentadas em sua forma dimensional com o objetivo de explicitar todas as quantidades físicas consideradas no processo de modelagem matemática das correntes de gravidade. Por conveniência, todas as equações apresentadas anteriormente e as consequentes serão apresentadas em sua forma adimensional (sem o til acima). A adimensionalização traz facilidades na resolução numérica pois agrupa várias grandezas físicas dimensionais em uma única adimensional, simplificando o algoritmo de cálculos.

O processo de adimensionalização depende da escolha adequada de grandezas que caracterizem o escoamento. O comprimento característico foi atribuído à metade da altura do domínio de cálculos, sendo definido como  $\tilde{h} = \tilde{L}_2/2$ . Segundo Necker et al. (2002), a escolha da metade da altura está relacionada com a altura da corrente na fase inicial do escoamento, a qual é aproximadamente a metade da altura do canal. Uma vez que não há uma velocidade de entrada para a corrente, como velocidade característica escolheu-se a velocidade de flutuação  $\tilde{u}_b$ , a qual é uma velocidade resultante da ação da gravidade sobre a diferença entre as massas específicas da partícula e do fluido ambiente, sendo expressa por

$$\tilde{u}_b = \sqrt{\tilde{g}'\tilde{h}}, \quad (4.6)$$

onde o termo  $\tilde{g}'$  refere-se à aceleração da gravidade reduzida

$$\tilde{g}' = \tilde{g} \frac{(\tilde{\rho}_p - \tilde{\rho}_a)}{\tilde{\rho}_a} \frac{\pi \tilde{c}_{t_0} \tilde{d}_p^3}{6} = \tilde{g} \frac{(\tilde{\rho}_p - \tilde{\rho}_a)}{\tilde{\rho}_a} C_r, \quad (4.7)$$

de modo que  $\tilde{c}_{t_0}$  é a concentração inicial total de partículas.  $\tilde{d}_p$  é o diâmetro característico correspondente a cada fração de partículas, ou seja, haverá tantos diâmetros característicos quantas forem as frações de partículas.

Com base em todos os conceitos apresentados anteriormente, as equações adimensionais da conservação da massa, quantidade de movimento e transporte são expressas da seguinte forma

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0, \quad (4.8a)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + c_t e_i^g, \quad (4.8b)$$

$$\frac{\partial c_l}{\partial t} + (u_j + u_j^s e_j^g) \frac{\partial c_l}{\partial x_j} = \frac{1}{Sc_l Re} \frac{\partial^2 c_l}{\partial x_j \partial x_j}, \quad l = 1, \dots, N. \quad (4.8c)$$

Todo o detalhamento referente ao procedimento de adimensionalização das equações (4.1b) e (4.5), pode ser encontrado no Apêndice A. Os números adimensionais,  $Re$  e  $Sc_l$ , que surgem nas equações adimensionais são os conhecidos número de Reynolds e número de Schmidt, respectivamente, os quais podem ser definidos como

$$Re = \frac{\tilde{u}_b \tilde{h}}{\tilde{\nu}_a}, \quad (4.9a)$$

$$Sc_l = \frac{\tilde{\nu}_a}{\tilde{k}_l}, \quad (4.9b)$$

sendo que o número de Reynolds caracteriza o regime de escoamento – laminar ou turbulento, baseado em uma relação entre suas forças inerciais e viscosas. Já o número de Schmidt é a razão entre a difusividade de momento (viscosidade) e a difusividade mássica.

#### 4.1.2. Velocidade de queda de uma partícula

Anteriormente foi mostrado que a velocidade com que as partículas se movem é uma soma entre a velocidade do fluido intersticial e a velocidade de sedimentação da partícula, a qual aponta verticalmente para baixo, descrita como  $\tilde{u}_j + \tilde{u}_l^s e_j^g$ . A velocidade de sedimentação  $\tilde{u}^s$  também é chamada de velocidade de queda. Ela é o parâmetro utilizado para caracterizar o tipo e o tamanho das partículas presentes na corrente.



Meiburg et al. (2015) assume que o diâmetro  $d_p$  das partículas deva ser menor do que a menor escala característica de comprimento do escoamento.

Ao assumir que as partículas tenham a forma de uma esfera, elas aceleram até atingirem uma velocidade constante ao caírem, a partir do repouso, em um fluido de menor massa específica (JULIEN, 2010). Quando uma partícula atinge esta velocidade de equilíbrio, sua determinação se dá através do balanço de forças sobre a partícula, conforme mostrado na Figura 4.1.

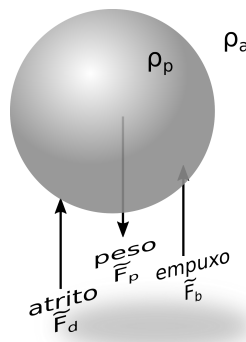


Figura 4.1. Balanço de forças atuantes sobre uma partícula esférica ( $\rho_p$ ) caindo em um fluido de massa específica  $\rho_a$ . Neste caso,  $\rho_p > \rho_a$ .

A força de arrasto total ( $\tilde{F}_d$ ) sobre uma esfera se movendo em um fluido Newtoniano viscoso pode ser definida como a soma de uma força de arrasto devida à superfície (*surface drag*)  $\tilde{F}'_d$ , e uma força devida à forma da partícula (*form drag*)  $\tilde{F}''_d$ . A dita *surface drag* está relacionada com a tensão cisalhante e a *form drag* com a pressão dinâmica que age perpendicular à superfície, sendo que o arrasto total é expresso como

$$\tilde{F}_d = \tilde{F}'_d + \tilde{F}''_d = 2\pi\tilde{\mu}_a\tilde{d}_p\tilde{u}^s + \pi\tilde{\mu}_a\tilde{d}_p\tilde{u}^s = 3\pi\tilde{\mu}_a\tilde{d}_p\tilde{u}^s, \quad (4.10)$$

A componente  $\tilde{F}_b$  é a força de empuxo (*buoyancy force*) sobre a esfera, sendo definida pela integração da pressão hidrostática ao longo da superfície da esfera. Já o termo  $\tilde{F}_p$  é a força peso da partícula. Estes dois termos são expressos por

$$\tilde{F}_b = \frac{\pi}{6}\tilde{\rho}_a\tilde{d}_p^3\tilde{g}, \quad (4.11a)$$

$$\tilde{F}_p = \frac{\pi}{6}\tilde{\rho}_p\tilde{d}_p^3\tilde{g}. \quad (4.11b)$$

Fazendo o balanço de forças sobre a partícula esférica tem-se que

$$\tilde{F}_p = \tilde{F}_b + \tilde{F}_d, \quad (4.12a)$$

$$\frac{\pi}{6} \tilde{\rho}_p \tilde{d}_p^3 \tilde{g} = \frac{\pi}{6} \tilde{\rho}_a \tilde{d}_p^3 \tilde{g} + 3\pi \tilde{\mu}_a \tilde{d}_p \tilde{u}^s, \quad (4.12b)$$

e isolando-se a velocidade de queda  $\tilde{u}^s$ , obtém-se uma expressão que também é conhecida como Lei de Stokes

$$\tilde{u}^s = \frac{1}{18} \tilde{d}_p^2 \tilde{g} \frac{(\tilde{\rho}_p - \tilde{\rho}_a)}{\tilde{\mu}_a} \quad (4.13)$$

Baseando-se no trabalho de Hallermeier (1981), Gladstone et al. (1998) sugere que se subtraia um terço do valor encontrado para  $\tilde{u}^s$ , de maneira que o comportamento das partículas se aproximem do comportamento de partículas naturais, uma vez que elas possuem formas irregulares. Os valores utilizados neste trabalho seguirão esta suposição.

## 4.2. Simulação numérica direta (DNS)

A metodologia adotada para a realização das simulações aqui apresentadas leva em consideração qual é o nível de detalhamento almejado. A escolha da simulação numérica direta (*direct numerical simulation – DNS*) se apresenta como a melhor opção, pois é capaz de resolver as equações que descrevem o movimento da corrente de forma integral, ou seja, consegue capturar o espectro de turbulência em sua totalidade.

Diferentemente de outros métodos, tais como RANS e LES, a DNS é capaz de mostrar a turbulência desde os vórtices maiores e mais energéticos, até os menores e menos energéticos (Figura 4.2.), uma vez que se tenha uma malha de cálculo suficientemente refinada. No método RANS toda a turbulência é modelada, enquanto que em LES parte da turbulência é efetivamente calculada até um número de onda  $k_c$ , que funciona como um valor de filtragem sendo que, aquilo que ultrapassar este filtro é representado por um modelo.

Na prática, por fornecer resultados muito mais detalhados, a realização de uma DNS requer um número considerável de graus de liberdade para a malha de cálculo, aumentando seu custo e limitando a investigação a números de Reynolds moderados

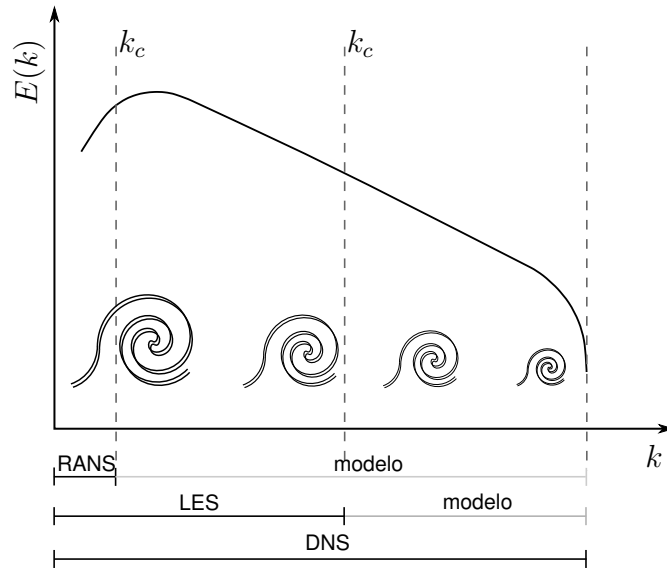


Figura 4.2. Espectro da turbulência de um escoamento comparando os três métodos mais utilizados para a realização de simulações – RANS, LES e DNS.  $E(k)$  e  $k$  são a energia cinética e o número de onda, respectivamente.

quando comparada ao RANS e LES. O número de graus de liberdade,  $N$ , necessários para representar toda a turbulência contida em um escoamento é definido como a razão entre a escala integral,  $l$ , e a escala de Kolmogorov,  $\eta$ , (SILVESTRINI, 2003). A escala integral está relacionada com o tamanho das maiores estruturas presentes em um escoamento turbulento, as quais são mais energéticas, enquanto que a escala de Kolmogorov representa as menores estruturas, as quais, por sua vez, são dissipativas. Podemos expressar estas duas escalas como

$$l \sim \frac{v^3}{\epsilon}, \quad (4.14a)$$

$$\eta \sim \left( \frac{\nu^3}{\epsilon} \right)^{1/4}, \quad (4.14b)$$

onde  $v$  é a escala característica de velocidades,  $\nu$  é a viscosidade cinemática e  $\epsilon$  diz respeito à taxa de dissipação da turbulência. Dividindo (4.14a) por (4.14b), temos o número de graus de liberdade para um escoamento unidimensional

$$N \sim \frac{l}{\eta} \sim \left( \frac{lv}{\nu} \right)^{3/4} \sim Re_l^{3/4}, \quad (4.15)$$

onde o adimensional  $Re_l$  é o número de Reynolds turbulento, baseado na escala integral. Para um cálculo tridimensional, com  $n_1 \times n_2 \times n_3$  pontos de malha, esta relação

restringe as simulações a números de Reynolds proporcionais a  $Re_l^{9/4} \propto n_1 n_2 n_3$ . Se admitirmos que em um escoamento turbulento real o número de Reynolds ultrapassa dezenas de milhares, a malha de cálculo requerida seria proporcional a dezenas de bilhões de pontos.

### 4.3. Domínio de cálculos

Todas as simulações objeto de estudo foram feitas em uma configuração não tradicional, aqui denominada de canal-bacia. Tal nomenclatura faz alusão ao fato de o escoamento passar por uma transição entre confinamento e desconfinamento, diferentemente da configuração apresentada por Francisco (2014), onde a corrente evoluía ao longo de um canal de seção transversal constante, à qual se dá o nome de *lock-exchange*.

O nome canal-bacia remete a um dos inúmeros sistemas geológicos encontrados na faixa costeira, responsável pela transferência de partículas sólidas das regiões continentais para as regiões de águas oceânicas profundas. A Figura 4.3. nos conduz de forma esquemática através deste sistema, o qual é composto por um cânion submarino, sendo este o canal de alimentação, chegando até o fundo do mar onde seria a bacia.

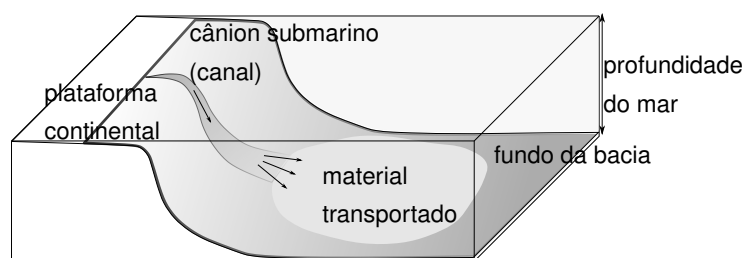


Figura 4.3. Esquema simplificado de um sistema geológico encontrado na faixa costeira continental. É mostrado um cânion submarino, naturalmente esculpido no talude continental, o qual serve de conduto por onde, hipoteticamente, passaria um fluxo carregado com sedimentos. Ao final do conduto o fluxo passa por um desconfinamento formando uma região onde os sedimentos se depositariam.

Isto posto, o domínio virtual de cálculos é construído de maneira a ser uma versão simplificada da configuração real pois: I) não há nenhum gradiente de inclinação entre o canal e a bacia; II) o fundo do domínio se mantém plano durante todo o

tempo; III) inicialmente a mistura líquido–sólido está em repouso junto à transição confinamento/desconfinamento.

A Figura 4.4. representa o esquema utilizado juntamente com as definições das coordenadas. O domínio possui comprimento  $L_1$ , altura  $L_2$  e largura  $L_3$ , sendo que os eixos coordenados, definidos como  $x_1$ ,  $x_2$  e  $x_3$ , em substituição aos tradicionais  $x$ ,  $y$  e  $z$ , tem sua origem centrada na interface entre a mistura líquido–sólido e fluido ambiente, em um ponto médio da largura. O volume inicial da corrente contida no canal possui dimensões  $L_{1_s} \times L_{2_s} \times L_{3_s}$  e é delimitado por blocos sólidos inseridos ao domínio através do método das fronteiras imersas (*immersed boundary method* - IBM). Note que as arestas da saída do reservatório são suavizadas por um raio  $r = 0.2$ . Ao valer-se deste método para criar fronteiras sólidas dentro do domínio de cálculos é necessário acrescentar mais um termo às Equações (4.8b) e (4.8c), denominado  $f_i$  (ver (4.26a) e (4.30a)). O método será apresentado em mais detalhes na Subseção 4.4.3.

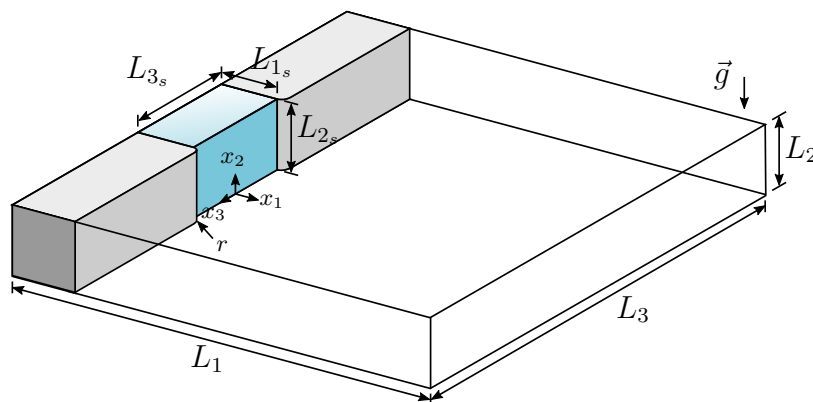


Figura 4.4. Representação do domínio de cálculos denominado canal-bacia.  $L_1$ ,  $L_2$  e  $L_3$  denotam as dimensões de largura, altura e comprimento, respectivamente. Já  $L_{1_s}$ ,  $L_{2_s}$  e  $L_{3_s}$  dizem respeito ao volume inicial da mistura líquido-sólido.  $r = 0.2$  é um raio que suaviza a saída.

#### 4.3.1. Condições de contorno

Para o fechamento do sistema de equações junto às fronteiras do domínio de cálculo, condições de contorno adequadas necessitam ser impostas para a correta representação física daquilo que se busca observar no escoamento. No que diz respeito às velocidades, não há entrada ou saída, ou seja, as velocidades normais às fronteiras

são iguais a zero. Quanto às velocidades tangenciais, todas as paredes verticais permitem o livre deslizamento, exceto aquelas constituídas por IBM. A condição de livre deslizamento ou *free-slip* serve para evitar o desenvolvimento de tensões cisalhantes e, conseqüentemente, o aparecimento de camadas limite nestes locais. Fisicamente esta condição não acontece, mas aqui ela é plausível, pois o que se espera estudar é a dinâmica de espalhamento da corrente e suas características deposicionais junto ao fundo, em vez das interações do fluido com as paredes verticais. As velocidades do topo,  $x_2 = L_2$ , e no fundo,  $x_2 = 0$ , seguem a condição de não deslizamento (*no-slip*).

As condições de contorno impostas ao campo de concentrações são um pouco mais simples. Uma vez que ele é um campo de escalares, basta assegurar que não haja fluxo de partículas através de qualquer fronteira sólida (inclusive da IBM), exceto no fundo do domínio. Como há o interesse em observar os mecanismos de sedimentação das partículas e, conseqüentemente, seus depósitos, uma condição de convecção é atribuída em  $x_2 = 0$  (ESPATH et al., 2014). Esta condição permite que as partículas deixem o domínio de cálculos ao tocarem o fundo, imitando o processo que retira as partículas em suspensão na corrente e as deposita no fundo. A forma desta condição é expressa por

$$\frac{\partial c_l}{\partial t} + u_l^s e_2^g \frac{\partial c_l}{\partial x_2} = 0. \quad (4.16)$$

O emprego de (4.16) considera que a espessura do depósito formado seja suficientemente fina de modo que o fundo sempre permaneça plano. Ela também impossibilita a re-suspensão do material sedimentado. Na Tabela 4.1. estão sumarizadas as condições de contorno para os campos de velocidades e concentrações.

#### 4.3.2. Condições iniciais

O início das simulações foram feitas para um campo de velocidades nulo, ou seja, todas as componentes da velocidade do escoamento iguais a zero, sendo que na interface mistura/fluido ambiente, em um plano  $x_2x_3$  localizado em  $x_1 = 0$ , é adicionada uma perturbação às velocidades. Tal artifício é utilizado para reproduzir o distúrbio decorrente da retirada da placa que separa os dois fluidos, bem como para abreviar o tempo de transição do escoamento entre o regime laminar e o turbulento, favorecendo

Tabela 4.1. Condições de contorno para os campos de velocidades e concentrações.

Localização	Velocidade	Concentração
$x_1 = -L_{1s}$ $x_1 = L_1$	$u_1 = 0; \frac{\partial u_2}{\partial x_1} = \frac{\partial u_3}{\partial x_1} = 0$	$\frac{\partial c_l}{\partial x_1} = 0$
$x_3 = \frac{-L_3}{2}$ $x_3 = \frac{L_3}{2}$	$u_3 = 0; \frac{\partial u_1}{\partial x_3} = \frac{\partial u_2}{\partial x_3} = 0$	$\frac{\partial c_l}{\partial x_3} = 0$
$x_2 = L_2$	$u_1 = u_2 = u_3 = 0$	$\frac{\partial c_l}{\partial x_2} = 0$
$x_2 = 0$		$\frac{\partial c_l}{\partial t} + u_l^s e_2^g \frac{\partial c_l}{\partial x_2} = 0$

assim, o surgimento das estruturas tridimensionais. A magnitude da perturbação é tal que a energia cinética gerada seja de, no máximo, 0,5% da energia potencial inicial (NECKER et al., 2002; NECKER et al., 2005).

A geração do campo de concentrações inicial é feita por uma função tangente hiperbólica ajustada para uma forma de degrau. Seu intervalo vai de zero até um valor máximo, o qual corresponde a cada fração volumétrica inicial. Sua formulação e forma são os seguintes

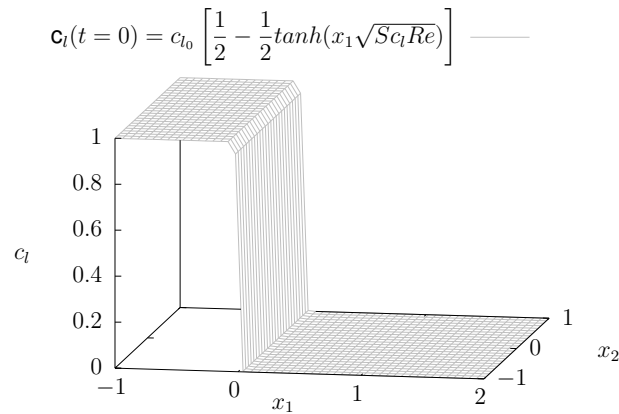


Figura 4.5. Condição inicial para o campo de concentrações.  $c_{l_0}$  é a concentração inicial de cada fração de partículas (como exemplo, a figura toma  $c_{l_0} = 1$ ), representada pelo valor percentual da referida fração sobre a concentração inicial total  $c_{t_0}$

#### 4.4. Método numérico

A realização de simulações numéricas diretas (DNS), conforme foi dito na Seção 4.2, requer uma malha de cálculo significativamente refinada para números de Reynolds moderados. Porém, a qualidade dos resultados obtidos não depende somente da quantidade de pontos que a malha possui, mas também de quais metodologias e estratégias numéricas o código computacional é baseado, afim de alcançar alta ordem de acurácia dos cálculos.

As características presentes no código `Incompact3d`<sup>2</sup> fizeram dele a melhor opção para se investigar as correntes de gravidade, pois nele congregam a alta precisão dos melhores códigos acadêmicos baseados em métodos espectrais e a versatilidade de códigos industriais. Sua aplicabilidade tem sido útil no estudo de camadas de mistura estratificadas (MARTINEZ, 2006) e de escoamentos em canais com fundo ondulado (BUARQUE, 2007), bem como a análise de plumas hiperpicnais (SCHUCH, 2016) e escoamentos ao redor de cilindros (GRONSKIS; ARTANA, 2016; PINTO, 2012).

O `Incompact3d` é escrito na linguagem FORTRAN 90, sendo sua concepção voltada à resolução das equações de Navier-Stokes para escoamentos incompressíveis. O código utiliza um método de diferenças finitas compacto de sexta ordem para a discretização espacial, ao passo que o avanço temporal é feito através do esquema de Adams-Bashforth de terceira ordem. Esta versão do código traz um algoritmo que faz uma decomposição bidimensional do domínio computacional, com a intenção de se distribuir os cálculos entre diversos núcleos de processamento, ou seja, a maioria das tarefas do código são feitas em paralelo (LAIZET; LI, 2010; LAIZET et al., 2010).

A seguir será apresentada toda a metodologia numérica utilizada para o cálculo das equações que regem o escoamento. Serão abordadas as estratégias para o avanço espaço-temporal dos cálculos, bem como os esquemas para obtenção das soluções para as derivadas de primeira e segunda ordem. Por último, breves comentários serão tecidos a respeito do Método das Fronteiras Imersas (IBM).

---

<sup>2</sup>O código é de livre acesso e pode ser obtido a partir de <http://www.incompact3d.com/download.html>.



#### 4.4.1. Discretização espacial

A vasta gama de escalas de comprimento (e também de tempo) que um escoamento turbulento apresenta requer esquemas numéricos altamente precisos, a fim de se evitar degradações nas soluções. Métodos espectrais possuem êxito em alcançar este objetivo, entretanto sua aplicabilidade se dá apenas em casos com condições de contorno e domínio simples.

O código `Incompact3d` utiliza o esquema implícito de diferenças finitas compacto proposto por Lele (1992) para o cálculo das derivadas, o qual é uma modificação do tradicional esquema de diferenças finitas. A discretização do esquema é feita através de uma malha com nós igualmente espaçados, identificados pelo subíndice  $i$ . A posição no espaço de cada nó é determinada por  $x_i = \Delta S(i - 1)$ , onde  $\Delta S$  é o espaçamento entre os pontos da malha, seja na direção  $x$ ,  $y$  ou  $z$ . Há uma função  $\mathcal{F}_i = \mathcal{F}(x_i)$  para cada nó, a qual retorna seu respectivo valor, sendo que o número de pontos  $i$  vai de 1 até valor máximo  $M$  (ver Figura 4.6.).

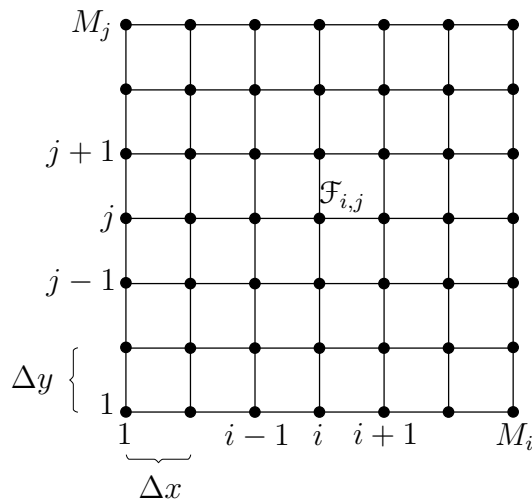


Figura 4.6. Malha cartesiana bidimensional com espaçamento constante entre os nós.

##### 4.4.1.1. Cálculo da derivada de primeira ordem

No esquema de diferenças finitas centrado, a aproximação para a derivada de uma função, em determinado ponto  $i$  da malha, depende dos valores desta função ( $\mathcal{F}_i$ ), e suas derivadas ( $\mathcal{F}'_i$ ), nos pontos vizinhos, conforme

$$\beta \mathcal{F}'_{i-2} + \alpha \mathcal{F}'_{i-1} + \mathcal{F}'_i + \alpha \mathcal{F}'_{i+1} + \beta \mathcal{F}'_{i+2} = a \frac{\mathcal{F}_{i+1} - \mathcal{F}_{i-1}}{2\Delta \mathcal{S}} + b \frac{\mathcal{F}_{i+2} - \mathcal{F}_{i-2}}{4\Delta \mathcal{S}} + c \frac{\mathcal{F}_{i+3} - \mathcal{F}_{i-3}}{6\Delta \mathcal{S}}. \quad (4.17)$$

O algoritmo utilizado no `Incompact3d` adapta o esquema de acordo com a posição do ponto dentro da malha. Isto é feito de modo a evitar os chamados "pontos fantasma", uma vez que o esquema geral requer informações em pontos à frente e atrás (LAIZET; LAMBALLAIS, 2009). Três diferentes abordagens são empregadas para os pontos sobre as fronteiras, para os imediatamente vizinhos às fronteiras e para os interiores. Sejam eles:

- Esquema tridiagonal de sexta ordem para os pontos que compreendem os nós de  $3 \leq i \leq M - 2$ , e respectivos coeficientes

$$\alpha \mathcal{F}'_{i-1} + \mathcal{F}'_i + \alpha \mathcal{F}'_{i+1} = a \frac{\mathcal{F}_{i+1} - \mathcal{F}_{i-1}}{2\Delta \mathcal{S}} + b \frac{\mathcal{F}_{i+2} - \mathcal{F}_{i-2}}{4\Delta \mathcal{S}}, \quad (4.18)$$

$$\alpha = \frac{1}{3}; \quad a = \frac{14}{9}; \quad b = \frac{1}{9}; \quad c = \beta = 0.$$

- Esquema de quarta ordem para as derivadas nos pontos vizinhos às fronteiras, os quais compreendem os nós  $i = 2$  e  $i = M - 1$

$$\alpha \mathcal{F}'_1 + \mathcal{F}'_2 + \alpha \mathcal{F}'_3 = a \frac{\mathcal{F}_3 - \mathcal{F}_1}{2\Delta \mathcal{S}}, \quad (4.19a)$$

$$\alpha \mathcal{F}'_{M-2} + \mathcal{F}'_{M-1} + \alpha \mathcal{F}'_M = a \frac{\mathcal{F}_M - \mathcal{F}_{M-2}}{2\Delta \mathcal{S}}, \quad (4.19b)$$

$$\alpha = \frac{1}{4}; \quad a = \frac{3}{2}.$$

- Esquema de terceira ordem descentrado para as derivadas de todos os pontos sobre o contorno do domínio de cálculos, indicados pelos índices  $i = 1$  e  $i = M$

$$\mathcal{F}'_1 + \alpha \mathcal{F}'_2 = \frac{a\mathcal{F}_1 + b\mathcal{F}_2 + c\mathcal{F}_3}{\Delta \mathcal{S}}, \quad (4.20a)$$

$$\mathcal{F}'_M + \alpha \mathcal{F}'_{M-1} = \frac{-a\mathcal{F}_M - b\mathcal{F}_{M-1} - c\mathcal{F}_{M-2}}{\Delta \mathcal{S}}, \quad (4.20b)$$

$$\alpha = 2; \quad a = -\frac{5}{2}; \quad b = 2; \quad c = \frac{1}{2}.$$

#### 4.4.1.2. Cálculo da derivada de segunda ordem

Assim como na derivada de primeira ordem, o esquema de diferenças finitas centrado para a aproximação da derivada de segunda ordem é expresso por

$$\beta \mathcal{F}_{i-2}'' + \alpha \mathcal{F}_{i-1}'' + \mathcal{F}_i'' + \alpha \mathcal{F}_{i+1}'' + \beta \mathcal{F}_{i+2}'' = a \frac{\mathcal{F}_{i+1} - 2\mathcal{F}_i + \mathcal{F}_{i-1}}{\Delta S^2} + b \frac{\mathcal{F}_{i+2} - 2\mathcal{F}_i + \mathcal{F}_{i+3}}{4\Delta S^2} + c \frac{\mathcal{F}_{i+3} - 2\mathcal{F}_i + \mathcal{F}_{i-3}}{9\Delta S^2}. \quad (4.21)$$

Também há um tratamento diferenciado para os pontos próximos à fronteira, de acordo com os seguintes critérios:

