

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO RIO GRANDE DO SUL  
FACULDADE DE FÍSICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E  
MATEMÁTICA

VANESSA JURINIC CASSOL

**TECNOLOGIAS NO ENSINO E APRENDIZAGEM DE TRIGONOMETRIA:  
UMA META-ANÁLISE DE DISSERTAÇÕES E TESES BRASILEIRAS NOS  
ÚLTIMOS CINCO ANOS**

Porto Alegre

2012

VANESSA JURINIC CASSOL

**TECNOLOGIAS NO ENSINO E APRENDIZAGEM DE TRIGONOMETRIA:  
UMA META - ANÁLISE DE DISSERTAÇÕES E TESES BRASILEIRAS NOS  
ÚLTIMOS CINCO ANOS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Educação em Ciências e Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Regis Alexandre Lahm

Co-Orientador: Prof. Dr. Lorí Viali

Porto Alegre  
2012

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)**

**C345t** Cassol, Vanessa Jurinic.  
Tecnologias no ensino e aprendizagem de trigonometria: uma meta – análise de dissertações e teses brasileiras nos últimos cinco anos. / Vanessa Jurinic Cassol. – Porto Alegre, 2012.  
84 f.

Dissertação (Mestrado) Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática – Faculdade de Física, PUCRS.  
Orientador: Prof. Dr. Regis Alexandre Lahm

1. Educação - Matemática. 2. Aprendizagem. 3. Ensino. 4. Trigonometria. 5. Meta-Análise Qualitativa. 6. Tecnologia Educacional. I. Lahm, Regis Alexandre. II. Título.

**CDD 372.7**

**Ficha elaborada pela bibliotecária Anamaria Ferreira CRB 10/1494**

VANESSA JURINIC CASSOL

**TECNOLOGIAS NO ENSINO E APRENDIZAGEM DE  
TRIGONOMETRIA: UMA META – ANÁLISE DE DISSERTAÇÕES E  
TESSES BRASILEIRAS NOS ÚLTIMOS 5 ANOS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Educação em Ciências e Matemática.

Aprovada em 20 de Dezembro de 2012, pela Banca Examinadora.

BANCA EXAMINADORA:



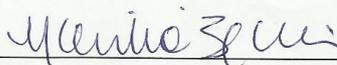
---

Prof. Dr. Regis Alexandre Lahm (Orientador – PUCRS)



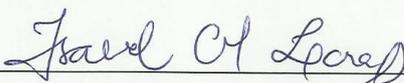
---

Prof. Dr. Lorí Viali (Co- Orientador PUCRS)



---

Profa. Dra. Maria Cecília Bueno Fischer (UNISINOS)



---

Profa. Dra. Isabel Cristina Machado de Lara (PUCRS)

## AGRADECIMENTOS

Agradeço

Primeiramente a Deus por me proporcionar a alegria de viver e concretizar meus sonhos.

Ao Professor Doutor Régis Alexandre Lahm pelo carinho, dedicação e paciência com que me orientou durante o longo percurso deste trabalho, contribuindo para meu amadurecimento como pesquisadora e como profissional.

Ao Professor Co-Orientador, Lorí Viali, pela dedicação e por ter sido meu norte em muitos momentos.

Aos professores que ministraram disciplinas durante o curso de Mestrado, pelos ensinamentos a mim concedidos, proporcionando momentos de reflexão e experiências.

Aos meus pais, Vicente e Líris, pelo incentivo, paciência e pelo apoio financeiro em muitas ocasiões.

Ao meu irmão, Vinícius, que me apoiou e incentivou em todas as jornadas.

A toda minha família que direta ou indiretamente me apoia.

Aos colegas de Mestrado pelo companheirismo e disponibilidade.

E, a todos que sempre torcem por mim: Muito obrigada!

*“Ensinar exige compreender que a educação é uma  
forma de intervenção no mundo”.*

*Paulo Freire*

## RESUMO

O presente estudo tem como objetivo analisar as vantagens e as desvantagens da utilização dos recursos tecnológicos no ensino e na aprendizagem de Trigonometria apresentadas nas dissertações e teses brasileiras em Educação Matemática nos últimos cinco anos. O conteúdo selecionado para análise compõe-se de sete dissertações publicadas nos últimos cinco anos na área de Educação Matemática. A seleção desses trabalhos se deu por meio da busca de dissertações e teses segundo alguns instrumentos de pesquisas e critérios pré-determinados, em que se utiliza somente às dissertações, por não terem sido encontradas teses no tema. Metodologicamente esse estudo se caracteriza como um estudo documental denominado meta-análise qualitativa na qual se procura fazer uma revisão sistemática de um conjunto de pesquisas, visando à realização de uma síntese dessas produções. É apresentada uma comparação desses estudos, mais especificamente, entre seus objetivos, referenciais teóricos, recursos tecnológicos utilizados e metodologia. Os resultados atestam que os autores procuraram atender aos objetivos a que se propuseram. A maioria das dissertações selecionadas se volta para os conceitos básicos da Trigonometria, especialmente os conceitos seno e cosseno, e sua representação no plano cartesiano. Também esta investigação exhibe que dois dos trabalhos são pautados nos mesmos referenciais teóricos: Registros de Representação Semiótica de Duval e os demais fazem uso dos seguintes autores: Ausubel, Borba e Penteadó, Brousseau, Valente, Vergnaud e Zulatto, além de um não apresentar explicitamente o referencial teórico adotado. Verifica-se também que quatro dos trabalhos não se atem explicitamente a um referencial teórico-metodológico e que três outros explicitam fundamentar-se em: Engenharia didática com base em Artigue. Além disso, todos os trabalhos convergem quanto ao recurso tecnológico utilizado: *software*, sendo que o *software* Geogebra aparece em seis das dissertações selecionadas. Com isso, o presente estudo indica resultados que podem subsidiar futuras investigações, destacando a carência em alguns pontos ainda a serem pesquisados dentro do tema aqui tratado: investigações que focalizem a Trigonometria e abarquem as diversas TIC.

**Palavras-chave:** Meta-análise qualitativa. Trigonometria. Tecnologias. Ensino. Aprendizagem.

## ABSTRACT

The present study aims to analyze the advantages and disadvantages of the use of technological resources in teaching and learning Trigonometry presented in Brazilian thesis and dissertations in Mathematics Education in the last five years. The content selected for analysis consists of seven dissertations published in the last five years in the area of Mathematics Education. The selection of these papers was through the search of dissertations and thesis according to some research instruments and criteria previously determined, which uses only on the dissertations, because they were not found thesis about the main theme. The methodology characterizes itself as a documental study denominated qualitative meta-analysis which makes a systematic revision of searches set, aiming a synthesis of these productions. It is presented a study confront, more specifically of their objectives, theoretical and theoretical-methodological framework, and conclusions. The results show that the authors sought to meet the goals they have set. Most dissertations selected turns to the basic concepts of Trigonometry, especially the concepts sine and cosine, and their representation in the Cartesian plan. In addition, this study shows that two the works are ruled in the same theoretical referential systems: Records Semiotic Representation of Duval and others make use of the following authors: Ausubel, Borba and Penteadó, Brousseau, Vergnaud and Zulatto, plus a not explicitly present the theoretical approach. It can be noted that four of the papers do not explicitly relate to a methodological-theoretical referential and that three others are based on: Engineering didactic on basis of Artigue. Moreover, the papers converge according to the type of technologies of information and communication used: software, considering that the software Geogebra appears in six of the selected dissertations. Therefore, this study indicates results that can subsidize future investigations, emphasizing the need of further research in some points about the theme of this study: investigations that focus the Trigonometry and include several TIC.

**Kew words:** Qualitative meta-analysis. Trigonometry. Technologies. Education. Learning.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Teorema de Menelau.....	28
Figura 2 - O Jiva.....	30
Figura 3 - Teorema de Ptolomeu.....	32
Figura 4 - Associação entre um número real e seu seno através do ponto correspondente no círculo.....	34
Figura 5 - O <i>seqt</i> egípcio.....	35
Figura 6 – O gnômon.....	35
Figura 7 – A ideia do Raio 1 de Al Battani.....	37
Figura 8 - Fórmula usada para construir a tabela de Al Battani.....	38
Figura 9 - Representação geométrica da tangente e da secante.....	38
Figura 10 – Quantidade de dissertações encontradas por ano de publicação.....	51

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – O conteúdo de Trigonometria nas competências investigação e compreensão e contextualização sociocultural.....	44
Quadro 2 – Dissertações selecionadas para análise.....	51
Quadro 3 – Modelo de fichamento.....	53
Quadro 4 – Comparação dos objetivos.....	66
Quadro 5 – Síntese dos objetivos.....	67
Quadro 6 – Síntese dos referenciais teóricos.....	68
Quadro 7 – Síntese dos referenciais teóricos-metodológicos.....	69
Quadro 8 – Comparação dos referenciais teóricos-metodológicos.....	69
Quadro 9 – Síntese das metodologias utilizadas.....	71
Quadro 10 – Síntese dos procedimentos de pesquisa utilizados.....	71
Quadro 11 – Síntese dos recursos tecnológicos utilizados.....	72
Quadro 12 – Comparação das vantagens e das desvantagens apontadas no Geogebra.....	73
Quadro 13 – Comparação das vantagens e das desvantagens apontadas no <i>Graphmatic</i> .....	74

## **LISTA DE SIGLAS**

CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior

DCN – Diretrizes Curriculares Nacionais

IDEB – Índice de Desenvolvimento da Educação Básica

LDB – Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional

MEC – Ministério da Educação e Cultura

OCEM – Orientações Curriculares para o Ensino Médio

PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais

PCNEM – Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio

PCN+ - Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais

PISA – Programa Internacional de Avaliação de Alunos

TIC – Tecnologias da Informação e Comunicação

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	<b>13</b>
1.1	OBJETIVO GERAL.....	14
1.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	15
1.3	PROBLEMA DE PESQUISA.....	15
1.4	QUESTÕES DE PESQUISA.....	15
<b>2</b>	<b>REFERENCIAL TEÓRICO</b> .....	<b>17</b>
2.1	A PRESENÇA DA TECNOLOGIA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA.....	17
2.2	BREVE REVISÃO HISTÓRICA DA TRIGONOMETRIA.....	27
2.2.1	O surgimento da função seno.....	29
2.2.2	O Almagesto de Ptolomeu.....	30
2.2.3	Ângulo.....	32
2.2.4	Seno e cosseno.....	33
2.2.5	Tangente e cotangente.....	34
2.2.6	Identidades trigonométricas.....	36
2.3	O ENSINO DE TRIGONOMETRIA EM DOCUMENTOS OFICIAIS.....	39
2.3.1	Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional.....	39
2.3.2	Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental.....	40
2.3.3	Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio.....	40
2.3.4	Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais.....	43
2.3.5	Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio.....	46
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA DA PESQUISA</b> .....	<b>49</b>
3.1	ABORDAGEM METODOLÓGICA.....	49
3.2	PROCEDIMENTOS E INSTRUMENTOS PARA COLETA DE DADOS.....	50
3.2.1	Análise documental.....	54
3.3	METODOLOGIA DE ANÁLISE DE DADOS.....	55
<b>4</b>	<b>FICHAMENTOS</b> .....	<b>57</b>
4.1	FERNANDES (2010).....	57
4.2	LOPES (2010).....	58

4.3	MOREIRA (2012).....	59
4.4	NETO (2010).....	61
4.5	OLIVEIRA (2010).....	62
4.6	PEDROSO (2012).....	63
4.7	SOUZA (2010).....	64
<b>5</b>	<b>META-ANÁLISE QUALITATIVA DAS DISSERTAÇÕES.....</b>	<b>66</b>
5.1	COMPARAÇÃO DOS OBJETIVOS.....	66
5.2	COMPARAÇÃO DOS REFERENCIAIS TEÓRICOS.....	68
5.3	COMPARAÇÃO DAS METODOLOGIAS.....	69
5.4	COMPARAÇÃO DOS RECURSOS TECNOLÓGICOS UTILIZADOS.....	71
5.5	COMPARAÇÃO DAS VANTAGENS E DAS DESVANTAGENS APONTADAS, DE CADA RECURSO TECNOLÓGICO.....	73
5.5.1	Geogebra.....	73
5.5.2	Graphmatic.....	74
<b>6</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>76</b>
	<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>79</b>

## 1. INTRODUÇÃO

A tecnologia está cada vez mais presente em nosso cotidiano e o seu uso é essencial. Estamos cada vez mais envolvidos e dependentes da utilização dos recursos computacionais. Nesse contexto, um dos desafios para a Educação, em especial para a Educação Matemática, é a integração das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) na prática pedagógica. Conforme Papert (1994, p.10), “a escola é um notável exemplo de uma área que não mudou tanto. É possível dizer que não houve qualquer mudança na maneira como nós distribuimos a educação aos nossos estudantes”.

Para atender a esse desafio, os professores de Matemática precisarão estar dispostos a buscar novas formas de ensinar e aprender que possibilitem a construção de práticas coerentes para o uso dessas tecnologias.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) trazem um destaque para o estudo da Trigonometria, no qual é enfatizado seu potencial para desenvolver habilidades e competências.

Outro tema que exemplifica a relação da aprendizagem de Matemática com o desenvolvimento de habilidades e competências é a Trigonometria, desde que seu estudo esteja ligado às aplicações, evitando-se o investimento excessivo no cálculo algébrico das identidades e equações [...] (BRASIL, 1999, p.257).

Como professora é possível perceber que, muitas vezes, para o aluno, o conteúdo de Trigonometria não é compreendido, uma vez que geralmente é introduzido sem nenhuma ligação com a vida cotidiana. Assim sendo, a Trigonometria, que é um ramo da Matemática que ajuda o homem a compreender e interpretar a natureza, pode ser, para nossos alunos, apenas um assunto abstrato e sem utilidade.

Parece-nos, que da forma como está posto o ensino, os educandos, a partir das exigências impostas pelo sistema, respondem atividades matemáticas (exercícios, testes, provas), porém, não se sabe se a aprendizagem está resultando numa aprendizagem com real significado, ou se apenas está havendo uma memorização ocasional dos assuntos para o cumprimento das atividades solicitadas.

Assim, as funções da Matemática e a presença da tecnologia nos permitem afirmar que aprender Matemática deve ser mais do que memorizar resultados dessa ciência e que a aquisição do conhecimento matemático deve estar vinculada ao domínio de um saber fazer Matemática e de um saber pensar matemático (BRASIL, 1998, p.252).

Uma alternativa para superar as dificuldades enumeradas é a utilização de tecnologias na sala de aula, pois elas estão presentes em nosso cotidiano e cada vez mais exercem um papel fundamental na educação, especialmente na Educação Matemática. Borba e Penteadó (2001) afirmam que as novas mídias, como os computadores, enfatizam o aspecto da experimentação. Esta por sua vez se torna algo fundamental, à medida que inverte a ordem de exposição oral da teoria com exemplos e exercícios bastante usuais no ensino tradicional, e possibilita uma nova ordem que parte da investigação até chegar à dos conceitos.

Segundo Ponte (2000), as TIC podem ter um impacto muito significativo no ensino de disciplinas específicas, como a Matemática: pois seu uso pode reforçar a importância da linguagem gráfica e de novas formas de representação, valorizar as possibilidades de realização de projetos e atividades de modelação, exploração e investigação.

Borba e Penteadó (2001) apresentam ganhos no uso das TIC na Educação Matemática apontando argumentos favoráveis ao uso desses recursos.

Pesquisas já feitas em nosso grupo de pesquisas, GPIMEM – Grupo de Pesquisa em Informática, outras Mídias e Educação Matemática -, apontam para a possibilidade de que trabalhar com os computadores abre novas perspectivas para a profissão docente. O computador, portanto, pode ser um problema a mais na vida atribulada do professor, mas pode também desencadear o surgimento de novas possibilidades para o seu desenvolvimento como um profissional da Educação (BORBA; PENTEADO, 2001, p. 15).

A motivação do presente estudo surgiu a partir da prática, tanto como docente quanto como pesquisadora, em ensino de Matemática e pela carência de pesquisas sobre Trigonometria no Ensino Básico, pois um trabalho como este pode nos dar uma visão relativamente ampla do assunto, podendo desta forma nortear futuras investigações.

A compreensão do estado de conhecimento sobre um tema, em determinado momento, é necessária no processo de evolução da ciência, afim de que se ordene periodicamente o conjunto de informações e resultados já obtidos, ordenação que permita indicação das possibilidades de integração de diferentes perspectivas, aparentemente autônomas, a identificação de duplicações ou contradições, e a determinação de lacunas e vieses (FERREIRA, 2002, p.3).

## 1.1 OBJETIVO GERAL

Analisar as vantagens e as desvantagens da utilização dos recursos tecnológicos no ensino e na aprendizagem de Trigonometria apresentadas nas dissertações e teses brasileiras em Educação Matemática nos últimos cinco anos.

## 1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- ✓ Identificar, no âmbito nacional, dissertações e teses que apresentem como objeto de investigação o uso de tecnologias no ensino e aprendizagem de Trigonometria.
- ✓ Comparar os objetivos, os referenciais teóricos, os recursos tecnológicos utilizados e as metodologias adotados nas dissertações e teses identificadas.
- ✓ Fazer um comparativo das vantagens e desvantagens apontadas nos estudos de cada recurso tecnológico utilizado.

## 1.3 PROBLEMA DE PESQUISA

Quais vantagens e desvantagens a utilização de novas tecnologias traz para o ensino e aprendizagem de Trigonometria, sob a perspectiva de dissertações e teses brasileiras nos últimos cinco anos?

## 1.4 QUESTÕES DE PESQUISA

- ✓ Que características apresentam as dissertações e teses encontradas?
- ✓ Para que objetivo as dissertações e teses se voltam? Eles são respondidos? Há alguma convergência no emprego de referenciais teóricos? Que tecnologias da informação e comunicação são empregadas? Há alguma privilegiada? As dissertações e teses se pautam em referenciais teórico-metodológicos, ou apresentam procedimentos de pesquisa sem explicitarem referenciais teórico-metodológicos?
- ✓ As dissertações e teses analisadas apresentaram vantagens e/ou desvantagens no uso da tecnologia para o aprendiz no ensino e aprendizagem de Trigonometria? Quais as vantagens apresentadas? Quais as desvantagens apresentadas?

Este trabalho está dividido em seis capítulos, sendo o primeiro esta seção, intitulada introdução. Neste primeiro capítulo, foram apresentados o tema, sua importância, o objetivo geral e os objetivos específicos, o problema de pesquisa e as questões de pesquisa.

No capítulo 2 apresenta-se o referencial teórico desta dissertação, onde se obtém acesso aos autores que fundamentam este trabalho, oriundos de revisão bibliográfica por meio da consulta a livros, a artigos em periódicos, a dissertações de mestrado e a teses de doutorado

da área. Tal capítulo abrangerá a presença da tecnologia na Educação Matemática, uma breve revisão histórica da Trigonometria e o ensino de Trigonometria em documentos oficiais.

No capítulo 3 apresenta-se a descrição da metodologia utilizada na pesquisa e o caminho para a realização da investigação, com a caracterização do tipo de pesquisa, onde se tornam explícitos os pressupostos metodológicos assumidos pela autora.

O capítulo 4 consiste no fichamento de todos os trabalhos escolhidos para a confecção desse estudo, onde foram selecionadas e recortadas passagens pertinentes a nossa análise sem alterar os registros dos autores. Esta etapa tem como objetivo organizar os dados coletados para as posteriores comparações que serão feitas no capítulo seguinte.

A meta-análise qualitativa das dissertações é apresentada no capítulo 5, onde é realizada uma síntese parcial por meio dos resultados obtidos pelos fichamentos. Para isso, realiza-se uma meta-análise qualitativa, comparando os objetivos, os referenciais teóricos, os recursos tecnológicos utilizados e as metodologias.

O capítulo 6 apresenta as considerações finais onde a autora descreve as conclusões que obteve após a realização desta pesquisa.

## 2. REFERENCIAL TEÓRICO

Este capítulo foi organizado a partir da análise de livros, artigos, publicações em eventos, que abordam aspectos relacionados com o trabalho investigativo realizado, enfatizando os seguintes aspectos: a presença da tecnologia na Educação Matemática, uma breve revisão histórica da Trigonometria e o ensino de Trigonometria em documentos oficiais.

A escolha destes itens se deu com o objetivo de investigar como a tecnologia está sendo empregada na Educação Matemática e se não, por que. A breve revisão histórica da Trigonometria foi escolhida com o intuito de saber como surgiu a Trigonometria e os documentos oficiais foram escolhidos para saber, como os mesmos, abordam a Trigonometria.

### 2.1 A PRESENÇA DA TECNOLOGIA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

As tecnologias, em diferentes formas e usos, constituem um dos principais agentes de transformação da sociedade, pelas modificações que exercem nos meios de produção e por suas consequências no cotidiano das pessoas.

O Novo dicionário Aurélio da Língua Portuguesa define tecnologia como “o conjunto de conhecimentos, especialmente princípios científicos, que se aplicam a um determinado ramo da atividade” (FERREIRA, 1993). Assim, as tecnologias podem ser consideradas quaisquer instrumentos usados para facilitar a execução de uma determinada tarefa.

No campo da educação, para os que propõem a inserção de tecnologias no cotidiano da sala de aula, sempre existiu a expectativa de que tecnologias recentes pudessem colaborar de forma substantiva para a melhoria da qualidade dos processos de ensino e aprendizagem. Há expectativas em torno do possível desenvolvimento de ferramentas computacionais a serem utilizadas como novos recursos didáticos e, devido às novas formas de comunicação, existe também a expectativa de uma possível transformação na estrutura rígida das aulas – tradicionalmente centradas na figura do professor. Nessa direção, Almeida Jr (1988, apud CORREIA LIMA, 1997) acreditava que “com o aprimoramento dos veículos de comunicação à distância, as escolas deixariam de ser o meio mais informativo de leitura da realidade”.

Segundo Moreira (2000), existe uma necessidade de se dinamizar a educação brasileira, buscando novas formas de inovar e renovar o ensino para que não continue o tradicional educar, ainda presente nas escolas brasileiras, sem foco na criticidade e aprendizagem significativa do aluno.

Prensky (2010) afirma que “os estudantes de hoje não são mais as pessoas para os quais nosso sistema educacional foi desenvolvido”. Dessa forma, acredita-se que os professores, fazendo uso das TIC, poderão criar situações que proporcionarão aprendizagem aos seus alunos.

O ensino e a aprendizagem da Matemática apresentam-se como fatores preocupantes. Ao observarmos os índices de desempenho dos estudantes nas avaliações do IDEB (Índice de Desenvolvimento da Educação Básica) e do PISA (Programa Internacional de Avaliação de Alunos), é possível detectarmos o baixo desempenho dos estudantes brasileiros. Dessa forma, é necessário investir em estratégias de ensino, de modo que os alunos sejam capazes de organizar e administrar seu aprendizado, o que requer consciência da própria capacidade de raciocínio e de táticas.

É indispensável criar novos processos e métodos para o trabalho pedagógico, investindo nas TIC, adequando-as ao atendimento destas necessidades de demanda, utilizando-as especialmente como ferramenta a serviço da formação permanente e continuada das pessoas na busca do conhecimento.

Para Moran e Mesetto (2007) o ensino com tecnologias não resolve os problemas da educação, pois estes estão ligados ao próprio processo de ensinar e aprender, dois dos grandes desafios dos dias atuais. No entanto, ao fazer uso das TIC, o professor passa a ter uma garantia adicional quanto à pertinência de suas aulas, pois todo o avanço promovido por esses recursos possibilita e contribui para que os alunos tornem-se mais críticos, reflexivos e inseridos num mundo cada vez mais digital. Para Demo (2000), por exemplo, por si só, o uso das tecnologias já se configura como algo que chama a atenção do educando. Trata-se, de algo a ser explorado. Além disso, ao permitir ao estudante o contato com estas ferramentas estaremos estimulando as pluralidades sensoriais do educando, enriquecendo assim, as diferentes formas de (re)significação da realidade.

Entretanto, com o desenvolvimento das tecnologias, elas trazem consigo novas exigências de competências no paradigma educacional, impondo adaptações difíceis de serem superadas, tanto na formação inicial como na continuada do professor.

A maioria dos professores ainda não possui essa desenvoltura em frente ao computador e, para eles, trabalhar com recursos computacionais é um grande desafio, pois muitos na graduação não obtiveram a formação adequada para atuar em sala de aula fazendo uso das tecnologias. Estudos como o de Morona (2004) revelam a insatisfação e o anseio de professores por cursos de formação continuada para uso dos recursos informáticos na

educação, citam dificuldades em participar desse processo por falta de recursos financeiros, de tempo e de ofertas de cursos com essa finalidade.

Dessa forma, no Brasil, como em muitos outros países, iniciativas em grande escala – a nível nacional – governamentais ou não, têm sido implementadas para capacitar professores na adoção das tecnologias em suas práticas docentes (por exemplo: ProInfo<sup>1</sup>, TV Escola<sup>2</sup>). Em tais iniciativas, devido a este papel de destaque dado ao professor, é possível inferir que este é considerado “o” agente das mudanças das práticas pedagógicas, supostamente, decorrentes da incorporação de tecnologias computacionais nas salas de aula. Podemos ler nas diretrizes do ProInfo:

O sucesso deste programa **depende** fundamentalmente da capacitação dos recursos humanos. Capacitar para o trabalho com novas tecnologias de informática e telecomunicações não significa apenas preparar o indivíduo para um novo trabalho docente. Significa, de fato, prepará-lo para o ingresso em uma nova cultura, apoiada em tecnologia que suporta e integra processos de interação e comunicação (BRASIL, 1997, p. 7, grifo meu).

A Matemática, como ciência, sempre teve uma relação muito especial com as tecnologias, desde as calculadoras e os computadores, aos sistemas multimídia e à Internet. Gómez (1997) afirma que:

mesmo que o uso das tecnologias não seja a solução para os problemas de ensino e aprendizagem da Matemática, há indícios de que ela se converterá lentamente em um agente catalisador do processo de mudança na Educação Matemática. Graças às possibilidades que oferece para manejar dinamicamente os objetos matemáticos em múltiplos sistemas de representação dentro de esquemas interativos, a tecnologia abre espaço para que os estudantes possam viver novas experiências matemáticas (difíceis de conseguir com recursos tradicionais como o lápis e o papel), visto que pode manipular diretamente os objetos matemáticos dentro de um ambiente de exploração.

Com a chegada dos computadores nas escolas, as questões passam a ser: Como posso utilizar o computador para ensinar? No caso específico do ensino da matemática: como ensinar fração utilizando o computador? Ou, como ensinar fatoração? E Trigonometria? São inúmeras as questões, mas, partindo da expectativa sobre “respostas”, poderíamos reformulá-las da seguinte maneira: Que *software*/programas existem para ensinar um conteúdo

---

<sup>1</sup> Programa Nacional de Informática na Educação (ProInfo), programa nacional criado pelo Ministério da Educação e Desportos (MEC), em 1997, para promover o uso pedagógico das Tecnologias de Informática e Telecomunicação na rede pública de Ensino Fundamental e Médio.

<sup>2</sup> A TV Escola é um canal de televisão do MEC, criado em 1996. Tem por objetivo, através da divulgação de programas para TV, filmes e noticiários capacitar, aperfeiçoar e atualizar os educadores da rede pública.

específico? Ou como incorporar um determinado *software* no ensino de um conteúdo específico?

As questões aqui, buscam associar um programa ou um *software* computacional ao ensino de um conteúdo matemático específico. Mais genericamente poderíamos ainda questionar: Como as propostas pedagógicas para o ensino de matemática incorporam as TIC?

No caso das propostas de incorporação das TIC em processos de ensino e aprendizagem de Matemática em sala de aula, elas são inúmeras e, principalmente, variadas; mas todas têm de forma implícita a expectativa da possibilidade de superação de um ensino tradicionalmente deficiente de bons resultados.

De acordo com os documentos oficiais, são previstas medidas que inserem as tecnologias no processo educativo, a fim de se formar sujeitos capacitados para atuar numa sociedade tecnológica. A LDB (Lei nº 9.394/96) defende uma educação escolar que trabalhe com conteúdos e recursos que qualifiquem o cidadão para viver em tal sociedade. Os PCN e as DCN, com suas normatizações para o Ensino Fundamental e Médio, apontam para a importância do trabalho com o conhecimento científico e tecnológico na Educação Básica.

Os PCN, no volume dedicado à Matemática do Ensino Fundamental destacam que:

estudiosos do tema mostram que escrita, leitura, visão, audição, criação e aprendizagem são influenciados, cada vez mais, pelos recursos da informática. Nesse cenário, insere-se mais um desafio para a escola, ou seja, o de como incorporar ao seu trabalho, tradicionalmente apoiado na oralidade e na escrita, novas formas de comunicar e conhecer. Por outro lado, também é fato que as calculadoras, computadores e outros elementos tecnológicos estão cada vez mais presentes nas diferentes atividades da população (BRASIL, 1998, p. 43).

Os PCN apontam que a utilização do computador, especialmente nas aulas de Matemática,

[...]  
 - evidencia para os alunos a importância do papel da linguagem gráfica e de novas formas de representação, permitindo novas estratégias de abordagem de variados problemas;  
 [...]  
 - permite que os alunos construam uma visão mais completa da verdadeira natureza da atividade Matemática e desenvolvam atitudes positivas diante de seu estudo (BRASIL, 1998, p. 44).

Moran e Masetto (2007), com posicionamentos favoráveis à utilização dos computadores como proposta metodológica para o ensino, sinalizam que esta poderosa ferramenta, cada vez mais veloz com programas e também em comunicação, permite:

pesquisar, simular situações, testar conhecimentos específicos, descobrir novos conceitos, lugares, ideias. Produzir novos textos, avaliações, experiências. As possibilidades vão desde seguir algo pronto (tutorial), apoiar-se em algo semidesenhado para complementá-lo até criar algo diferente, sozinho ou com outros (MORAN; MASETTO, 2007, p. 44).

De acordo com os PCN (BRASIL, 1998), embora os computadores ainda não estejam amplamente disponíveis para a maioria das escolas, eles já começam a integrar muitas experiências educacionais, prevendo-se sua utilização em maior escala a curto prazo.

Com relação ao uso de tecnologias na educação, Lopes (2000, p. 163) afirma que vários recursos tecnológicos foram aos poucos se incorporando à prática escolar com o objetivo de auxiliar no processo de ensino e aprendizagem. Nesse sentido, pesquisas como as de Borba e Penteadó (2002) e Bizelli (1999) indicam que a informática está adquirindo cada vez mais espaço e presença na prática pedagógica, por servir como instrumento de apoio aos conteúdos lecionados, permitindo um auxílio a mais para o discente na aquisição de seu conhecimento.

O uso de tecnologias no ensino provoca impactos que nos fazem pensar no que afirma Maranhão et al (2004, p. 3):

(...) o uso recente de computadores e calculadoras no ensino levanta questões sobre as contribuições das novas tecnologias para o ensino e aprendizagem de Matemática, para não mencionar a possibilidade de que essa introdução gere por si só novos problemas de compreensão e raciocínio.

O papel do computador na Educação Matemática depende da forma como nós, da comunidade de educadores e educandos, nos aproximamos desta ferramenta e, principalmente, de nosso entendimento sobre os efeitos da incorporação desta tecnologia nos processos de ensinar e aprender matemática. Souza, Bastos e Angotti (1999) destacam que não basta ter o computador na escola; é necessário que haja propostas e critérios para sua utilização, professores que conheçam essas propostas, sejam capazes de criar as suas e saibam utilizar os meios tecnológicos.

Segundo Valente (1999), existem formas diferenciadas de se trabalhar com o computador na educação. As atividades com o uso do computador podem ser para transmitir informação ao aluno e consiste na informatização dos tradicionais métodos de ensino, nesse caso, o professor está apenas mudando a mídia, saindo do quadro e giz para o computador.

Muitos tutoriais<sup>3</sup> são disponibilizados. Entretanto, de acordo com Valente (1998), a maioria não se manifesta em situações pedagógicas, não estimulando os alunos para atitudes de aprendizagem, limitando-se a continuar, com o ensino tradicional de maneira computadorizada. Giraffa (2009) acrescenta que, mesmo seguindo o padrão de uma aula tradicional, a questão de ser um tutorial não qualifica como ruim o *software* e que este não abre possibilidades de aprendizagens pelos alunos. A autora (2009, p. 23) afirma que:

não é o *software* que vai fazer a diferença e sim como o utilizarmos agregará ou não elementos importantes ao processo de ensino e de aprendizagem. Portanto, o *software* escolhido tem de ser estratégia docente e não o contrário.

Outra prática diz respeito a quando o aluno usa o computador para construir seus conhecimentos, caso que favorece a interação do aluno com objetos do ambiente computacional. O computador passa a ser uma máquina a ser ensinada, proporcionando ao aluno condições para descrever a resolução de problemas, refletir sobre os resultados obtidos e depurar<sup>4</sup> suas ideias por intermédio da busca de novos conteúdos e novas estratégias. Ainda segundo Valente (1999), o envolvimento com o objeto em construção cria oportunidades para o aluno colocar em prática os conhecimentos que possui. Se esses conhecimentos não são suficientes para resolver os problemas encontrados, o aluno terá de buscar novas informações nas mais variadas fontes que estejam disponíveis.