- Esquema tridiagonal de sexta ordem para as derivadas no interior do domínio, compreendendo os nós  $3 \leq i \leq M - 2$

$$\alpha \mathcal{F}_{i-1}'' + \mathcal{F}_i'' + \alpha \mathcal{F}_{i+1}'' = a \frac{\mathcal{F}_{i+1} - 2\mathcal{F}_i + \mathcal{F}_{i-1}}{\Delta S^2} + b \frac{\mathcal{F}_{i+2} - 2\mathcal{F}_i + \mathcal{F}_{i-2}}{4\Delta S^2}, \quad (4.22)$$

$$\alpha = \frac{2}{11}; \quad a = \frac{12}{11}; \quad b = \frac{3}{11}.$$

- Esquema de quarta ordem centrado para as derivadas nos pontos vizinhos aos contornos do domínio, para os nós  $i = 2$  e  $i = M - 1$

$$\alpha \mathcal{F}_1'' + \mathcal{F}_2'' + \alpha \mathcal{F}_3'' = a \frac{\mathcal{F}_3 - 2\mathcal{F}_2 + \mathcal{F}_1}{2\Delta S^2}, \quad (4.23a)$$

$$\alpha \mathcal{F}_{M-2}'' + \mathcal{F}_{M-1}'' + \alpha \mathcal{F}_M'' = a \frac{\mathcal{F}_M - 2\mathcal{F}_{M-1} + \mathcal{F}_{M-2}}{2\Delta S^2}, \quad (4.23b)$$

$$\alpha = \frac{1}{10}; \quad a = \frac{6}{5}.$$

- Esquema de terceira ordem descentrado para as derivadas nos contornos do domínio, onde temos os nós  $i = 1$  e  $i = M$

$$\mathcal{F}_1'' + \alpha \mathcal{F}_2'' = \frac{a\mathcal{F}_1 + b\mathcal{F}_2 + c\mathcal{F}_3 + d\mathcal{F}_4}{\Delta S^2}, \quad (4.24a)$$

$$\mathcal{F}_M'' + \alpha \mathcal{F}_{M-1}'' = \frac{a\mathcal{F}_M + b\mathcal{F}_{M-1} + c\mathcal{F}_{M-2} + d\mathcal{F}_{M-3}}{\Delta S^2}, \quad (4.24b)$$

$$\alpha = 11; \quad a = 13; \quad b = -27; \quad c = 15; \quad d = -1.$$

#### 4.4.2. Discretização temporal

O procedimento de avanço no tempo da Equação (4.8b) é feito através do esquema de Adams-Bashforth de terceira ordem, aliado a um método de solução onde o passo de tempo é fracionado, desacoplando velocidade e pressão (PARNAUDEAU et al., 2008). O código separa os termos convectivo, difusivo e de concentração da seguinte maneira:

$$F_i^k = -\frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i^k u_j^k}{\partial x_j} + u_j^k \frac{\partial u_i^k}{\partial x_j} \right) + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u_i^k}{\partial x_j \partial x_j} + c_t^k e_i^g. \quad (4.25)$$

Note que o termo convectivo da velocidade é escrito em sua forma antissimétrica, favorecendo a redução de erros numéricos decorrentes da avaliação do termo não linear da Equação (4.8b) (KRAVCHENKO; MOIN, 1997). É importante salientar que o esquema de Adams-Bashforth de terceira ordem somente pode ser aplicado a partir do terceiro passo de tempo ( $k > 2$ ), uma vez que o esquema necessita de informações de três tempos diferentes. Sendo assim, no primeiro passo de tempo ( $k = 1$ ) é utilizado um esquema de Euler e, no segundo ( $k = 2$ ), um esquema de Adams-Bashforth de segunda ordem. O avanço no tempo, de acordo com o passo de tempo  $k$ , é expresso da seguinte forma

$$\begin{aligned} \bullet \text{ em } k = 1 & \longrightarrow \frac{u_i^* - u_i^k}{\Delta t} = F_i^k - g_k \nabla p^k + g_k f_i^{k+1}, \\ \bullet \text{ em } k = 2 & \longrightarrow \frac{u_i^* - u_i^k}{\Delta t} = \frac{3}{2} F_i^k - \frac{1}{2} F_i^{k-1} - g_k \nabla p^k + g_k f_i^{k+1}, \\ \bullet \text{ em } k > 2 & \longrightarrow \frac{u_i^* - u_i^k}{\Delta t} = a_k F_i^k + b_k F_i^{k-1} + c_k F_i^{k-2} - g_k \nabla p^k + g_k f_i^{k+1}, \end{aligned} \quad (4.26a)$$

com coeficientes  $a_k = 23/12$ ,  $b_k = -6/12$ ,  $c_k = 5/12$  e  $g_k = a_k + b_k + c_k = 1$ . Aqui,  $u_i^*$  é uma velocidade intermediária utilizada para calcular a pressão para o tempo futuro ( $p^{k+1}$ ), a qual é obtida da seguinte forma

$$\frac{u_i^{k+1} - u_i^*}{\Delta t} = -g_k \nabla p^{k+1}, \quad (4.27)$$

onde aplica-se o divergente

$$\frac{\nabla \cdot u_i^{k+1} - \nabla \cdot u_i^*}{\Delta t} = -g_k \nabla^2 p^{k+1}. \quad (4.28)$$

Pela equação de conservação da massa (4.8a), assume-se  $\nabla \cdot u_i^{k+1} = 0$ . Substituindo em (4.28) e rearranjando, obtém-se

$$\nabla^2 p^{k+1} = \frac{\nabla \cdot u_i^*}{g_k \Delta t}, \quad (4.29)$$

resultando na equação de Poisson. O código resolve (4.29) no espaço de Fourier, o que torna sua solução muito mais barata. Uma vez obtida a pressão para  $k + 1$ , retorna-se seu valor à Equação (4.27) e corrige-se a velocidade para o passo de tempo avançado.

De forma semelhante, a Equação (4.8c), para o campo de concentrações, avança no tempo baseando-se no mesmo esquema de Adams-Bashforth de terceira ordem somente a partir do terceiro passo de tempo. O primeiro e segundo passos de tempo avançam pelo método de Euler e de Adams-Bashforth de segunda ordem, respectivamente. Neste caso não há a necessidade de o passo de tempo ser fracionado, conforme segue

$$\begin{aligned} \bullet \text{ em } k = 1 & \longrightarrow \frac{c_i^{k+1} - c_i^k}{\Delta t} = G_l^k + g_k f_i^{k+1}, \\ \bullet \text{ em } k = 2 & \longrightarrow \frac{c_i^{k+1} - c_i^k}{\Delta t} = \frac{3}{2} G_l^k - \frac{1}{2} G_l^{k-1} + g_k f_i^{k+1}, \\ \bullet \text{ em } k > 2 & \longrightarrow \frac{c_i^{k+1} - c_i^k}{\Delta t} = a_k G_l^k + b_k G_l^{k-1} + c_k G_l^{k-2} + g_k f_i^{k+1}, \end{aligned} \quad (4.30a)$$

onde

$$G_l^k = \frac{1}{ReSc_l} \nabla^2 c_l^k - (u_i^k + u_i^s e_i^g) \cdot \nabla c_l^k. \quad (4.31)$$

#### 4.4.3. Método das fronteiras imersas (IBM)

Toda a metodologia demonstrada anteriormente, para o avanço no tempo dos campos de velocidade e concentração, tem sua aplicação exatamente como foi escrita quando não existem barreiras sólidas dentro do domínio de cálculo que interfiram no livre escoamento da corrente. Tal fato não acontece nas simulações deste trabalho, pois se fez necessário a interposição de barreiras sólidas às correntes de gravidade para construir os reservatórios/canais de alimentação (Figura 4.4.).

No método das fronteiras imersas (IBM), as regiões do domínio são classificadas de duas maneiras: a) sólida, representada por  $\epsilon = 1$ ; b) demais locais, representados por  $\epsilon = 0$  (Figura 4.7.). A região sólida ( $\epsilon = 1$ ) é subdividida em três regiões *I*, *II* e *III*:

- Região *I* – Onde há o espelhamento dos campos externos ao sólido. Quanto à velocidade, é feito um espelhamento negativo descrito por  $u_{i_0} = -u_i$ , de maneira que se crie um escoamento contrário a fim de que na parede as velocidades sejam nulas ( $u_{i_0}(wall, t) = 0$ ). Para a concentração é feito o simples espelhamento do campo, ou seja,  $c_{l_0} = c_l$ , para que na fronteira sólido/líquido a derivada seja nula ( $\frac{\partial c_{l_0}(wall, t)}{\partial x_i} = 0$ ), o que garante fluxo nulo;
- Região *II* – Compreende  $0 \leq r \leq R/2$ . Nesta região é feita a modulação dos campos artificiais gerados através de uma função  $\mathcal{G}(x_i)$  que varie de 0 em  $r = 0$  até 1 em  $r = R/2$ . Nesta região os campos são descritos como  $u_{i_0} = -\mathcal{G}(x_i)u_i$  e  $c_{l_0} = \mathcal{G}(x_i)c_l$ , onde a função moduladora é definida como  $\mathcal{G}(x_i) = \text{sen}\left(\frac{2\pi r^2}{R^2}\right)$ ;
- Região *III* – Porção mais interior da região sólida ( $r < 0$ ). Nesta região todos os campos são nulos.

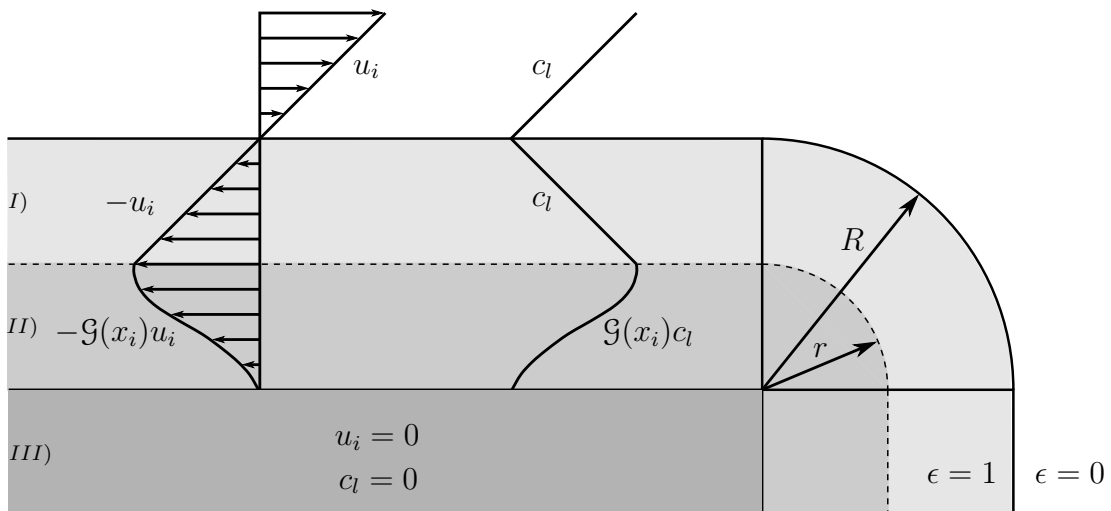


Figura 4.7. Representação esquemática do funcionamento do IBM. Para a velocidade é criado um escoamento interno, de sinal contrário, a fim de ser nulo na fronteira. Para a concentração, o campo exterior é espelhado para o interior do sólido, evitando o fluxo na parede.

Matematicamente, a criação deste campo de velocidade (ou concentração)

artificial é feita pela solução do termo de forçagem  $f_i^{k+1}$  presente na Equação (4.26a) (e (4.30a)) da seguinte forma

$$g_k f_i^{k+1} = \begin{cases} \epsilon \left( -a_k F_i^k - b_k F_i^{k-1} - c_k F_i^{k-2} + g_k \nabla p^k + \frac{u_{i_0}^{k+1} - u_i^k}{\Delta t} \right), & \text{para a velocidade} \\ \epsilon \left( -a_k G_l^k - b_k G_l^{k-1} - c_k G_l^{k-2} + \frac{c_{l_0}^{k+1} - c_l^k}{\Delta t} \right), & \text{para a concentração} \end{cases} \quad (4.32)$$

onde  $u_{i_0}$  e  $c_{l_0}$  assumem os valores dos campos artificiais gerados em  $\epsilon = 1$ .

Uma vez que os campos dentro do sólido são artifícios criados para garantir as condições de contorno na parede, seu comportamento não precisa, necessariamente, representar algo físico. Como massa pode ser criada ou perdida, a velocidade não possui divergência nula, levando a uma modificação na Equação da continuidade (4.8a)

$$\frac{\partial u_i^{k+1}}{\partial x_i} = \frac{\partial(\epsilon u_{i_0}^{k+1})}{\partial x_i}, \quad (4.33)$$

com isto, o método utiliza outra maneira de calcular a pressão

$$\nabla^2 p^{k+1} = \frac{\nabla \cdot [(1 - \epsilon) u_i^*]}{g_k \Delta t}, \quad (4.34)$$

a qual, para  $\epsilon = 1$ , torna-se a Equação de Laplace e, quando  $\epsilon = 0$ , volta a ser a Equação de Poisson (4.29). Cabe aqui ressaltar que, quando se faz a decomposição do domínio para o cálculo paralelizado, é preciso assegurar que as informações dos pontos de malha necessários para a criação dos campos espelhados dentro das fronteiras estejam alocados no mesmo bloco de processamento.

#### 4.5. Balanço de energia

A dinâmica de uma corrente de gravidade ocorre pela conversão de sua energia potencial inicial em energia cinética e perdas dissipativas. Quando a referida corrente acontece pela presença de partículas sólidas em suspensão, a energia do sistema é dissipada, preferencialmente, por dois mecanismos: I) movimento advectivo, de um ponto de vista macroscópico; II) arrasto ao redor de cada partícula, de um ponto de vista microscópico.

A variação temporal da energia cinética é obtida multiplicando-se a equação da quantidade de movimento (4.8b) pelo campo de velocidades  $u_i$  (ESPATH et al., 2014), resultando em

$$\frac{D(\frac{1}{2}u_i u_i)}{Dt} = -\frac{\partial p u_i}{\partial x_i} + \frac{2}{Re} \frac{\partial(S_{ij} u_i)}{\partial x_j} - \frac{2}{Re} S_{ij} S_{ij} - u_2 c_t. \quad (4.35)$$

onde o termo  $\frac{D(\cdot)}{Dt}$  é a derivada material, ou substancial, e  $S_{ij}$  é o tensor taxa de deformação, definido como

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right). \quad (4.36)$$

A integração da Equação (4.35) sobre todo o domínio é feita pelo método trapezoidal, fornecendo uma estimativa do comportamento da energia cinética  $k$  ao longo do tempo

$$\frac{dk}{dt} = - \int_V \frac{2}{Re} S_{ij} S_{ij} dV - \int_V u_2 c_t dV, \quad (4.37)$$

sendo que  $V$  é o volume de cálculo e  $k(t) = \int_V \frac{1}{2} u_i u_i dV$ .

Uma estimativa da energia potencial disponibilizada ao sistema pode ser obtida multiplicando-se a Equação (4.8c) por  $x_2$ , resultando em

$$\frac{dEp_l}{dt} = \int_V \left( x_2 \frac{1}{Sc_l Re} \frac{\partial^2 c_l}{\partial x_j \partial x_j} + x_2 u_i^s \frac{\partial c_l}{\partial x_2} \right) dV + \int_V u_2 c_l dV. \quad (4.38)$$

A equação anterior descreve a variação temporal da energia potencial devida a cada uma das frações de partículas, onde seu valor instantâneo pode ser calculado por  $Ep_l = \int_V c_l x_2 dV$ . Se forem somadas as energias cinética e potenciais, a energia mecânica total do escoamento é igual a

$$\frac{d(k + Ep_t)}{dt} = \underbrace{- \int_V \frac{2}{Re} S_{ij} S_{ij} dV}_{-\epsilon} + \underbrace{\sum_{l=1}^N \left[ \int_V \left( x_2 \frac{1}{Sc_l Re} \frac{\partial^2 c_l}{\partial x_j \partial x_j} + x_2 u_i^s \frac{\partial c_l}{\partial x_2} \right) dV \right]}_{-\epsilon_{s_t}}, \quad (4.39)$$

onde  $Ep_t = \sum_{l=1}^N Ep_l$ . Os termos  $\epsilon$  e  $\epsilon_{s_t}$  são, respectivamente, as perdas dissipativas instantâneas devidas ao movimento do fluido e ao escoamento ao redor das partículas. A integração no tempo de cada um destes termos fornece as perdas macroscópicas,  $E_d$ , e as microscópicas,  $E_{s_t}$ , como a seguir



$$E_d(t) = \int_0^t \epsilon(\tau) d\tau, \quad (4.40a)$$

$$E_{s_t}(t) = \sum_{l=1}^N E_{s_l}(t) = \sum_{l=1}^N \left[ \int_0^t \epsilon_{s_l}(\tau) d\tau \right], \quad (4.40b)$$

onde  $E_{s_l}$  é a parcela de dissipação microscópica relativa a cada fração de partículas. A soma da energia mecânica total e das perdas dissipativas, ao longo do tempo, deve ser sempre igual à energia inicial total do sistema  $E_{t_0}$ , demonstrada pelo balanço de energias  $k + E_{p_t} + E_d + E_{s_t} = E_{t_0}$ .

#### 4.6. Estruturas coerentes

Quando se trabalha com escoamentos turbulentos, umas das características que se busca observar é, sem dúvidas, a turbulência. Identificar a turbulência normalmente acontece pela definição e caracterização de estruturas tridimensionais presentes no escoamento, as quais também são conhecidas como vórtices. Como ferramentas para a identificação destes vórtices, o presente trabalho adotou a vorticidade e o critério- $Q$ .

A vorticidade mede a rotação de um ponto material fluido em torno de seus eixos. É obtida aplicando-se o rotacional sobre o campo de velocidades

$$\omega_i = \nabla \times u_i \begin{cases} \omega_1 = \left( \frac{\partial u_3}{\partial x_2} - \frac{\partial u_2}{\partial x_3} \right) \\ \omega_2 = \left( \frac{\partial u_1}{\partial x_3} - \frac{\partial u_3}{\partial x_1} \right) \\ \omega_3 = \left( \frac{\partial u_2}{\partial x_1} - \frac{\partial u_1}{\partial x_2} \right) \end{cases} \quad (4.41)$$

De outra maneira, a utilização do critério- $Q$  visa avaliar o segundo invariante do tensor gradiente de velocidades  $\nabla \vec{u}$  (DUBIEF; DELCAYRE, 2000). Seu valor diz respeito ao balanço entra a taxa de rotação ( $\Omega_{ij}$ ) e a taxa de deformação ( $S_{ij}$ ) do fluido

$$Q = \frac{1}{2} (\Omega_{ij}\Omega_{ij} - S_{ij}S_{ij}), \quad (4.42)$$

onde  $\Omega_{ij}$  e  $S_{ij}$  são os componentes anti-simétrico e simétrico de  $\nabla \vec{u}$ .  $\Omega_{ij}$  é definido como

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right). \quad (4.43)$$

As zonas onde há intensa atividade de vórtices, ou seja, onde há o turbilhona-  
mento do fluido, são zonas onde a taxa de rotação do fluido é maior do que a taxa de  
deformação. Neste caso, com  $|\Omega| > |S|$ , é possível identificar estruturas que se conec-  
tam, chamadas estruturas coerentes, como o exemplo da Figura 4.8.. Elas recebem  
este nome pois indicam uma coerência no movimento do fluido em determinada região  
do espaço e em razoável período de tempo (PANTON, 2001).

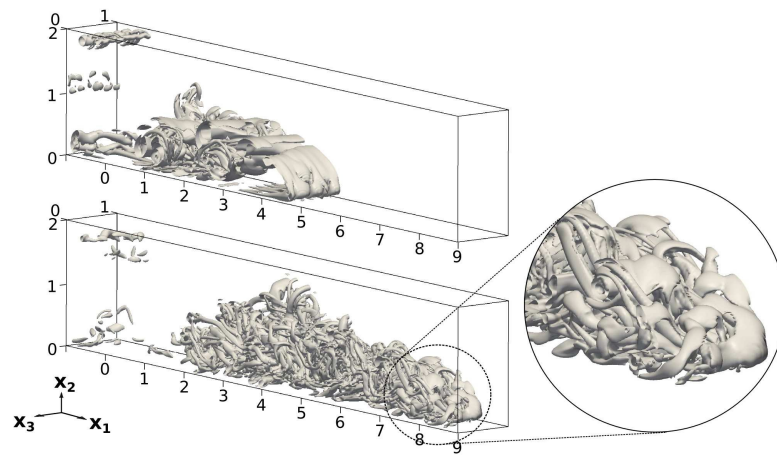


Figura 4.8. Isossuperfície do critério- $Q$  para uma corrente de gravidade canalizada.  
Fonte: Francisco (2014).

## 5. RESULTADOS DISCUSSÕES

Esta etapa do trabalho estará dedicada a apresentar todos os resultados obtidos pelas simulações numéricas, juntamente com seus consequentes desdobramentos e ponderações. A apresentação dos resultados estará dividida em duas partes a fim de consolidá-los. Em um primeiro momento as simulações apresentadas dedicar-se-ão a estabelecer uma comparação com resultados numéricos e experimentais existentes na literatura, porém em uma configuração distinta daquela a qual é proposta como inédita pela presente tese. Achou-se por bem proceder desta maneira para proporcionar aos pesquisadores e leitores um maior nível de confiança em relação aos resultados obtidos pelo código.

A segunda parte do capítulo estará voltada, portanto, aos resultados oriundos dos cálculos realizados na configuração canal-bacia. Estarão sendo explorados os aspectos da dinâmica de uma corrente de gravidade, tais como desenvolvimento da turbulência, características morfológicas e fatores relevantes em sua evolução espaço-temporal. Também serão explorados alguns fatores que impactam no processo de sedimentação das partículas.

### 5.1. Corrente de gravidade não confinada em configuração axissimétrica

Como já mencionado, ao longo desta primeira seção serão apresentados alguns resultados comparativos para uma configuração chamada axissimétrica e não confinada. De antemão deixa-se claro que esta Seção não será dedicada a maiores discussões e reflexões sobre os resultados, mas sim, como definido em seu escopo, na comparação com a literatura existente. O arranjo axissimétrico é assim denominado uma vez que, inicialmente, a mistura fluido/partícula tem o formato cilíndrico e encontra-se no centro do domínio de cálculo, podendo espalhar-se em todas as direções radiais ao seu eixo.

É uma configuração já explorada numérica e experimentalmente pelos trabalhos de Bonnacaze et al. (1995), Zgheib et al. (2015a), Zgheib et al. (2015b) e Zgheib et al. (2015c), onde o volume inicial da mistura é caracterizado pela altura  $L_2$  do cilindro (mesma altura do domínio) e por seu raio inicial  $r_0$ . Na Figura 5.1. é possível ver um esquema representando um quarto do domínio de cálculos.

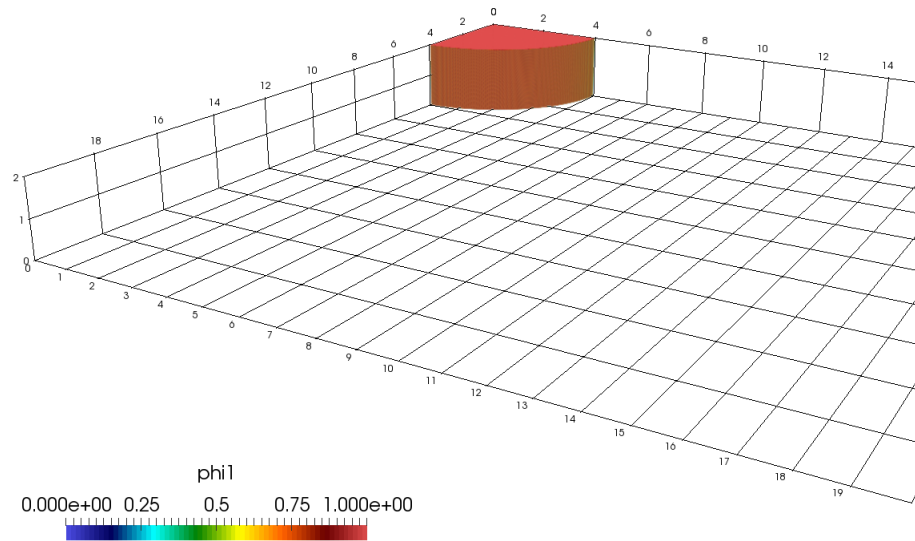


Figura 5.1. Renderização volumétrica mostrando um quarto do domínio.

Os resultados mostrados a seguir dizem respeito a uma única simulação numérica de uma corrente monodispersa, *i.e.*, uma corrente onde as partículas em suspensão apresentam um diâmetro uniformemente distribuído e que corresponde a uma velocidade de queda  $u^s$ . A fim de tornar os cálculos mais eficientes, optou-se por dividir o domínio em quatro quadrantes e simular apenas um destes quadrantes, cujas dimensões são  $L_1 \times L_2 \times L_3$ . Este artifício somente é válido por causa da relativa simetria do escoamento e também pelo fato de que algumas análises são feitas com base na média azimutal dos campos de velocidade e concentração.

Na Tabela 5.1. estão sumarizados todos os parâmetros de cálculo para uma simulação com  $n_1 \times n_2 \times n_3$  pontos de malha e tempo adimensional final  $t_f$ , onde  $\Delta t$  é o tempo adimensional transcorrido entre passos de tempo. A escolha de tais parâmetros objetivou reproduzir a simulação com maior número de Reynolds encontrada em Zgheib et al. (2015c). Em tal referência, a modelagem matemática do problema arbitra como escala característica de comprimento a altura total do domínio, o que difere

daquela apresentada neste trabalho (metade da altura do domínio). O desdobramento causado por esta diferença recai sobre todos os parâmetros adimensionais que são função do comprimento característico, levando à necessidade de ajustes nos valores. É importante salientar que os números de Reynolds referidos neste trabalho dizem respeito aos valores já ajustados, por exemplo: quando fala-se em  $Re = 3500$  e  $Re = 1200$ , tais valores equivalem a  $Re = 10000$  e  $Re = 3450$  do trabalho publicado pela referência.

Tabela 5.1. Parâmetros de simulação para a configuração axissimétrica.

$Re$	$u^s$	$L_1, L_2, L_3$	$n_1, n_2, n_3$	$r_0$	$\Delta t$	$t_f$	$Sc$
3500	0,0184	20, 2, 20	1001, 145, 1001	4	$5 \times 10^{-4}$	40	1

Ao que se refere às condições de contorno, nas fronteiras verticais do domínio são impostas condições de deslizamento livre (*free-slip*) para a velocidade e de fluxo nulo para o campo de concentrações. Nas fronteiras horizontais a velocidade é nula (*no-slip*), sendo que para a concentração assume-se fluxo nulo em  $x_2 = L_2$  e, em  $x_2 = 0$ , assume-se uma condição convectiva igualmente descrita pela Equação (4.16). Também é adicionada ao campo de velocidades uma perturbação inicial na interface entre a mistura e o fluido ambiente, a qual é importante para que o escoamento transicione à turbulência o mais rápido possível.

#### 5.1.1. Estruturas tridimensionais

Logo após o instante inicial, a mistura fluido-partícula “colapsa”, dando início ao movimento da corrente. A Figura 5.2. apresenta isossuperfícies de concentração para  $c = 0,05$  juntamente com uma projeção do critério- $Q$  referente ao o plano  $x_1 = 0$ , a fim de observar a formação e propagação de algumas estruturas tridimensionais ao longo do espaço e do tempo.

Devido à perturbação inicial adicionada ao campo de velocidades, em  $t = 3$  já é possível observar um comportamento com características turbulentas, o que é bastante positivo uma vez que se deseja transicionar o escoamento à turbulência o mais cedo possível. Neste tempo, o corpo e a parte posterior da corrente, apresentam ondulações as quais indicam a formação de vórtices. Estas estruturas turbulentas são geradas devido ao atrito viscoso na interface entre a corrente e o fluido ambiente,

nomeadas vórtices de Kelvin-Helmholtz. Com o auxílio de um plano de critério- $Q$ , é possível identificar a ocorrência de quatro destes vórtices, nomeados com a letra  $V$ , que se estendem circunferencialmente, de uma fronteira à outra. Na comparação com Zgheib et al. (2015c), os autores mostram a formação de cinco vórtices, porém em um estágio onde a propagação da corrente ainda apresenta características bidimensionais. Olhando para a porção inferior da cabeça da corrente, em  $t = 3$ , se vê o início de feições bem características deste tipo de escoamento as quais são chamadas de lobos e fendas.

Nos tempos subsequentes a turbulência aumenta e torna difícil a identificação dos vórtices de Kelvin-Helmholtz. A Figura 5.2.(c) mostra como os vórtices se propagam com velocidades diferentes, uma vez que  $V_2$  se encontra com  $V_1$  e  $V_3$  se encontra com  $V_4$ , formando, então, um novo vórtice. Ainda é possível ver a formação de um outro vórtice  $V_5$ . Na Figura 5.2.(d) a identificação de vórtices do tipo Kelvin-Helmholtz se torna mais difícil por causa da intensa turbulência. Na Figura 5.3. tem-se uma isossuperfície de critério- $Q$ , referente a  $t = 8,4$ , justamente com o intuito de mostrar como a turbulência já não se apresenta de uma forma tão organizada, onde é possível identificar duas regiões distintas. Até  $x_r \approx 4$  há uma região onde a intensidade da turbulência é baixa e os vórtices ainda se apresentam como tubos distintos, os quais se estendem ao longo do perímetro da corrente. Avançando radialmente a partir de  $x_r \approx 4$ , predomina, no corpo e cabeça da corrente, um regime de intensa turbulência caracterizada por um "emaranhado" de pequenas estruturas coerentes que também se propagam ao longo de seu raio.

Com respeito às estruturas de lobos e fendas, a Figura 5.4. tem o objetivo de mostrar a propagação destas estruturas ao longo do tempo e espaço. Cada isolinha representa a porção mais distal da corrente junto ao fundo do domínio, onde  $x_2 = 0$ , a cada 0,2 tempos adimensionais, tomada para uma concentração de  $c = 0,05$ .