Mas de que forma novas tecnologias alteram o conhecimento produzido? Para Kaput (1998), estas tecnologias têm contribuído para a produção de um realismo, jamais visto, nos objetos matemáticos e são os recursos interpretativos – nesse caso, a tecnologia computacional – que definem essa nova forma de realismo. Objetos virtuais matemáticos em uma tela de computador nos dão a sensação de sua existência material, dada a possibilidade que temos de manipulá-los dinamicamente e continuamente. Assim, para esses autores, o impacto principal da introdução das TIC no sistema educacional é de caráter epistemológico e cognitivo.

Em seus estudos, Tikhomirov (1981) expõe-nos inicialmente a, pelo menos, duas diferentes formas de interpretar o papel da informatização na atividade mental humana. Ele as denomina “teorias”. São elas: a teoria da substituição: aquela em que o computador substitui o homem na esfera intelectual; e a teoria da suplementação: aquela em que o computador

---

<sup>3</sup> *Software*, no qual a informação é organizada de acordo com uma sequência pedagógica particular e apresentada ao estudante, seguindo esta sequência ou, então, o aprendiz pode escolher a informação que desejar.

<sup>4</sup> Processo de encontrar e reduzir defeitos num aplicativo de *software* ou mesmo em *hardware*.

umenta o volume e a velocidade com que o homem processa informações. Contudo, o estudioso descarta ambas, argumentando que estas sugerem mudanças apenas quantitativas na atividade humana. Segundo esse autor, as teorias se equivocam ao não levarem em conta o papel da mediação externa da atividade humana.

A atividade humana mediada pelo computador altera de forma qualitativa a estrutura da atividade intelectual humana, reorganizando a memória, as formas com que passamos a armazenar a informação e com que organizamos a sua busca. Ao final, Tikhomirov conclui que “o computador reorganiza a atividade mental humana”, brindando-nos com a sua teoria da reorganização.

Ao concordar com Tikhomirov, pode-se inferir que a inovação tecnológica provoca nossa constante reorganização, que inclui a reorganização de atividades pedagógicas e de aprendizagem. Encontra-se, em outros autores, entendimentos que se alinham a esta ideia, em especial, à de reorganização sobre “como” aprendemos mediante a nova tecnologia de mediação. Em Baptista (2007) encontra-se “... as tecnologias recentes reorganizam as subjetividades, geram novas configurações em todos os campos e incitam adaptações cognitivas”. Lévy (1993) afirma que:

a inteligência ou a cognição são resultados de redes complexas onde interagem um grande número de atores humanos, biológicos e técnicos. Não sou “eu” que sou inteligente, mas “eu” com o grupo humano do qual sou membro, com minha língua, com toda uma herança de métodos e tecnologias intelectuais (dentre as quais, o uso da escrita)... Fora da coletividade, desprovido de tecnologias intelectuais, “eu” não pensaria (LÉVY, 1993, p. 135).

No campo da Educação Matemática, no Brasil, os pensamentos de Lévy e Tikhomirov são compartilhados por Borba e Penteadó (2001), que nos propõem que o conhecimento seja produzido por um coletivo composto por “seres-humanos-com-mídia”. Este é um dos pressupostos dos estudos conduzidos por Borba e seu grupo de pesquisa<sup>5</sup> sobre a relevância do computador, calculadoras gráficas ou outros tipos de mídia na Educação Matemática. Nessa perspectiva, ao utilizar o computador em ambiente de sala de aula, admite-se a possibilidade da produção de uma matemática diferenciada da produzida com a utilização do lápis e do papel. Este ponto de vista nos remete ao paralelo que Lévy (1993) estabelece entre o surgimento da informática ao da escrita, A informática parece reencenar, em algumas décadas, o destino da escrita: usada primeiro para cálculos, estatísticas, a gestão mais prosaica

---

<sup>5</sup> Grupo de Pesquisa em Informática, outras Mídias e Educação Matemática (GPIMEM), integrado por professores e alunos do Departamento de Matemática do Instituto de Geociências e Ciências Exatas (IGCE), da Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, campus Rio Claro (UNESP/R.Claro).

dos homens e das coisas tornou-se rapidamente uma mídia de comunicação de massa, ainda mais geral, talvez, que a escrita manuscrita ou a impressão.

Prosseguindo, o autor afirma que é grande a tentação de condenar ou ignorar aquilo que nos é estranho. É mesmo possível que nos apercebamos da existência de novos estilos de saber, simplesmente porque eles não correspondem aos critérios e definições que nos constituíram e que herdamos da tradição.

Assim, as propostas educacionais para o ensino de matemática, que incorporam este modo de olhar para o computador, diferem das outras. Em geral, estas não assumem a ideia tradicional de uma matemática “pronta” ou “acabada” a ser ensinada, mas admitem também a possibilidade de se “fazer” matemática em uma atividade de aprendizagem. Nessa perspectiva, entretanto, as implicações do uso de aplicativos informáticos no ensino e na aprendizagem de matemática são pouco conhecidas. Na avaliação de Kaput (1998), a mídia computacional altera o desenvolvimento do conteúdo matemático. Mediante tais formas de olhar para o computador, o estudo das implicações de seu uso e de seu papel em processos de ensino e de aprendizagem se faz necessário.

Em propostas elaboradas que resultaram na reorganização curricular do ensino de Cálculo na Grã Bretanha, Tall (1989) observa:

No paradigma das novas tecnologias, temos que refletir profundamente sobre a natureza da matemática requerida; tanto em termos de seu conteúdo quanto na forma como ela é organizada no currículo. Isto requer uma reavaliação cuidadosa de nossas premissas e crenças fundamentais, pois a nossa experiência prévia no paradigma “pré-computador” pode não nos prover sempre com intuições apropriadas para fazermos o julgamento correto nessa nova era tecnológica. Portanto, necessitamos de ambos: pensar reflexivamente e um *design* de pesquisa cuidadosamente planejado/projetado (TALL, 1989, p. 38).

Assim, acredita-se que modos diferentes de apropriação do computador encarnam diferentes propostas de ensino de Matemática e vice-versa.

De acordo com os PCN, o computador pode ser usado nas aulas de Matemática com várias finalidades:

Como fonte de informação, poderoso recurso para alimentar o processo de ensino e aprendizagem.  
Como auxiliar no processo de construção de conhecimento.  
Como meio para desenvolver autonomia pelo uso de *softwares* que possibilitem pensar, refletir e criar soluções.  
Como ferramenta para realizar determinadas atividades – uso de planilhas eletrônicas, processadores de texto, banco de dados e entre outros (BRASIL, 1998, p. 44).

Quanto ao uso da calculadora,

constata-se que ela é um recurso útil para verificação de resultados, correção de erros, podendo ser um valioso instrumento de auto-avaliação. A calculadora favorece a busca e a percepção de regularidades matemáticas e o desenvolvimento de estratégias de resolução de situações-problema pois estimula a descoberta de estratégias e a investigação de hipóteses, uma vez que os alunos ganham tempo na execução dos cálculos. Assim elas podem ser utilizadas como eficiente recurso para promover a aprendizagem de processos cognitivos (BRASIL, 1998, p. 45).

Moran in Moran e Masetto (2003), sustentando suas ideias sobre a utilização da Internet como recurso tecnológico aplicado à educação, argumenta que:

Pode ajudar a desenvolver a intuição, a flexibilidade mental, a adaptação a ritmos diferentes. A intuição, porque as informações vão sendo descobertas por acerto e erro, por conexões “escondidas”. As conexões não são lineares, vão “linkando-se” por hipertextos<sup>6</sup>, textos interconectados, mas ocultos, com inúmeras possibilidades diferentes de navegação. Desenvolve a flexibilidade, porque a maior parte das sequências é imprevisível, aberta. A mesma pessoa costuma ter dificuldades em refazer a mesma navegação duas vezes. Ajuda na adaptação a ritmos diferentes: a Internet permite a pesquisa individual, em que cada aluno trabalhe no seu próprio ritmo, e a pesquisa em grupo, em que se desenvolve a aprendizagem colaborativa (MORAN; MASETTO, 2007, p. 53).

Nesse sentido, a Internet assume um papel de destaque quando utilizada para fins educacionais que, associada ao computador, permite ao professor desenvolver projetos em que a participação dos alunos se efetiva de forma interativa.

Outro ponto fundamental a ser destacado, no uso das TIC na Educação Matemática, é utilização de *softwares*, hoje disponibilizados com finalidades educativas. O *software* oportuniza que o aluno trabalhe elementos abstratos, manuseando ícones que podem ser visualizados, na tela, como se fossem objetos concretos, facilitando a manipulação e, conseqüentemente, inferências e desenvolvimento de competências. Ele ainda oportuniza, dependendo do *software*, a descoberta, melhorando, assim, a apreensão de procedimentos e possibilitando uma melhor aprendizagem.

É difícil manter-se atualizado quando se fala de ferramentas computacionais, mais especificamente do *software* para qualquer fim, devido à quantidade e velocidade com que essas tecnologias e com que cada uma de suas novas versões são desenvolvidas. Wong (2003) escreve sobre esse tema de forma humorada:

---

<sup>6</sup> Sequências em camadas de documentos interligados, que funcionavam como páginas sem numeração e trazem informações variadas sobre determinados assuntos. Vai depender da ação de cada pessoa o avanço nas informações disponíveis, aprofundando e detalhando cada vez com maior profundidade o nível de informações sobre determinado assunto (KENSKI, 2007, p.32).

Alguns (autores) até mesmo disseram que os artigos sobre a *high-technology* tornaram-se obsoletos no momento da sua publicação. Em alguns casos, podem levar anos para a publicação de forma convencional (certamente a publicação eletrônica é mais rápida) e até então, uma nova versão do *software* abordado pode já ter sido lançado (e a versão original pode nem estar mais disponível) (WRONG, 2003. p. 271).

Por esse fato, do ponto de vista dos aplicativos – *softwares* disponíveis, não há como exaurir a discussão sobre este tema. Entretanto, tem se observado que o uso, de fato, desses aplicativos em situações de ensino e aprendizagem de matemática restringe-se a alguns tipos de *softwares*.

Outro aspecto a ser destacado é o interesse despertado pelo uso da tecnologia. Nota-se uma maior motivação, tanto da parte de quem ensina quanto de quem aprende. Sua utilização faz com que os alunos adquiram uma independência maior em relação ao professor, tendo em vista que faz do professor um mediador da atividade. Como resultado, o aluno precisa ensinar ao computador e se mostra mais disposto a ensinar ao colega com maior dificuldade, estreitando-se, assim, as relações entre o professor, os alunos, a máquina e a Matemática.

Kenski (2007) afirma que a presença de uma determinada tecnologia pode induzir profundas mudanças na maneira de organizar o ensino. Quando bem utilizadas, as mediações por meio de *softwares* e similares provocam a alteração do comportamento de professores e alunos, transformando a realidade da aula tradicional, dinamizando o espaço de ensino e aprendizagem, levando aos alunos à possibilidade de aprender melhor e de obter maior aprofundamento do conteúdo estudado.

De acordo com Cury e Bazzo (2001, p. 20), o encontro de aluno e professor na frente do computador, conversando sobre as dificuldades de aprendizagem e as limitações dos *softwares*, pode ser uma fonte de novas descobertas e oportunidades para uma maior aproximação entre eles, o que, sem dúvida, tem consequências benéficas para a relação professor – aluno.

Assim, Kenski (2007) refere-se a mudanças positivas nas relações entre alunos e professores com o uso das TIC, sobretudo se esse uso for intenso, a proximidade com os alunos ajuda o professor a compreender suas ideias, olhar o conhecimento das novas perspectivas e a aprender também.

Nessa relação, professor e aluno devem se sentir desafiados a fazer uma aula diferente. O professor, quando faz o planejamento de sua aula, deve procurar proporcionar aos alunos tarefas em que eles se sintam desafiados a trabalhar para atingir os objetivos propostos.

Pode-se afirmar que o uso do computador só funciona efetivamente como instrumento no processo de ensino aprendizagem, se for inserido num contexto de atividade que desafiam o grupo em seu crescimento. Espera-se que o aluno construa o conhecimento: na relação consigo próprio, com o outro (o professor e os colegas) e com a máquina (WEISS; CRUZ, 2001, p. 18).

Ao criar oportunidades que valorizem o processo investigatório e a descoberta, por meio de trabalhos desenvolvidos no computador, por exemplo, o educador permite aos alunos perceberem que as tecnologias podem proporcionar não apenas momentos de lazer, mas também, momentos riquíssimos de estudo. Isso se aproxima bastante daquilo que Papert (1994) escrevia quando se referia ao computador como sendo a máquina de brincar das crianças.

De acordo com os PCN (BRASIL, 1998), outro aspecto a ser considerado é o fato de que hoje a computação gráfica é um recurso bastante estimulador para compreensão e análise do comportamento de gráficos de funções com alterações que estes sofrem quando ocorrem mudanças nos parâmetros de suas equações.

A economia de tempo também é um fator positivo, uma vez que sua falta é uma queixa recorrente dos educadores matemáticos. Quando se utiliza *softwares* na elaboração de gráficos, por exemplo, no tempo que se levaria para fazer um manualmente, é possível fazer vários e com uma qualidade muitas vezes superior. Isso facilita a observação de relações entre os dados que, de outra forma, passariam despercebidas.

Por fim, conforme Borba e Penteado (2001), os computadores não substituem os seres humanos ou simplesmente os complementam, mas auxiliam na reorganização do pensamento, com outras formas de proceder à formulação e à resolução de problemas. A informática não irá extinguir a escrita e a oralidade, e nem as demonstrações matemáticas, haverá apenas transformações ou reorganizações.

Assim, o que se propõe hoje é que o ensino de Matemática possa aproveitar ao máximo os recursos tecnológicos, tanto pela sua receptividade social como para melhorar a linguagem expressiva e comunicativa dos alunos.

## 2.2 BREVE REVISÃO HISTÓRICA DA TRIGONOMETRIA

Segundo Kennedy (1994), a Trigonometria, talvez mais que outros ramos da Matemática, desenvolveu-se como resultado de uma interação contínua e fértil entre oferta e demanda: a oferta de teorias matemáticas aplicáveis e técnicas acessíveis em qualquer

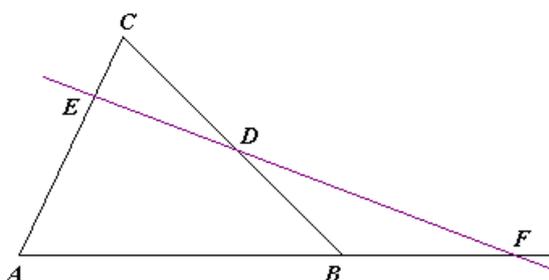
momento e a demanda de uma única ciência aplicada, a Astronomia. A relação era tão íntima que só no século XVIII tornou-se proveitoso considerar os dois assuntos como tópicos separados.

O mesmo tipo de interação entre teoria e aplicação ocorreu continuamente dentro do próprio corpo do material teórico – interação entre Análise Numérica e Geometria. Considerações algébricas, no sentido de operações discretas efetuadas sobre classes de objetos, desempenharam um papel primordial e essencial, embora o simbolismo frequentemente considerado como sendo a marca da Álgebra só tenha sido introduzido no século XVI. Assim, a história da Trigonometria mostra em seu interior o crescimento embrionário de três partes clássicas da Matemática: Álgebra, Análise e Geometria.

De acordo com Kennedy (1994), os primórdios da Trigonometria perderam-se no tempo. Podem ser identificados nas primeiras sequências numéricas relacionando comprimentos de sombra com horas do dia. Essa “Trigonometria” era baseada numa única função, a corda de um arco de círculo arbitrário. O teorema de Menelau, envolvendo quadriláteros completos planos ou esféricos, tornou possível a extensão dessa disciplina à esfera. Todavia, outros métodos de passagem do plano para a esfera certamente concorreram com o teorema de Menelau e provavelmente o precederam.

O teorema de Menelau é um teorema de geometria plana atribuído a Menelau de Alexandria. Sejam D, E, F pontos das retas suportes dos lados BC, CA e AB, respectivamente, do triângulo ABC e diferente dos vértices. Se esses pontos são colineares,

então:  $\frac{AF}{FB} \cdot \frac{BD}{DC} \cdot \frac{CE}{EA} = -1$ .



**Figura 1:** Teorema de Menelau

Essas coisas originaram-se na região do Mediterrâneo leste em geral. O centroide das atividades deslocou-se então para a Índia (onde a função corda transformou-se em variações do seno), e daí percorreu parte do caminho de volta. Na região que se estende da Síria à Ásia Central, e no período do século IX ao século XV, a nova função seno e as antigas funções

sombra (tangente, cotangente, secante, etc.) foram primorosamente tabuladas em sexagésimos. Com este desenvolvimento surgiu a primeira Trigonometria genuína, no sentido de que só então o objeto de estudos tornou-se o triângulo plano ou esférico, seus lados e ângulos. No final do século XVIII, Leonard Euler e outros já haviam apresentado todos os teoremas da Trigonometria como corolários da teoria das funções complexas.

Conforme Kennedy (1994), o desenvolvimento da Trigonometria está intimamente ligado ao da Geometria. Neste campo, a Grécia produziu grandes sábios; entre eles Thales (625 – 546 a.C.), com seus estudos de semelhança que embasam a Trigonometria, e seu discípulo Pitágoras (570 – 495 a.C.). Conjectura-se que este último tenha feito a primeira demonstração do teorema que leva seu nome: “*Em todo triângulo retângulo a área do quadrado construído sobre a hipotenusa é igual à soma das áreas dos quadrados construídos sobre os catetos*”. Deste teorema deriva a relação fundamental da Trigonometria, que ficou conhecida como Teorema de Pitágoras.

Segundo Bell (1945), a Escola Pitagórica, fundada no século V a.C., foi responsável por descobertas na acústica, elaborando uma lei de intervalos musicais. Essa lei relacionava os diapasões de notas emitidas por cordas distendidas, sob tensões iguais, aos comprimentos das cordas. Podemos tomar a lei dos intervalos musicais como um prenúncio do aparecimento das funções seno e cosseno no osciloscópio do futuro, para se estudar o som.

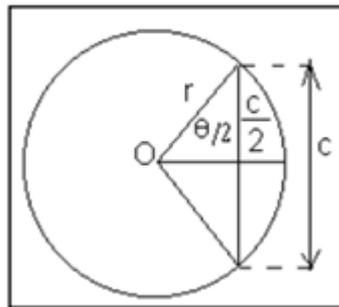
De acordo com Boyer (1996), na Grécia por volta de 180 – 125 a.C. foi compilada por Hiparco de Nicéia (190 – 126 a.C.) a primeira tabela trigonométrica, por isso, Hiparco ganhou o direito de ser chamado de “O Pai da Trigonometria”. Esse matemático e astrônomo grego foi uma figura da transição entre a Astronomia babilônica e a obra de Ptolomeu, conhecida como o Almagesto de Ptolomeu, que é abordada no item 2.2.2 deste capítulo.

### **2.2.1 O surgimento da função seno**

Conforme Kennedy (1994) a mais antiga tábua de senos foi descoberta na Índia, onde elas, provavelmente, tiveram origem. O *surya siddhanta* é um compêndio de Astronomia com regras em versos escritos em sânscrito com poucas explicações e nenhuma prova. Como quase todas as funções, o seno primitivo era definido em termos de um círculo cujo raio não era unitário. Outra contribuição dos hindus, de acordo com Boyer (1996), para a Trigonometria foi a introdução do equivalente da função seno para substituir a tabela grega de cordas.

O *surya* teve grande importância, pois foi ele que abriu novas perspectivas para a Trigonometria. No *surya*, a relação usada era entre a metade da corda e a metade do ângulo central correspondente, chamada por eles de *jiva*, em que possibilitou a visão de um triângulo retângulo na circunferência.

Segundo Boyer (1996), os hindus definiram o *jiva* como sendo a razão entre o cateto oposto e a hipotenusa. A metade da corda dividida pelo raio do círculo é o seno da metade do arco (ou da metade do ângulo central correspondente a todo o arco), conforme a Figura 2.



**Figura 2:** O *Jiva*  
**Fonte:** Adaptado de BOYER (1996)

De acordo com Boyer (1996), com os hindus, as principais funções trigonométricas foram introduzidas e os métodos de tabulação foram aperfeiçoados, particularmente os de interpolação quadrática e linear.

Segundo Kennedy (1994), quando os hindus introduziram os conceitos de semicorda ou o conceito de seno em sua Trigonometria tornaram as identidades pitagóricas mais óbvias, e por volta de 505 d.C., Varahamihira (505 – 587) descreve o equivalente verbal da identidade  $\text{sen}^2\theta + \text{cos}^2\theta = 1$ .

### 2.2.2 O Almagesto de Ptolomeu

Em conformidade com Kennedy (1994), Cláudio Ptolomeu (90 – 168 d.C.) é o autor da mais importante obra da Trigonometria da antiguidade, surgida no século dois de nossa era, em Alexandria, a “*Syntaxis Mathematica*”, composta de treze volumes. Ela ficou conhecida como Almagesto, que significa em árabe “A maior” = Al magest, pois os tradutores árabes a consideravam a maior obra existente na época, em Astronomia.

De acordo com Kennedy (1994), o Almagesto é um marco, um modelo de Astronomia que perdurou até Copérnico, no século XVI. Ptolomeu, na verdade, sistematizou e compilou

no Almagesto uma série de conhecimentos bastante difundidos em sua época e a maior parte da obra é baseada no trabalho do astrônomo e matemático grego Hiparco (190 – 120 a.C.), cujos livros se perderam. Segundo Kennedy (1994), Isto aparece em um comentário sobre trabalhos mais antigos, de Teon de Alexandria (330 – 395), que viveu dois séculos após e foi um dos matemáticos que pesquisaram sobre as descobertas dos gregos anteriores. Ele menciona que Hiparco escreveu doze livros sobre cálculo de cordas, incluindo uma tábua de cordas.

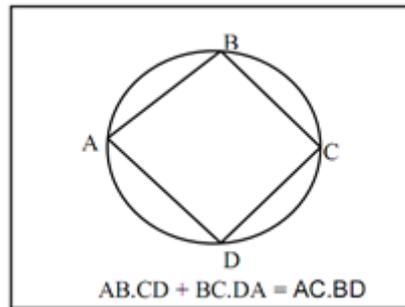
Kennedy (1994) afirma que, para os matemáticos o Almagesto tem interesse devido às identidades trigonométricas que Ptolomeu divisou para auxiliá-lo a reunir dados para sua tabela de cordas.

Segundo Kennedy (1994), dos treze livros que compõem o Almagesto, o primeiro contém as informações matemáticas preliminares, indispensáveis na época, para uma investigação dos fenômenos celestes, tais como proposições sobre geometria esférica, métodos de cálculo, uma tábua de cordas e explicações gerais sobre os diferentes corpos celestes. Os demais livros são dedicados à Astronomia.

Segundo Boyer (1996), Ptolomeu desenvolveu o estudo da Trigonometria nos capítulos dez e onze do primeiro livro do Almagesto. O capítulo 11 consiste numa tabela de cordas e o capítulo 10 explica como a tabela pode ser calculada. Na verdade, não existe no Almagesto nenhuma tabela contendo as funções seno e cosseno, mas sim a função corda do arco  $x$ , ou  $\text{crd } x$ , embora naturalmente esses termos não apareçam.

A função corda do arco  $x$  era definida como sendo o comprimento da corda que corresponde a um arco de  $x$  graus em um círculo cujo raio era 60. Assim, na tabela de cordas de Ptolomeu existiam três colunas: a primeira listando os arcos, a segunda, o comprimento da corda correspondente a cada arco e a terceira que fornecia o aumento médio de  $\text{crd } x$  correspondente a um acréscimo de um minuto em  $x$ . Esta coluna era usada para interpolar, isto é, para achar o valor de  $\text{crd } x$  se  $x$  estivesse entre duas entradas na coluna dos arcos.

De acordo com Boyer (1996), no Almagesto temos: (a) Uma tabela mais completa que a de Hiparco, com ângulos de meio em meio grau, de  $0^\circ$  a  $180^\circ$ ; (b) O uso da base 60, com a circunferência dividida em 360 graus e raio em 60 partes e frações sexagesimais, não só para expressar ângulos e sim para qualquer tipo de cálculo, com exceção dos de medida de tempo. (c) O resultado que passou a ser conhecido como Teorema de Ptolomeu (Figura 3): Se ABCD é uma quadrilátero convexo inscrito num círculo, então a soma dos produtos dos lados opostos é igual ao produto das diagonais.



**Figura 3:** Teorema de Ptolomeu  
**Fonte:** Adaptado de BOYER (1996)

A partir desse resultado, operando com as cordas dos arcos, Ptolomeu chegou a um equivalente das fórmulas de seno da soma e da diferença de dois arcos, isto é,  $\sin(a + b)$  e  $\sin(a - b)$ . Especialmente a fórmula para a corda da diferença foi usada por ele para a construção da tabela trigonométrica. (d) O uso, também utilizando cordas, do seno do arco metade:  $\sin^2\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{2}(1 - \cos\pi)$ .

A principal contribuição do Almagesto foi tornar evidente a possibilidade de uma descrição quantitativa dos fenômenos naturais, pela Matemática, já que ele desenvolveu, conforme Aaboa (1984):

[...] não somente seus modelos astronômicos, mas também as ferramentas matemáticas, além da Geometria elementar, necessárias para a Astronomia, entre elas a Trigonometria. Mais do que qualquer outro livro, o Almagesto contribuiu para a ideia tão básica nas atividades científicas, de que uma descrição quantitativa Matemática dos fenômenos naturais, capaz de fornecer previsões confiáveis, é possível e desejável (AABOA, 1984, p. 129).

### 2.2.3 Ângulo

Segundo Kennedy (1994), Euclides disse: “um ângulo plano é a inclinação recíproca de duas retas que em um plano têm um extremo comum e não estão em prolongamento”. Esta definição é uma variante da antiga ideia grega de que um ângulo era uma deflexão ou uma quebra em uma linha reta. Para admitir um ângulo raso, Euclides imediatamente define como “retilíneo” o ângulo cujos lados estão na mesma linha reta.

Segundo Kennedy (1994), para obter os ângulos retos os antigos mediam a altura de um objeto colocando uma vara em um ângulo reto com o horizonte e comparando então as sombras projetadas pelo objeto e pela vara.

Euclides também sabia disso e deu a seguinte definição: *Quando uma reta levantada sobre outra forma ângulos adjacentes iguais entre si, cada um dos ângulos iguais é reto e a reta levantada se chama perpendicular aquela sobre a qual foi levantada.* Mais adiante

Euclides percebeu que: *Todos os ângulos retos são iguais entre si*. Assim, o ângulo reto servia como um padrão fixo para medir outros ângulos. Os termos “ângulo agudo” e “ângulo obtuso” eram definidos, então, como sendo respectivamente menor e maior que um ângulo reto.

#### 2.2.4 Seno e cosseno

De acordo com Boyer (1996), a Trigonometria toma a sua forma atual quando Euler (1707 – 1783) adota a medida do raio de um círculo como unidade e define funções aplicadas a um número e não mais a um ângulo como era feito até então, em 1748.

Segundo Boyer (1996), uma ideia genial de Euler foi criar a função  $E$ , que denominaremos função de Euler. Ela associa a cada número um ponto de um círculo  $C_1$  unitário e centrado na origem do plano cartesiano. Seu domínio é o conjunto  $\mathfrak{R}$  e o contra domínio é  $C_1$ . A função  $E: \mathfrak{R} \rightarrow C_1$  associa a cada  $x \in \mathfrak{R}$ , um ponto  $P \in C_1$ ,  $P = (a, b)$  pertence a  $C_1$  se e somente se  $a^2 + b^2 = 1$ .

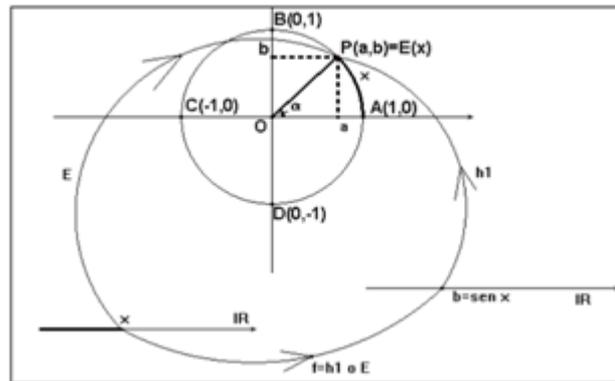
Como essa função faz a correspondência entre cada número  $x$  e os pontos do círculo  $C_1$ , ao número zero corresponde o ponto  $A = (1, 0)$  e, dado  $x \in \mathfrak{R}$ ,  $x > 0$ , mede-se, a partir desse ponto  $A$ , um arco de comprimento  $x$ , no sentido anti-horário. A extremidade do arco é um ponto  $P = E(x)$ . Se  $x < 0$ , mede-se, a partir de  $A$ , um arco de comprimento  $x$ , no sentido horário, e se obtém o ponto  $P = E(x)$  correspondente. A função  $E: \mathfrak{R} \rightarrow C_1$  consiste em envolver a reta  $\mathfrak{R}$  como se fosse um fio inextensível sobre o círculo  $C_1$  que, por sua vez, é imaginado como um carretel.

Definindo-se as funções:  $h_1: C_1 \rightarrow \mathfrak{R}$  por  $h_1(P(a, b)) = a$  e  $h_2: C_1 \rightarrow \mathfrak{R}$  por  $h_2(P(a, b)) = b$ , e tomando-se as compostas:  $f = h_1 \circ E$  e  $g = h_2 \circ E$ , se pode definir as funções seno e cosseno de um número real  $x$  e não mais de um ângulo, como era anteriormente necessário.

Dado  $x \in \mathfrak{R}$ , a ele se associa um ponto  $P$ , do círculo, sendo:  $P = E(x) = (a, b)$ . Considerando  $a = \cos x$  e  $b = \sin x$  definimos:

$$\begin{aligned} f: \mathfrak{R} &\rightarrow \mathfrak{R} & e & & g: \mathfrak{R} &\rightarrow \mathfrak{R} \\ f(x) &= \sin x & & & g(x) &= \cos x \end{aligned}$$

Sendo  $\cos x$  a abscissa e  $\sin x$  a ordenada de  $P(x) = E(x)$ . Como podemos ver na Figura 4.



**Figura 4:** Associação entre um número real e seu seno através do ponto correspondente no círculo  
**Fonte:** Adaptado de BOYER (1996)

De acordo com Lima (1991), a função de Euler  $E: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}_1$ , que possibilita encontrar  $\sin x$  e  $\cos x$ , como função de uma variável real  $x$ , abriu para a Trigonometria as portas da Análise Matemática e de inúmeras aplicações às Ciências Físicas.

Conforme Lima (1991), o tratamento analítico das funções trigonométricas está no livro *“Introductio in Analysin Infinitorum”*, de 1748, considerado a obra chave da Análise Matemática. Nele, o seno deixou de ser uma grandeza e adquiriu o status de número obtido pela ordenada de um ponto de um círculo unitário, ou o número definido pela série:

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots$$

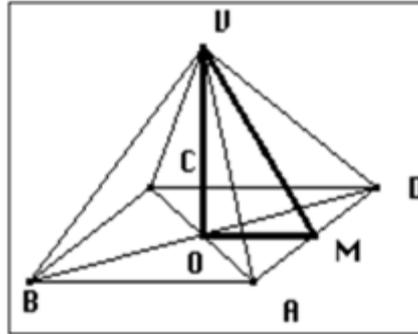
E o livro também mostrou que:  $\sin x = \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2}$  e  $\cos x = \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2}$ , onde  $i$  é a unidade imaginária, possibilitando definir as funções seno e cosseno a partir dessas relações, inserindo-as no campo dos números complexos.

### 2.2.5 Tangente e cotangente

Enquanto os conceitos de seno e cosseno tiveram sua origem no contexto da Astronomia, tangente e cotangente emergiram das necessidades mais modestas da medição de alturas e distâncias.

Segundo Costa (1997), um exemplo em que o equivalente da cotangente de um ângulo é calculada encontra-se no Problema 56 do papiro Rhind (1650 a.C.), que fornece as

dimensões de uma pirâmide quadrada e pede o *seqt*<sup>7</sup> (Figura 5) de um ângulo. Como por exemplo: Seja  $OV = 40$  e  $OM = 80$ , então o  $seqt = \frac{80}{40}$ , isto é:  $seqt = 2$ .



**Figura 5:** O *seqt* egípcio  
**Fonte:** Adaptado de COSTA (1997)

De acordo com Costa (1997), para os egípcios o *seqt* era uma indicação da inclinação da face da pirâmide, e corresponde ao que hoje chamamos de cotangente, ressaltando-se o costume egípcio de medir o percurso em “mãos” (aproximadamente 4 polegadas) e a elevação em cúbitos (que os egípcios consideravam igual a 7 mãos).