Em tempos iniciais, a bidimensionalidade da frente da corrente é predominante, sendo que a partir de  $t \approx 1,6$  o escoamento se torna instável, gerando os lobos e fendas. Logo após o início da formação dos lobos, é possível dizer que há uma região, que estende-se de  $x_r \approx 5$  até  $x_r \approx 7$ , onde o número de tais estruturas se mantém quase constante. Pegando a isolinha correspondente a  $t = 5,6$  encontra-se um número aproximado de 49 lobos, o que corresponde a lobos com tamanho médio igual a 0,23

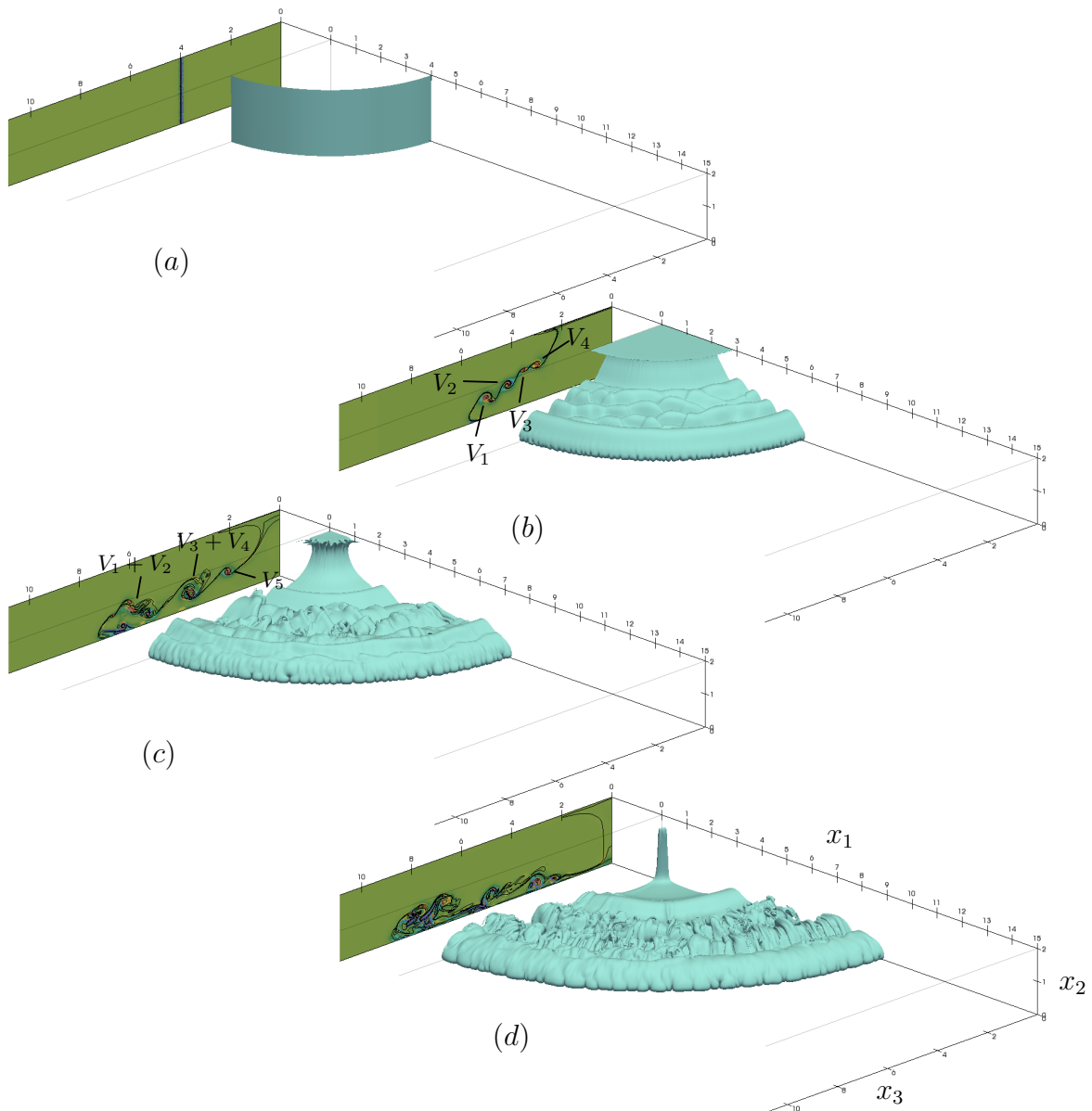


Figura 5.2. Visualização instantânea de isossuperfícies de concentração, tomadas para  $c = 0,05$ . Ao lado esquerdo de cada figura está projetado o critério- $Q$  de um plano tomado a  $x_1 = 0$ , bem como isolinhas de concentração para delimitar o contorno da corrente. Os tempo tomados são: (a)  $t = 0$ , (b)  $t = 3$ , (c)  $t = 5,6$  e (d)  $t = 8,4$ .

ao dividir o número de lobos pelo perímetro correspondente. Este resultado mostra que o tamanho médio dos lobos é aproximadamente  $L_2/10$ , ou seja, um décimo da altura do domínio, sendo coerente com o resultado obtido por Zgheib et al. (2015c) (Fig. 3(d)). Em distâncias maiores do que  $x_r \approx 7$  as oscilações de velocidade ao longo da frente da corrente são bastante intensas, fazendo com que os lobos ora se fundam e ora se dividam de forma repetida, criando assim um complexo padrão. Ao final da simulação,

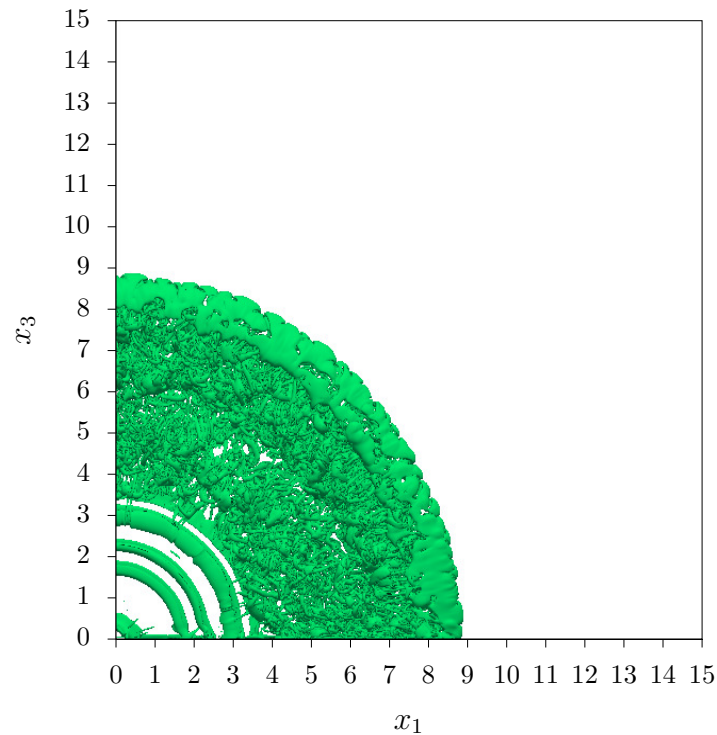


Figura 5.3. Vista superior de uma isossuperfície de critério- $Q$  tomada para  $Q = 1$  em  $t = 8,4$ .

as diferenças entre os tamanhos dos lobos fica bastante evidente justamente por este comportamento de “*split-and-merge*”, onde dois lobos se juntam (*merge*) e formam um maior, ou um lobo se divide (*split*) formando outros de tamanhos menores. Apesar de tal comportamento, alguns lobos mantêm sua direção radial principal do início ao fim da simulação.

#### 5.1.2. Evolução temporal da posição frontal da corrente

A Figura 5.5.(a) representa o quanto a corrente avança radialmente com o passar do tempo, em uma comparação entre o presente trabalho ( $\bar{x}_r$ ) e a literatura. A determinação da posição da frente da corrente é feita a partir de um campo de concentrações médio na direção azimutal, ou seja,

$$\bar{\phi}(r, z) = \frac{1}{\pi/2} \int_0^{\pi/2} \phi(r, \theta, z) d\theta. \quad (5.1)$$

Após a média, um algoritmo é utilizado para a detecção da parte mais adiantada da corrente. Tal algoritmo varre o campo médio de concentrações, do final até o início



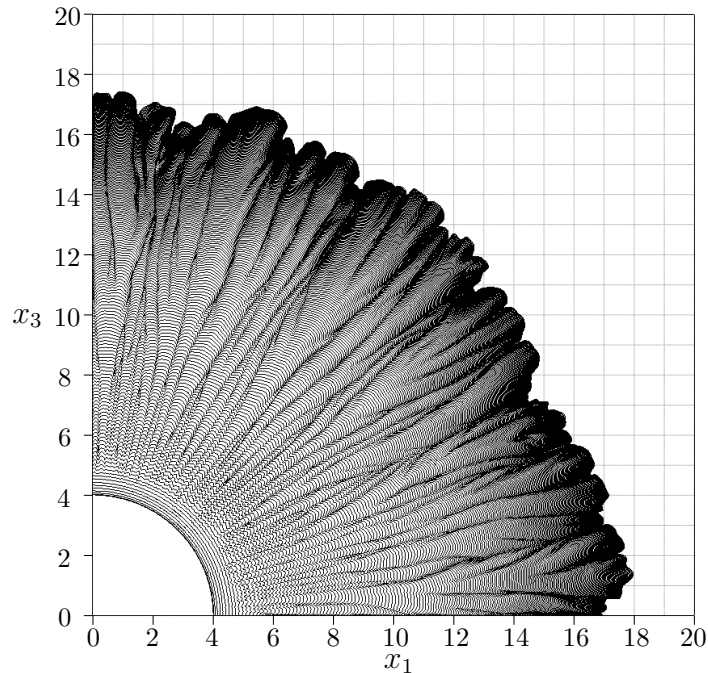


Figura 5.4. Isolinhas de concentração junto ao fundo do domínio ( $x_2 = 0$ ) para  $c = 0,05$ .  $\Delta t$  entre linhas é igual a 0,2.

do domínio, ou seja, em um sentido contrário ao movimento da corrente, visando encontrar o primeiro ponto onde a concentração seja maior ou igual a 0,01. Tal ponto é considerado a posição da frente da corrente.

Inicialmente a corrente se desloca praticamente à uma taxa constante até  $t \approx 12$ , sendo totalmente coincidente com os trabalhos referenciados (ZGHEIB et al., 2015c; BONNECAZE et al., 1995). A Figura 5.5.(b) mostra a velocidade instantânea da posição da frente da corrente, onde há um rápido crescimento da velocidade nos instantes subsequentes ao início do movimento, até o atingimento da velocidade máxima em  $t = 1,6$ . Após, observa-se um leve decaimento da velocidade até  $t \approx 12$ , atestando que o deslocamento da corrente não é precisamente constante no referido intervalo de tempo. A partir de  $t \approx 12$  o comportamento de avanço da corrente começa a se desviar daquele de quase constância, assim como acontece na referência.

### 5.1.3. Processo de sedimentação

Como referido no Capítulo 1, as correntes de gravidade aqui tratadas são as não-conservativas, uma vez que o particulado sólido em suspensão tende a se depositar

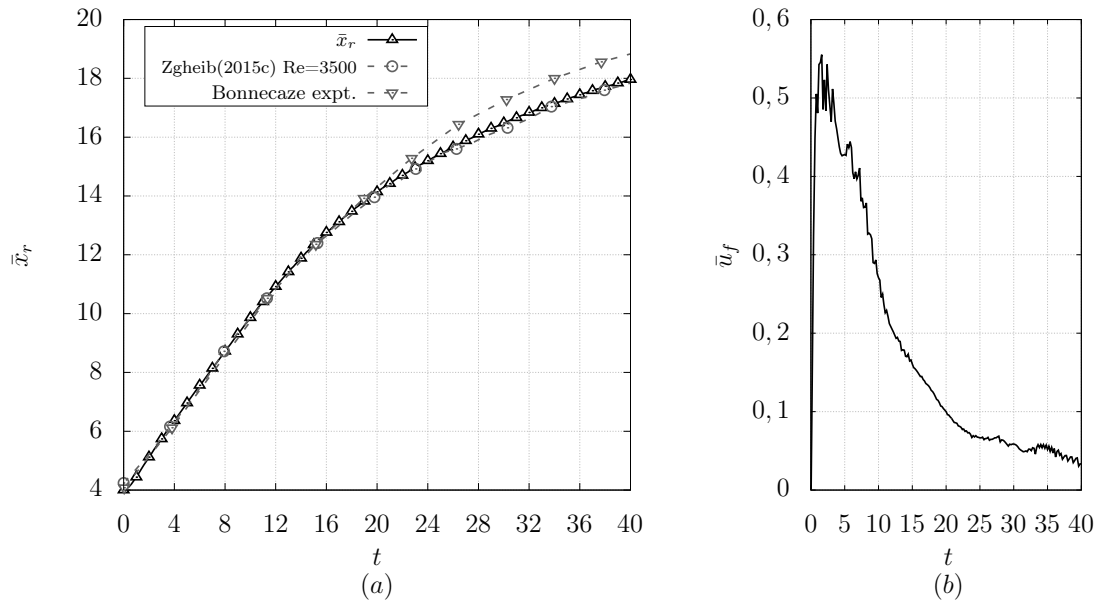


Figura 5.5. (a)  $\bar{x}_r$  é a variação da posição média da frente da corrente ao longo do tempo do presente trabalho em comparação aos trabalhos de Zgheib et al. (2015c) e Bonnecaze et al. (1995). (b) Estimativa da velocidade da frente da corrente ao longo do tempo.  $\bar{u}_f$  é o resultado deste trabalho.

junto ao fundo. A avaliação do processo de sedimentação pode ser feita através do cálculo da massa de partículas suspensas na corrente, dada pela integração do campo de concentrações em todo o domínio em cada tempo, ou seja,

$$m_p(t) = \int_V c dV. \quad (5.2)$$

A Figura 5.6. apresenta o valor instantâneo da massa suspensa,  $m_p$ , normalizado com a massa suspensa no instante inicial,  $m_{p_0}$ . Após o início do movimento da corrente, a massa suspensa diminui lentamente até  $t \approx 4$ . Nos tempos subsequentes, até  $t \approx 18$  há uma acentuada queda na massa suspensa, resultado de um aumento da sedimentação de partículas a cada tempo. Após  $t \approx 18$  a curva tende a suavizar para tempos maiores, o que segue o comportamento das curvas referência.

A velocidade com que o processo de sedimentação ocorre pode ser analisado pela taxa de sedimentação, a qual representa a quantidade de partículas que deixam o domínio a cada tempo, conforme a expressão a seguir:

$$\dot{m}_s(t) = \int_0^{L_1} \int_0^{L_3} c_w(x_1, x_3, t) u^s dx_3 dx_1, \quad (5.3)$$

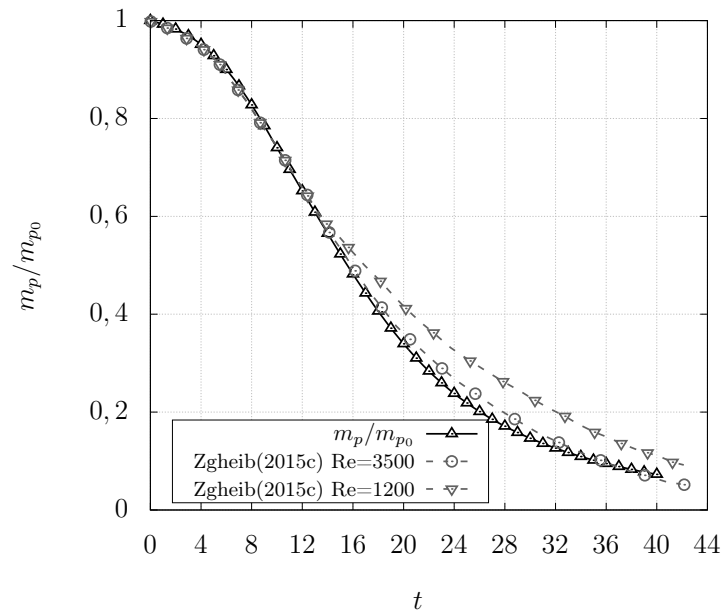


Figura 5.6. Evolução da massa suspensa de partículas ( $m_p$ ) ao longo do tempo. Os valores calculados de ( $m_p$ ) foram normalizados com a massa suspensa inicial  $m_{p0}$ .

onde  $c_w$  é a concentração de partículas no fundo do domínio computacional. O resultado está plotado na Figura 5.7.. Inicialmente a taxa apresenta valores pequenos até quase  $t = 1$  sendo que, após isto, cresce acentuadamente até atingir seu pico entre os tempos 8 e 16. Após  $t = 16$ , quando aproximadamente metade de toda a massa suspensa já está depositada, a taxa tem uma queda brusca. Há boa concordância entre o resultado deste trabalho e o da referência, sendo que a diferença apresentada entre as curvas é de aproximadamente 10% e a maior discrepância está localizada nos valores máximos. Uma hipótese para esta diferença reside no fato de que o trabalho de referência simulou os quatro quadrantes do domínio, o que leva a uma área de integração maior. Como a corrente não é totalmente axissimétrica ela pode avançar com leve diferença de quadrante para quadrante, cobrindo de forma diferente o fundo do domínio.

#### 5.1.4. Balanço de energia

O cálculo das energias existentes em uma corrente de gravidade tem por objetivo quantificar de que maneira ocorre a transformação de um tipo de energia em outra, uma vez que o sistema é considerado fechado. Inicialmente a corrente possui determinada

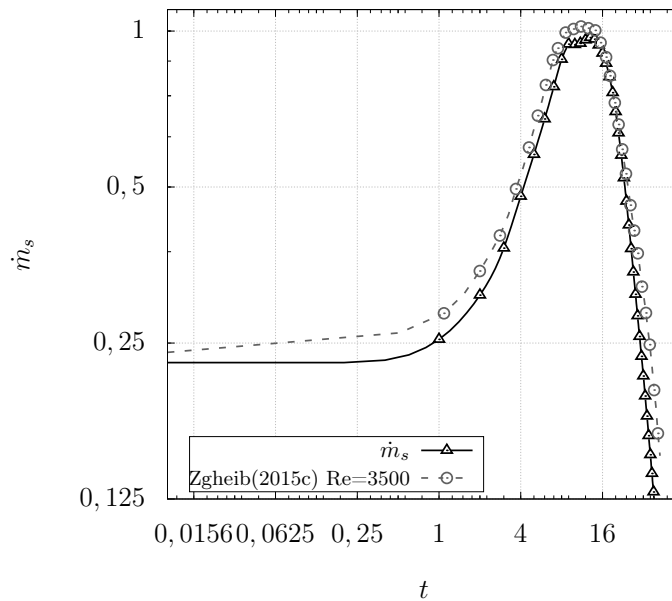


Figura 5.7. Variação da taxa de sedimentação ( $\dot{m}_s$ ) ao longo do tempo.

quantidade máxima de energia potencial ( $E_p$ ) que, com o passar do tempo, transforma-se em energia cinética ( $k$ ) justamente porque a mistura fluido/partícula passa de um estado estático para um estado de movimento.

O resultado do balanço de energias, obtido através das equações apresentadas na seção 4.5, está representado na Figura 5.8. juntamente com os resultados obtidos por Zgheib et al. (2015c). Na comparação com a referência, as curvas representando a energia potencial e a energia cinética se mostram bastante consistentes, sendo notada uma leve diferença nas curvas que descrevem o comportamento das dissipações macro e microscópicas.  $E_d$  possui boa concordância até  $t \approx 12$ , divergindo suavemente após este tempo. No que diz respeito a  $E_s$ , seus valores são inferiores aos da referência durante toda a simulação. Tais diferenças podem estar relacionadas com os arredondamentos de  $Re$  e  $u^s$  ao serem ajustados.

Em termos gerais, os resultados obtidos através do código `Incompact3d`, sem dúvidas, conseguiram captar as mesmas características apresentadas pelos resultados de referência encontrados na literatura. Em razão disto é possível afirmar, de forma inequívoca, que o código utilizado nesta tese é capaz de reproduzir os aspectos físicos presentes no problema que se deseja apresentar, tais como velocidade, morfologia, turbulência e etc. Acredita-se que os resultados que serão apresentados daqui em

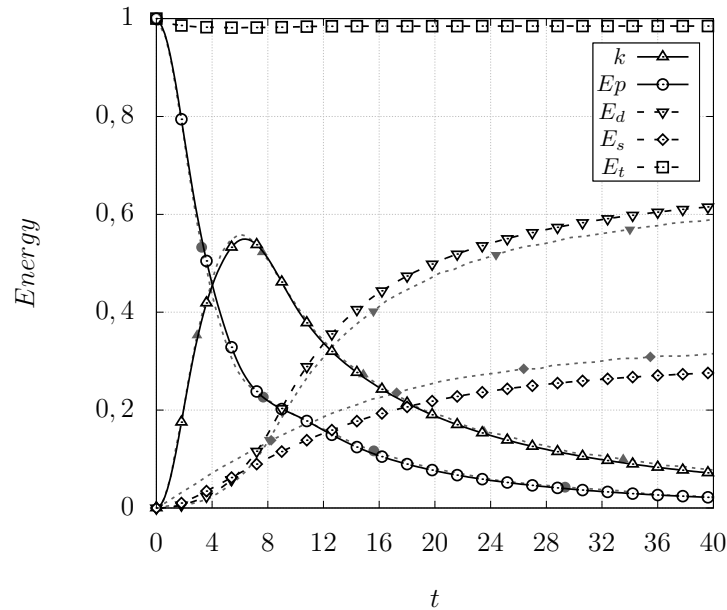


Figura 5.8. Balanço de energias para uma corrente axissimétrica. Círculo: energia potencial ( $E_p$ ); triângulo para cima: energia cinética ( $k$ ); triângulo invertido: dissipação macroscópica ( $E_d$ ); losango: dissipação microscópica ( $E_s$ ); quadrado: energia total ( $E_t$ ). Símbolos sem preenchimento referem-se ao presente trabalho e aqueles com preenchimento ao trabalho de Zgheib et al. (2015c). Todos os resultados foram normalizados com a energia total inicial.

diante possuem alto nível de confiança, podendo ser extrapolados para casos reais particulares, afim de possibilitar ao pesquisador inferir as características dos mecanismos que dão início às correntes de gravidade.

## 5.2. Corrente de gravidade não confinada em configuração não axissimétrica

Nesta seção serão apresentados todos os resultados referentes à configuração não canalizada e não axissimétrica, as quais se baseiam em um domínio de cálculos com arranjo idêntico ao representado pela Figura 4.4. Conforme o que de antemão já foi mencionado, esta configuração tem caráter inédito pelo fato de simular um fluxo carregado com sedimentos que, inicialmente, estava restrito em um canal e, subsequentemente, atinge uma região de desconfinamento, aqui chamada bacia. Nesta região a corrente ainda possui uma direção preferencial de deslocamento, porém também espalha-se lateralmente.

A investigação das correntes de gravidade se dará em três frentes, as quais

representam três parâmetros iniciais, que são: o número de Reynolds, a velocidade de queda das partículas e a geometria do canal. Alguns resultados já estabelecidos na literatura (ESPATH et al., 2014; ESPATH et al., 2015) indicam que o número de Reynolds tem fraca influência sobre características quantitativas globais ao longo do tempo, tais como evolução da frente da corrente, massa de partículas suspensas e taxa de sedimentação (ESPATH et al., 2015). Por outro lado, não muito se pode dizer a respeito de aspectos qualitativos dependentes do Reynolds, os quais, neste trabalho, terão importante destaque no que tange à morfologia da frente da corrente e seu conseqüente depósito. De maneira diferente, espera-se que a velocidade de queda das partículas tenha relevante influência sobre a velocidade da corrente, bem como sobre a quantificação de suas características deposicionais (FRANCISCO, 2014; FRANCISCO et al., 2017).

O último parâmetro a ser testado será a forma do canal (reservatório) onde a mistura fluido/partícula, inicialmente, encontra-se em repouso. O canal é definido pelas dimensões de profundidade ( $L_{1_s}$ ) e largura ( $L_{3_s}$ ) do volume inicial da mistura, sendo que sua altura é sempre igual a altura  $L_2$  do domínio. A Figura 5.9. mostra os dois diferentes casos, caracterizados da seguinte maneira de acordo com a relação entre suas dimensões: Caso 1  $\rightarrow L_{3_s} = 2L_{1_s}$ ; Caso 2  $\rightarrow L_{3_s} = 0,5L_{1_s}$ . A interpretação de tais valores nos diz que, em primeiro lugar, o volume do canal inicial sempre será o mesmo, de modo que a corrente gerada sempre possua o mesmo volume, e, em segundo lugar, que teremos um canal ora mais largo e menos profundo e ora mais profundo e estreito.

Na Tabela 5.2. estão descritos todos os parâmetros das simulações realizadas, os quais são: o número de Reynolds, a velocidade de queda, as dimensões do domínio, as dimensões do volume inicial da mistura fluido/partícula, o número de pontos que descreve a malha de cálculos e o passo de tempo. Todos os casos testados foram calculados para um número de Schmidt igual a um ( $Sc = 1$ ) e até o tempo adimensional  $t = 20$ . A utilização de  $Sc = 1$  objetiva a redução do custo computacional, uma vez que seu valor controla diretamente as menores escalas do campo de concentração de partículas. De forma mais clara, o aumento do  $Sc$  leva a acentuados gradientes de concentração na interface entre a corrente e o fluido ambiente, requerendo malhas de cálculo extremamente bem refinadas nesta região (BONOMETTI; BALACHANDAR,

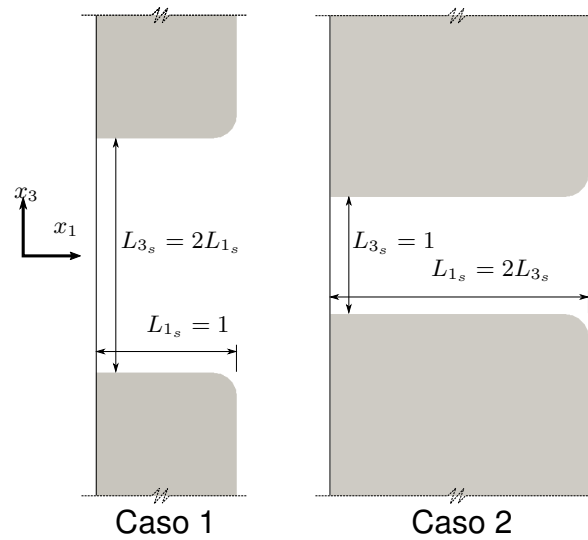


Figura 5.9. Vista superior da região onde se encontra o canal. Caso 1:  $L_{3_s} = 2L_{1_s}$ ; Caso 2:  $L_{3_s} = 0,5L_{1_s}$ .  $L_{2_s} = L_2$  se aplica em ambos os casos.

Tabela 5.2. Parâmetros de simulação para a configuração não axissimétrica.

	$Re$	$u^s$	$L_1 \times L_2 \times L_3$	$L_{1_s} \times L_{2_s} \times L_{3_s}$	$n_1 \times n_2 \times n_3$	$\Delta t$
RE1K0-1 <sup>4</sup>	1000	0,0	$12 \times 2 \times 12$	$1 \times 2 \times 2$	$1201 \times 193 \times 1201$	$4 \times 10^{-4}$
RE1K2-1	1000	0,02	$12 \times 2 \times 12$	$1 \times 2 \times 2$	$1201 \times 193 \times 1201$	$4 \times 10^{-4}$
RE1K2-2	1000	0,02	$12 \times 2 \times 12$	$2 \times 2 \times 1$	$1201 \times 193 \times 1201$	$4 \times 10^{-4}$
RE5K0-1	5000	0,0	$12 \times 2 \times 12$	$1 \times 2 \times 2$	$1201 \times 289 \times 1201$	$5 \times 10^{-4}$
RE5K2-1	5000	0,02	$12 \times 2 \times 12$	$1 \times 2 \times 2$	$1201 \times 289 \times 1201$	$5 \times 10^{-4}$
RE5K4-1	5000	0,04	$12 \times 2 \times 12$	$1 \times 2 \times 2$	$1201 \times 289 \times 1201$	$5 \times 10^{-4}$
RE5K8-1	5000	0,08	$12 \times 2 \times 12$	$1 \times 2 \times 2$	$1201 \times 289 \times 1201$	$5 \times 10^{-4}$
RE5K2-2	5000	0,02	$12 \times 2 \times 12$	$2 \times 2 \times 1$	$1201 \times 289 \times 1201$	$5 \times 10^{-4}$
RE10K2-1	10000	0,02	$12 \times 2 \times 12$	$1 \times 2 \times 2$	$1201 \times 385 \times 1201$	$4 \times 10^{-4}$
RE10K4-1	10000	0,04	$12 \times 2 \times 12$	$1 \times 2 \times 2$	$1201 \times 385 \times 1201$	$4 \times 10^{-4}$
RE10K2-2	10000	0,02	$12 \times 2 \times 12$	$2 \times 2 \times 1$	$1201 \times 385 \times 1201$	$4 \times 10^{-4}$

2008). Necker et al. (2005) dizem que o número de Schmidt tem fraca influência sobre a corrente desde que seus valores não sejam muito maiores do que um, já Birman et al. (2005) mencionam uma pequena influência para uma faixa de valores entre  $Sc = 0,2$  e  $Sc = 5$ .

<sup>4</sup>REXKY-Z: X é o valor de  $Re$ ; Y é o último dígito de  $u^s$ ; Z é a dimensão  $L_{1_s}$  do canal conforme Figura 5.9..

### 5.2.1. Características gerais e estruturas tridimensionais

Com a finalidade de ter uma noção de como seriam as correntes de gravidade na configuração não canalizada e não axissimétrica, a Figura 5.10. representa a renderização, para  $t = 10$ , da simulação RE5K2-1. Nela é possível ver apenas a distribuição da concentração, variando de  $c = 0$  (azul) até  $c = 1$  (vermelho), sendo assim possível distinguir a complexidade de suas estruturas tridimensionais e turbulentas, características estas que serão um pouco melhor exploradas mais adiante. O auxílio da escala de cores permite confirmar que há um maior acúmulo de partículas na porção mais distal da corrente, a saber, a cabeça.

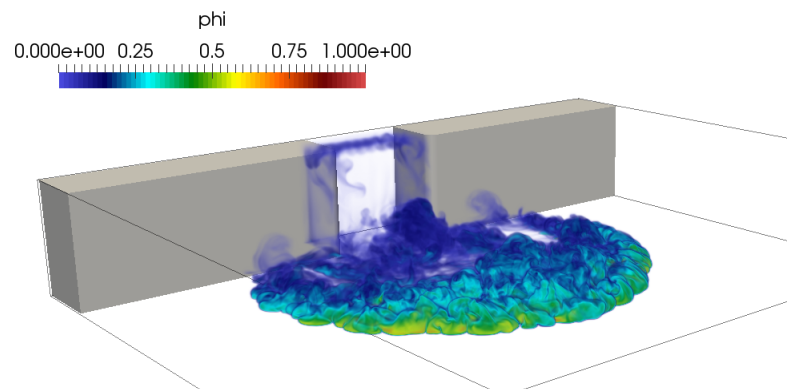


Figura 5.10. Renderização volumétrica do campo de concentrações da simulação RE5K2-1, variando de  $c = 0$  (azul) até  $c = 1$  (vermelho), para  $t = 10$ .