Precedendo as funções tangente e cotangente, havia as ideias associadas as sombras projetadas por uma vara vertical ou gnômon de relógios de sol, usados no Egito já 1500 a.C. Segundo Costa (1997), o gnômon era uma vareta (Figura 6) que se espetava no chão, formando com ele um ângulo de  $90^\circ$ , e o comprimento de uma sombra (AN) era observada ao meio-dia. Uma observação dos limites da sombra permitia medir a duração do ano e o movimento lateral diário do ponto A permitia medir a duração do dia.



**Figura 6:** O gnômon  
**Fonte:** Adaptado de COSTA (1997)

<sup>7</sup> *Seqt* = o número obtido quando o “percurso” horizontal é dividido pela “elevação” vertical da face da pirâmide.

Conforme Costa (1997), como o tamanho do gnômon era constante, usava-se sempre a mesma vareta, na mesma posição, o comprimento de AN ao meio-dia variava com o ângulo A. Isto significa uma colocação de AN, ou  $\frac{AN}{GN}$  como uma função do ângulo A, nos dias de hoje denominada cotangente.

Embora os termos tangente e cotangente só tenham sido cunhados mais tarde, em 1551 o matemático europeu Rheticus (1514 – 1574) definiu explicitamente cada uma dessas duas funções como sendo uma razão. Em 1620, Edmund Gunter estabeleceu o equivalente latino cotangente de A para “*complement tangent of A*”, que significa “tangente do complementar de A”. Em 1674, Jonas Moore criou a abreviação cot para cotangente.

### 2.2.6 Identidades trigonométricas

Segundo Boyer (1996), os conceitos trigonométricos originalmente envolviam medidas de cordas e arcos. As identidades, como as conhecemos, vieram mais tarde, mas provavelmente foram usadas por Ptolomeu (150 d.C.) e muito provavelmente por Hiparco (140 a.C.) sobre cujo trabalho Ptolomeu construiu, em particular, sua tábua de cordas. Ptolomeu fez uso explícito de identidades equivalentes a:

$$\text{sen}(\alpha \pm \beta) = \text{sen} \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \text{sen} \beta$$

$$\text{sen}^2 \frac{\theta}{2} = \frac{1}{2}(1 - \cos \theta)$$

Segundo Boyer (1996), quando os hindus introduziram a semicorda ou conceito de seno, as identidades pitagóricas tornaram-se mais óbvias, e por volta de 505 d.C., Varahamihira fornece o equivalente verbal de  $\text{sen}^2\theta + \cos^2\theta = 1$ . Hiparco e Ptolomeu também usaram o equivalente desta identidade.

De acordo com Boyer (1996), em um triângulo ABC qualquer, inscrito em uma circunferência de raio r, de lados BC, AC e AB que medem, respectivamente, a, b e c e com ângulos internos A, B e C, tem-se a lei dos senos, que se expressa hoje como  $\frac{a}{\text{sen} A} = \frac{b}{\text{sen} B} = \frac{c}{\text{sen} C}$ , era conhecida, sob forma equivalente, por Ptolomeu, mas foi só exposta de maneira clara quando al-Biruni (973 – 1048) provou que os lados de um triângulo têm razões iguais aquelas entre os senos dos ângulos opostos. A lei correspondente dos senos para triângulos esféricos foi formulada por Regiomontanus (1464), ou seja, um triângulo esférico é a união de três segmentos geodésicos de uma esfera.

Boyer (1996) afirma que Abu'l Wefa (940 – 998) determinou o equivalente de  $\sin 2x = 2 \sin x \cdot \cos x$ , e também os equivalentes das seguintes fórmulas:

$$\operatorname{tg} x/1 = \sin x/\cos x$$

$$\operatorname{tg} x/1 = 1/\operatorname{cotg} x$$

$$\sec x = \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 x}$$

Ele também expressou o  $\sin x$  em termos do seno e do cosseno de  $x/2$ .

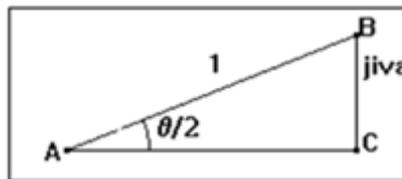
E que foi Nasir Eddin (1201 – 1274) quem escreveu o primeiro livro em que a Trigonometria é tratada independentemente da astronomia: *Tratado sobre quadriláteros*. Este texto abrangia a Trigonometria plana e a esférica.

Segundo Boyer (1996), François Viète (1540 – 1603) aplicou a álgebra à Trigonometria de maneira muito sistemática, chegando assim bem próximo da Trigonometria Analítica. Redescobriu a maioria das identidades elementares e obteve fórmulas gerais equivalentes às expressões de  $\sin(nx)$  e  $\cos(nx)$  em função de  $\sin x$  e  $\cos x$ . Estas só eram conhecidas antes em casos especiais. Viète formulou a lei dos cossenos essencialmente na forma  $\frac{2ab}{a^2 + b^2 - c^2} = \frac{1}{\sin(90^\circ - C)}$ .

Em conformidade com Boyer (1996), os estudos de Al Battani (858 – 929) ficaram entre o Almagesto e o Siddhanta e foi por sua influência que a Trigonometria hindu foi adotada pelos árabes, principalmente a partir da sua genial ideia de introduzir o círculo de raio unitário e com isso demonstrar que a razão jiva é válida para qualquer triângulo retângulo, independentemente do valor da medida da hipotenusa.

$$\text{Jiva} = \frac{\text{cateto oposto}}{1} = \frac{BC}{1}$$

$$\operatorname{Sen} \frac{\theta}{2} = \frac{BC}{1}$$



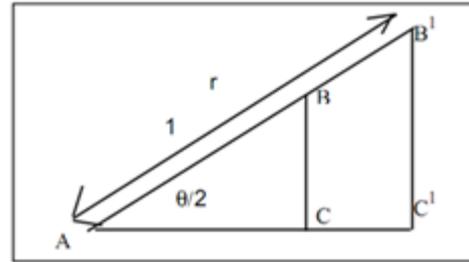
**Figura 7:** A ideia do Raio 1 de Al Battani  
**Fonte:** Adaptado de BOYER (1996)

Se um triângulo retângulo tem um ângulo agudo  $\frac{\theta}{2}$  então, quaisquer que sejam as medidas do cateto oposto e da hipotenusa podemos afirmar que:  $\Delta ABC \approx \Delta AB^1C^1$ .

No  $\Delta ABC$  temos  $\sin \frac{\theta}{2} = \frac{jiva}{1}$

Pelo Teorema de Tales, temos:  $\frac{jiva}{1} = \frac{BC}{AB} = \frac{B^1 C^1}{AB^1}$

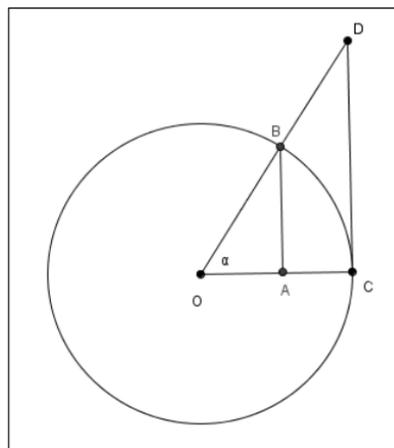
Logo  $\sin \frac{\theta}{2} = \frac{B^1 C^1}{AB^1} = \frac{jiva}{1}$



**Figura 8:** Fórmula usada para construir a tabela de Al Battani  
**Fonte:** Adaptado de BOYER (1996)

Segundo Eves (2004), o matemático europeu mais habilidoso do século XIII foi Leonardo Pisano Bigollo (1170 – 1250), mais conhecido como Fibonacci. Ele estudou no norte da África e depois viajou pelo oriente como mercador, com isso sofreu grande influência dos árabes. Sua obra “*Practica Geometriae*”, de 1220, é uma aplicação da Trigonometria árabe na Agrimensura.

Os significados dos nomes atuais das funções trigonométricas ficam claros com sua interpretação geométrica quando o raio do círculo é igual a 1 e coloca-se o ângulo no centro do círculo como mostra a Figura 9. Desta forma, os valores da  $tga$  e  $sec\alpha$  são dados pelos comprimentos dos segmentos CD e OD, respectivamente. Cotangente é o inverso da tangente e cossecante é o inverso do seno.



**Figura 9:** Representação geométrica da tangente e da secante  
**Fonte:** Adaptado de EVES (2004)

As funções, tangente, cotangente, secante e cossecante tiveram vários nomes e os nomes atuais surgiram, no máximo, no final do século XVI.

De acordo com Eves (2004), o próximo importante passo em Trigonometria foi dado por John Wallis (1616 – 1703) ao expressar fórmulas usando equações em vez de proporções, e por trabalhar com séries infinitas.

Segundo Kennedy (1994), com o avanço da Análise desencadeado pela invenção do cálculo infinitesimal, a Trigonometria foi logo absorvida por esta teoria. O processo de transição começou com a representação das funções trigonométricas por meio de séries infinitas no século XVII por Isaac Newton (1642 – 1727). Ele sabia que:  $\text{sen}(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots$ , que  $\text{cos}(x) = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots$  e, ainda que,  $e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$ .

No início, a Trigonometria era uma auxiliar da Agrimensura e da Astronomia, tornou-se primeiramente autônoma e por fim transformou-se em uma parte da Análise Matemática, expressando relações entre números complexos, sem necessidade de recorrer a arcos ou ângulos.

## 2.3 O ENSINO DE TRIGONOMETRIA EM DOCUMENTOS OFICIAIS

Analisar-se-á a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional – LDB (BRASIL, 1996), os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental (BRASIL, 1998), os Parâmetros Curriculares do Ensino Médio (BRASIL, 1999), as Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN + (BRASIL, 2002) e as Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (BRASIL, 2006) para verificar quais são as recomendações para o ensino de Trigonometria nesses documentos oficiais e se as dissertações e teses que serão analisadas abordem de forma correta.

### 2.3.1 Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional

De acordo com a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB/96), o currículo do Ensino Médio será composto por um núcleo comum, obrigatório em âmbito nacional, e uma parte diversificada, de acordo com as peculiaridades locais. Essa parte diversificada atende aos aspectos sociais e históricos da clientela escolar. O documento apresenta outro aspecto que merece destaque, que se refere ao aprimoramento do educando como ser humano, sua formação ética, desenvolvimento de sua autonomia intelectual e de seu

pensamento crítico, sua preparação para o mundo do trabalho e o desenvolvimento de competências para dar continuidade aos estudos.

### **2.3.2 Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental**

Os PCN não apontam especificamente que conteúdos o professor deverá abordar em sala de aula, mas dão diretrizes relevantes para a formação do aluno, dentre as quais estão:

Compreender os conceitos, procedimentais e estratégias matemáticas que permitam ao aluno desenvolver estudos posteriores e adquirir uma formação científica geral [...]

Promover a realização pessoal mediante o sentimento de segurança em relação às suas capacidades matemáticas, o desenvolvimento de atitudes de autonomia e cooperação [...] (BRASIL, 1998, p. 45).

Para o conteúdo de Trigonometria, os PCN enfatizam o ensino de semelhança de figuras planas a partir de ampliações ou reduções, identificando as medidas que não se alteram (ângulos) e as que se modificam (dos lados, da superfície e perímetro), além da verificação e aplicação do teorema de Tales e de Pitágoras, conteúdos esses necessários como base para se estudar Trigonometria.

### **2.3.3 Parâmetros Curriculares do Ensino Médio**

Em 1999, o Ministério da Educação e Cultura (MEC), lançou os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM) (BRASIL, 1999), com a proposta de mudança no Ensino Médio que, com a LDB, tornou esta modalidade de ensino como etapa final da Educação Básica, completando o aprendizado iniciado no Ensino Fundamental.

Os PCNEM (BRASIL, 1999) estabelecem que a Matemática, a Biologia, a Física e a Química integram uma mesma área do conhecimento, a área das Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias, pois compartilham linguagens para representação e sistematização do conhecimento de fenômenos ou processos naturais e tecnológicos. Esta área tem como três grandes competências a serem desenvolvidas: a representação e comunicação, a investigação e compreensão e a contextualização sociocultural.

A proposta de Matemática dos PCNEM (BRASIL, 1999) aborda um conjunto de temas que possibilitam o desenvolvimento das competências relevantes, que foram sistematizados em três eixos ou temas estruturadores, desenvolvidos ao mesmo tempo nas três

séries de Ensino Médio. São eles: Álgebra: números e funções, Geometria e medidas e Análise de dados. A Trigonometria está proposta no primeiro eixo, junto com funções.

Este documento apresenta uma proposta interdisciplinar com uma relevância muito grande em relação à Matemática, em razão de seu caráter universal, esta disciplina está presente em quase todas as atividades da vida na sociedade atual:

Possivelmente, não existe nenhuma atividade da vida contemporânea, da música à informática, do comércio à meteorologia, da medicina à cartografia, das engenharias às comunicações, em que a Matemática não compareça de maneira insubstituível para codificar, ordenar, quantificar e interpretar compassos, taxas, dosagens, coordenadas, tensões, frequências e quantas outras variáveis houver (BRASIL, 1999, p. 21).

O documento sugere como critério central a contextualização e a interdisciplinaridade, ou seja, o potencial de um tema permitir conexões entre diversos conceitos e entre diferentes formas de pensamento matemático, ou ainda, a relevância cultural do tema, tanto no que diz respeito às suas aplicações dentro ou fora da Matemática, como à sua importância histórica no desenvolvimento da própria ciência.

Um primeiro exemplo disso pode ser observado com relação às funções:

O ensino isolado desse tema não permite a exploração do caráter integrador que ele possui. Devemos observar que uma parte importante da Trigonometria diz respeito às funções trigonométricas e seus gráficos. As sequências, em especial progressões aritméticas e progressões geométricas, nada mais são que funções particulares. As propriedades de retas e parábolas estudadas em Geometria Analítica são propriedades dos gráficos das funções correspondentes. Aspectos do estudo de polinômios e equações algébricas podem ser incluídos no estudo de funções polinomiais, enriquecendo o enfoque algébrico que é feito tradicionalmente (BRASIL, 1999, p. 43).

Cabe, portanto, a quem ensina Matemática garantir que o aluno adquira certa flexibilidade para lidar com o conceito de função em situações diversas. Nesse sentido, através de uma variedade de situações problema de várias áreas, o aluno pode ser incentivado a buscar a solução, ajustando seus conhecimentos sobre funções para construir um modelo para interpretação e investigação em Matemática.

Outro tema que exemplifica a relação da aprendizagem de Matemática com o desenvolvimento de habilidades e competências é a Trigonometria, desde que seu estudo esteja ligado às aplicações, evitando-se o investimento excessivo no cálculo algébrico das identidades e equações para enfatizar os aspectos importantes das funções trigonométricas e da análise de seus gráficos. Especialmente para o indivíduo que não prosseguirá seus estudos nas carreiras ditas exatas, o que deve ser assegurado são as aplicações da Trigonometria na solução de problemas que envolvem medições, em especial o cálculo de distâncias inacessíveis, e na

construção de modelos que correspondem a fenômenos periódicos, além de compreender o conhecimento científico e tecnológico como resultado de uma construção humana em um processo histórico e social, reconhecendo o uso de relações trigonométricas em diferentes épocas e contextos sociais (BRASIL, 1999, p. 44).

O documento descreve ainda as habilidades e competências que devem ser desenvolvidas pela disciplina. Dentre elas:

Ler e interpretar textos de Matemática.  
 Ler, interpretar e utilizar representações matemáticas (tabelas, gráficos, expressões, etc).  
 Transcrever mensagens matemáticas da linguagem corrente para a linguagem simbólica (equações, gráficos, diagramas, fórmulas, tabelas, etc.) e vice-versa.  
 Expressar com correção e clareza, tanto na língua materna, como na linguagem matemática, usando a terminologia correta.  
 Produzir textos matemáticos adequados.  
 Utilizar corretamente instrumentos de medição e desenho.  
 Identificar o problema (compreender enunciados, formular questões, etc.).  
 Formular hipóteses e prever resultados.  
 Fazer e validar conjecturas, experimentando, recorrendo a modelos, esboços, fatos conhecidos, relações e propriedades.  
 Discutir ideias e produzir argumentos convincentes.  
 Desenvolver a capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção no real.  
 Aplicar conhecimentos e métodos matemáticos em situações reais, em especial em outras áreas do conhecimento.  
 Relacionar etapas da história da Matemática com a evolução da humanidade (BRASIL, 1999, p. 46).

Na aprendizagem de Matemática, é importante que os alunos desenvolvam essas habilidades, para que possam utilizá-las sempre que precisarem tanto na vida escolar como no exercício de sua cidadania.