A ocorrência de uma corrente de gravidade na natureza é cercada de muitas incertezas devido à sua imprevisibilidade e difícil observação. Os aspectos sob os quais um fluxo deste tipo teve início é de extrema importância, por exemplo, para a Geologia no que diz respeito à interpretação de afloramentos rochosos ou de testemunhos retirados de bacias sedimentares. Embora se tenha consciência de que a simulação numérica introduz algumas simplificações ao problema, suas condições iniciais são conhecidas e bem controladas, permitindo afirmar o momento exato de seu início e sua consequente propagação. A Figura 5.11., Figura 5.12. e Figura 5.13. apresentam, respectivamente, isossuperfícies de concentração para  $Re = 1000$ ,  $Re = 5000$  e  $Re = 10000$  em uma vista superior do domínio. O valor da concentração para o qual as superfícies foram tomadas é  $c = 0,05$  para três diferentes tempos adimensionais,  $t = 5$ ,  $10$  e  $15$ .

Imediatamente após o instante zero ( $t = 0$ ), o que corresponde ao momento de



abertura de uma comporta que separa os dois fluidos, a corrente inicia seu movimento. Primeiramente seu deslocamento acontece no sentido do eixo  $x_1$  positivo até que o fluxo ultrapasse o limite das fronteiras do canal. O uso de arestas arredondadas ao final do canal, além de favorecer a resolução do método numérico, contribui para um movimento mais suave da corrente durante o início de sua expansão lateral. Ao observar  $t = 5$  das Figuras 5.11., 5.12. e 5.13., é possível ver que a corrente contorna a aresta sempre mantendo contato com a fronteira, o que indica que não há recirculação de fluido nesta região.

Os campos para as simulações com  $Re = 1000$  (Figura 5.11.) mostram o desenvolvimento das correntes com uma forma suave, onde em  $t = 5$  é possível ver a formação da cabeça como a parte mais proeminente. Em  $t = 10$ , onde parte significativa do volume da mistura fluido/partícula já alcançou o desconfinamento, é possível ver, em todas as três simulações, uma expansão lateral quase simétrica em relação ao eixo  $x_1$ . Neste tempo nota-se pouca diferença entre os testes RE1K0-1 e RE1K2-1 em relação à sua forma, porém o teste RE1K2-2 se difere dos outros dois uma vez que sua expansão acontece em um formato quase circular, evidenciando a dependência da maneira como a corrente se espalha com as dimensões do seu canal de alimentação.

O avanço até  $t = 15$  revela o impacto dos diversos parâmetros sobre a corrente. O teste RE1K0-1, por ser o caso onde não há sedimentação de partículas, mostra sua capacidade de abranger uma maior área de espalhamento pelo fato de não haver dissipação de energia pela perda de massa da corrente. O caso RE1K2-1 apresenta uma corrente com regiões onde sua concentração é baixa, pois é possível ver espaços “vazios” na parte interior da corrente. Isto é influência da velocidade de queda e conseqüente perda de massa, levando a corrente a não ter energia disponível para cobrir a mesma área do que o caso conservativo. Por outro lado, a simulação RE1K2-2 apresenta poucos locais de baixa concentração, mesmo possuindo o valor da velocidade de queda igual ao de RE1K2-1. É interessante notar que em  $t = 15$  estão presentes as estruturas de lobos e fendas que desenvolvem-se ao longo da parte frontal das correntes. São lobos de tamanho grande e estão concentrados em um setor da corrente que tem seu deslocamento principal na direção do eixo  $x_1$ .

A Figura 5.12. apresenta isossuperfícies para as simulações a número de

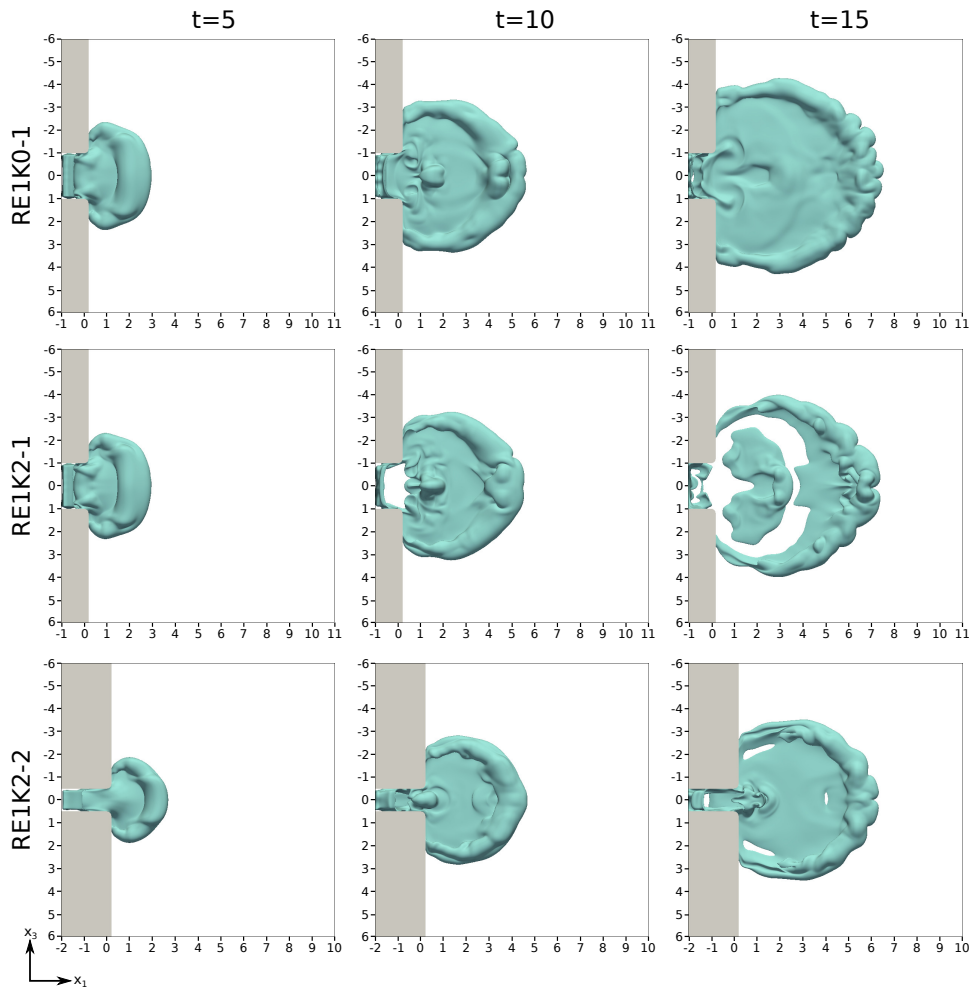


Figura 5.11. Vista superior de isossuperfícies de concentração das simulações com  $Re = 1000$ . A superfície foi tomada para  $c = 0,05$  em  $t = 5, 10$  e  $15$ .

Reynolds igual a 5000, as quais, em comparação à Figura 5.11., desenvolvem um fluxo muito menos organizado por causa da turbulência gerada. A rápida transição à turbulência não permite ao escoamento propagar-se de forma quase simétrica como acontece nos casos com  $Re = 1000$ , porém favorece o aparecimento de lobos em tempo iniciais, o que é evidenciado pelas figuras extraídas em  $t = 5$ .

Dentro da Figura 5.12., a comparação entre as velocidades de queda (testes RE5K0-1, RE5K2-1, RE5K4-1 e RE5K8-1) mostra, em  $t = 10$  e  $15$ , que quanto maior  $w^s$ , mais rápido a concentração da corrente diminui, fazendo com que seus valores rapidamente caiam abaixo do valor limite de detecção da isossuperfície. Também é possível notar que a corrente, em sua porção mais distal no eixo  $x_1$ , apresenta na sua parte frontal um formato mais acentuado quanto maior for o valor da velocidade

de queda das partículas. As simulações RE5K2-1 e RE5K2-2 mostram significativa diferença na forma da corrente quando o formato do canal é alterado. Em  $t = 5$ , RE5K2-1 apresenta um formato mais retangular, enquanto que RE5K2-2 se aproxima a um semicírculo.

Na Figura 5.13., onde vemos as isossuperfícies das simulações para  $Re = 10000$ , a atividade turbulenta é muito mais intensa do que a apresentada por  $Re = 1000$  e  $Re = 5000$ , visto que o tamanho de suas estruturas tridimensionais, tanto os lobos quanto qualquer outra, apresentam um menor tamanho em relação aos Reynolds mais baixos. Indo até a Figura 5.14., onde tem-se a vista frontal e lateral das isossuperfícies de concentração das simulações RE1K2-1, RE5K2-1 e RE10K2-1, é possível estabelecer uma comparação visual e inferir que os lobos tendem a diminuir seu tamanho quanto maior for o número de Reynolds.

Enquanto na simulação com  $Re = 1000$  há o início da formação de um lobo somente em  $t = 10$ , nos outros dois casos já são evidentes conjuntos de lobos bem definidos em  $t = 5$ , não somente na parte frontal mas também nas laterais da corrente. A vista lateral das correntes assemelham-se àquela morfologia apresentada por uma corrente canalizada onde tem-se três regiões distinguíveis, a saber, a cabeça proeminente seguida pelo corpo e a cauda delgada. É interessante salientar que nas três simulações, em  $t = 10$ , nota-se a presença de uma protuberância localizada na região anterior da cabeça, mais ao centro da corrente como indicado pelas setas da Figura 5.14..

Na Figura 5.15., a qual mostra as vistas frontal e lateral para o caso onde o canal é mais estreito, também estão presentes as protuberâncias apontadas na Figura 5.14.. Estas elevações nas correntes podem ser devidas ao deslocamento do fluido ambiente dentro do canal, o que gera um fluxo concorrente, o qual possui a mesma direção e sentido da corrente. Quando a velocidade de deslocamento deste fluxo concorrente é maior do que a velocidade da corrente na região da cauda, há a ocorrência deste efeito. Comparando RE1K2-1 (Figura 5.14.) e RE1K2-2 (Figura 5.15.) nota-se que, neste último, há um retardo ainda maior do início da formação dos lobos, pois ainda em  $t = 10$  não há nenhum sendo formado.

Em todas as simulações mostradas até aqui, referentes às correntes na con-

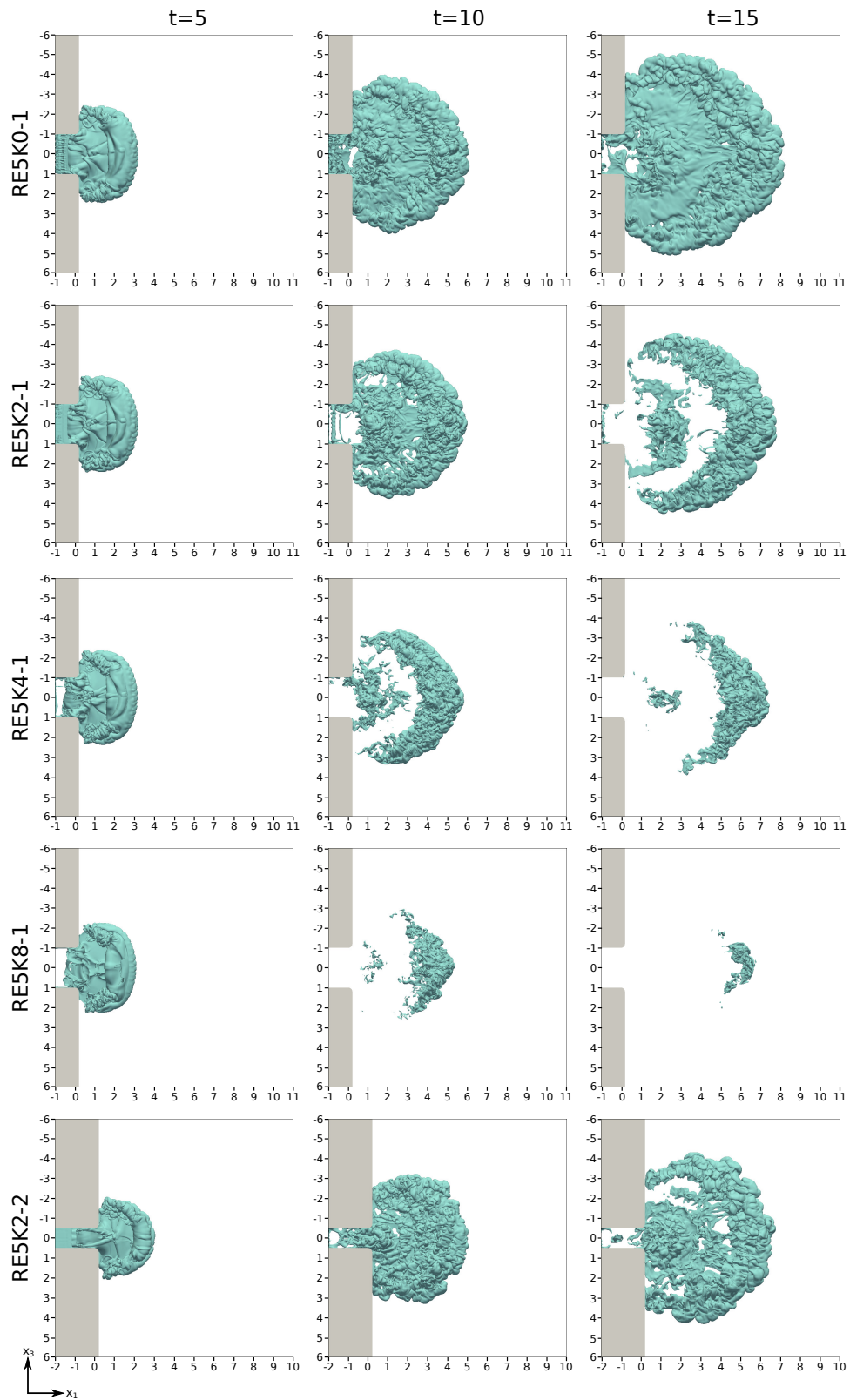


Figura 5.12. Vista superior de isossuperfícies de concentração das simulações com  $Re = 5000$ . Superfícies tomadas para  $c = 0,05$  em  $t = 5, 10$  e  $15$ .

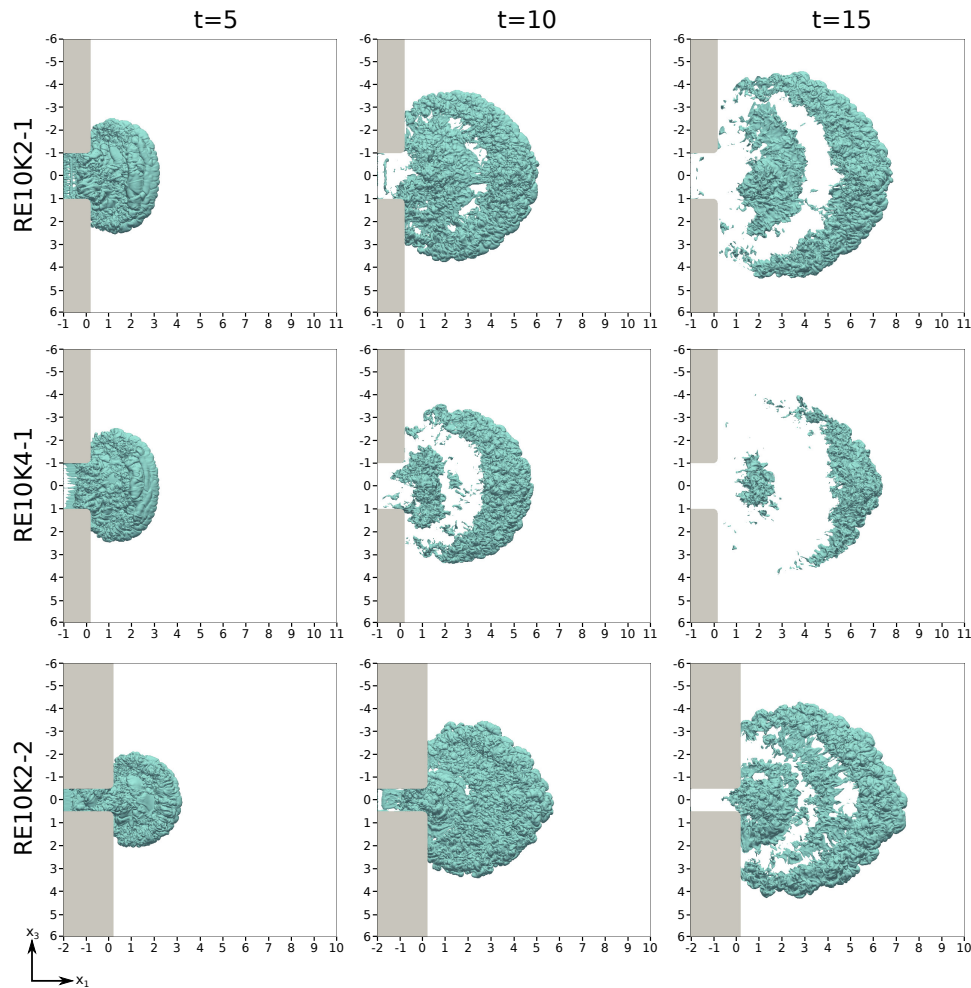


Figura 5.13. Vista superior de isossuperfícies de concentração das simulações com  $Re = 10000$ . A superfície foi tomada para  $c = 0,05$  em  $t = 5, 10$  e  $15$ .

figuração canal-bacia, é possível identificar três regiões no escoamento quanto a intensidade da turbulência: I) perto da saída do canal, muita atividade turbulenta; II) região central do corpo, pouca atividade turbulenta; III) na porção externa do corpo da corrente, intensa atividade turbulenta. A Figura 5.16. mostra as regiões I, II e III e a componente da vorticidade em  $x_3$ , calculada como  $\omega_k = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$ . Em um plano central, localizado em  $x_3 = 0$ , a vorticidade  $\omega_3$  é bem mais intensa na cabeça, como era de se esperar, e em uma região que fica entre  $x_1 \approx 1$  e  $x_1 \approx 2$ . Entre  $x_1 \approx 2$  e 4 há uma região onde o fluido apresenta pouca, ou nenhuma, rotacionalidade de suas partículas. A representação dos vetores de velocidade auxilia na visualização das duas regiões onde a recirculação é significativa.

Na Figura 5.17. estão representadas as isossuperfícies de critério- $Q$ , onde

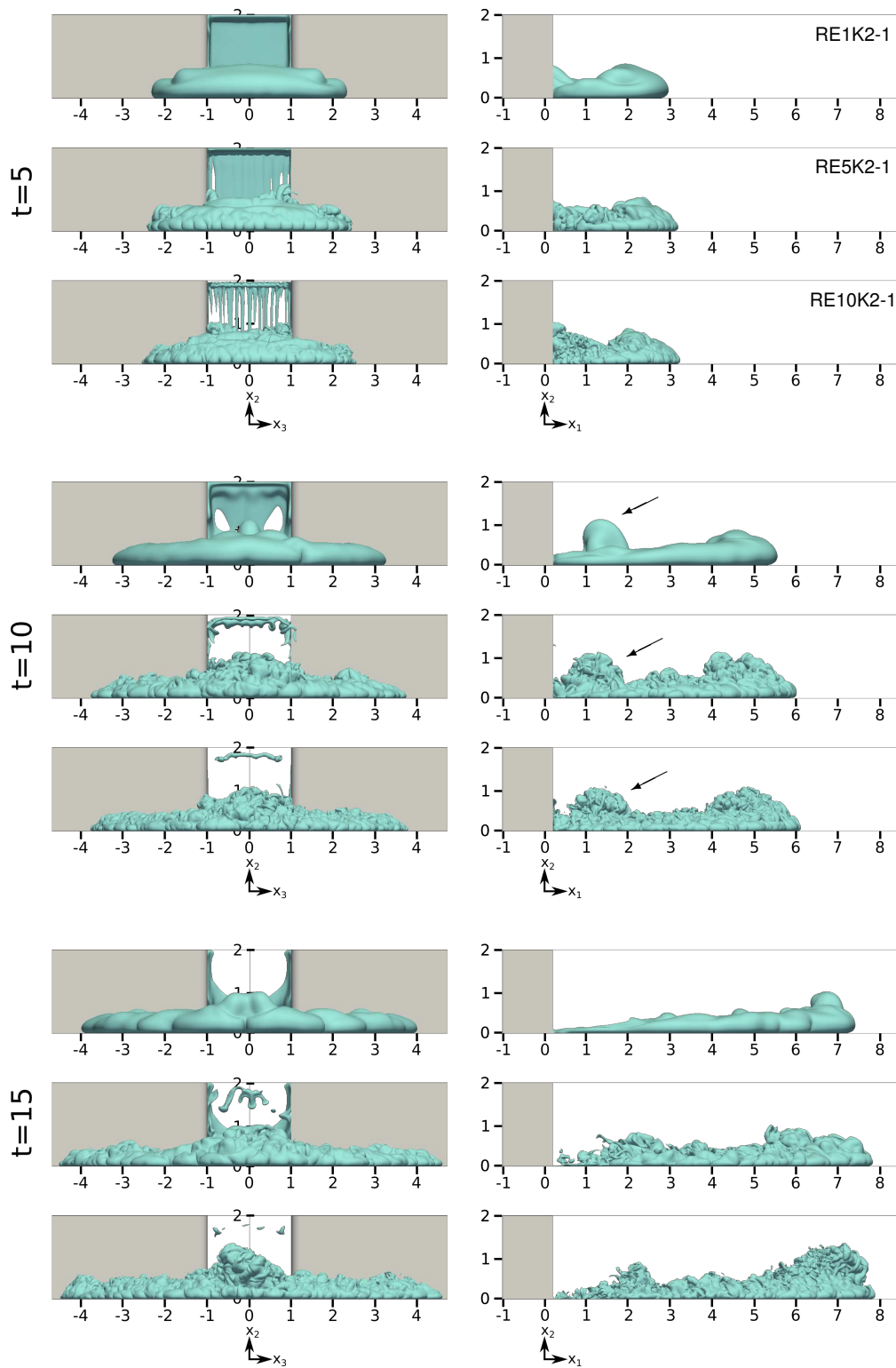


Figura 5.14. Vista frontal (esquerda) e lateral (direita) das isossuperfícies de concentração para  $t = 5, 10$  e  $15$ . De cima para baixo, respectivamente, são os teste RE1K2-1, RE5K2-1 e RE10K2-1.

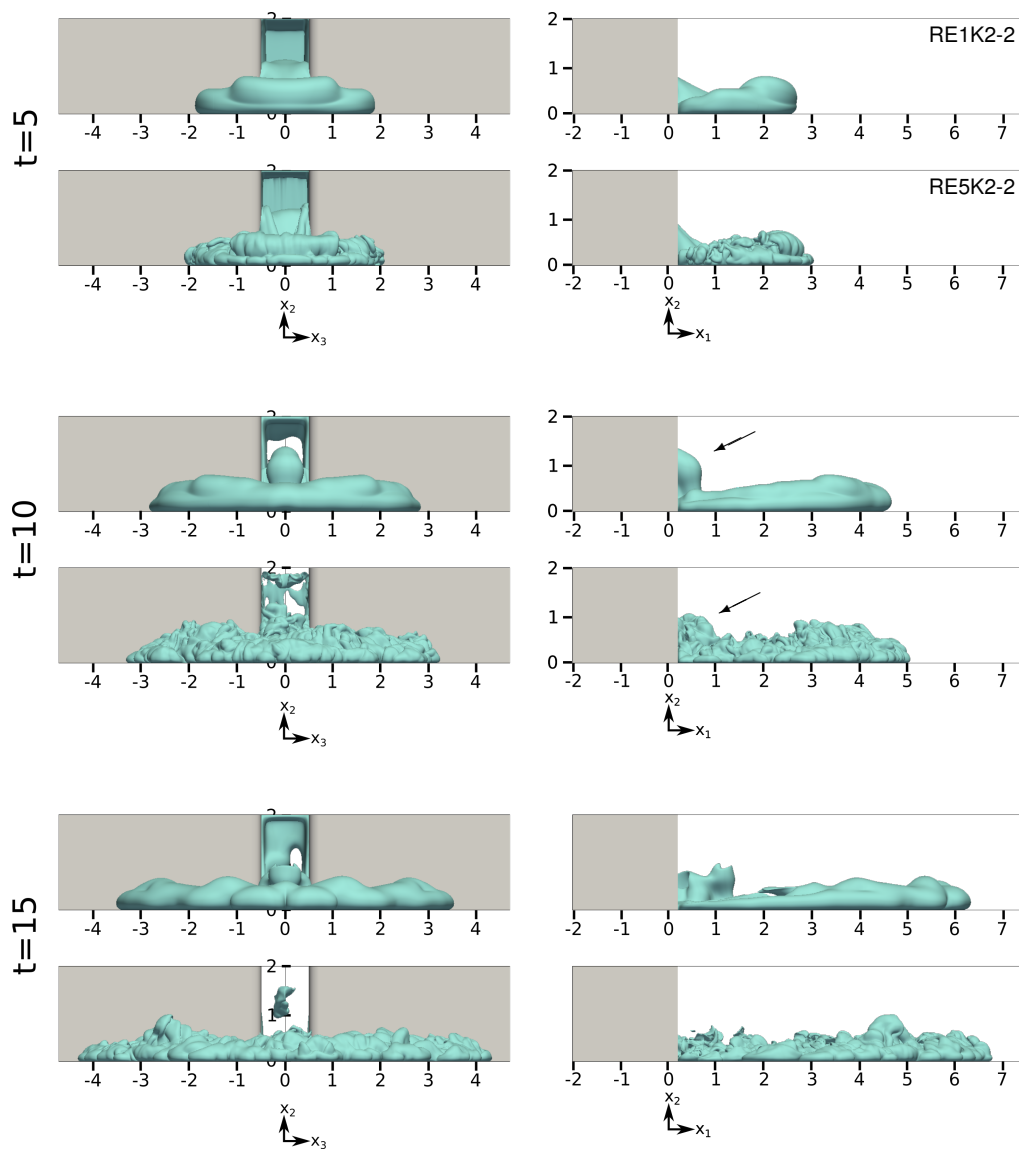


Figura 5.15. Vista frontal (esquerda) e lateral (direita) das isossuperfícies de concentração para  $t = 5, 10$  e  $15$ . De cima para baixo, respectivamente, são os teste RE1K2-2 e RE5K2-2.

estruturas em forma de tubos se conectam, formando um complexo aglomerado. Tais estruturas fornecem uma representação da forma e da intensidade da turbulência existente no fluxo, uma vez que através deste método é possível identificar as regiões onde a taxa de rotação do fluido é maior do que sua deformação (para valores positivos de critério- $Q$ ), indicando a ocorrência de turbilhonamento no fluido. Nas imagens que se referem a  $Re = 5000$ , embora se tenha complexos arranjos de tubos, percebe-se regiões dentro da corrente com características distintas. A parte central da frente da corrente apresenta estruturas maiores, enquanto que as laterais são formadas por

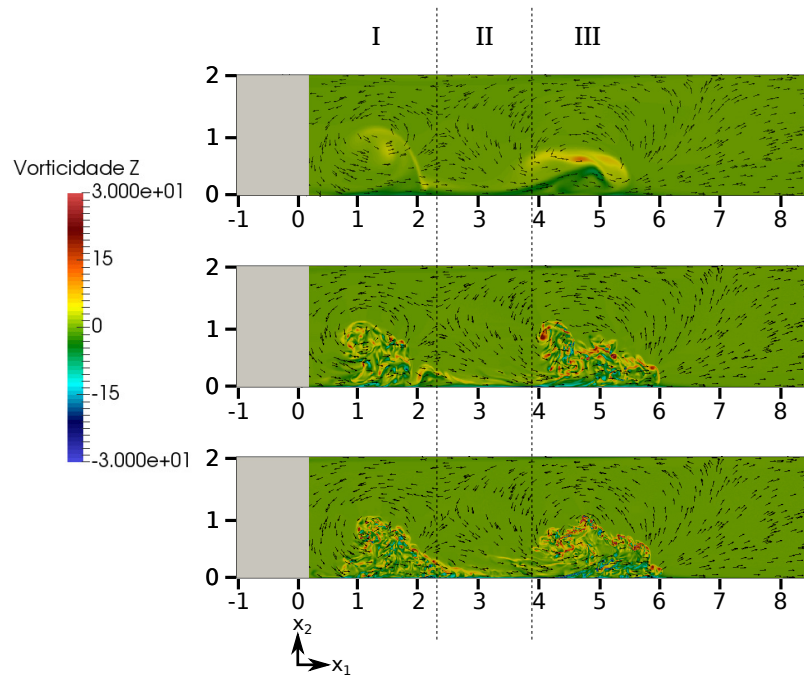


Figura 5.16. Campo de vorticidade das simulações RE1K2-1, RE5K2-1 e RE10K2-1 (de cima para baixo) em  $t = 10$  para um plano  $x_1x_2$  localizado em  $x_3 = 0$ . As setas em cor preta indicam a posição e sentido do vetor de velocidades do fluido. As três regiões de intensidade da turbulência estão identificadas

estruturas menores as quais parecem enrolar-se em si mesmas. Também é possível ver estruturas maiores que conectam a parte central da corrente com suas porções frontal e traseira. Nas imagens que representam a simulação com  $Re = 10000$  é possível ver muito mais estruturas, porém é mais difícil distingui-las individualmente se forem comparadas com àquelas encontradas na simulação com  $Re = 5000$ . É interessante destacar que na região superior do canal das duas simulações existem estruturas que estendem-se de uma parede a outra na direção de  $x_3$ , indicando recirculação do fluido. Talvez seja necessário testar uma condição de contorno alternativa para o topo a fim de investigar qual a influência desta recirculação sobre a dinâmica da corrente.

A representação das isossuperfícies de critério- $Q$  também é capaz de mostrar as feições de lobos na parte frontal da corrente, assim como visto por meio das isossuperfícies de concentração. Ao se analisar uma porção da corrente, representado pelo volume indicado na Figura 5.17.(b), novas estruturas turbulentas podem ser identificadas.

A Figura 5.18. mostra como é a morfologia dentro da corrente através de



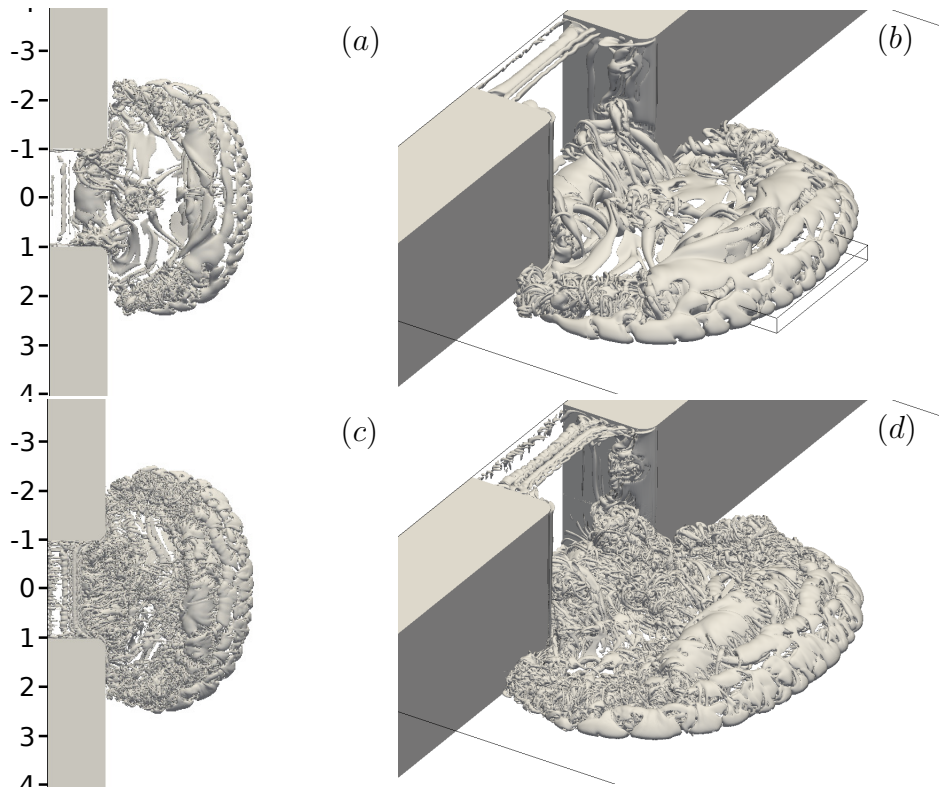


Figura 5.17. Isossuperfícies de critério- $Q$  para as simulações RE5K2-1 (imagens acima) e RE10K2-1 (imagens abaixo), em  $t = 5$ . As imagens foram tomadas para  $Q = 1$ .

isossuperfícies de critério- $Q$  em tempos subsequentes iguais a  $t = 5$ ,  $5,4$  e  $5,8$ , para a simulação RE5K2-1. A partir de uma vista superior se consegue identificar que o lobo é formado por dois vórtices longitudinais, os quais se unem, formando um tubo em formato de  $U$ , como está destacado em cor vermelha. Também em vermelho, e nas imagens em projeção (círculos azuis), estão indicadas outras estruturas chamadas vórtices do tipo grampo ou vórtices *hairpin*. Os vórtices *hairpin* são estruturas com uma forma característica, possuindo duas pernas longitudinais, conectadas por um arco que se eleva (WANG; XU, 2015). Nas imagens para  $t = 5$  identifica-se o início de sua formação a partir do final dos vórtices longitudinais que formam o lobo. Em  $t = 5,4$  já percebe-se o movimento de elevação do arco, porém as pernas dos *hairpins* não se estendem muito longitudinalmente. Finalmente, em  $t = 5,8$ , percebe-se um arco bem definido e com pernas que se alongam por uma extensão maior.

Uma análise mais detalhada do campo de velocidades dentro dos lobos é mostrada na Figura 5.19. Posicionando o escoamento frontalmente ao observador, e com o auxílio de um plano de corte logo atrás dos lobos, é possível ver como o

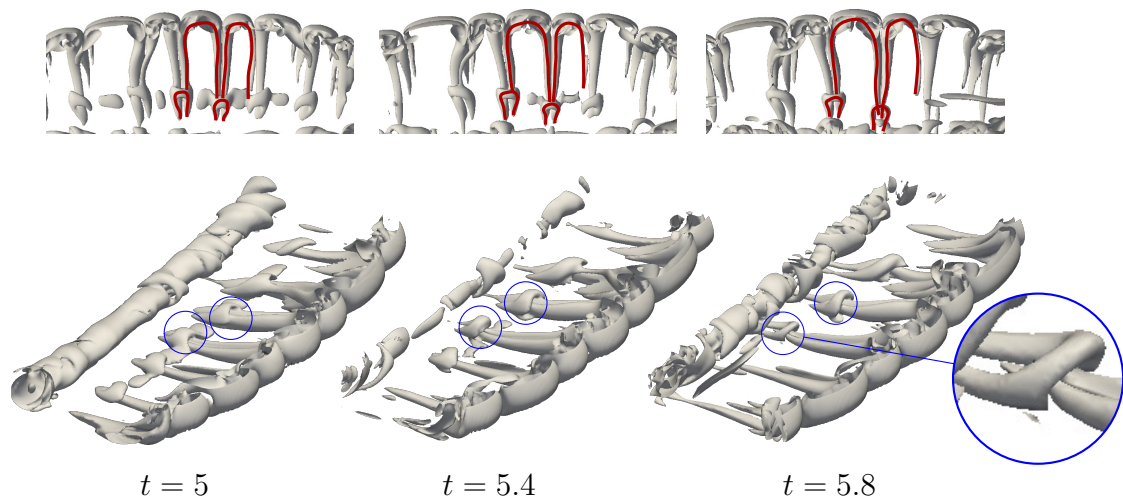


Figura 5.18. Estruturas coerentes representadas por isossuperfícies de critério- $Q$  em um sub volume da porção frontal da corrente, para  $t = 5, 5,4$  e  $5,8$ , para a simulação RE5K2-1. As imagens superiores mostram a vista superior. Nas inferiores são apresentadas projeções paralelas das imagens superiores. Os destaques mostram os lobos, bem como os vórtices do tipo grampo (*hairpin*).

fluido se movimenta através da componente da vorticidade na direção do eixo  $x_1$ , aqui denominada  $\omega_1$ . As regiões em vermelho indicam valores positivos de  $\omega_1$ , e em azul indicam valores negativos, ou seja, na extremidade lateral de cada lobo existem vórtices contra rotativos, de onde infere-se que tais vórtices sejam os mesmos vórtices longitudinais observados na Figura 5.18. Além da vorticidade, a Figura 5.19. também mostra os vetores de velocidade planificados, o que quer dizer que eles são compostos pelas componentes nas direções  $x_2$  e  $x_3$ .

Baseando-se nas observações da vorticidade e dos vetores velocidade, é proposto na Figura 5.20. um modelo esquemático de como o fluido se movimenta dentro dos lobos. A partir de uma vista frontal, sendo  $\omega_1$  positivo do lado direito do lobo, ele produz um movimento no sentido anti-horário. De maneira contrária, do lado esquerdo  $\omega_1$  é negativo, o que leva à conclusão de que o fluido se movimenta no sentido horário. O movimento combinado faz com que o fluido seja empurrado para baixo, no centro do lobo. Em um conjunto de lobos, o lobo seguinte, juntamente com seu vizinho, induzem um movimento ascendente de fluido na região onde chamamos de fenda, as quais são zonas onde a taxa de deformação do fluido é predominante sobre sua taxa de rotação. Há, também, na parte superior do lobo uma região onde o fluido "escapa" em direção à fenda.

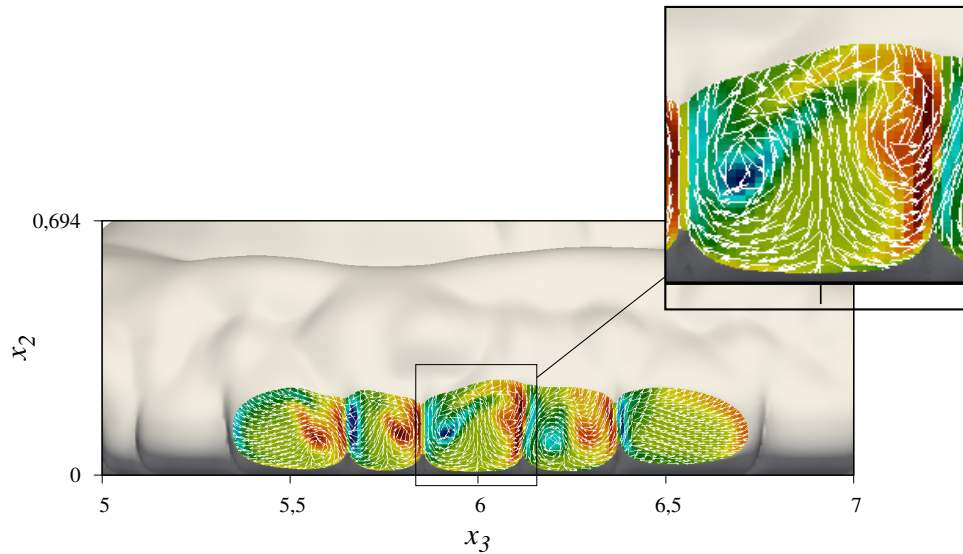


Figura 5.19. Vista frontal do campo de vorticidade na direção  $x_1$  ( $\omega_1$ ) da simulação RE5K2-1. O plano de corte  $x_2x_3$  está localizado a  $\approx 0,09h$  atrás do ponto mais afastado da frente da corrente. A cor vermelha representa valores positivos e azul valores negativos. O destaque mostra a orientação dos vetores velocidade do plano em visualização (somente os componentes nas direções  $x_2$  e  $x_3$ ).

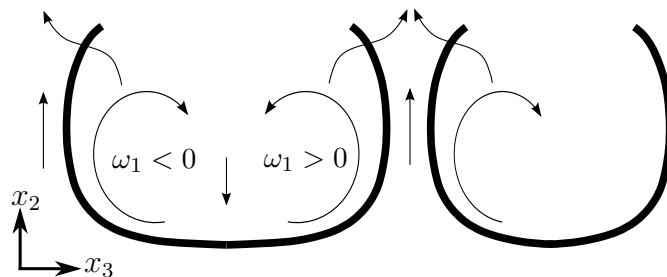


Figura 5.20. Modelo esquemático do movimento do fluido dentro dos lobos.

A evolução ao longo do tempo das estruturas de lobos e fendas está apresentado nas Figuras 5.21., 5.22. e 5.23., as quais mostram isolinhas de concentração junto ao fundo do domínio ( $x_3 = 0$ ), tomadas para  $c = 0,05$  a cada  $0,2$  tempos adimensionais. Este conjunto de isolinhas representa a “impressão digital” dos lobos, por meio da qual é possível ver a formação, fusão, separação e toda a sinuosidade dos lobos.

A Figura 5.21. mostra a comparação entre os números de Reynolds para a velocidade de queda  $u^s = 0,02$  e para o canal mais largo e pouco profundo (RE1K2-1, RE5K2-1 e RE10K2-1). Como já referido anteriormente, o aumento do número de Reynolds da corrente causa a diminuição do tamanho dos lobos e o conseqüente aumento de sua quantidade. O início da formação dos lobos também é dependente de

$Re$  uma vez que na simulação de mais alto valor (RE10K2-1), percebe-se o início destas estruturas próximo ao canal, diferentemente da simulação RE1K2-1 que tem iniciada a formação a uma distância de cerca da metade da distância total percorrida pela corrente. As simulações RE5K2-1 e RE10K2-1 revelam que as estruturas curvam-se devido ao espalhamento lateral da corrente enquanto ocorre a formação de novos lobos pela separação de um lobo anterior e/ou pela fusão entre dois lobos para a formação de um novo. A curvatura das estruturas pode ser atribuída às diferentes taxas de espalhamento da corrente ao longo das direções  $x_1$  e  $x_3$ , o que difere significativamente do mostrado para o caso axissimétrico (Figura 5.4.) onde vemos os lobos seguirem sempre ao longo da direção radial.

A mesma comparação da Figura 5.21. é mostrada na Figura 5.22., porém para o canal mais profundo e estreito (RE1K2-2, RE5K2-2 e RE10K2-2). Nesta configuração as correntes possuem a tendência de espalhar-se mais lateralmente junto à sua base, na região da parede que forma o canal, quando comparadas à Figura 5.21.. O formato final entre as correntes também é bem distinto. Na comparação com seu correspondente da Figura 5.21., a simulação RE1K2-2 não apresenta muitas diferenças na evolução dos lobos devido ao formato do canal, assim como acontece com RE10K2-2 e RE10K2-1. A maior diferença percebida está nas simulações com  $Re = 5000$ , onde o formato de RE5K2-2 é mais achatado na direção  $x_1$ , o que mostra uma menor propagação da corrente nesta direção. Outra diferença importante é que pouco se percebe a curvatura lateral dos lobos em RE5K2-2, sendo notado também o retardo do início destas estruturas na comparação com RE5K2-1.

Já a Figura 5.23. traz a comparação entre as velocidades de queda  $u^s = 0,0$ ,  $u^s = 0,04$  e  $u^s = 0,08$  para  $Re = 5000$ . Se for incluída à esta comparação a simulação RE5K2-1 da Figura 5.21., a qual possui  $u^s = 0,02$ , é possível dizer que o aumento deste parâmetro faz com que o tamanho dos lobos aumente e sua quantidade diminua consideravelmente. O aumento de  $u^s$  também retarda o início da formação dos lobos, sendo praticamente inexistentes em RE5K8-1 uma vez que somente alguns são identificáveis nas laterais da corrente.

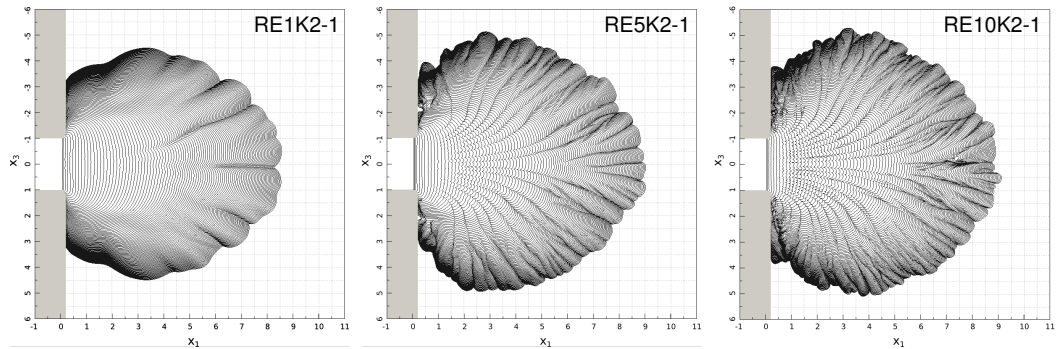


Figura 5.21. Influência do número de Reynolds sobre a evolução das estruturas de lobos e fendas ao longo do tempo em  $x_3 = 0$  para geometria do canal tipo Caso 1. Isolinhadas tomadas para  $c = 0,05$  a cada 0,2 tempos adimensionais.

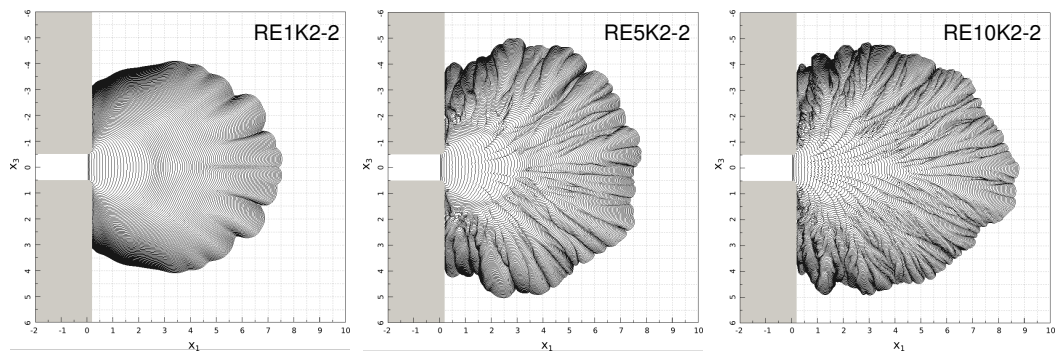


Figura 5.22. Influência do número de Reynolds sobre a evolução das estruturas de lobos e fendas ao longo do tempo em  $x_3 = 0$  para geometria do canal tipo Caso 2. Isolinhadas tomadas para  $c = 0,05$  a cada 0,2 tempos adimensionais.

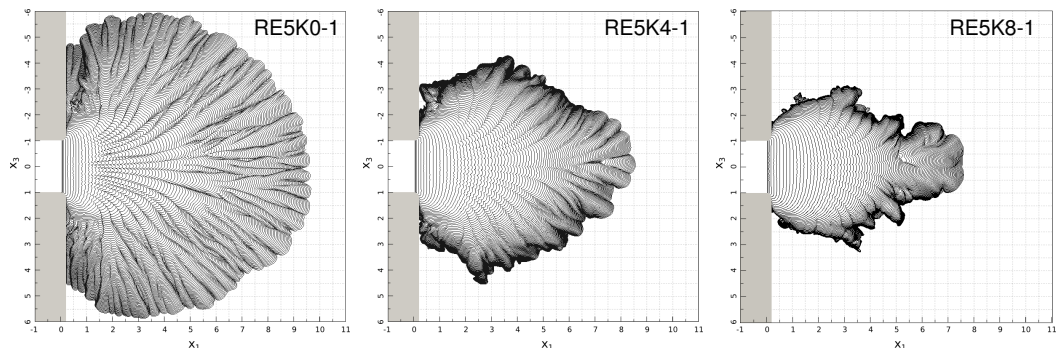


Figura 5.23. Influência da velocidade de queda  $u^s$  sobre a evolução das estruturas de lobos e fendas ao longo do tempo em  $x_3 = 0$ . Isolinhadas tomadas para  $c = 0,05$  a cada 0,2 tempos adimensionais.

### 5.2.2. Evolução da corrente ao longo do tempo

Na análise do deslocamento de correntes de gravidade, tanto no arranjo canalizado quanto no axissimétrico, o fluxo se move em uma única direção preferencial. Ao que se refere às correntes em canais, o movimento progressivo do escoamento acontece unicamente na direção longitudinal pelo fato de as paredes laterais confinarem o fluido. No caso axissimétrico é possível pensar que não haja uma direção preferencial de escoamento, justamente pelo fato de que o fluido mais denso espalha-se para todos os lados, porém sua direção de propagação sempre se dá radialmente ao eixo. Esta característica traz consigo a possibilidade de avaliar o deslocamento da frente da corrente com base em um campo médio na direção transversal, no caso de canais, ou, como já visto no caso axissimétrico (subseção 5.1.2), na direção azimutal.

Diferentemente das duas configurações citadas anteriormente, o arranjo canal-bacia considerado nesta tese possui não uma, mas duas direções preferenciais de deslocamento ao longo dos eixos  $x_1$  e  $x_3$ . O motivo disto reside no fato de existir uma “troca” na configuração em meio ao movimento da corrente, uma vez que, inicialmente ela se encontra confinada no canal e, portanto, desloca-se na direção  $x_1$ . Ao passar pela transição confinamento/desconfinamento, a corrente começa a deslocar-se lateralmente na direção de  $x_3$ . Todas estas ponderações são importantes para justificar e entender o modo de análise da posição da frente da corrente na configuração canal-bacia.

A Figura 5.24. apresenta a evolução da frente da corrente ao longo do tempo nas direções  $x_1$  e  $x_3$ , sendo, a partir de agora, denominadas  $x_{1_f}$  e  $x_{3_f}$ , respectivamente. O método de detecção da frente da corrente é o mesmo apresentado para a configuração axissimétrica, sendo a varredura feita na direção longitudinal para  $x_{1_f}$  e na direção transversal para  $x_{3_f}$ . Como não é possível determinar um campo de concentrações médio, a janela de varredura da posição  $x_{3_f}$  cobre toda a extensão lateral da corrente para  $x_3 \geq 0$ . Para a determinação de  $x_{1_f}$  optou-se pelo cálculo de um campo de concentrações médio referente à uma região onde a curvatura da frente da corrente não seja importante, a qual possui largura igual à metade de  $L_{3_s}$  e está centrada em  $x_3 = 0$ . A escolha deste procedimento foi feita para que a detecção da posição da frente da corrente não dependa apenas de um ponto, fornecendo, então, um resultado



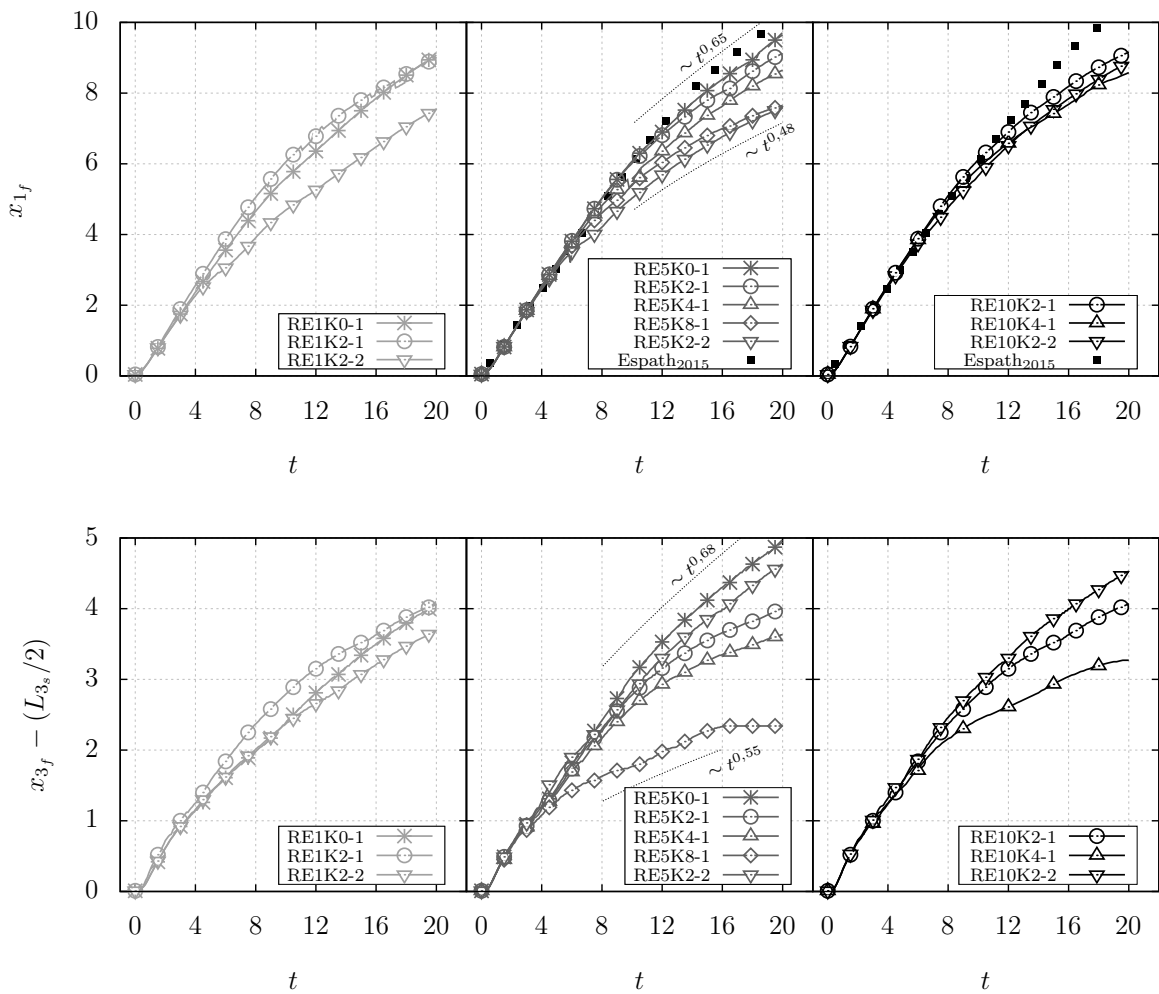


Figura 5.24. Variação da posição da frente da corrente em função do tempo para  $Re = 1000$  (esquerda),  $Re = 5000$  (centro) e  $Re = 10000$  (direita).  $x_{1_f}$  representa o deslocamento na direção do eixo  $x_1$  e  $x_{3_f}$  na direção de  $x_3$ . Os quadrados na cor preta referem-se ao trabalho de Espath et al. (2015) para  $Re = 5000$  e  $u^s = 0,02$ .

com maior qualidade.

Observando  $x_{1_f}$  é possível notar que as curvas apresentam o mesmo deslocamento até  $t \approx 4$ , seja na comparação entre números de Reynolds ou entre velocidades de queda. Este comportamento mostra que o avanço inicial da corrente não depende do número de Reynolds, da velocidade de queda ou da relação entre as dimensões  $L_{1_s}$  e  $L_{3_s}$  do canal. Após  $t \approx 4$  todas as demais curvas começam a se desviar do comportamento inicial, mostrando, a partir daí, sua dependência dos parâmetros iniciais.

As curvas para  $Re = 1000$  mostram perda na capacidade de avanço em  $x_1$  quando o canal é mais estreito e profundo. Porém o que chama a atenção é a curva

que representa a simulação RE1K2-1, a qual se sobrepõe à curva RE1K0-1 durante praticamente todo o decorrer da simulação. Isto é um comportamento contrário ao que se esperaria, uma vez que uma corrente conservativa (RE1K0-1) não perde massa, o que, em teoria, garantiria maior quantidade de energia cinética disponível em comparação a uma corrente não conservativa com as mesmas características.

O comportamento inesperado, anteriormente citado, não ocorre nos resultados de  $x_{1f}$  para  $Re = 5000$ . É possível ver que o caso conservativo (RE5K0-1), a partir de  $t \approx 12$ , se sobrepõe a todas as demais curvas, mostrando um crescimento proporcional à lei de potência  $t^{0,65}$ . Os demais resultados tem características de decrescimento no avanço da corrente quanto maior for o tamanho da partícula, chegando ao um avanço proporcional a  $t^{0,48}$  na simulação RE5K8-1.

Nas curvas que representam  $Re = 10000$ , as simulações RE10K2-1 e RE10K4-1 possuem um comportamento muito semelhante a RE5K2-1 e RE5K4-1, respectivamente. A simulação RE10K2-2, a qual representa o canal mais estreito e profundo, mostra pouca dependência do formato do canal, sendo muito semelhante a RE10K2-1. Em geral, o número de Reynolds não é o parâmetro mais sensível do deslocamento da corrente ao longo de  $x_1$ , mas sim a velocidade de queda e o formato do canal. A exceção refere-se à simulação RE10K2-2, pois seu deslocamento é consideravelmente superior aos seus correspondentes de menor Reynolds, RE5K2-2 e RE1K2-2. A comparação com o trabalho numérico de Espath et al. (2015), o qual possui o mesmo volume inicial de mistura fluido/partícula que as simulações desta Tese, mostra que correntes canalizadas desenvolvem o mesmo comportamento de deslocamento inicial uniforme. Porém, nos tempos posteriores, a referência possui maior avanço justamente pelo fato de ter apenas uma direção preferencial de deslocamento.

Ao que se refere à  $x_{3f}$ , a Figura 5.24. mostra que há pouca diferença entre as simulações com  $Re = 1000$ , onde a distância lateral máxima atingida é  $x_{3f} \approx 4$  quando o canal é mais largo e pouco profundo. A simulação RE1K2-2, a qual é aquela que menos avança, atinge uma distância máxima de  $x_{3f} \approx 3,6$ , o que é bem próximo das demais. Nas curvas para  $Re = 5000$  é visto um comportamento contrário ao apresentado pelas curvas referentes à  $x_{1f}$ . A simulação não conservativa que apresenta maior deslocamento lateral é aquela em que o canal é mais estreito (RE5K2-2). As demais curvas referentes ao Caso 1 seguem a ordem decrescente quanto maior



for a velocidade de queda, onde o caso conservativo, sendo a menor velocidade de queda, avança a uma taxa proporcional a  $t^{0,68}$ , indicando uma proximidade no valor do coeficiente da lei de potência obtidos para  $x_{1f}$ .

É interessante salientar que a simulação RE5K8-1 tem um desvio antecipado do comportamento padrão das demais curvas, crescendo proporcionalmente a  $t^{0,55}$  até  $t \approx 16$ , a partir de onde o avanço lateral cessa seu movimento. O pouco avanço lateral faz com que seu valor máximo seja cerca de 50% do valor alcançado pela corrente com maior deslocamento (RE5K0-1) e cerca de 30% menor em relação à curva mais próxima (RE5K4-1). Para  $Re = 10000$  as curvas seguem a mesma tendência de  $Re = 5000$ , porém o deslocamento final de RE10K2-2 e RE10K4-1 é inferior a RE5K2-2 e RE5K4-1. De uma forma geral, o deslocamento lateral ( $x_{3f}$ ) se mostra mais sensível aos parâmetros iniciais do que o deslocamento longitudinal ( $x_{1f}$ ) nas simulações com  $Re = 5000$  e  $10000$ . Contrariamente, as simulações com  $Re = 1000$  parecem apresentar maior sensibilidade a estes parâmetros em  $x_{1f}$  do que em  $x_{3f}$ .

Relacionado diretamente  $x_{1f}$  e  $x_{3f}$  é possível mensurar em que direção a corrente tem maior deslocamento. Na Figura 5.25. temos a divisão  $x_{1f}/(x_{3f} - L_{3s}/2)$  para  $Re = 1000$ ,  $5000$  e  $10000$ , indicando que as correntes tem maiores valores instantâneos de deslocamento na direção  $x_1$  do que na direção  $x_3$ . Após o início do movimento todas as curvas se desenvolvem com um comportamento muito semelhante até  $t \approx 4$ , reflexo do comportamento encontrado nas curvas de deslocamento da frente da corrente. Do início até  $t \approx 2$  a taxa de avanço lateral é maior do que a longitudinal uma vez que a curva decresce e, de  $t \approx 2$  até  $t \approx 4$ , acontece o contrário, a taxa de avanço longitudinal passa a ser maior. Em  $Re = 1000$ , o caso conservativo (RE1K0-1) estende o período onde a taxa de deslocamento em  $x_1$  é maior do que em  $x_3$  até  $t \approx 8$ , tornando-se quase constante até o final, assim como acontece com os casos RE1K2-1 e RE1K2-2. As demais curvas apresentam certa tendência a uma relação uniforme entre  $x_{1f}$  e  $x_{3f}$ , o que quer dizer que a taxa de variação passa a ser quase a mesma entre as duas grandezas. A única curva que apresenta uma diferença considerável em relação às outras é aquela referente à simulação RE5K8-1, pois há um crescimento muito maior de  $x_{1f}$  até  $t \approx 10$  justamente pelo pouco avanço de  $x_{3f}$  mostrado na Figura 5.24.