A Matemática no Ensino Médio tem um valor formativo, que ajuda a estruturar o pensamento e o raciocínio dedutivo, porém também desempenha um papel instrumental, pois é uma ferramenta que serve para a vida cotidiana e para muitas tarefas específicas em quase todas as atividades humanas.

Em seu papel formativo, a Matemática contribui para o desenvolvimento de processos de pensamento e aquisição de atitudes, cuja utilidade e alcance transcendem o âmbito da própria Matemática, podendo formar no aluno a capacidade de resolver problemas genuínos, gerando hábitos de investigação, proporcionando confiança e desprendimento para analisar e enfrentar situações novas, propiciando a formação de uma visão ampla e científica da realidade, a percepção da beleza e da harmonia, o desenvolvimento da criatividade e de outras capacidades pessoais.

### 2.3.4 Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais

As Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN + (2002, p. 07) apresentam, entre seus objetivos centrais, a necessidade de facilitar a organização do trabalho da escola. Destacam que a “área de Ciências da Natureza e Matemática não pode mais ser encarada desvinculada das Linguagens e Códigos das Ciências Humanas”. No que se refere à Matemática, especificamente, nos faz refletir sobre quais os objetivos principais dos conteúdos dessa disciplina no Ensino Médio e propõem, nessa perspectiva, uma abordagem curricular centrada na integração de conteúdos.

Nessa etapa da escolaridade, portanto, a Matemática vai além de seu caráter instrumental, colocando-se como ciência com características próprias de investigação e de linguagem e com papel integrador importante junto às demais Ciências da Natureza. Enquanto ciência, sua dimensão histórica e sua estreita relação com a sociedade e a cultura em diferentes épocas ampliam e aprofundam o espaço dos conhecimentos não só nesta disciplina, mas nas suas inter-relações com outras áreas do saber [...] (BRASIL, 2002, p. 07).

A área de Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias elegeu três grandes competências como metas a serem perseguidas durante essa etapa da escolaridade básica e complementar do Ensino Fundamental para todos os brasileiros:

- Representação e comunicação, que envolvem a leitura, a interpretação e a produção de textos nas diversas linguagens e formas textuais características dessa área do conhecimento;
- Investigação e compreensão, competência marcada pela capacidade do enfrentamento e resolução de situações-problema, utilização de conceitos e procedimentos peculiares do fazer e pensar das ciências;
- Contextualização das ciências no âmbito sociocultural, na forma de análise crítica das ideias e dos recursos da área e das questões do mundo que podem ser respondidas ou transformadas por meio do pensar e do conhecimento científico.

O conteúdo de Trigonometria é apontado nas competências: investigação e compreensão e contextualização sociocultural (Quadro 1), explicitando o que se espera do aluno em cada uma delas, com exemplos que procuram auxiliar a compreensão de como, nessa disciplina, é possível desenvolver as competências eleitas na área.

**Quadro 1:** O conteúdo de Trigonometria nas competências investigação e compreensão e contextualização sociocultural

Investigação e compreensão	
Na área	Em Matemática
<b>Interações, relações e funções; invariantes e transformações</b>	
Identificar fenômenos naturais ou grandezas em dado domínio do conhecimento científico, estabelecer relações, identificar regularidades, invariantes e transformações.	Reconhecer a existência de invariantes ou identidades que impõem as condições a serem utilizadas para analisar e resolver situações-problema; por exemplo, estabelecer identidades ou relações como aquelas existentes entre o comprimento da circunferência e seu diâmetro, os volumes de um cilindro e de um cone que tenham a mesma base e a mesma altura, a relação entre catetos e hipotenusa em qualquer triângulo retângulo; ou ainda a identidade fundamental da Trigonometria.
Contextualização sociocultural	
Na área	Em Matemática
<b>Ciência e tecnologia na história</b>	
Compreender o conhecimento científico e o tecnológico como resultados de uma construção humana, inseridos em um processo histórico e social.	Compreender o desenvolvimento histórico da tecnologia associada a campos diversos da Matemática, reconhecendo sua presença e implicações no mundo cotidiano, nas relações sociais de cada época, nas transformações e na criação de novas necessidades, nas condições de vida. Por exemplo, ao se perceber a origem do uso dos logaritmos ou das razões trigonométricas como resultado do avanço tecnológico do período das grandes navegações do século 16.

**FONTE:** Adaptado (BRASIL, 2002).

A proposta de Matemática dos PCNEM é que cada escola e grupo de professores proponham um trabalho pedagógico que permita o desenvolvimento das competências almejadas. Fazem parte dessa elaboração diversos fatores mais diretamente ligados ao planejamento, entre eles a escolha de temas relativos ao conteúdo específico da disciplina, a análise dos recursos de ensino e dos métodos de abordagem desse conhecimento, o cuidado com os tempos de ensino e de aprendizagem e dos espaços para que isso ocorra (BRASIL, 2002).

Para evitar a quantidade excessiva de informações, é preciso fazer um recorte, usando alguns critérios orientadores deste processo de seleção de temas. Um primeiro critério é que os conteúdos ou temas escolhidos devem permitir ao aluno desenvolver as competências descritas no Quadro 1 e as demais que contam nos PCN+, avançando a partir do ponto em que se encontra (BRASIL, 2002).

Os temas devem, ainda, permitir uma articulação lógica entre diferentes ideias e conceitos para garantir maior significação para a aprendizagem, possibilitar ao aluno o estabelecimento de relações de forma consciente no sentido de caminhar em direção às competências da área e, até mesmo, tornar mais eficaz a utilização do tempo disponível (BRASIL, 2002).

É importante ressaltar que esta é uma escolha possível e compatível com a proposta dos PCNEM, que contempla os critérios apontados e que não reproduz o modelo curricular de “listas de assuntos”, mas não é necessariamente a única (BRASIL, 2002).

O conteúdo de Trigonometria é apresentado no primeiro tema: Álgebra – números e funções. Esse tema enfatiza principalmente a linguagem, como na variedade de gráficos presentes diariamente nos noticiários e jornais, e também enquanto instrumento de cálculos de natureza financeira e prática, em geral. No Ensino Médio, esse tema trata de números e variáveis em conjuntos infinitos e quase sempre contínuos, no sentido de serem completos. Os objetos de estudo são os campos numéricos dos números reais e, eventualmente, os números complexos e as funções e equações de variáveis ou incógnitas reais. Para o desenvolvimento desse eixo, são propostas duas unidades temáticas: variação de grandezas e Trigonometria (BRASIL, 2002).

Os procedimentos básicos desse tema se referem a calcular, resolver, identificar variáveis, traçar e interpretar gráficos e resolver equações de acordo com as propriedades das operações no conjunto dos números reais e as operações válidas para o cálculo algébrico. Esse tema possui fortemente o caráter de linguagem com seus códigos (números e letras) e regras (as propriedades das operações), formando os termos desta linguagem que são as expressões que, por sua vez, compõem as igualdades e desigualdades (BRASIL, 2002).

Apesar de sua importância, tradicionalmente a Trigonometria é apresentada desconectada das aplicações, investindo-se muito tempo no cálculo algébrico das identidades e equações em detrimento dos aspectos importantes das funções trigonométricas e de seus gráficos. O que deve ser assegurado são as aplicações da Trigonometria na resolução de problemas que envolvem medições, em especial o cálculo de distâncias inacessíveis, e para construir modelos que correspondem a fenômenos periódicos. Dessa forma, o estudo deve se ater às funções seno, cosseno e tangente com ênfase ao seu estudo na primeira volta do círculo trigonométrico e à perspectiva histórica das aplicações das relações trigonométricas (BRASIL, 2002).

Outro aspecto importante do estudo deste tema é o fato desse conhecimento ter sido responsável pelo avanço tecnológico em diferentes épocas, como é o caso do período das navegações ou, atualmente, na agrimensura, o que permite aos alunos perceberem o conhecimento matemático como forma de resolver problemas (BRASIL, 2002).

Resumidamente, em relação às competências a serem desenvolvidas pela Matemática, a abordagem proposta para esse tema permite ao aluno usar e interpretar modelos, perceber o sentido de transformações, buscar regularidades, conhecer o desenvolvimento histórico e

tecnológico de parte de nossa cultura e adquirir uma visão sistematizada de parte do conhecimento matemático (BRASIL, 2002).

Na unidade temática de Trigonometria (BRASIL, 2002), são propostos os conteúdos do triângulo retângulo; do triângulo qualquer e da primeira volta, no qual serão desenvolvidas as seguintes habilidades:

- Utilizar e interpretar modelos para resolução de situações-problema que envolvam medições, em especial o cálculo de distâncias inacessíveis, e para construir modelos que correspondem a fenômenos periódicos.
- Compreender o conhecimento científico e tecnológico como resultado de uma construção humana em um processo histórico e social, reconhecendo o uso de relações trigonométricas em diferentes épocas e contextos sociais.

Assim, segundo os PCN+ (2002), os temas específicos não são suficientes para o desenvolvimento de todas as competências pretendidas, mas a cuidadosa articulação entre conteúdo e forma pode organizar o ensino para que ele se aperfeiçoe e constitua de fato uma proposta de formação dos jovens do Ensino Médio.

### **2.3.5 Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio**

Em 2006, o MEC lançou um documento intitulado Orientações Curriculares para o Ensino Médio (OCEM), que vem complementar os Parâmetros Curriculares Nacionais lançados anteriormente. Neste documento, os conteúdos estão mais explícitos, pois propõe ideias para trabalhar os temas e relacioná-los com outras áreas e com a própria Matemática.

Quanto às OCEM, visando à contribuição aos documentos anteriores e com a intenção de promover um debate sobre as orientações curriculares, contempla três aspectos: a escolha dos conteúdos; a forma de abordagem dos conteúdos; o projeto pedagógico e a organização curricular. No que se refere aos conteúdos, destacam que o professor deve ter em mente ao selecionar seus conteúdos que, ao final do Ensino Médio, o aluno deva ter construído algumas competências em relação ao conhecimento matemático:

Ao final do Ensino Médio espera-se que os alunos saibam usar a Matemática para resolver problemas práticos do cotidiano; para modelar fenômenos em outras áreas do conhecimento; compreendam que a Matemática é uma ciência com características próprias, que se organiza via teoremas e demonstrações; percebam a Matemática como um conhecimento social e historicamente construído; saibam apreciar a importância da Matemática no desenvolvimento científico e tecnológico (BRASIL, 2006, p. 70).

Assim, divide a Matemática em quatro blocos, a saber: Números e Operações; Funções; geometria; Análise de dados e Probabilidade. Daí nosso objeto de estudo encontra-se no bloco funções:

No que se refere ao estudo das funções trigonométricas, destaca-se um trabalho com a Trigonometria, o qual deve anteceder a abordagem das funções seno, cosseno e tangente, priorizando as relações métricas no triângulo retângulo e as leis do seno e do cosseno como ferramentas essenciais a serem adquiridas pelos alunos do ensino médio. Na introdução das razões trigonométricas seno e cosseno, inicialmente para ângulos com medida entre  $0^\circ$  e  $90^\circ$ , deve-se ressaltar que são as propriedades de semelhança de triângulos que dão sentido a essas definições; segue-se, então, com a definição das razões para ângulos de medida entre  $90^\circ$  e  $180^\circ$ . A partir das definições e de propriedades básicas de triângulos, devem ser justificados os valores de seno e cosseno relativos aos ângulos de medida  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $60^\circ$ . A importância do estudo da Trigonometria é ressaltada nesse documento, que fala da sua relevância para a resolução de problemas, e como instrumento para outras áreas do conhecimento (BRASIL, 2006, p. 73).

As OCEM (BRASIL, 2006) recomendam a determinação de elementos de um triângulo, utilizando as leis do seno e do cosseno. Por exemplo, conhecendo-se a medida de dois lados de um triângulo e a medida do ângulo formado por esses lados, sabe-se que esse triângulo é único e, portanto, é possível calcular a medida dos demais elementos do triângulo. Também é recomendável o estudo da razão trigonométrica tangente pela sua importância na resolução de diversos tipos de problemas. Problemas de cálculos de distâncias inacessíveis são interessantes aplicações da Trigonometria, e esse é um assunto que merece ser priorizado na escola.

Sugerem que alguns tópicos usualmente presentes no estudo da Trigonometria sejam dispensados, como, por exemplo, as fórmulas para  $\sin(a + b)$  e  $\cos(a + b)$ , além das outras três razões trigonométricas cotangente, cossecante e secante, que tanto exigem dos alunos para serem memorizadas.

No documento, há um parágrafo que chama atenção, pois mostra a importância de compreender a transição das relações trigonométricas no triângulo retângulo (em que a medida do ângulo é dada em graus) para o círculo trigonométrico, definidos como as coordenadas de um ponto que percorre um arco do círculo de raio unitário com medida em radianos. As funções trigonométricas devem ser entendidas como extensões dessas razões trigonométricas então definidas para ângulos com medida entre  $0^\circ$  e  $180^\circ$ . Os alunos devem ter a oportunidade de traçar gráficos referentes às funções trigonométricas, se entendendo que, quando se escreve  $f(x) = \sin(x)$ , usualmente a variável  $x$  corresponde à medida de arco de círculo tomada em radianos. As funções trigonométricas seno e cosseno também devem ser

associadas aos fenômenos que apresentam comportamento periódico. O estudo das demais funções trigonométricas pode e deve ser colocado em segundo plano (BRASIL, 2006).

O estudo da Geometria é um estudo em que os alunos podem ter uma oportunidade especial de apreciar a faceta da Matemática que trata de teoremas e argumentações dedutivas. Esse estudo apresenta dois aspectos – a Geometria que leva à Trigonometria e a Geometria para o cálculo de comprimentos, áreas e volumes.

O trabalho de representar as diferentes figuras planas e espaciais, presentes na natureza ou imaginadas, deve ser aprofundado e sistematizado nesta etapa de escolarização. Alguns conceitos estudados no Ensino Fundamental devem ser consolidados, como, por exemplo, as ideias de congruência, semelhança e proporcionalidade, o Teorema de Tales e suas aplicações, as relações métricas e trigonométricas nos triângulos (retângulos e quaisquer) e o Teorema de Pitágoras (BRASIL, 2006).

### 3. METODOLOGIA DA PESQUISA

Neste capítulo é apresentada a abordagem metodológica, os procedimentos e instrumentos para a coleta de dados e a metodologia da análise de dados.

#### 3.1 ABORDAGEM METODOLÓGICA

A abordagem metodológica utilizada na pesquisa é qualitativa, pois o objetivo é analisar as vantagens e as desvantagens da utilização dos recursos tecnológicos no ensino e na aprendizagem de Trigonometria apresentadas nas dissertações e teses brasileiras em Educação Matemática nos últimos cinco anos.

De acordo com Günther (2006), a pesquisa qualitativa caracteriza-se pela ênfase na totalidade do indivíduo como objeto de estudo e na sua historicidade, pelo estudo dos fenômenos no seu contexto natural, incluindo todas as suas variáveis, pois todas são importantes. Esse tipo de pesquisa exige um envolvimento muito intenso do pesquisador com o seu objeto de estudo, inclusive emocional.

Em relação ao tipo de pesquisa, essa investigação caracteriza-se por uma pesquisa documental, o qual, conforme Gil (2007, p.45), “assemelha-se muito a pesquisa bibliográfica, a diferença essencial entre elas está na natureza das fontes; enquanto na pesquisa bibliográfica se utiliza informação de diversos autores sobre determinado assunto, a pesquisa documental vale-se de materiais que não receberam ainda um tratamento analítico, ou que ainda podem ser reelaborados de acordo com os objetos de pesquisa”.

Segundo Gil, o desenvolvimento da pesquisa documental segue os mesmos passos da pesquisa bibliográfica. Apenas há que se considerar estes passos:

O primeiro passo consiste na exploração das fontes documentais, que são em grande número. Existem, de um lado, os documentos de primeira mão, que não receberam qualquer tratamento analítico, tais como: documentos oficiais, reportagens de jornal, cartas, contratos, diários, filmes, fotografias, gravações etc. De outro lado, existem os documentos de segunda mão, que de alguma forma já foram analisados, tais como: relatórios de pesquisa, relatórios de empresas, tabelas estatísticas etc (GIL, 2006, p. 66).

A inquietação em saber em que situação encontrava-se a produção acadêmica sobre o uso de tecnologias no ensino e aprendizagem de Trigonometria, e quais eram as principais questões que orientavam estas pesquisas, impulsionou a fazer um levantamento de dissertações e teses correspondente a esta temática.

Messina (1999) comenta que o pesquisador tem que ter consciência da dificuldade que é a realização de um trabalho dessa natureza, que dê conta de toda a investigação acerca de um campo do conhecimento. E, de acordo com essa autora, ao finalizarmos uma pesquisa deste tipo, uma certeza estará presente, a de que há mais trabalhos desenvolvidos nessa área do que os encontrados por tal levantamento.