Ao fazer a relação entre o quanto a corrente avança longitudinalmente e o quanto ela se espalha lateralmente, o resultado obtido fala um pouco da forma do

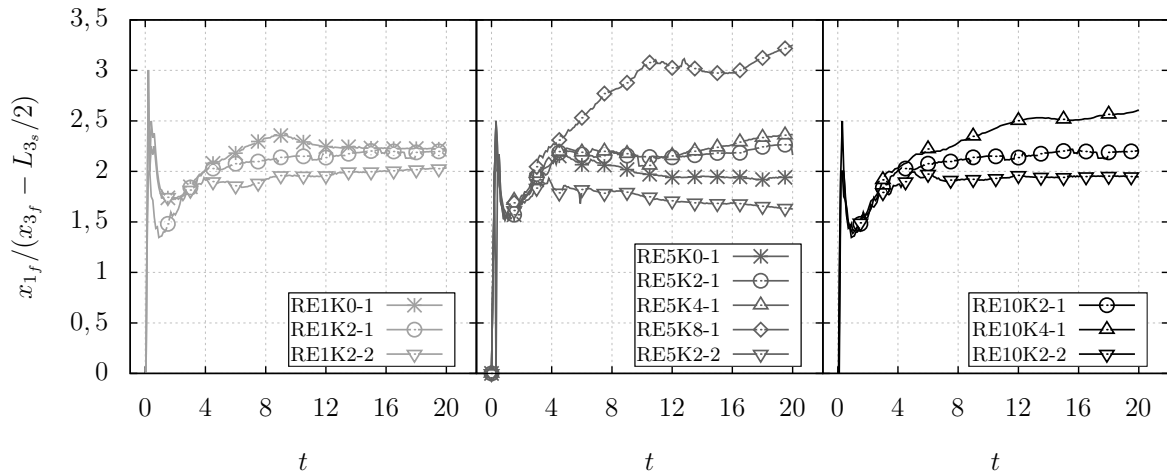


Figura 5.25. Relação direta entre o deslocamento da frente da corrente ao longo de  $x_1$  e  $x_3$ .

espalhamento da corrente pelo domínio. A Figura 5.26. mostra tais curvas para a relação  $x_{1_f}/2x_{3_f}$ . Aqui, diferentemente do que foi apresentado na Figura 5.25., usa-se o dobro do valor de  $x_{3_f}$  uma vez que o código de pós processamento utilizado somente calcula o deslocamento lateral para valores de  $x_3$  positivos. É um artifício válido na estimativa do deslocamento lateral total, uma vez que as correntes podem ser aproximadas como sendo simétricas em relação ao plano central em  $x_3 = 0$ .

Para todos os números de Reynolds a razão de espalhamento é semelhante até  $t \approx 4$  e indica que as correntes espalham-se mais na direção  $x_3$  (positivo e negativo). Após  $t \approx 4$ , em todos os testes para  $Re = 1000$ , a relação apresenta a mesma tendência de se tornar constante, ou seja, a taxa de abertura lateral da corrente tende a decrescer até que se iguale com a taxa de avanço longitudinal. Ao observar as curvas referentes a  $Re = 5000$ , o comportamento entre elas é distinto, exceto nas simulações RE5K2-1 e RE5K4-1. O comportamento ascendente das curvas das simulações RE5K2-1 e RE5K4-1 sugere, e RE5K8-1 confirma, que para tempos posteriores a taxa de avanço na direção  $x_1$  suplante a taxa avanço em  $x_3$ .

No caso RE5K8-1, baseando-se na curva de  $x_{3_f}$  da Figura 5.24., infere-se que o aumento da relação acontece porque a corrente tende a cessar seu avanço lateral antes do tempo final de simulação. A mesma tendência de crescimento é visto até  $t \approx 9$ , a partir de onde sua taxa de abertura passa a ser proporcional a  $t^{0,2}$ . Os casos

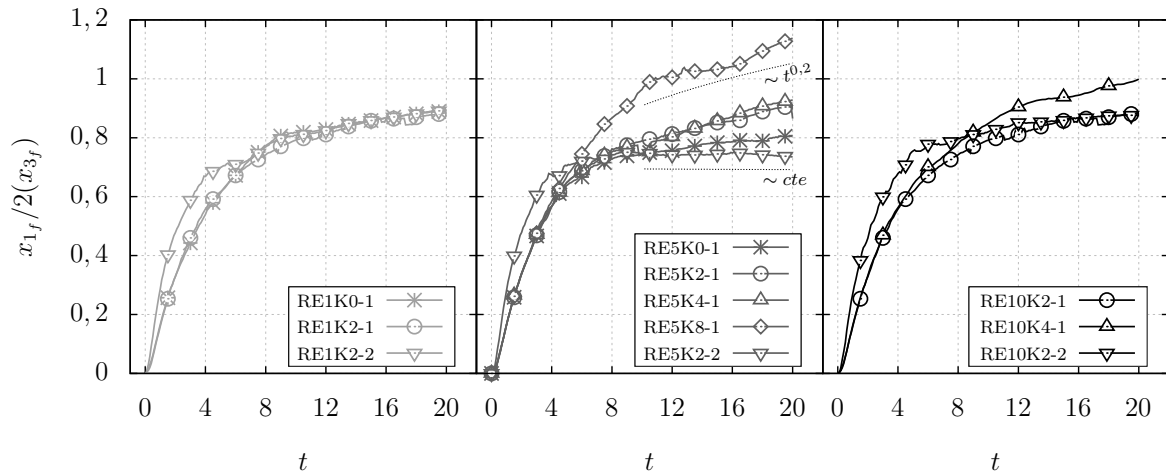


Figura 5.26. Razão de espalhamento da corrente ao longo de  $x_1$  e  $x_3$ .

com maior  $Re$  tem comportamento muito semelhante a  $Re = 1000$ . Estas relações mostram que, em geral, o formato das correntes está mais ligado à velocidade de queda do que aos demais parâmetros, pois elas tendem a desenvolver formas mais arredondadas quando possuem menores velocidades de queda (0,0 e 0,02) e formas mais estreitas e alongadas para maiores  $u^s$ .

A velocidade da frente da corrente na direção  $x_1$ , denominada  $u_{1f}$ , é apresentada na Figura 5.27. A velocidade da frente segue um comportamento semelhante em todas as simulações, onde distingue-se diferentes fases de aceleração pelas quais o escoamento passa. Inicialmente as correntes desenvolvem um período de aceleração aproximadamente constante e proporcional a  $t^{\frac{4}{5}}$ . Esta fase de aceleração estende-se até  $t \approx 0,7$ , precedendo o pico de velocidade que é atingido em diferentes tempos conforme variam os parâmetros. Nas curvas referentes a  $Re = 1000$ ,  $u_{1f_{max}}$  é atingida em  $t \approx 1,5$ , assumindo valores de 0,69 e 0,56 para RE1K2-1 e RE1K2-2, respectivamente. Em  $Re = 5000$  as velocidades máximas atingem valores muito próximos, sendo que RE5K2-0 tem  $u_{1f} \approx 0,69$  e RE5K8-1  $u_{1f} \approx 0,65$ , para  $t \approx 2,2$ . Já para  $Re = 10000$  os valores máximos são aproximadamente os mesmos, ficando em torno de 0,67, atingidos em  $t \approx 1,4$ .

Após atingir seu pico, a velocidade entra em uma fase onde ela varia muito pouco, podendo assumir que a aceleração é quase nula. Este período prolonga-se mais nas simulações de correntes conservativas (RE1K0-1 e RE5K0-1) e reduz-se

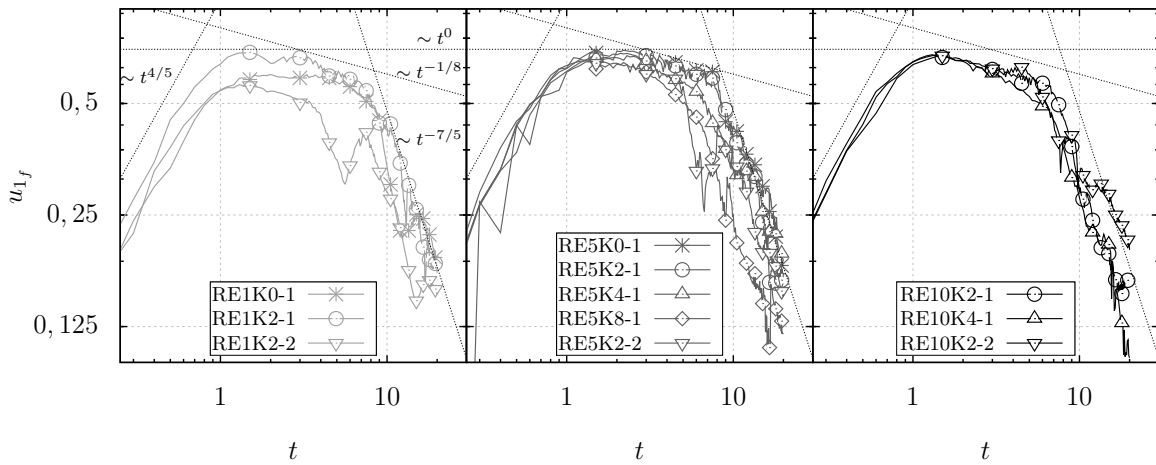


Figura 5.27. Velocidade da frente da corrente na direção  $x_1$  em função do tempo.

nas não conservativas, sendo abreviada esta fase quanto maior for a velocidade de queda das partículas. Nas simulações a  $Re = 10000$  praticamente não se nota a fase de velocidade constante uma vez que, após atingirem o pico, as curvas assumem um comportamento de desaceleração proporcional a  $t^{-\frac{1}{8}}$ , a qual está associado à próxima fase de variação da velocidade, chamada de fase inercial (CANTERO et al., 2007a). O início deste período ocorre quando o fluxo concorrente, gerado pelo deslocamento do fluido ambiente, alcança a porção frontal da corrente, apontando o início de sua desaceleração.

Após a fase inercial as correntes entram na última fase, onde a desaceleração é mais acentuada, pois as forças viscosas prevalecem sobre as inerciais. O período de desaceleração, que compreende as fases inercial e viscosa, é aquele onde as correntes permanecem pela maior parte do tempo. O início deste período também se mostra sensível ao tamanho da partícula, pois os fluxos com partículas maiores iniciam mais cedo a diminuição de  $u_{1f}$ . A perda de inércia acontece pela perda de material devido à sedimentação e por perdas dissipativas. Embora as curvas apresentem valores diferentes para os mesmos tempos dentro da fase de desaceleração, existe um comportamento aproximadamente constante da taxa de diminuição da velocidade proporcional a  $t^{-\frac{7}{5}}$ .

Na Figura 5.28. estão apresentados os valores de  $x_{1f}$ ,  $x_{3f}$  e  $x_{1f}/(2x_{3f})$ , registrados no tempo final de simulação ( $t = 20$ ). É possível constatar a fraca dependência

do deslocamento da corrente com  $u^s$  quando  $Re = 1000$ , pois um incremento na velocidade de queda praticamente não alterou  $x_{1_f}$  e  $x_{3_f}$  (Figura 5.28.(a)). O decaimento do valor final de  $x_{1_f}$  com o aumento de  $u^s$  se mostra semelhante tanto para  $Re = 5000$  quanto para  $Re = 10000$ . Tal semelhança não é observada na variação dos valores finais de  $x_{3_f}$  para  $Re = 5000$  e  $Re = 10000$ , onde a tendência é que, para o maior número de Reynolds,  $x_{3_f}$  assumam valores menores conforme  $u^s$  aumenta. A Figura 5.28.(b) mostra a fraca influência que a variação do número de Reynolds tem sobre o deslocamento da corrente, sendo a única exceção os casos conservativos, os quais mostram aumento de  $x_{1_f}$  e  $x_{3_f}$  quanto maior for  $Re$ . A variação do valor final da relação de espalhamento da corrente em função da velocidade de queda (Figura 5.28.(c)), confirma a tendência de que, quanto maior  $u^s$ , mais estreita e alongada será a área pela qual a corrente irá se espalhar. A exceção está no resultado para  $Re = 1000$ , pois a leve inclinação negativa apresentada por sua curva de tendência indica o contrário, que a corrente tenderá a espalhar-se mais lateralmente do que longitudinalmente.

### 5.2.3. Sedimentação e depósito

Como já mencionado anteriormente, as correntes de gravidade que ocorrem na natureza são importantes agentes de transformação da crosta terrestre. Esta capacidade de transformação estará representada neste trabalho pelo processo de sedimentação das partículas. Na configuração canal-bacia, o início deste processo ocorre logo após o início do movimento da mistura fluido/partícula. A avaliação da evolução da massa de partículas suspensas ao longo do tempo é feita pela soma da concentração em todo o domínio conforme

$$m_p(t) = \int_V c_i dV, \quad (5.4)$$

e o resultado é mostrado na Figura 5.29., de acordo com o número de Reynolds e normalizado pelo valor da massa suspensa inicial  $m_{p0}$ .

O comportamento geral das curvas mostra que o número de Reynolds não tem grande influência sobre o processo de sedimentação, exceto na simulação RE1K2-2 a qual evolui com uma diferença importante em comparação aos seus equivalentes de

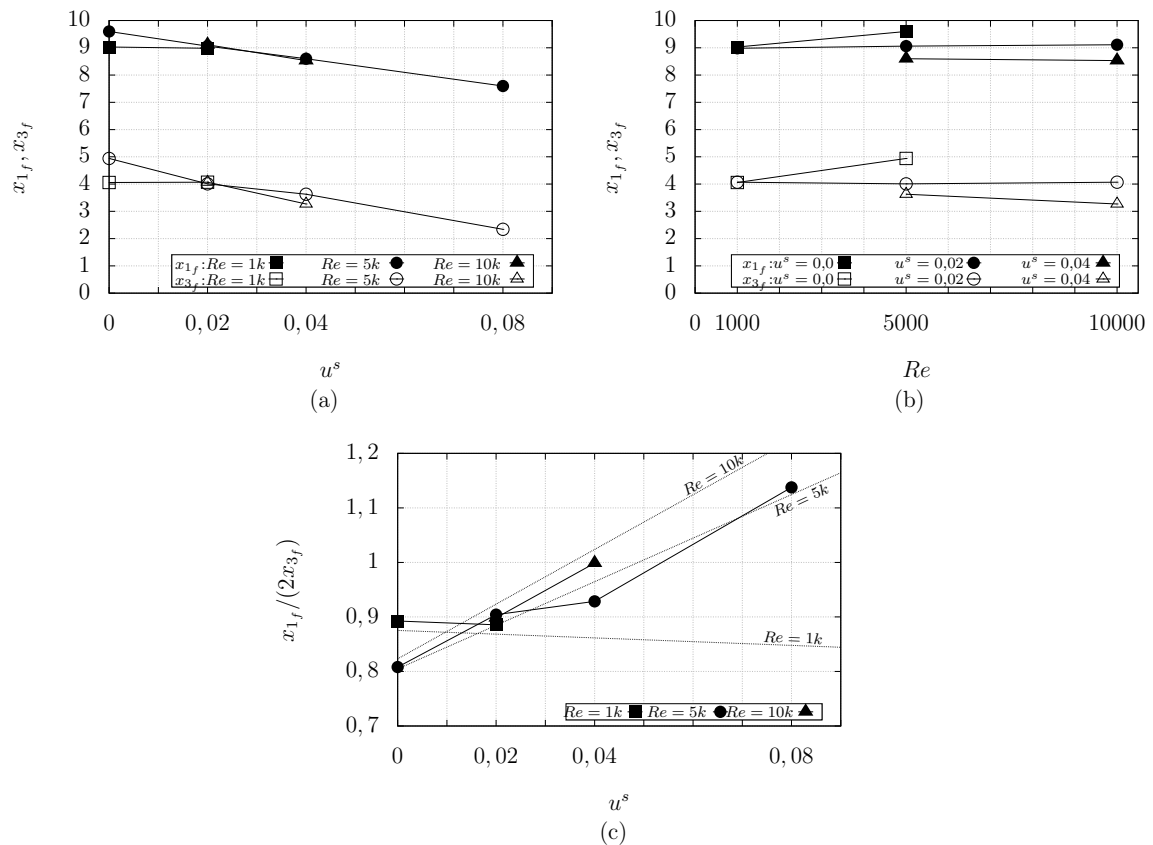


Figura 5.28. (a) valores das velocidades frontais no tempo final em função da velocidade de queda; (b) valores das velocidades frontais no tempo final em função do número de Reynolds; (c) relação de espalhamento no tempo final em função da velocidade de queda; linhas tracejadas representam as tendências de evolução das curvas.

maior  $Re$ , RE5K2-2 e RE10K2-2. Se forem analisados os comportamentos das curvas para as simulações RE1K2-1, RE5K2-1 e RE10K2-1, é razoável afirmar que elas são praticamente iguais durante todo o período de escoamento, chegando, ao final, a um valor de cerca de 20% da massa suspensa inicial. Como era de se esperar, a velocidade de queda torna o processo de sedimentação mais rápido, o que é visto pelas diferenças presentes entre as curvas RE5K4-1 e RE5K8-1. Em RE5K4-1 a massa suspensa atinge 50% em  $t \approx 7$ , chegando em menos de 10% no tempo final. De forma diferente, a curva RE5K8-1 alcança os 50% de massa em  $t \approx 4$ , sendo que o patamar de 10% é atingido antes da metade do tempo total de simulação, em  $t \approx 8$ . A variação da geometria do canal pouco afeta a sedimentação para  $Re = 5000$  e  $Re = 10000$ , porém em  $Re = 1000$  esta tendência não se mantém, pois a simulação RE1K2-2 evolui com valores levemente superiores à RE1K2-1. A curva de massa suspensa apresentada por Espath et al. (2015) mostra que a capacidade de sedimentação em

uma configuração canalizada é reduzida pelo fato de o escoamento estar confinado transversalmente, reduzindo a área de contato da corrente com o solo.

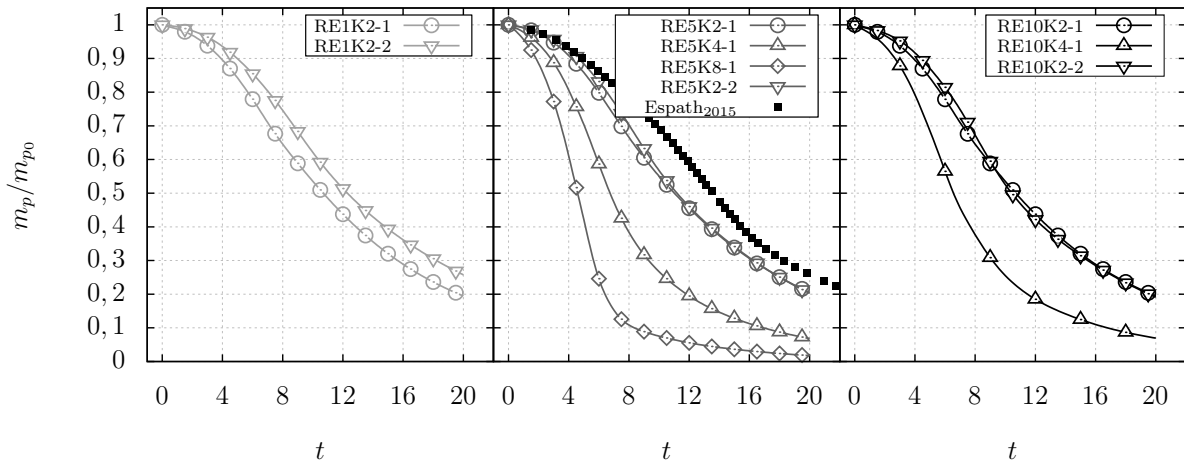


Figura 5.29. Evolução da massa suspensa de partículas ao longo do tempo. Valores normalizados pela massa suspensa no instante inicial  $m_{p0}$ .

O histórico temporal da velocidade de sedimentação das partículas é dado pela taxa de sedimentação  $\dot{m}_s$ , a qual é expressa por

$$\dot{m}_s(t) = \frac{1}{L_{1s} L_{3s}} \int_0^{L_1} \int_{-L_3/2}^{L_3/2} c_w(x_1, x_3, t) u^s dx_3 dx_1. \quad (5.5)$$

A Figura 5.30. mostra as curvas em escala logarítmica de  $\dot{m}_s$ . Logo no início, após  $t \approx 1$ , a sedimentação rapidamente aumenta a uma taxa constante e proporcional a  $t^1$ , até que atinja seu valor máximo, o qual varia com a velocidade de queda. Quanto maior for  $u^s$ , maior é o valor pico e mais antecipadamente ele é atingido. As simulações RE1K2-1, RE5K2-1 e RE10K2-1, que possuem  $u^s = 0,02$  e mesma geometria do canal, alcançam a máxima taxa em  $t \approx 7$ . Neste tempo a massa de partículas suspensas corresponde a cerca de 75% do valor inicial. Já RE5K4-1 ( $u^s = 0,04$ ) e RE5K8-1 ( $u^s = 0,08$ ) atingem o pico em  $t \approx 5,5$  e  $t \approx 5,1$ , respectivamente. Embora os instantes onde RE5K4-1 e RE5K8-1 atinjam os máximos sejam muito próximos, o valor alcançado por RE5K8-1 é cerca de 65% maior do que RE5K4-1.

As simulações referentes ao Caso 2 (canal estreito e profundo) tem o início da fase de crescimento constante atrasado em relação aos seus correspondentes para o Caso 1 (canal mais largo e pouco profundo), sendo que a curva com mais baixo  $Re$

é a que, mais tardiamente, assume a taxa proporcional a  $t^1$ . Este atraso não impede que os máximos valores das simulações com canal mais estreito e profundo sejam muito próximos daqueles calculados para a outra geometria de canal, sendo que a diferença fica em torno de 10% entre Caso 1 e Caso 2. No instante em que RE1K2-2, RE5K2-2 e RE10K2-2 atingem o valor máximo, o total depositado é cerca de 32% da massa suspensa inicial.

Após a taxa de sedimentação alcançar seu pico, as partículas continuam a depositar-se, porém a taxas decrescentes que variam entre  $t^{-5/4}$  para o menor Reynolds e  $t^{-6}$  para o maior Reynolds. A queda na taxa de sedimentação ocorre porque a área de contato da corrente com o fundo é cada vez maior, devido ao seu espalhamento, por outro lado a quantidade de partículas é cada vez menor. A comparação com as taxas de sedimentação reportadas por Espath et al. (2015), em uma configuração de canal, mostra que os valores obtidos nesta tese, para a configuração canal-bacia, são superiores. Isto acontece porque a configuração confinada restringe a área na qual a corrente pode espalhar-se, reduzindo a superfície de troca de partículas com o fundo do domínio. Contrariamente a isto, uma configuração não confinada deixa a corrente livre para espalhar-se por maiores áreas, levando a maiores taxas de sedimentação no fundo.

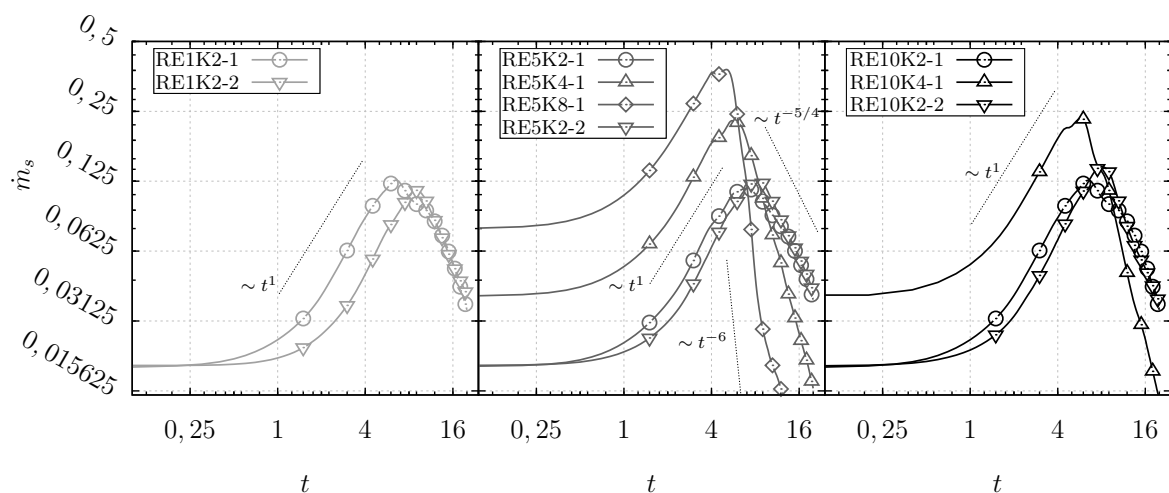


Figura 5.30. Evolução da massa suspensa de partículas ao longo do tempo.

Graças à condição de contorno, a qual permite que as partículas deixem o domínio após tocarem sua fronteira inferior, é possível determinar como seriam os



mapas de depósito devido a acumulação da concentração no fundo do domínio. As Figuras 5.31., 5.32. e 5.33. mostram o depósito final das simulações em termos de espessura adimensional. A Figura 5.31. compara as geometrias dos canais para o mais baixo número de Reynolds (1000), onde o que se vê é uma formação bastante simétrica e com camadas distribuídas suavemente. Em ambos os casos (RE1K2-1 e RE1K2-2) há um acúmulo de depósito na saída do canal junto às arestas arredondadas, porém em RE1K2-1 o acúmulo estende-se pelas paredes laterais internas do canal. Em RE1K2-2, grande quantidade de partículas depositam-se ainda dentro do canal, sendo grande o acúmulo em uma pequena região, fazendo com que seus valores máximos sejam cerca de 78% maiores do que os de RE1K2-1.

Este comportamento de acúmulo dentro do canal também é percebido nas simulações RE5K2-2 e RE10K2-2 das Figuras 5.32. e 5.33.. Quando o canal é mais estreito e profundo, ocorre a elevação da corrente dentro do canal devido à recirculação de fluido naquela região, conforme mostrado na Figura 5.15.. Esta recirculação de certa forma “aprisiona” as partículas, fazendo com que elas, ao levar mais tempo para saírem do canal, se depositem acumuladamente no mesmo local. O efeito de recirculação é o mesmo observado para o canal mais largo e menos profundo (Figura 5.14.), porém neste a recirculação da parte posterior da corrente ocorre fora do canal.

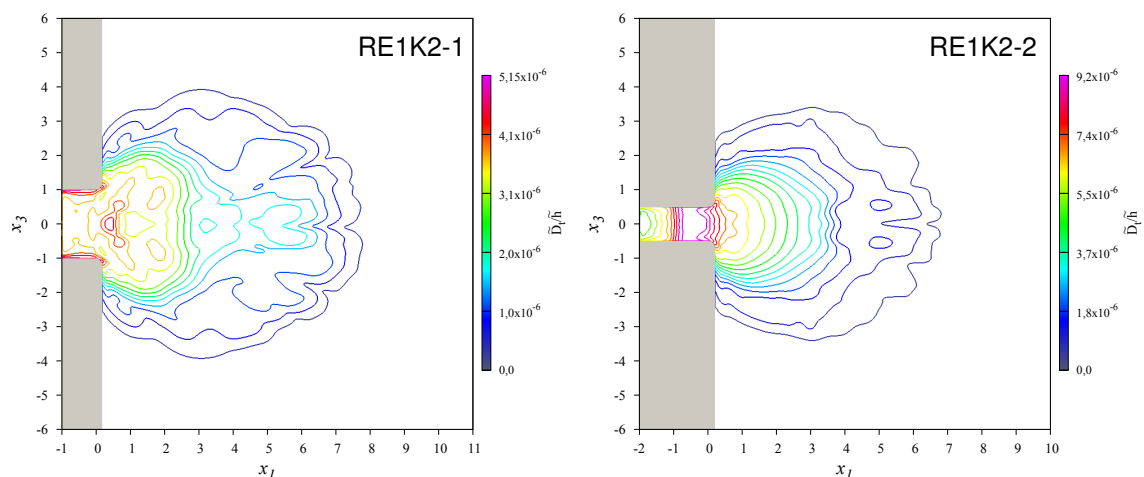


Figura 5.31. Mapa de depósito bidimensional para as simulações com  $Re = 1000$ .

A Figura 5.32. mostra o depósito das simulação para  $Re = 5000$ . O formato final do depósito é fortemente dependente da velocidade de queda (para a mesma geometria de canal), visto que o aumento de  $u^s$  gera uma camada de sedimentos

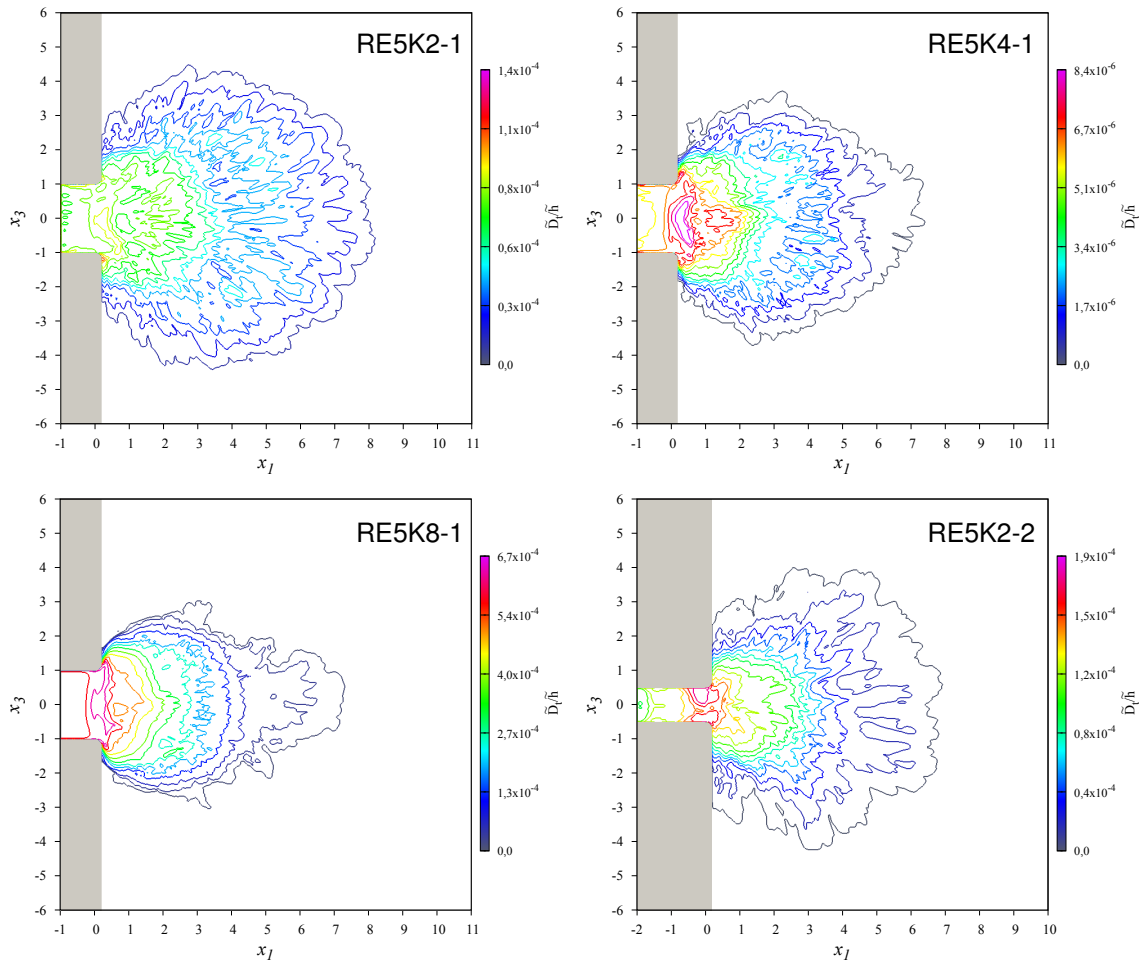


Figura 5.32. Mapa de depósito bidimensional para as simulações com  $Re = 5000$ .

com pouca expansão lateral. Nas simulações RE5K4-1 e RE5K8-1 percebe-se que a maior parte dos sedimentos deposita-se em uma pequena região imediatamente após a saída do canal, pois os valores encontrados nas regiões mais distais são muito menores. Em RE5K2-1 observa-se uma maior distribuição do depósito, destacando-se apenas uma pequena região, junto a uma das arestas arredondadas, onde há a acumulação de partículas.

Os mapas de depósito referentes ao maior número de Reynolds mostram linhas pouco suaves em comparação aos Reynolds mais baixo, reflexo da maior atividade turbulenta no escoamento. O fato mais interessante é que em RE10K2-1 e RE10K4-1 ocorre uma bifurcação do depósito a partir de  $x_1 \approx 6$  e  $x_1 \approx 5$ , respectivamente, ambos localizados em  $x_3 = 0$ . A Figura 5.34. mostra o depósito ao final das simulações RE5K2-1 e RE10K2-1. É adicionada uma amplificação na escala na direção vertical a fim de se evidenciar as feições topográficas. Os locais onde não ocorre depósito formam canais, os quais se formam em maior número para o mais alto Reynolds.

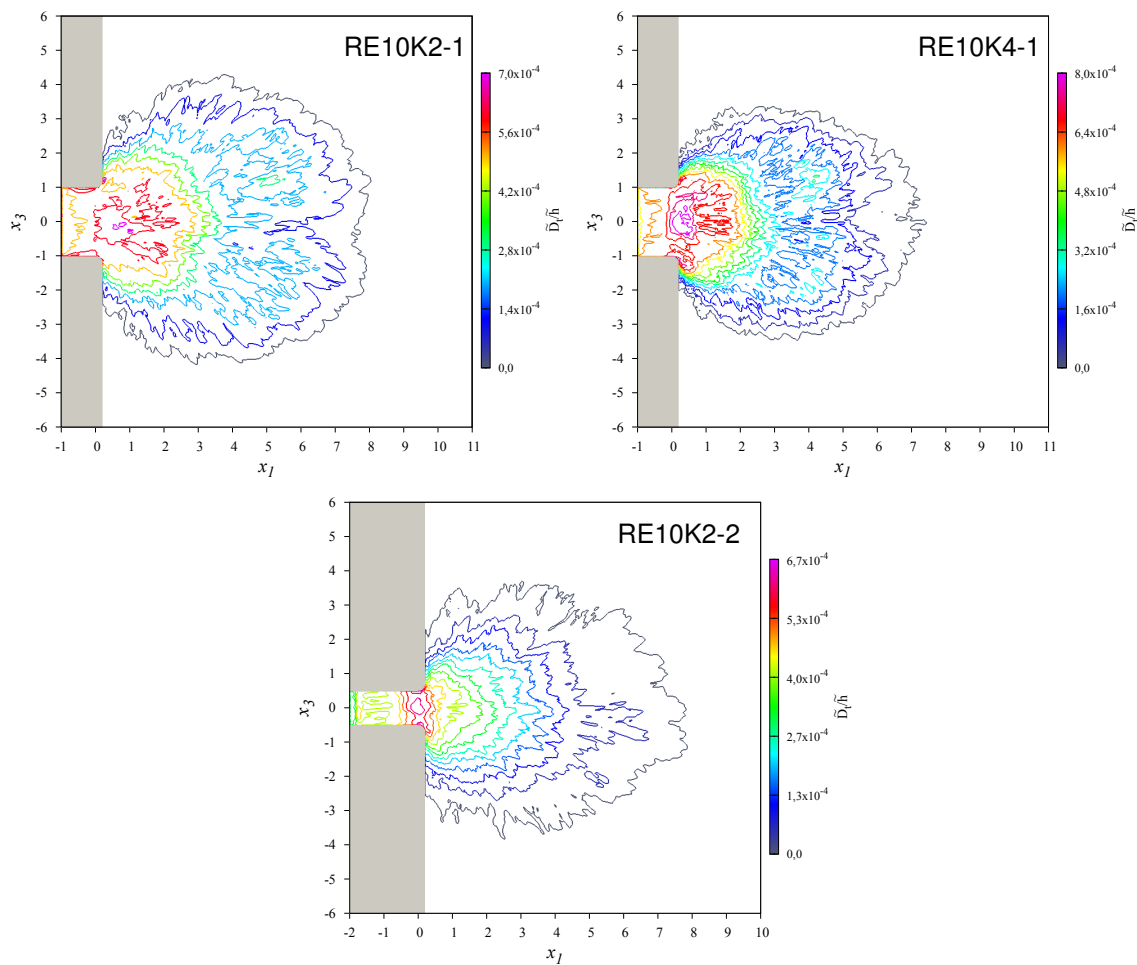


Figura 5.33. Mapa de depósito bidimensional para as simulações com  $Re = 10000$ .

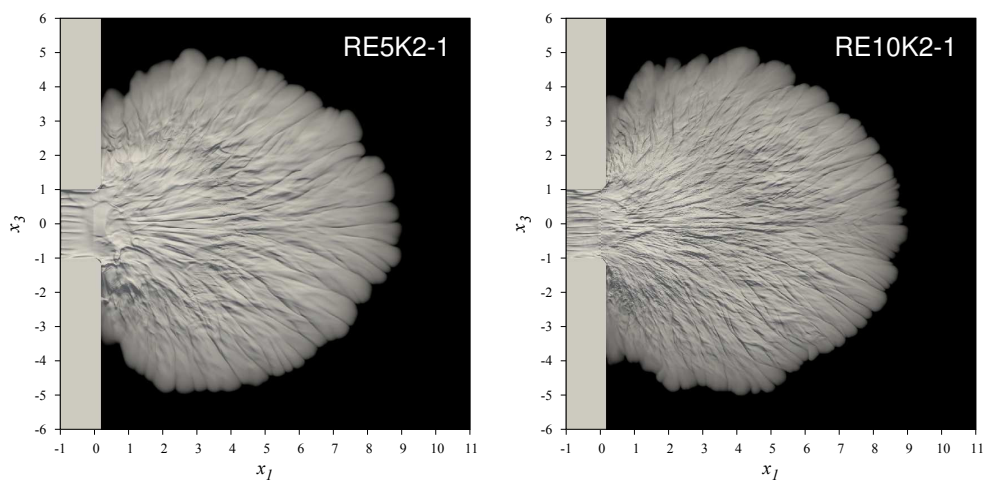


Figura 5.34. Imagem do depósito ao final das simulações RE5K2-1 e RE10K2-1.

#### 5.2.4. Balanço de energias

Os resultados dos balanços de energias apresentados a seguir foram calculados de acordo com a formulação apresentada na seção 4.5. Na Figura 5.35.(a) estão representadas as curvas para as energias potencial ( $E_p$ ) e cinética ( $k$ ) somente para as simulações não conservativas. Toda a energia disponível no sistema, que inicialmente é 100%, está armazenada na forma de energia potencial.

Assim que a corrente inicia seu movimento, a energia potencial sofre uma abrupta queda que estende-se até  $t \approx 3$  e  $t \approx 4$ , dependendo da geometria do canal. A taxa com que a energia potencial decresce é menor para o canal mais profundo e estreito (Caso 2), registrando uma queda de aproximadamente 65% da energia inicial. Já os casos onde o canal é largo e pouco profundo (Caso 1), a queda da energia potencial, em  $t \approx 3$ , chega em valores que variam entre 70% ( $u^s = 0,02$ ) e 80% ( $u^s = 0,08$ ) do valor inicial. Quando o regime de abrupta queda da energia potencial cessa, ela continua a diminuir, porém a uma taxa mais suave que conduz os valores a zero, o que é consequência de não existir nenhuma fonte externa de alimentação uma vez que o volume da corrente é finito. Ao final das simulações, em  $t \approx 20$ , aquelas que possuem a menor velocidade de queda ( $u^s = 0,02$ ) possuem cerca de 5% de  $E_p$  inicial, sendo que este valor se torna menor quanto maior for  $u^s$ , chegando a um patamar de praticamente zero para a simulação de mais alta velocidade de queda (RE5K8-1). A energia potencial não mostra nenhuma alteração importante quando o número de Reynolds é modificado.

Em contraponto ao decréscimo da energia potencial, durante os tempos iniciais ocorre um rápido acréscimo da energia cinética  $k$  até alcançar seu valor máximo, o qual coincide com os instantes onde as correntes cessam a abrupta queda da energia potencial, entre  $t \approx 3$  e  $t \approx 4$ . Este comportamento demonstra o princípio de que correntes de gravidade ocorrem pela conversão de energia potencial em energia cinética. O momento onde as energias potencial e cinética se igualam está associado ao momento onde, em média, 8% da massa inicial já foi depositada. Os picos de energia cinética variam com a velocidade de queda e com a geometria do canal. Assim como o canal mais profundo e mais estreito suaviza o decaimento da energia potencial, ele também suaviza a taxa de aumento da energia cinética, retardando,

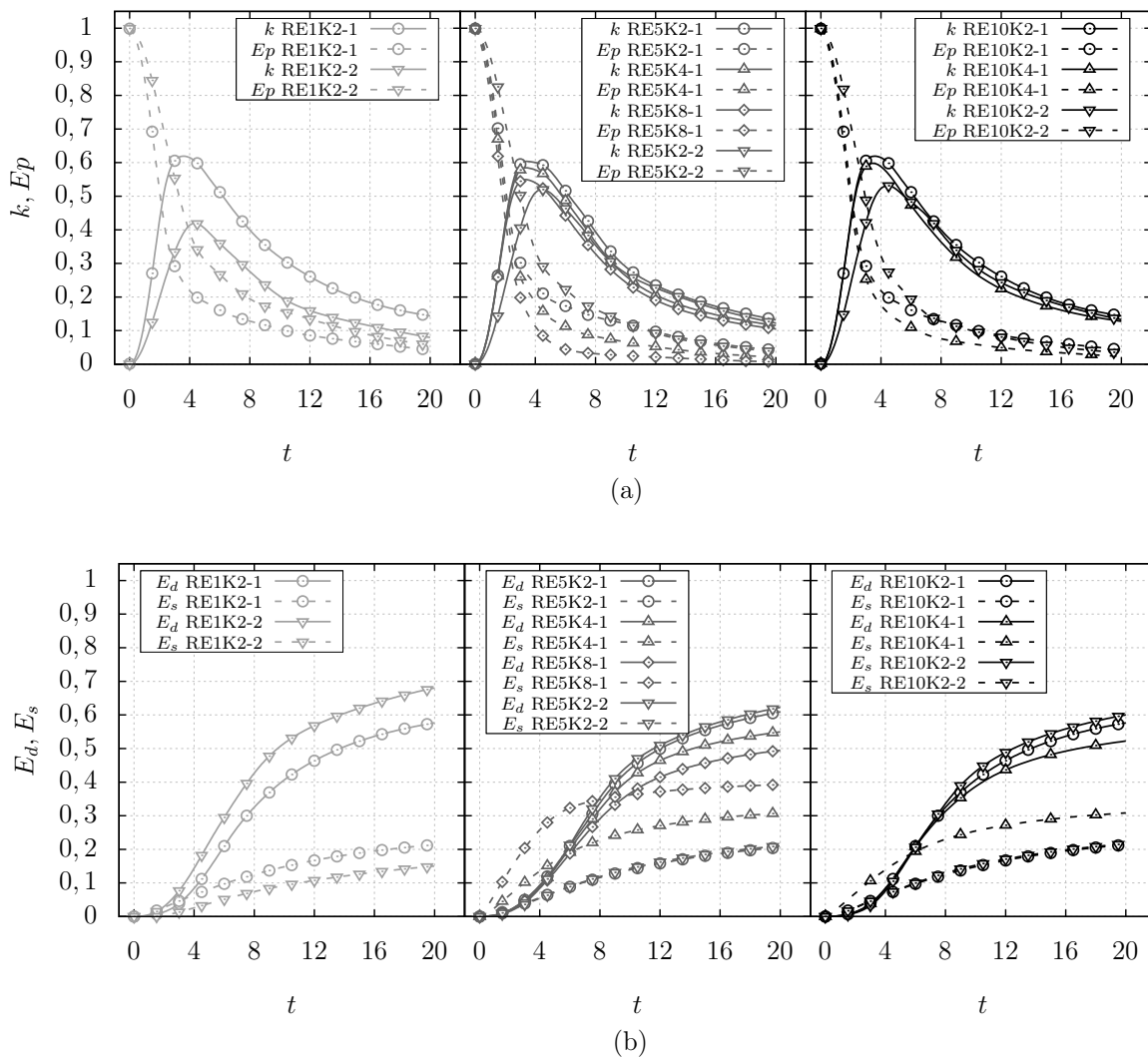


Figura 5.35. (a) evolução temporal das energias potencial ( $Ep$ ) e cinética ( $k$ ). (b) evolução temporal das dissipações macroscópica ( $E_d$ ) e microscópica ( $E_s$ ). À esquerda está  $Re = 1000$ , ao centro  $Re = 5000$  e à direita  $Re = 10000$ . Todos os valores estão normalizados pela energia total inicial.

então, a ocorrência do valor pico. Os máximos alcançados são aproximadamente 40% em RE1K2-2, chegando a 50% em RE5K2-2 e RE10K2-2. O aumento de  $k$  na configuração Caso 2 é mais devagar pelo fato de que a mistura fluido/partícula permanece por mais tempo dentro do canal uma vez que ele é mais profundo na direção  $x_1$ , restringindo a direção de seu movimento convectivo.

Na comparação entre velocidades de queda (mantendo-se a mesma geometria do canal), percebe-se que quanto maior for  $u^s$ , menor será a máxima energia cinética desenvolvida, a qual varia entre 55% (RE5K8-1) e 60% ( $u^s = 0,02$ ). Tal diferença é reflexo das variações na velocidade de perda de material pelo processo de

sedimentação.

Após atingir os máximos valores, a energia cinética, da mesma forma que a potencial, dá início a um comportamento descendente com tendência a zero. Pode ser dito que este declínio ocorre em duas fases distintas, onde a primeira vai do instante em que o valor máximo foi atingido até  $t \approx 10$ , e a segunda, mais suave que a primeira, que vai de  $t \approx 10$  até o final. A primeira fase, onde o decaimento é mais acentuado, está associada ao período de expressivo aumento na dissipação devido ao movimento da corrente ( $E_d$ ) (Figura 5.35.(b)) e à fase de rápido crescimento da taxa de sedimentação (Figura 5.30.). Em  $t \approx 10$  a massa suspensa se reduz a níveis que variam entre 54% para as simulações com  $u^s = 0,02$  Caso 1, e 7,5% para RE5K8-1 (maior  $u^s$ ), impactando negativamente a força motriz do sistema. Os valores finais registrados pela energia cinética são muito próximos tanto para  $Re = 10000$  quanto para  $Re = 5000$ , ficando em um patamar entre 10% e 15% da energia total inicial. Por outro lado, para  $Re = 1000$ , as curvas de energia cinética evoluem um pouco mais distantes uma da outra. Estas tendências mostram a fraca dependência de  $k$  com os parâmetros iniciais nos tempo finais, quando o escoamento possui mais altos números de Reynolds.

Como nem toda a energia potencial disponível no escoamento é convertida em energia cinética, significativas quantidades são transformadas em perdas dissipativas. A Figura 5.35.(b) apresenta as dissipações macroscópica ( $E_d$ ) e microscópica ( $E_s$ ) para as simulações não conservativas. Inicialmente  $E_d$  tem um crescimento a uma taxa mais lenta, que vai até  $t \approx 3$ , devido ao escoamento estar na fase de desenvolvimento da turbulência. Posteriormente, até  $t \approx 10$ , há um aumento na taxa de crescimento da macro dissipação, proporcionando a  $E_d$  um salto de  $\approx 0,5\%$  para valores que variam de  $\approx 40\%$  a  $\approx 50\%$ . De  $t \approx 10$  até o tempo final  $E_d$  ainda apresenta uma tendência crescente, porém a uma taxa menor até que toda a massa suspensa da corrente seja depositada quando  $t \rightarrow \infty$ .

Quando olha-se para o comportamento geral das macro dissipações, as simulações com número de Reynolds igual a 1000 evoluem de forma distinta mesmo possuindo a mesma velocidade de queda. Neste caso, a geometria do canal apresenta importante influência. As simulações para Reynolds igual a 5000 e 10000 praticamente não mostram diferenças entre as curvas onde a velocidade de queda é a mesma

e a geometria do canal é diferente. Mesmo na comparação entre Reynolds, a diferença se mostra pequena, com exceção da simulação RE1K2-2, a qual atinge, ao final,  $E_d \approx 68\%$ , 13% maior do que os cerca de 60% atingidos por RE1K2-1, RE5K2-1, RE5K2-2, RE10K2-1 e RE10K2-2. A sensibilidade da macro dissipação está relacionada com a velocidade de queda, uma vez que quanto maior for  $u^s$ , menor serão os valores assumidos por  $E_d$ .

Ainda mais sensível às mudanças na velocidade de queda são as micro dissipações, pois a comparação para  $Re = 5000$  mostra que a simulação RE5K8-1 atinge 50% de seu valor final em  $t \approx 3$ . Em termos gerais, a micro dissipação evolui mais lentamente e tende a estabilizar seus valores mais rapidamente do que a macro dissipação. Isto acontece pois, após a massa suspensa atingir valores muito baixos, o processo de sedimentação tende a cessar uma vez que a turbulência que ainda resta mantém em suspensão as partículas, ou seja, se não acontecer a sedimentação,  $E_s$  não aumenta. Contrariamente a  $E_d$ ,  $E_s$  cresce mais acentuadamente quanto maior for a velocidade de queda, haja visto que o valor final de RE5K8-1 é aproximadamente 0,4, enquanto que RE5K2-1 assume um valor em torno de 0,2, uma diferença de 100%. As simulações RE1K2-1, RE5K2-1, RE5K2-2, RE10K2-1 e RE10K2-2 ( $u^s = 0,02$ ) evoluem em um comportamento quase idêntico, culminando em uma dissipação final de cerca de 20% da energia inicial. Com um valor final de  $E_s$  um pouco maior, RE5K4-1 e RE10K4-1 ( $u^s = 0,04$ ) marcam 40%. A única curva que difere destas tendências é RE1K2-2 que acaba atingindo apenas 15%.

Ao final das simulações, a soma dos termos dissipativos indica quanto da energia total inicial do sistema foi “perdida”. A Tabela 5.3. mostra estes valores para todas as simulações feitas neste trabalho, incluindo os casos conservativos ( $u^s = 0,0$ ). Como a micro dissipação ( $E_s$ ) é um efeito da sedimentação das partículas, no caso conservativo este termo é zero uma vez que a velocidade de queda é nula. As correntes conservativas são aquelas que apresentam o maior acúmulo na macro dissipação ( $E_d$ ), mas no cálculo da dissipação total atingem os menores valores, ficando entre 70% e 74%. Nas demais simulações, onde a velocidade de queda não é nula, os valores anotados confirmam a tendência de que quanto maior a partícula, menor é a macro e maior é a micro dissipação. Esta tendência de aumento de  $E_s$  com o aumento  $u^s$  também é reportada por Necker et al. (2005), porém seus valores são maiores para

Tabela 5.3. Valores finais da macro ( $E_{df}$ ) e micro dissipação ( $E_{sf}$ ) de todas as simulações.

	$E_{df}$	$E_{sf}$	Dissipação final total
RE1K0-1	74,22%	0,0%	74,22%
RE1K2-1	57,65%	21,36%	79,01%
RE1K2-2	68,03%	15,02%	83,05%
RE5K0-1	70,50%	0,0%	70,50%
RE5K2-1	60,95%	20,60%	81,55%
RE5K4-1	54,96%	30,79%	85,74%
RE5K8-1	49,48%	39,25%	88,73%
RE5K2-2	62,26%	21,03%	83,28%
RE10K2-1	57,65%	21,36%	79,01%
RE10K4-1	52,23%	30,84%	83,07%
RE10K2-2	60,03%	21,66%	81,69%

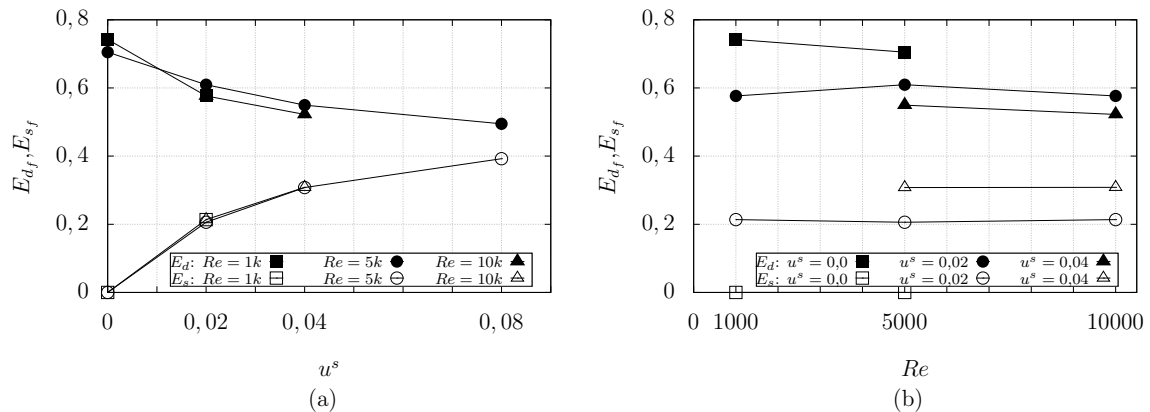


Figura 5.36. Valores das dissipações no tempo final: (a) em função da velocidade de queda da partícula; (b) em função do número de Reynolds.

a mesma velocidade de queda uma vez que suas simulações são bidimensionais e  $t \rightarrow \infty$ . Como a dissipação final total aumenta conforme a velocidade de queda aumenta, a partir da Figura 5.36.(a), conclui-se que um aumento no tamanho da partícula tem reflexo 40% maior no crescimento de  $E_s$  em comparação com a queda de  $E_d$ . A Figura 5.36.(b) mostra a fraca dependência dos valores finais das dissipações com o número de Reynolds, pois o comportamento das curvas quase não apresenta variações.



## 6. CONCLUSÃO

Utilizando a metodologia de Simulação Numérica Direta, este trabalho estudou uma classe de escoamentos denominada correntes de gravidade. Através de uma configuração tridimensional não confinada e não axissimétrica, inédita na literatura, foram investigadas as principais características no que diz respeito à morfologia da corrente e às suas grandezas globais, variáveis no tempo e no espaço. Ao longo deste trabalho de pesquisa as respostas para as perguntas propostas no Capítulo 2 foram respondidas:

- **“O modelo matemático utilizado pelo código `Incompact3d` é capaz de resolver satisfatoriamente a dinâmica de um escoamento não confinado, conservando a energia do sistema?”**

Os resultados obtidos através do código `Incompact3d` mostraram grande capacidade de reprodução da dinâmica contida em um escoamento não confinado, mesmo diante das hipóteses e simplificações limitantes impostas ao modelo matemático. A ordem de precisão dos esquemas numéricos também mostrou-se eficiente no cálculo dos campos de velocidades e concentrações.

Para que fosse possível fazer a afirmação anterior, um teste de validação foi realizado com o objetivo de reproduzir os resultados de um trabalho numérico já consolidado na literatura, o qual, por sua vez, reproduz resultados de experimentos físicos. Em uma configuração não confinada e axissimétrica, apenas uma simulação foi realizada para  $Re = 3500$  e  $u^s = 0,0184$ . Fazendo uso de isossuperfícies de concentração, viu-se que o escoamento transiciona à turbulência logo nos instantes iniciais devido à perturbação inicialmente adicionada ao campo de velocidades. A evolução da corrente e o aumento da turbulência foram responsáveis pela formação dos vórtices de Kelvin-Helmholtz na interface com o fluido ambiente. Foram observadas

diversas formações destes vórtices, os quais estendem-se ao longo de todo o perímetro da corrente. Comprovou-se que a velocidade de propagação destes vórtices é diferente, pois em determinados momentos há o encontro entre dois deles, os quais se fundem, formando por sua vez um novo vórtice. Em virtude da turbulência e das tensões geradas na porção frontal da corrente, observou-se a formação das estruturas de lobos e fendas. Durante determinado período, o número de lobos se mantém constante sendo que seu tamanho médio, em  $t = 5,6$ , foi calculado como sendo, aproximadamente, igual a um décimo da altura do domínio de cálculos ( $L_2/10$ ), justamente a relação reportada pela referência (ZGHEIB et al., 2015c).

A reprodução do resultado da variação da posição da frente da corrente ao longo do tempo se mostrou bastante consistente com as referências experimental e numérica. Inicialmente todas as curvas evoluem de maneira bastante similar até  $t \approx 16$ . A partir de  $t \approx 16$  há uma diminuição maior da taxa de avanço das simulações numéricas em relação ao experimento físico, traduzindo-se em uma diferença, ao final, de aproximadamente 4,5%.

A avaliação da massa de partículas em suspensão mostrou grande semelhança na comparação com o resultado da referência. Também comparou-se a taxa de sedimentação, mostrando que os valores encontrados neste trabalho estão ligeiramente abaixo daqueles encontrados pela referência. Esta diferença, mesmo sendo mínima, é mais acentuada para os valores máximos. Tal diferença reside no fato de que a simulação feita para este trabalho representa apenas um quadrante do domínio total utilizado pela referência.

O balanço de energias obtido mostrou excelente comparação entre os termos de energia potencial e energia cinética, sendo possível reproduzir fielmente tais termos da referência. As diferenças encontradas nos termos de dissipação não são maiores do que 5%. Estas diferenças podem ser resultado de arredondamentos do número de Reynolds e da velocidade de queda durante o ajuste de valores entre esta tese e o trabalho de referência.

- ***“É possível observar as estruturas turbulentas, e de que forma elas impactam o escoamento?”***

Através da análise dos campos de concentrações e de velocidades foi possível

visualizar a turbulência contida no escoamento. Fazendo uso de técnicas de visualização da turbulência, tais como o critério- $Q$  e algumas ferramentas gráficas, foi possível detalhar aspectos bastante particulares do exterior e do interior da corrente.

Em todas as simulações constatou-se, mediante a análise da vorticidade, a existência de três regiões distintas no que diz respeito a intensidade da turbulência: I) grande atividade turbulenta junto a saída do canal; II) pouca atividade turbulenta na região central do corpo da corrente; III) grande atividade turbulenta na porção externa do corpo da corrente.

Fazendo uso do critério- $Q$ , observou-se as estruturas coerentes dentro da corrente e próximas ao solo. Foi possível identificar que os lobos são formados pela união de dois vórtices longitudinais, os quais formam um tubo no formato de  $U$ . Também identificou-se o desenvolvimento de vórtices do tipo grampo ou vórtices *hairpin*, característicos de camadas limite turbulentas.

Uma análise das velocidades dentro dos lobos possibilitou calcular a vorticidade neste local específico da corrente. A partir de uma vista frontal dos lobos, constatou-se que o par de vórtices que os formam tem sentido de rotação contrários um ao outro, de modo que, ao lado direito, o movimento é no sentido anti-horário e, ao lado esquerdo, no sentido horário. Esta combinação de movimentos empurra o fluido para baixo na região do centro do lobo. Ao induzir no lobo vizinho um movimento vortical contrário, na região das fendas acontece a elevação do fluido.

- ***“De que forma os aspectos qualitativos e quantitativos de uma corrente de gravidade são afetados pelas variações do número de Reynolds, do tamanho das partículas em suspensão no escoamento e da geometria do canal de alimentação?”***

A visualização das correntes através de isossuperfícies de concentração, tomadas sempre pra  $c = 0,05$ , foi capaz de detectar muitos aspectos da tridimensionalidade causada pela turbulência. Constatou-se que o número de Reynolds tem grande influência no desenvolvimento da turbulência, pois quanto maior for o  $Re$ , mais cedo as estruturas tridimensionais se formam. As simulações com  $Re = 1000$  apresentaram um espalhamento quase simétrico, principalmente nos tempos iniciais. Para os demais números de Reynolds (5000 e 10000), o espalhamento ocorreu de forma assimétrica

devido às diferenças de velocidade desenvolvidas dentro da corrente por causa da maior turbulência. Uma das estruturas mais interessantes são os lobos, os quais aparecem na parte frontal da corrente, junto à fronteira inferior. O tamanho dos lobos se mostrou sensível ao número de Reynolds, pois quanto maior o  $Re$ , menor é o tamanho dos lobos. A mudança na geometria do canal alterou a forma como a corrente se espalha dentro do domínio, porém tal alteração não apresentou um padrão definido, sendo que, para cada Reynolds, foi diferente. A comparação entre velocidades de queda, mantendo-se constante o número de Reynolds, mostrou que, ao se modificar o valor de  $u^s$ , a formação das estruturas turbulentas não é dependente deste parâmetro, porém, ao longo do desenvolvimento da corrente  $u^s$  se torna importante. Observou-se que quanto maior for a velocidade de queda, mais rápido a turbulência é dissipada justamente pelo aumento da sedimentação.