A seguir, são detalhados os procedimentos e os instrumentos para coleta de dados e a metodologia utilizada na análise dos dados.

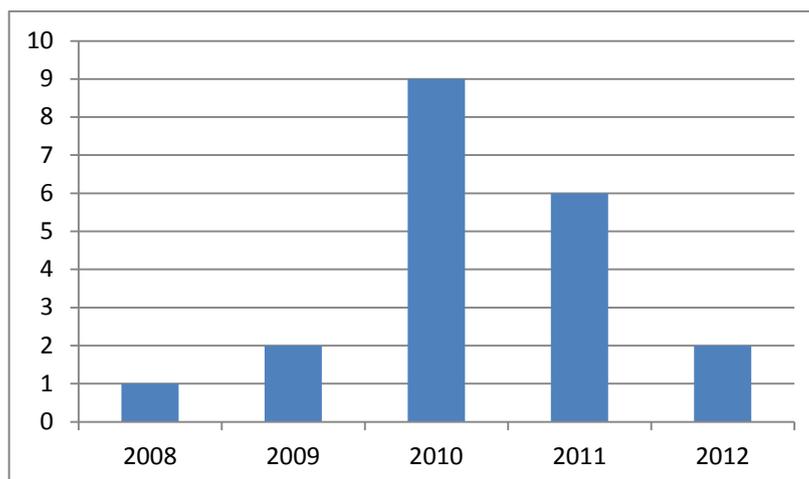
### 3.2 PROCEDIMENTOS E INSTRUMENTOS PARA COLETA DE DADOS

Para coleta dos dados julga-se necessário, após a formulação do problema que se deseja investigar, a identificação das fontes capazes de fornecer as respostas adequadas à solução do problema proposto.

O procedimento que será adotado nesta pesquisa será a busca de dissertações e teses brasileiras que utilizam tecnologias para o ensino e aprendizagem de Trigonometria nos últimos cinco anos disponíveis na Internet, de acordo com Gil (2006, p. 84), o trabalho de identificação das fontes ficou muito facilitado com a consolidação da Internet, que tornou possível ao pesquisador, a partir do seu próprio computador, recorrer a catálogos das principais bibliotecas do mundo e, muitas vezes, ao próprio texto procurado.

A localização das fontes e obtenção do material referente ao tema foi: por títulos e resumos no sítio eletrônico da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e por títulos em diversos Programas de Pós - Graduação. Foram utilizadas as palavras-chave **trigonometria**, inicialmente de forma individual, e posteriormente acompanhada da palavra **ensino**, já que esta é muito utilizada na área de educação e por fim acompanhada da palavra **tecnologia**.

Como não foi possível encontrar teses no tema, utiliza-se somente às dissertações. No total, foram encontradas 20 dissertações. A Figura 10 apresenta o gráfico com a quantidade de dissertações encontradas por ano de publicação.



**Figura 10:** Quantidade de dissertações encontradas por ano de publicação.  
**FONTE:** Da autora.

Para a análise, selecionou-se uma amostra de 35% dessas produções. Desta forma, no Quadro 2, constam as sete dissertações selecionadas, por ordem alfabética conforme o autor, que se enquadram nos pré-requisitos.

**Quadro 2:** Dissertações selecionadas para análise

DISSERTAÇÕES	
1	FERNANDES, R. U. <b>Estratégias pedagógicas com uso de tecnologias para o ensino de Trigonometria na circunferência.</b> 2010. 135p. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – PUC-SP, São Paulo (SP).
2	LOPES, M. M. <b>Construção e aplicação de uma sequência didática para o ensino de Trigonometria usando o software Geogebra.</b> 2010. 141p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) – UFRN, Natal (RN).
3	MOREIRA, M. W. L. <b>A geometria dinâmica como ferramenta para o ensino de funções trigonométricas em um ambiente virtual de aprendizagem.</b> 2012. 131p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – UFC, Fortaleza (CE).
4	NETO, J. R. D. <b>Registros de Representação Semiótica e o Geogebra: um ensaio para o ensino de funções trigonométricas.</b> 2010. 130p. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica) – UFSC, Florianópolis (SC).
5	OLIVEIRA, T. <b>Trigonometria: a mudança da prática docente mediante novos conhecimentos.</b> 2010. 177p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas) – UFSCAR, São Carlos (SP).
6	PEDROSO, L. W. <b>Uma proposta de ensino da Trigonometria com uso do software Geogebra.</b> 2012. 271p. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Matemática) – UFRGS, Porto Alegre (RS).
7	SOUZA, E. P. <b>As funções seno e cosseno: diagnóstico de dificuldades de aprendizagem através de</b>

sequências didáticas com diferentes mídias. 2010. 134p. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – PUC-SP, São Paulo (SP).
---

De posse do material, realizou-se uma leitura integral de todas as dissertações selecionadas. A leitura integral justifica-se pelo fato de que o resumo não possibilita a captação da ideia do todo, a fim de atender os objetivos deste trabalho, conforme discute Ferreira:

Somente com a leitura completa ou parcial do texto final da tese ou dissertação desses aspectos (resultados, subsídios, sugestões metodológicas etc) podem ser percebidos. Para estudos sobre as pesquisas acadêmicas nos programas de pós-graduação em Educação, todas essas formas de veiculação das pesquisas são insuficientes. É preciso ter o texto original da tese ou dissertação disponível para leitura e consulta (2002, p. 266).

Após a leitura das dissertações, iniciamos a análise por meio de fichamentos, buscou-se inspiração no modelo de Fiorentini (2002) para a elaboração do modelo de fichamento desta pesquisa, com o objetivo de se verificar algumas convergências e posteriormente buscar evidências em cada um deles que possa auxiliar nas respostas às questões de pesquisa. Segundo Gil (2006, p. 86), os elementos importantes obtidos a partir do material devem ser anotados, pois eles constituem a matéria – prima do trabalho de pesquisa. Embora possam ser feitas anotações no próprio texto, recomenda-se que sejam transcritas em fichamentos.

Fiorentini descreveu brevemente o desenvolvimento de sua pesquisa quando diz:

[...] julgamos necessário, primeiramente, fazer o fichamento de cada um dos trabalhos. Assim, tentamos extrair, além de informações gerais (ano, autor, título do trabalho, instituição de origem), outras mais específicas, tais como foco temático; problema ou objetivo do estudo; referencial teórico, procedimentos metodológicos de pesquisa; resultados obtidos; e contribuições teóricas e práticas à educação de pesquisa (2002, p.02).

Dessa forma, o modelo de fichamento (Quadro 3), procura destacar tópicos que aparecem de forma comum nas pesquisas em Educação Matemática e que são necessárias para a análise de pesquisas.

**Quadro 3:** Modelo de fichamento

<b>Sobrenome do autor (ano):</b>	
<b>Autor:</b>	
<b>Título:</b>	
<b>Instituição:</b>	
<b>Páginas:</b>	
<b>Orientador (a):</b>	
<b>Resumo:</b>	
<b>Palavras-Chave:</b>	
<b>Objetivo:</b>	
<b>Fundamentação Teórica:</b>	
<b>Metodologia:</b>	
<b>Tecnologia:</b>	
<b>Conclusão:</b>	
<b>Referências:</b>	

Em seguida, realizou-se a construção lógica do trabalho, conforme Gil (2006, p. 87), consiste na organização das ideias tendo em vista atender os objetivos ou testar as hipóteses de trabalho para que ele possa ser entendido como uma unidade dotada de sentido. Com base no plano definitivo e mediante a análise dos fichamentos, foi feita a redação do texto, que consiste na expressão literária do raciocínio desenvolvido no trabalho.

Na busca pela resposta à questão de pesquisa constituída, considerou-se que o instrumento que daria conta de atingir os objetivos propostos seria a *análise documental*. A seguir, detalhadamente, o conceito e o procedimento relacionado ao instrumento escolhido.

### 3.2.1 Análise documental

O emprego da análise documental como instrumento de pesquisa permite contribuições ao processo de coleta de dados. Além de complementar outras fontes de informação, essa técnica pode favorecer a emergência de elementos novos relacionados ao problema em estudo. A escolha dos documentos não é feita de forma aleatória. Há geralmente alguns propósitos, ideias ou hipóteses guiando a sua seleção.

Segundo Phillips (1974, p. 187), são considerados documentos quaisquer materiais escritos que possam ser usados como fonte de informação sobre o comportamento humano. Os documentos são fontes importantes de onde podem ser buscadas evidências que sustentem os argumentos do pesquisador e/ou desvelem aspectos originais sobre o fenômeno pesquisado. Esses documentos são singulares, pois são oriundos de um determinado contexto e fornecem as características desse mesmo contexto (LÜDKE; ANDRÉ, 1986).

Segundo Caulley (1981), a análise documental busca identificar informações factuais nos documentos a partir de questões ou hipóteses de interesse. Dessa forma, o ensino e aprendizagem de Trigonometria por meio do uso de tecnologias serão examinados no sentido de buscar vantagens e desvantagens do uso do computador na sala de aula.

Guba e Lincoln (1981) apresentam uma série de vantagens para o uso de documentos na pesquisa educacional.

Em primeiro lugar destacam o fato de que os documentos constituem uma fonte estável e rica. Os documentos podem ser consultados várias vezes e inclusive servir de base a diferentes estudos, o que dá mais estabilidade aos resultados obtidos. Os documentos constituem também uma fonte poderosa de onde podem ser retiradas evidências que fundamentem afirmações e declarações do pesquisador. Uma vantagem adicional dos documentos é o seu custo, em geral baixo. Seu uso requer apenas investimento de tempo e atenção por parte do pesquisador para selecionar e analisar os mais relevantes. Outra vantagem dos documentos é que eles são uma fonte não – reativa, permitindo a obtenção de dados quando o acesso ao sujeito é impraticável ou quando a interação com os sujeitos pode alterar seu comportamento ou seus pontos de vista (p.5).

Para Krippendorff (1980), a análise documental pode caracterizar-se como um método de investigação do conteúdo simbólico das mensagens. Essas mensagens podem ser abordadas de diferentes formas e sob inúmeros ângulos. O enfoque da interpretação também pode variar. Outro ponto discutido pelo autor diz respeito à necessidade de consenso sobre o conteúdo do material analisado.

Krippendorff (1980) enfatiza ainda que as mensagens transmitem experiência vicária que leva o receptor a fazer inferência dos dados para o seu contexto. Isso significa que no

processo de decodificação das mensagens o receptor utiliza não só o conhecimento formal, lógico, mas também um conhecimento experiencial onde estão envolvidas sensações, percepções, impressões e intuições. O reconhecimento desse caráter subjetivo da análise é fundamental para que possam ser tomadas medidas específicas e utilizados procedimentos adequados ao seu controle.

O processo de análise de conteúdo tem início com a decisão sobre a unidade de análise. Holsti (1969) apresenta dois tipos de unidade: unidade de registro e unidade de contexto. No primeiro caso, o pesquisador pode selecionar segmentos específicos do conteúdo para fazer a análise, determinando, por exemplo, a frequência com que aparece no texto uma palavra, um tópico, um tema, uma expressão, uma personagem ou um determinado item. Outras vezes pode ser mais importante explorar o contexto em que uma determinada unidade ocorre, e não apenas a sua frequência.

Segundo Patton (1980), a análise de dados qualitativos é um processo criativo que exige grande rigor intelectual e muita dedicação. Não existe uma forma melhor ou mais correta. O que se exige é sistematização e coerência do esquema escolhido com o que pretende o estudo.

Guba (1978) sugere que, quando não há mais documentos para analisar, quando a exploração de novas fontes leva à redundância de informação ou a um acréscimo muito pequeno, em vista do esforço despendido, e quando há um sentido de integração na informação já obtida, é um bom sinal para concluir o estudo.

### 3.3 METODOLOGIA DE ANÁLISE DE DADOS

Para uma pesquisa de caráter qualitativo na descrição e na análise dos processos e do método envolvido, a análise de dados é a principal etapa importantíssima e deve ser realizada de maneira que os dados sejam compreendidos na sua essência, para que possamos responder com clareza e segurança as respostas dos questionamentos que desencadearam a pesquisa. Para tanto será utilizada a meta-análise qualitativa por considerá-la como adequada a este tipo de pesquisa.

O procedimento metodológico classificado como meta-análise foi formulado pelo matemático Karl Pearson, em 1904, com o objetivo de propor uma ferramenta capaz de combinar resultados divergentes (HUNT, 1997). A terminologia, no entanto, foi apresentada à comunidade científica por Glass, que definiu o método como um procedimento mais eficaz

que a tradicional revisão de literatura para reunir dados estatísticos provenientes de outros estudos.

Embora se discuta na literatura que a meta-análise se constitui em uma técnica estritamente quantitativa (ROSENTHAL, 1995; ROSENTHAL; DIMATTEO, 2001), Rodrigues (2009) comenta que o método se aplica às abordagens qualitativas. Para o autor, a caracterização descritiva interpretativa estaria na identificação “[...] de determinadas categorias, semelhanças e controvérsias em uma quantidade de estudos da mesma área de pesquisa”.

Consequentemente, a modalidade qualitativa é conceituada como um processo descritivo sistemático, que utiliza de interpretações para qualificação de processos diversos, amplamente utilizados em diversas áreas, na intenção de expandir o conhecimento a partir de dados ausentes ou imperfeitos. Esse processo de análise vem sendo utilizado com muita frequência em áreas da psicologia, sociologia e educação (FLICK, 1995; KÖNIG e BENTHER, 1997; STEINKE, 1999).

O prefixo meta tem vários significados, segundo o Novo Aurélio do Século XXI: o dicionário da Língua Portuguesa. Entre eles, “mudança”, “transcendência” e, principalmente, “reflexão crítica sobre”, são os que mais se aproximam à abordagem aqui adotada.

Segundo Luiz (2002), uma meta-análise, então, seria aquela que muda ou transcende o resultado de análises anteriores, sendo uma reflexão crítica sobre elas. Ainda, mais literalmente, podemos afirmar que a meta-análise é uma análise de análises.

De acordo com Fiorentini e Lorenzato:

Dentre os vários tipos de estudos bibliográficos ou documentos, podemos destacar [...] a metanálise [qualitativa], que é uma revisão sistemática de outras pesquisas, visando realizar uma avaliação crítica das mesmas e/ou produzir novos resultados ou sínteses a partir do confronto desses estudos transcendendo aqueles anteriormente obtidos (2006, p. 103).

## 4. FICHAMENTOS

Este capítulo consiste no fichamento de todos os trabalhos escolhidos para a confecção desse estudo. Utilizando-se do modelo de fichamento, conforme mostrado no capítulo anterior, ressalta-se que foram selecionadas e recortadas passagens pertinentes a nossa análise sem alterar os registros dos autores. Esta etapa tem como objetivo organizar os dados coletados para as posteriores comparações que serão feitas no capítulo seguinte.