A observação  $x_{1_f}$  mostrou que todas as curvas tem o mesmo deslocamento até  $t \approx 4$ , independentemente do número de Reynolds, velocidade de queda ou das dimensões do canal. Após  $t \approx 4$ , a dependência dos parâmetros iniciais se mostra importante, uma vez que todas as curvas começaram a se desviar do comportamento inicial. Esta tendência também é percebida no deslocamento lateral das correntes ( $x_{3_f}$ ), porém sua duração é mais curta, indo até  $t \approx 2$ .

A variação na geometria do canal mostrou que, quando ele é mais estreito e profundo, o avanço na direção  $x_1$  é menor na comparação com o canal mais largo e pouco profundo, sendo a exceção a simulação com  $Re = 10000$ , onde as curvas deslocam-se muito próximas uma da outra. No deslocamento lateral o comportamento é o oposto, pois é justamente quando o canal é mais estreito e profundo que ocorrem os maiores avanços na direção  $x_3$ , sendo a exceção a curva RE1K2-2, referente ao menor Reynolds. Em geral o número de Reynolds não afeta significativamente o deslocamento das correntes, sendo a velocidade de queda o parâmetro ao qual o escoamento é mais sensível. Quanto maior é a velocidade de queda, menor é o avanço transversal e também longitudinal. A comparação dos resultados de  $x_{1_f}$  com a literatura (ESPATH et al., 2015), mostrou que uma corrente sujeita ao confinamento de um canal é capaz de deslocar-se por maiores distâncias. A relação entre o avanço longitudinal e o espalhamento lateral mostrou que as correntes com as menores velocidades de queda (0,0 e 0,02) tendem a espalhar-se com um formato mais arredondado, e que

as maiores velocidades de queda (0,04 e 0,08) levam à correntes mais estreitas e alongadas.

Pela observação da velocidade de deslocamento da frente da corrente, constatou-se que todas as simulações passam por regimes de variação de velocidade específicos. Primeiramente há uma fase de grande aceleração, com duração breve e quase constante, sendo proporcional a  $t^{\frac{4}{5}}$ . Esta fase termina quando as correntes atingem sua máxima velocidade, a qual varia com  $u^s$  e com a geometria do canal, sendo que a sensibilidade a estes parâmetros é gradualmente diminuída com o aumento do número de Reynolds. A segunda fase é onde a velocidade é quase constante, com aceleração nula. Quanto menor for  $u^s$ , mais prolongada é esta fase. Em  $Re = 10000$  esta fase quase não aparece, entrando diretamente na terceira fase. Tal fase, chamada inercial, marca o início da desaceleração das correntes a uma taxa proporcional a  $t^{-\frac{1}{8}}$ . A última fase é a fase viscosa, onde as desacelerações são mais acentuadas e proporcionais a  $t^{-\frac{7}{5}}$ . O início da fase viscosa é antecipado quanto maior for o valor de  $u^s$ .

O processo de sedimentação se mostrou pouco dependente do número de Reynolds, exceto na comparação com o mais baixo  $Re$ . O aumento de  $u^s$  torna o processo de sedimentação mais rápido, uma vez que o aumento deste parâmetro eleva o valor pico da taxa de sedimentação e antecipa a sua ocorrência. O crescimento inicial da taxa de sedimentação é proporcional a  $t^1$ . Após o pico, a taxa de sedimentação se torna acentuadamente decrescente, sendo que sua proporcionalidade varia de  $t^{-\frac{5}{4}}$ , para  $u^s = 0,02$ , a  $t^{-6}$  para  $u^s = 0,08$ . Os valores finais de massa suspensa comprovam que grandes  $u^s$  aumentam a velocidade de sedimentação, haja visto que a massa suspensa final das simulações com  $u^s = 0,02$  e  $u^s = 0,08$  ficam em torno de 20% e 0,5%, respectivamente.

O balanço de energias mostrou que, durante os primeiros 3 a 4 tempos adimensionais iniciais, a energia potencial da corrente cai para valores de 20 a 35% de seu valor inicial. Esta queda foi menos acentuada nos casos onde o canal é mais estreito e profundo. A energia potencial continua a cair a uma taxa mais suave, a qual é maior quanto maior for a velocidade de queda. A queda da energia potencial se reflete no rápido crescimento da energia cinética, até que atinja seu valor máximo. As energias potencial e cinética se igualam no instante onde, em média, 8% da massa já foi depositada. O valor máximo da energia cinética é alcançado mais tardiamente quando o

canal é mais estreito e profundo. Ao se aumentar a velocidade de queda, menor será o valor máximo da energia cinética. A fase de decréscimo da energia cinética está associada ao aumento das dissipações e ao grande aumento na taxa de sedimentação. A energia cinética mostrou fraca dependência com os parâmetros iniciais nos tempo finais para  $Re = 5000$  e  $Re = 10000$ . Na macro dissipação, a geometria do canal se mostrou importante somente nas simulações com  $Re = 1000$ . A sensibilidade da macro dissipação está relacionada com a velocidade de queda, pois o aumento de  $u^s$  se reflete em menores valores  $E_d$ . De forma contrária, a micro dissipação cresce mais acentuadamente quanto maior for a velocidade de queda, haja visto que o valor final, referente a  $u^s = 0,08$ , é 100% maior do que o valor atingido pelas simulações com  $u^s = 0,02$ .

## 7. PROPOSTA PARA TRABALHOS FUTUROS

A partir dos resultados e conclusões até aqui relatados, sugere-se que o prosseguimento desta pesquisa aborde os seguintes tópicos:

- **Investigação mais detalhada das estruturas coerentes presentes no interior da corrente e em sua cabeça.**

Os vórtices *hairpin* são estruturas importantes da região da camada limite, porém ainda não tinham sido identificadas em correntes de gravidade sem alimentação contínua. Sugere-se buscar e/ou desenvolver ferramentas para identificá-los e caracterizá-los. Também é importante buscar alternativas para a caracterização dos lobos em função de seu tamanho médio.

- **Realizar simulações para uma distribuição granulométrica poli-dispersa.**

Como em escoamentos naturais não há uma distribuição granulométrica uniforme, é importante buscar aumentar o número de frações de partículas nesta configuração, onde haja, no mínimo uma partícula mais “grossa” e outra mais “fina”. O trabalho de Francisco et al. (2017) realizou simulações bi-dispersas em uma configuração de canal variando-se as proporções iniciais de cada partícula.

- **Incorporar a deformação do fundo do domínio.**

Ao serem depositadas, as partículas formam uma camada que pode representar uma mudança na topografia no fundo do domínio. Esta topografia poderá se comportar como um “obstáculo” à propagação da corrente, alterando significativamente sua dinâmica. A utilização do Método das Fronteiras Imersas é uma boa alternativa para implementar esta deformação.

- **Investigar o potencial erosivo das correntes.**

É necessário analisar mas detalhadamente se as tensões geradas entre a corrente e o fundo do domínio seriam capazes de provocar a erosão e ressuspensão das partículas já depositadas.



## Referências

- ALEXANDER, J.; MULDER, T. Experimental quasi-steady density currents. **Marine Geology**, v. 186, n. 3-4, p. 195–210, 2002.
- BENJAMIN, T. B. Gravity currents and related phenomena. **J. Fluid Mech.**, v. 31, n. 02, p. 209–248, 1968.
- BIRMAN, V. K.; MARTIN, J. E.; MEIBURG, E. The non-boussinesq lock-exchange problem. part 2. high-resolution simulations. **J. Fluid Mech.**, v. 537, p. 125–144, 2005.
- BLENINGER, T.; JIRKA, G. H. Mixing zone regulation for effluent discharges into EU waters. **Proceedings of the Institution of Civil Engineers - Water Management**, v. 164, n. 8, p. 387–396, 2011.
- BONNECAZE, R. T.; HALLWORTH, M. A.; HUPPERT, H. E.; LISTER, J. R. Axisymmetric particle-driven gravity currents. **J. Fluid Mech.**, v. 294, p. 93–121, 1995.
- BONNECAZE, R. T.; HUPPERT, H. E.; LISTER, J. R. Particle-driven gravity currents. **J. Fluid Mech.**, v. 250, p. 336–369, 1993.
- BONOMETTI, T.; BALACHANDAR, S. Effect of schmidt number on the structure and propagation of density currents. **Theoretical and Computational Fluid Dynamics**, v. 22, n. 5, p. 341–361, 2008.
- BORDEN, Z.; MEIBURG, E. Circulation based models for boussinesq gravity currents. **Physics of Fluids**, v. 25, n. 10, p. 101301, 2013.
- BRITTER, R. E.; SIMPSON, J. E. Experiments on the dynamics of a gravity current head. **J. Fluid Mech.**, v. 88, n. 02, p. 223–240, 1978.
- BUARQUE, D. C. **Simulação numérica direta de um escoamento turbulento em um canal com fundo ondulado**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul - Instituto de Pesquisas Hidráulicas, jan. 2007.
- CANTERO, M. I.; BALACHANDAR, S.; GARCIA, M. H. High-resolution simulations of cylindrical density currents. **J. Fluid Mech.**, v. 590, p. 437–469, 2007a.
- CANTERO, M. I.; GARCIA, M. H.; BALACHANDAR, S. Effect of particle inertia on the dynamics of depositional particulate density currents. **Computers & Geosciences**, v. 34, n. 10, p. 1307–1318, 2008.
- CANTERO, M. I.; LEE, J. R.; BALACHANDAR, S.; GARCIA, M. H. On the front velocity of gravity currents. **J. Fluid Mech.**, v. 586, p. 1–39, 2007.
- CASTRUCCIO, A.; RUST, A.; SPARKS, R. Rheology and flow of crystal-bearing lavas: Insights from analogue gravity currents. **Earth and Planetary Science Letters**, v. 297, n. 3-4, p. 471–480, 2010.

- CHOWDHURY, M. R.; TESTIK, F. Y. A review of gravity currents formed by submerged single-port discharges in inland and coastal waters. **Environmental Fluid Mechanics**, v. 14, n. 2, p. 265–293, 2014.
- DADE, W. B.; HUPPERT, H. E. Predicting the geometry of channelized deep-sea turbidities. **Geology**, v. 22, p. 645–648, 1994.
- DAN, G.; SULTAN, N.; SAVOYE, B. The 1979 nice harbour catastrophe revisited: Trigger mechanism inferred from geotechnical measurements and numerical modelling. **Marine Geology**, v. 245, n. 1-4, p. 40–64, 2007.
- Del REY, A. C. **Simulação física de processos gravitacionais subaquosos: uma aproximação para o entendimento da sedimentação marinha profunda**. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul - Instituto de Pesquisas Hidráulicas, 2006.
- DENGLER, A. T.; WILDE, P.; NODA, E. K.; NORMARK, W. R. Turbidity currents generated by hurricane iwa. **Geo-Marine Letters**, v. 4, n. 1, p. 5–11, 1984.
- DUBIEF, Y.; DELCAYRE, F. On coherent-vortex identification in turbulence. **Journal of Turbulence**, v. 1, p. N11, 2000.
- ESPATH, L. F. R.; PINTO, L. C.; LAIZET, S.; SILVESTRINI, J. H. Two- and three-dimensional direct numerical simulation of particle-laden gravity currents. **Computers & Geosciences**, v. 63, p. 9–16, 2014.
- ESPATH, L. F. R.; PINTO, L. C.; LAIZET, S.; SILVESTRINI, J. H. High-fidelity simulations of the lobe-and-cleft structures and the deposition map in particle-driven gravity currents. **Physics of Fluids**, v. 27, n. 5, p. 056604, 2015.
- FRANCISCO, E. P. **Modelagem matemática e simulação numérica direta de correntes de gravidade poli-dispersas**. Dissertação (Mestrado) — Pucrs, Porto Alegre, abr. 2014.
- FRANCISCO, E. P.; ESPATH, L. F. R.; SILVESTRINI, J. H. Direct numerical simulation of bi-disperse particle-laden gravity currents in the channel configuration. **Applied Mathematical Modelling**, v. 49, p. 739–752, 2017.
- GLADSTONE, C.; PHILLIPS, J. C.; SPARKS, R. S. J. Experiments on bidisperse, constant-volume gravity currents: propagation and sediment deposition. **Sedimentology**, v. 45, n. 5, p. 833–843, 1998.
- GRONSKIS, A.; ARTANA, G. A simple and efficient direct forcing immersed boundary method combined with a high order compact scheme for simulating flows with moving rigid boundaries. **Computers & Fluids**, v. 124, p. 86–104, 2016.
- HALLERMEIER, R. J. Terminal settling velocity of commonly occurring sand grains. **Sedimentology**, v. 28, n. 6, p. 859–865, 1981.
- HARRIS, T. C.; HOGG, A. J.; HUPPERT, H. E. Polydisperse particle-driven gravity currents. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 472, p. 333–371, 2002.
- HEEZEN, B. C.; EWING, W. M. Turbidity currents and submarine slumps, and the 1929 grand banks earthquake. **American Journal of Science**, v. 250, n. 12, p. 849–873, 1952.

- HOGG, A. J.; UNGARISH, M.; HUPPERT, H. E. Particle-driven gravity currents: asymptotic and box model solutions. **European Journal of Mechanics-B/Fluids**, v. 19, n. 1, p. 139–165, 2000.
- HUPPERT, H. E. Quantitative modelling of granular suspension flows. **Phil. Trans. R. Soc. Lond. A**, v. 356, n. 1747, p. 2471–2496, 1998.
- HUPPERT, H. E. Gravity currents: a personal perspective. **J. Fluid Mech.**, v. 554, n. -1, p. 299–322, apr 2006.
- HUPPERT, H. E.; SIMPSON, J. E. The slumping of gravity currents. **J. Fluid Mech.**, v. 99, n. 04, p. 785–799, 1980.
- HÄRTEL, C.; CARLSSON, F.; THUNBLON, M. Analysis and direct numerical simulation of the flow at a gravity-current head. part 2. the lobe-and-cleft instability. **J. Fluid Mech.**, v. 418, p. 213–229, 2000b.
- HÄRTEL, C.; MEIBURG, E.; NECKER, F. Analysis and direct numerical simulation of the flow at a gravity-current head. part 1. flow topology and front speed for slip and no-slip boundaries. **J. Fluid Mech.**, v. 418, p. 189–212, 2000a.
- JULIEN, P. Y. **Erosion and sedimentation**. 2. ed. [S.I.]: Cambridge University Press (CUP), 2010.
- KNELLER, B.; BUCKEE, C. The structure and fluid mechanics of turbidity currents: a review of some recent studies and their geological implications. **Sedimentology**, v. 47, p. 62–94, 2000.
- KRAVCHENKO, A. G.; MOIN, P. On the effect of numerical errors in large eddy simulations of turbulent flows. **Journal of Computational Physics**, v. 131, p. 310–322, 1997.
- KÁRMÁN, T. von. The engineer grapples with nonlinear problems. **Bulletin of the American Mathematical Society**, v. 46, n. 8, p. 615–683, 1940.
- LAIZET, S.; LAMBALLAIS, E. High-order compact schemes for incompressible flows: A simple and efficient method with quasi-spectral accuracy. **Journal of Computational Physics**, v. 228, n. 16, p. 5989–6015, 2009.
- LAIZET, S.; LAMBALLAIS, E.; VASSILICOS, J. A numerical strategy to combine high-order schemes, complex geometry and parallel computing for high resolution DNS of fractal generated turbulence. **Computers & Fluids**, v. 39, n. 3, p. 471–484, 2010.
- LAIZET, S.; LI, N. Incompact3d: A powerful tool to tackle turbulence problems with up to  $O(10^5)$  computational cores. **International Journal for Numerical Methods in Fluids**, v. 67, n. 11, p. 1735–1757, 2010.
- LELE, S. K. Compact finite difference schemes with spectral-like resolution. **Journal of Computational Physics**, v. 103, n. 1, p. 16–42, 1992.
- LOWE, D. R. Sediment gravity flows: their classification and some problems of application to natural flows and deposits. **SEPM Special Publication**, n. 27, p. 75–82, 1979.
- MANICA, R. **Geração de correntes de turbidez de alta densidade: condicionantes hidráulicos e deposicionais**. Tese (phdthesis) — Instituto de Pesquisas Hidráulicas—UFRGS, Porto Alegre, abr. 2009.

MARTINEZ, D. M. V. **Transição à turbulência na camada de mistura estavelmente estratificada utilizando simulação numérica direta e simulação de grandes escalas**. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul - Instituto de Pesquisas Hidráulicas, jan. 2006.

MEIBURG, E.; KNELLER, B. Turbidity currents and their deposits. **Annual Review of Fluid Mechanics**, v. 42, n. 1, p. 135–156, 2010.

MEIBURG, E.; RADHAKRISHNAN, S.; NASR-AZADANI, M. Modeling gravity and turbidity currents: Computational approaches and challenges. **Applied Mechanics Reviews**, v. 67, n. 4, p. 040802, 2015.

MIDDLETON, G. V. Sediment deposition from turbidity currents. **Annual Review of Earth and Planetary Sciences**, v. 21, n. 1, p. 89–114, 1993.

MOIN, P. **Fundamentals of Engineering Numerical Analysis**. 2. ed. New York: Cambridge University Press, 2010.

MULDER, T.; ALEXANDER, J. The physical character of subaqueous sedimentary density flows and their deposits. **Sedimentology**, v. 48, n. 2, p. 269–299, 2001.

NECKER, F.; HÄRTEL, C.; KLEISER, L.; MEIBURG, E. High-resolution simulations of particle-driven gravity currents. **International Journal of Multiphase Flow**, v. 28, n. 2, p. 279–300, 2002.

NECKER, F.; HÄRTEL, C.; KLEISER, L.; MEIBURG, E. Mixing and dissipation in particle-driven gravity currents. **J. Fluid Mech.**, v. 545, p. 339–372, 2005.

PANTON, R. L. Overview of the self-sustaining mechanisms of wall turbulence. **Progress in Aerospace Sciences**, v. 37, n. 4, p. 341–383, 2001.

PARNAUDEAU, P.; CARLIER, J.; HEITZ, D.; LAMBALLAIS, E. Experimental and numerical studies of the flow over a circular cylinder at reynolds number 3900. **Physics of Fluids**, v. 20, n. 8, p. 085101, 2008.

PARSONS, J. D.; GARCÍA, M. H. Similarity of gravity current fronts. **Physics of Fluids**, v. 10, n. 12, p. 3209–3213, 1998.

PINTO, L. C. **Análise por simulação numérica direta do escoamento ao redor de um cilindro submetido a vibração induzida por vórtices**. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul - Instituto de Pesquisas Hidráulicas, dez. 2012.

ROOIJ, F. D.; DALZIEL, S. B. Time- and space-resolved measurements of deposition under turbidity currents. In: **Particulate Gravity Currents**. [S.l.]: Wiley-Blackwell, 2009. p. 207–215.

SAHAL, A.; LEMAHIEU, A. The 1979 nice airport tsunami: mapping of the flood in antibes. **Natural Hazards**, v. 56, n. 3, p. 833–840, 2010.

SCHMIDT, W. Zur mechanik der boen. **Z. Meteorol.**, v. 28, p. 355–362, 1911.

SCHUCH, F. N. **Análise de pluma hiperpicnal poli-dispersa por simulação numérica direta**. Dissertação (Mestrado) — Pucrs, mar. 2016.

SERCHI, F. G.; PEAKALL, J.; INGHAM, D.; BURNS, A. A numerical study of the triggering mechanism of a lock-release density current. **European Journal of Mechanics - B/Fluids**, v. 33, p. 25–39, 2012.

SHIN, J. O.; DALZIEL, S. B.; LINDEN, P. F. Gravity currents produced by lock exchange. **J. Fluid Mech.**, v. 521, p. 1–34, 2004.

SILVESTRINI, J. H. Simulação numérica direta e de grandes escalas de escoamentos transicionais e turbulentos. In: **Coleção Cadernos de Turbulência – Turbulência, volume 2**. Uberlândia, MG: ABCM, 2003.

SIMPSON, J. E. Effects of the lower boundary on the head of a gravity current. **J. Fluid Mech.**, v. 53, p. 759–768, 1972.

SIMPSON, J. E. Gravity currents in the laboratory, atmosphere, and ocean. **Annual Review of Fluid Mechanics**, v. 14, n. 1, p. 213–234, 1982.

SIMPSON, J. E. **Gravity currents in the environment and the laboratory**. 2. ed. [S.l.]: Cambridge University Press (CUP), 1997.

SIMPSON, J. E.; BRITTER, R. E. The dynamics of the head of a gravity current advancing over a horizontal surface. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 94, n. 03, p. 477, 1979.

SLIM, A. C.; HUPPERT, H. E. Axisymmetric, constantly supplied gravity currents at high reynolds number. **J. Fluid Mech.**, v. 675, p. 540–551, 2011.

STEWART, I. **Dezessete equações que mudaram o mundo**. 1. ed. Rio de Janeiro: Zahar, 2013.

TALLING, P. J.; MASSON, D. G.; SUMNER, E. J.; MALGESINI, G. Subaqueous sediment density flows: Depositional processes and deposit types. **Sedimentology**, v. 59, n. 7, p. 1937–2003, 2012.

TESTIK, F. Y.; YILMAZ, N. A. Anatomy and propagation dynamics of continuous-flux release bottom gravity currents through emergent aquatic vegetation. **Physics of Fluids**, v. 27, n. 5, p. 056603, 2015.

UNGARISH, M. **An Introduction to Gravity Currents and Intrusions**. Boca Raton, Florida: CRC Press, 2009.

WANG, Y.; XU, W. H. C. On hairpin vortex generation from near-wall streamwise vortices. **Acta Mechanica Sinica**, v. 31, n. 2, p. 139–152, 2015.

ZGHEIB, N.; BONOMETTI, T.; BALACHANDAR, S. Propagation and deposition of non-circular finite release particle-laden currents. **Physics of Fluids**, v. 27, n. 8, p. 086604, 2015a.

ZGHEIB, N.; BONOMETTI, T.; BALACHANDAR, S. Dynamics of non-circular finite-release gravity currents. **J. Fluid Mech.**, v. 783, p. 344–378, 2015b.

ZGHEIB, N.; BONOMETTI, T.; BALACHANDAR, S. Direct numerical simulation of cylindrical particle-laden gravity currents. **Computers & Fluids**, v. 123, p. 23–31, 2015c.

## Apêndices

## A. Adimensionalização das equações governantes

### A.1. Equação de quantidade de movimento

A análise dimensional da equação de quantidade de movimento demonstra que cada termo tem unidades de aceleração, onde as grandezas de espaço, tempo e massa são representadas por  $L$ ,  $T$  e  $M$ , respectivamente.

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial \tilde{t}} + \tilde{u}_j \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial \tilde{x}_j} = -\frac{1}{\tilde{\rho}_a} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{x}_i} + \tilde{\nu}_a \frac{\partial^2 \tilde{u}_i}{\partial \tilde{x}_j \partial \tilde{x}_j} - \frac{\tilde{c}_t}{\tilde{\rho}_a} \tilde{F}_d. \quad (\text{A.1})$$

$$\left[ \frac{L/T}{T} \right] + \left[ \frac{L}{T} \right] \left[ \frac{L/T}{L} \right] = - \left[ \frac{L^3}{M} \right] \left[ \frac{M/(T^2 L)}{L} \right] + \left[ \frac{L^2}{T} \right] \left[ \frac{L/T}{L^2} \right] - \left[ \frac{1/L^3}{M/L^3} \right] \left[ \frac{ML}{T^2} \right].$$

Para avançar ao procedimento de adimensionalização propriamente dito, alguns termos necessitam ser definidos:

$$\tilde{F}_d = 3\pi \tilde{\mu}_a \tilde{d}_p \tilde{u}^s e_i^g \quad (\text{A.2a})$$

$$\tilde{u}^s = \frac{1}{18} \tilde{d}_p^2 \tilde{g} \frac{(\tilde{\rho}_p - \tilde{\rho}_a)}{\tilde{\mu}_a} \quad (\text{A.2b})$$

$$\tilde{u}_b = \sqrt{\tilde{g}' \tilde{h}} \quad (\text{A.2c})$$

$$\tilde{g}' = \tilde{g} \frac{(\tilde{\rho}_p - \tilde{\rho}_a)}{\tilde{\rho}_a} \frac{\pi \tilde{c}_{t0} \tilde{d}_p^3}{6} \quad (\text{A.2d})$$

Ao substituir (A.2b) em (A.2a), é obtida uma nova definição para  $F_d$

$$\tilde{F}_d = \frac{\pi}{6} (\tilde{\rho}_p - \tilde{\rho}_a) \tilde{d}_p^3 \tilde{g} e_i^g. \quad (\text{A.3})$$

As adimensionalizações de cada termo da equação (A.1) são feitas da seguinte maneira:

- $u = \frac{\tilde{u}}{\tilde{u}_b};$

- $t = \frac{\tilde{u}_b \tilde{t}}{\tilde{h}};$
- $x = \frac{\tilde{x}}{\tilde{h}};$
- $p = \frac{\tilde{p}}{\tilde{\rho}_a \tilde{u}_b^2};$
- $\frac{\partial^2}{\partial x_j \partial x_j} = \tilde{h}^2 \frac{\partial^2}{\partial \tilde{x}_j \partial \tilde{x}_j}$
- $c_t = \frac{\tilde{c}_t}{\tilde{c}_{t_0}}.$

Fazendo as substituições adequadas dos termos anteriores e (A.3) em (A.1)

$$\frac{\tilde{u}_b^2}{\tilde{h}} \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\tilde{u}_b^2}{\tilde{h}} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\tilde{\rho}_a} \frac{\tilde{\rho}_a \tilde{u}_b^2}{\tilde{h}} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \tilde{v}_a \frac{\tilde{u}_b}{\tilde{h}^2} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{c_t \tilde{c}_{t_0}}{\tilde{\rho}_a} \frac{\pi}{6} (\tilde{\rho}_p - \tilde{\rho}_a) \tilde{d}_p^3 \tilde{g} e_i^g, \quad (\text{A.4})$$

se a equação (A.4) for dividida por  $\frac{\tilde{u}_b^2}{\tilde{h}}$ , teremos

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{c_t \tilde{c}_{t_0}}{\tilde{\rho}_a} \frac{\pi}{6} (\tilde{\rho}_p - \tilde{\rho}_a) \tilde{d}_p^3 \tilde{g} e_i^g \frac{\tilde{h}}{\tilde{u}_b^2}, \quad (\text{A.5})$$

uma vez que  $Re = \frac{\tilde{u}_b \tilde{h}}{\tilde{\nu}_a}$ .

Isolando  $\tilde{g}'$  da equação (A.2c) e substituindo, juntamente com (A.2d), no último termo de (A.5), ela é reescrita como

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + c_t e_i^g. \quad (\text{A.6})$$

sendo finalmente obtida a equação de quantidade de movimento adimensional.

## A.2. Equação de transporte

A equação de transporte das quantidades escalares expressa por

$$\frac{\partial \tilde{c}_l}{\partial \tilde{t}} + (\tilde{u}_j + \tilde{u}_l^s e_l^g) \frac{\partial \tilde{c}_l}{\partial \tilde{x}_j} = \tilde{k}_l \frac{\partial^2 \tilde{c}_l}{\partial \tilde{x}_j \partial \tilde{x}_j}, \quad l = 1, \dots, N, \quad (\text{A.7})$$

é adimensionalizada utilizando as mesmas relações aplicadas à equação de quantidade de movimento, somadas à definição do número de Schmidt  $Sc_l = \frac{\tilde{\nu}_a}{\tilde{k}_l}$ . Fazendo as devidas substituições em (A.7)



$$\frac{\tilde{u}_b \tilde{c}_{t_0}}{\tilde{h}} \frac{\partial c_l}{\partial t} + \frac{\tilde{u}_b \tilde{c}_{t_0}}{\tilde{h}} (u_j + u_l^s e_l^g) \frac{\partial c_l}{\partial x_j} = \tilde{k}_l \frac{\tilde{c}_{t_0}}{\tilde{h}^2} \frac{\partial^2 c_l}{\partial x_j \partial x_j}, \quad l = 1, \dots, N, \quad (\text{A.8})$$

e substituindo  $\tilde{k}_l$  por  $\frac{\tilde{\nu}_a}{Sc_l}$

$$\frac{\tilde{u}_b \tilde{c}_{t_0}}{\tilde{h}} \frac{\partial c_l}{\partial t} + \frac{\tilde{u}_b \tilde{c}_{t_0}}{\tilde{h}} (u_j + u_l^s e_l^g) \frac{\partial c_l}{\partial x_j} = \frac{\tilde{\nu}_a \tilde{c}_{t_0}}{Sc_l \tilde{h}^2} \frac{\partial^2 c_l}{\partial x_j \partial x_j}. \quad (\text{A.9})$$

Ao dividir (A.9) por  $\frac{\tilde{u}_b \tilde{c}_{t_0}}{\tilde{h}}$ , tem-se

$$\frac{\partial c_l}{\partial t} + (u_j + u_l^s e_l^g) \frac{\partial c_l}{\partial x_j} = \frac{1}{Sc_l} \frac{\tilde{\nu}_a}{\tilde{u}_b \tilde{h}} \frac{\partial^2 c_l}{\partial x_j \partial x_j}, \quad (\text{A.10})$$

e, finalmente, com base na definição do número de Reynolds, chega-se a

$$\frac{\partial c_l}{\partial t} + (u_j + u_l^s e_l^g) \frac{\partial c_l}{\partial x_j} = \frac{1}{Sc_l Re} \frac{\partial^2 c_l}{\partial x_j \partial x_j} \quad (\text{A.11})$$

## **B. Recursos computacionais utilizados**

- Cálculos realizados no supercomputador do Laboratório de Alto Desempenho (LAD) na Faculdade de Informática da PUCRS;
- Cada máquina é composta por dois processadores Intel Xeon Six-Core E5645 2.4GHz Hyper-Threading e 24GB de memória;
- Cada cálculo utilizou 192 processadores;
- $\approx$  13,5TB de dados gerados;
- $\approx$  115 dias de execução de cálculos.



Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul  
Pró-Reitoria de Graduação  
Av. Ipiranga, 6681 - Prédio 1 - 3º. andar  
Porto Alegre - RS - Brasil  
Fone: (51) 3320-3500 - Fax: (51) 3339-1564  
E-mail: [prograd@pucrs.br](mailto:prograd@pucrs.br)  
Site: [www.pucrs.br](http://www.pucrs.br)