### 4.1 FERNANDES (2010)

<b>Autor:</b>	Ricardo Uchoa Fernandes
<b>Título:</b>	Estratégias pedagógicas com uso de tecnologias para o ensino de Trigonometria na circunferência
<b>Instituição:</b>	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
<b>Páginas:</b>	135
<b>Orientador(a):</b>	Gerson Pastre de Oliveira
<b>Resumo:</b>	O aprendizado efetivo do educando é o principal objetivo de um professor reflexivo, para isso, não basta simplesmente ter todo o conhecimento técnico, é necessário algo a mais, saber mediar, ter uma linguagem clara e objetiva, mobilizar recursos materiais para o sucesso desse processo. Assim pensado, este trabalho teve por objetivo construir uma aprendizagem significativa dos conceitos básicos da trigonometria na circunferência. Esta pesquisa utiliza a engenharia didática, uma metodologia de pesquisa que é considerada como um esquema experimental com base em realizações didáticas em sala de aula. A pesquisa possui dois instrumentos de análise, dando grande importância para a análise didática do erro. O primeiro instrumento direciona para a construção da circunferência trigonométrica, utilizando régua, transferidor e lápis; no segundo instrumento, a construção é feita no <i>software</i> de geometria dinâmica Geogebra. As atividades desse instrumento de pesquisa foram aplicadas para doze alunos da 2ª série do Ensino Médio de uma escola estadual de Guaratinguetá, interior de São Paulo, no vale do Paraíba. Foram dois encontros para a aplicação, sendo que os alunos trabalharam individualmente no primeiro instrumento de avaliação e em trio no segundo instrumento avaliativo. A experimentação evidencia que conhecimentos prévios foram mobilizados para a realização dessas atividades e a informática como recurso pedagógico, isto é, atividade com o Geogebra despertou o interesse dos alunos, pois ficaram mais concentrados e o desempenho foi melhor. Além disso, pode-se entender que tanto a mobilização dos conhecimentos prévios quanto a aquisição de novo pode ser incrementada a partir da adoção de uma estratégia pedagógica com uso de tecnologias e de uma abordagem que considera que a construção dos conhecimentos de forma significativa não prescinde do uso reconstrutivo do erro como ferramenta didática (FERNANDES, 2010, p.7).
<b>Palavras-chave:</b>	Trigonometria. Circunferência trigonométrica. Engenharia didática. Análise didática do erro. Aprendizagem significativa. Estratégias pedagógicas com uso de tecnologias.
<b>Objetivo:</b>	O objetivo desta dissertação é a construção da aprendizagem significativa dos conceitos básicos da trigonometria, especificamente os conceitos seno e cosseno, e sua representação no plano cartesiano, abordando o erro e usando-o como recurso para tal aprendizagem, entre alunos de uma classe de 2º ano do Ensino Médio, utilizando para a construção do significado mídias como o lápis, régua, transferidor e, posteriormente, a informática com o

	<i>software</i> Geogebra (FERNANDES, 2010, p.23).
<b>Fundamentação teórica:</b>	Para tal abordagem, utiliza-se, prioritariamente, a teoria da Aprendizagem Significativa de David P. Ausubel (1968) (FERNANDES, 2010, p. 23).
<b>Metodologia:</b>	Através dos princípios da engenharia didática de Artigue (1996), foram feitas as análises a priori de todas as sessões realizadas, destacando as variáveis didáticas e as estratégias previamente pensadas. Posteriormente, procede-se à experimentação, ao processo de análise à posteriori e à validação (FERNANDES, 2010, p. 66).
<b>Tecnologia:</b>	Geogebra.
<b>Conclusão:</b>	Uma consideração desta pesquisa é a de que a estratégia aqui apresentada, como um todo, pode representar um recurso para mobilizar conhecimentos matemáticos prévios (FERNANDES, 2010, p. 118). A utilização do <i>software</i> Geogebra foi imprescindível para a aprendizagem significativa, facilitando a construção da circunferência e complementando a estratégia iniciada nos instrumentos estáticos. Pode-se dizer que a aprendizagem foi significativa, não apenas porque os alunos acertaram as questões propostas, mas porque conseguiram construir um conhecimento a partir da estratégia pedagógica que participaram, o qual, por sua vez, servirá de base para novas conquistas cognitivas (FERNANDES, 2010, p. 119).
<b>Referências:</b>	AUSUBEL, D. P. <b>Aquisição e retenção de conhecimentos:</b> uma perspectiva cognitiva. Tradução de Teopisto. L, revisão científica Teodoro, V. D. Editora Plátano. 1ª edição PT – 467 – Janeiro de 2003. ARTIGUE, M. <b>Engenharia didática.</b> In: Didactica das Matemáticas. Org. Brun, Jean. Trad. Maria José Figueiredo, Delacahux et Niestlé, 1996, p. 193 – 217.

#### 4.2 LOPES (2010)

<b>Autor:</b>	Maria Maroni Lopes
<b>Título:</b>	Construção e aplicação de uma sequência didática para o ensino de Trigonometria usando o <i>software</i> Geogebra
<b>Instituição:</b>	Universidade Federal do Rio Grande do Norte
<b>Páginas:</b>	141
<b>Orientador(a):</b>	Bernadete Barbosa Morey
<b>Resumo:</b>	O presente estudo tem como objetivo analisar as potencialidades e limitações do <i>software</i> Geogebra no ensino e aprendizagem de Trigonometria. Baseando-se nos recursos presentes nas escolas públicas estaduais do Rio Grande do Norte, a pesquisa pretendeu responder à seguinte questão: “Poderíamos utilizar as condições hoje presentes na escola e, os recursos do <i>software</i> Geogebra para otimizar o ensino e aprendizagem de Trigonometria?”. Para tanto, foi elaborado e aplicado um módulo de atividades investigativas. A intervenção metodológica foi realizada com alunos da segunda série do Ensino Médio de uma escola pública na cidade de Natal, RN. Tomamos como base o referencial teórico da Didática da Matemática, adotando as concepções de Borba e Penteadó (2007), Valente (1999) e Zulatto (2002, 2007) no que se refere ao uso da Tecnologia Informática (TI) na sala de aula de Matemática. Para elaborar as atividades investigativas, adotamos as concepções de Ponte, Brocardo e Oliveira (2005) e Ernest (1996). A análise das atividades ajudou-nos a entender como os alunos realizam suas construções e fazem a apreensão visual por meio do processo de arrastar as figuras na tela do computador. Além disso, as atividades aplicadas com o recurso do <i>software</i> Geogebra nos levaram a afirmar sobre as alternativas e performance dos estudantes face a solução de alguns problemas de Trigonometria (LOPES, 2010, p.8).
<b>Palavras-chave:</b>	Ensino e aprendizagem de Trigonometria. Atividades investigativas. <i>Software</i> Geogebra.
<b>Objetivo:</b>	Analisar as potencialidades e limitações do <i>software</i> Geogebra no ensino-aprendizagem

	dos conceitos básicos de trigonometria (LOPES, 2010, p. 16).
<b>Fundamentação teórica:</b>	Foi utilizado como base o referencial teórico da Didática da Matemática, adotando as concepções de Borba e Penteado (2007), Valente (1999) e Zulatto (2002, 2007) no que se refere ao uso da Tecnologia Informática (TI) na sala de aula de Matemática (LOPES, 2010, p. 8).
<b>Metodologia:</b>	A fim de elaborar e definir com mais precisão os instrumentos diagnósticos e sequência de ensino, realizamos um “estudo de referência”, isto é, uma aplicação preliminar da sequência didática com um grupo de alunos da Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Norte (LOPES, 2010, p. 59). O “estudo de referência” foi composto por um minicurso e uma entrevista. Com os alunos foram realizadas sete atividades, envolvendo trigonometria, no <i>software</i> Geogebra. Os conteúdos abarcados tratam da Trigonometria no triângulo retângulo, passam pelo círculo trigonométrico, e vão até as funções trigonométricas (LOPES, 2010, p. 60).
<b>Tecnologia:</b>	Geogebra.
<b>Conclusão:</b>	Dentre as potencialidades apresentadas pelo <i>software</i> no ensino e aprendizagem de Trigonometria, destacamos: construção, dinamismo, investigação, visualização e argumentação. O uso do Geogebra permite encorajar o processo de descoberta e de autoavaliação dos alunos, reservando momentos ao professor, através da verificação do recurso “protocolo de construção”, analisar como os alunos entenderam os procedimentos necessários para realizar uma construção. Sobre algumas das dificuldades que o professor pode enfrentar ao utilizar a TI em sala de aula, destacamos as dificuldades estruturais. Nem sempre há computadores suficientes nas escolas, ou em condições de uso. O acesso a eles pode ser restrito e até mesmo dificultado pelo setor administrativo das escolas. Para que possa haver alguma forma de trabalho organizado que incentive a aplicação de certas estratégias educacionais, os computadores devem existir em número compatível com a quantidade de alunos. Ainda no que se refere ao uso dos recursos da Tecnologia Informática nas aulas de Matemática, especificamente no ensino e aprendizagem de trigonometria, observamos que o Geogebra pode contribuir para que algumas das dificuldades com o ensino do referido tema sejam minimizadas. (LOPES, 2010, p. 92).
<b>Referências:</b>	BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. <b>Informática e educação matemática</b> . Belo Horizonte: Autêntica, 2007. VALENTE, J. A. (Org.). <b>O computador na sociedade do conhecimento</b> . Campinas: UNICAMP/NIED, 1999. ZULATTO, R. B. A. <b>Professores de matemática que utilizam softwares de geometria dinâmica: suas características e perspectivas</b> . 2002. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, UNESP, Rio Claro, SP, 2002. ZULATTO, R. B. A. <b>A natureza da aprendizagem matemática em um ambiente online de formação continuada de professores</b> . 2007. 173f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, UNESP, Rio Claro, SP, 2007.

#### 4.3 MOREIRA (2012)

<b>Autor:</b>	Mário Wedney de Lima Moreira
<b>Título:</b>	A geometria dinâmica como ferramenta para o ensino de funções trigonométricas em um ambiente virtual de aprendizagem
<b>Instituição:</b>	Universidade Federal do Ceará

<b>Páginas:</b>	131
<b>Orientador(a):</b>	José Rogério Santana
<b>Resumo:</b>	<p>Esta pesquisa aborda o uso de um <i>software</i> educacional de geometria dinâmica (Geogebra) para introduzir conceitos referentes ao ensino de geometria e trigonometria, tendo como base sua história. Tem também como objetivo tornar o ensino de trigonometria mais significativo, através da visualização no computador da influência da mudança de parâmetros em gráficos de funções trigonométricas. As atividades propostas tiveram por objetivos específicos estudar alguns aspectos das funções trigonométricas através da sua visualização no computador bem como o desenvolvimento de <i>applets</i> como ferramentas de ensino. Estas atividades foram elaboradas para serem trabalhadas em laboratório de informática, em que o debate entre os estudantes é uma das principais estratégias pedagógicas aqui utilizadas. Estas são, em geral, estruturadas da seguinte forma: construção de gráficos de funções em uma mesma tela, comparação dos gráficos obtidos e conclusões por parte dos estudantes com a orientação do professor. A função seno foi empregada como exemplo, mas uma abordagem pode ser desenvolvida de forma análoga para as demais funções trigonométricas. Os resultados deste trabalho mostraram que o uso do computador como ferramenta nas escolas permanece como um recurso importante e como um grande desafio para professores e pesquisadores, à medida que passem a ser utilizados como fonte de estudo e de criação de estratégias pedagógicas, para as quais diversas tecnologias podem ser empregadas. Esta pesquisa analisou o quanto é relevante o uso de <i>softwares</i> de geometria dinâmica. A experimentação nos levou a comprovar que a aquisição de saberes por parte dos estudantes, resistentes ao ensino usual, é, no entanto, susceptível a saltos qualitativos importantes com o uso dos <i>applets</i>. Este trabalho mostrou, enfim, como as familiaridades construídas podem conduzir a uma melhora na capacidade de precisar e estimar elementos de uma função trigonométrica. As conclusões aqui apresentadas resultaram da análise das atividades dos estudantes, bem como de suas reflexões durante a resolução destas (MOREIRA, 2012, p. 6).</p>
<b>Palavras-chave:</b>	Ensino de Matemática. <i>Software</i> educacional. Geometria dinâmica. História da Matemática. Trigonometria.
<b>Objetivo:</b>	Elaborar, aplicar e analisar uma sequência didática para o ensino de funções trigonométricas, utilizando o <i>software</i> Geogebra para favorecer estratégias didático-pedagógicas de ensino, fazendo uso das tecnologias de forma planejada com objetivos antecipadamente constituídos de forma que o aluno possa observar e fazer conjecturas, para assim levantar hipóteses, generalizar e abstrair tais processos, que são importantes para o desenvolvimento do pensamento matemático (MOREIRA, 2012, p. 14).
<b>Fundamentação teórica:</b>	Foi adotado como teórico a Sequência de Fedathi, em que priorizam nos processos de ensino e de aprendizagem, a postura do professor, de modo que seja possível propor uma “ensinagem”, que consiste no desenvolvimento planejado de uma situação de ensino-aprendizagem individualizada, que reúne único professor e apenas um aluno (MOREIRA, 2012, p. 44).
<b>Metodologia:</b>	Os princípios da Engenharia Didática, de Michele Artigue (1996), na qual foi elaborada uma sequência didática (MOREIRA, 2012, p. 42). Enquanto metodologia de pesquisa, o uso da engenharia didática transcorre por quatro fases: análise preliminar, análise a priori, experimentação e análise a posteriori (OREIRA, 2012, p. 43). Desta forma, a pesquisa foi realizada em quatro fases distintas: Fase 1 (Pré-teste), Fase 2 (Formação dos discentes do IFRN), Fase 3 (Experimentação) e Fase 4 (Pós-teste) (MOREIRA, 2012, p. 57).
<b>Tecnologia:</b>	Geogebra.
<b>Conclusão:</b>	<p>As observações efetuadas na atividade mostram a insegurança dos estudantes em face às tarefas que lhes parecem quase sem sentido, mas estas tarefas foram se tornando, durante o experimento, mais acessíveis.</p> <p>O uso do computador como ferramenta nas escolas permanece como um recurso importante e como um grande desafio para professores e pesquisadores, à medida que</p>

	passem a ser utilizados como fonte de estudo e de criação de estratégias pedagógicas, para as quais diversas tecnologias podem ser empregadas (MOREIRA, 2012, p. 85).
<b>Referências:</b>	ARTIGUE, M. <b>Engenharia didática</b> . In: Didactica das Matemáticas. Org. Brun, Jean. Trad. Maria José Figueiredo, Delacahux et Niestlé, 1996, p. 193 – 217.

#### 4.4 NETO (2010)

<b>Autor:</b>	José Roque Damasco Neto
<b>Título:</b>	Registros de Representação Semiótica e o Geogebra: um ensaio para o ensino de funções trigonométricas
<b>Instituição:</b>	Universidade Federal de Santa Catarina
<b>Páginas:</b>	130
<b>Orientador(a):</b>	Méricles Thadeu Moretti
<b>Resumo:</b>	A presente pesquisa contempla uma proposta de sequência didática para o estudo das Funções Trigonométricas com o uso do software Geogebra baseada na teoria de Registros de Representação Semiótica de Duval. Tal teoria prioriza para a aprendizagem matemática as operações entre as representações semióticas de um mesmo objeto matemático, com prioridade para a operação de conversão por se tratar de uma operação que pode ser efetuada por representações entre sistemas semióticos distintos, como aqueles aqui tratados: os sistemas discursivo, simbólico e gráfico. O Geogebra, que é um software de geometria dinâmica, permite que tais operações semióticas possam ser evidenciadas principalmente entre os sistemas simbólicos e gráficos. A proposta de sequência didática foi elaborada na forma de oficinas oferecidas a um grupo de alunos do ensino médio (NETO, 2010, p. 8).
<b>Palavras-chave:</b>	Funções Trigonométricas. Registros de Representação Semiótica. Geogebra.
<b>Objetivo:</b>	Apresentar uma possibilidade de uso do software Geogebra como ferramenta didática para o estudo das funções seno e cosseno tendo por base a teoria de aprendizagem matemática dos Registros de Representação Semiótica de R. Duval (NETO, 2010, p. 16).
<b>Fundamentação teórica:</b>	Registros de Representação Semiótica de R. Duval.
<b>Metodologia:</b>	A pesquisa está dividida em três etapas: a primeira delas constituiu em um estudo bibliográfico a fim de conhecer as discussões já feitas em torno do tema de pesquisa. A segunda fase constituiu na elaboração e na experimentação da sequência didática. As atividades propostas foram elaboradas a partir dos estudos feitos na primeira etapa. Foram coletados dados por meio da observação, questionários, entrevistas individuais ou em pequenos grupos realizados a qualquer momento do ensino, e até após seu término. No caso, entregou-se fichas com proposta de trabalho em cada uma das aulas e registrou-se todas as conclusões dos alunos nestes documentos e em arquivos do próprio Geogebra. Após a experimentação deu início a última etapa, que por meio dos dados levantados inicia-se o processo de validação das hipóteses iniciais com base no confronto da análise antes e após da aplicação da sequência didática (NETO, 2010, p. 17).
<b>Tecnologia:</b>	Geogebra.
<b>Conclusão:</b>	<p>Acredita-se que se pode contornar a dificuldade que existe quanto a manipulação e utilização de abstrações para compreender o comportamento das funções trigonométricas (NETO, 2010, p. 100).</p> <p>É importante frisar que a ideia aqui não é levantar agora uma bandeira para substituição dos meios que já provaram serem capazes de promover o ensino pelo uso de <i>software</i> educativo. Na verdade consiste em aproveitar o melhor possível as características destes meios que podem se tornar num dado momento mais adequado que outros meios mais “convencionais”, ou um oferecer suporte ao outro.</p>

	O suporte técnico é algo fundamental também. É preciso ter um laboratório com um número de computadores coerente com o número de alunos (NETO, 2010, p. 101).
<b>Referências:</b>	DUVAL, R. <b>Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática</b> . In: Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica (Organizadora Sílvia Dias Alcântara Machado). Campinas, SP: Papyrus, 2003.

#### 4.5 OLIVEIRA (2010)

<b>Autor:</b>	Thaís de Oliveira
<b>Título:</b>	Trigonometria: A mudança da prática docente mediante novos conhecimentos
<b>Instituição:</b>	Universidade Federal de São Carlos
<b>Páginas:</b>	177
<b>Orientador(a):</b>	João Carlos Vieira Sampaio
<b>Resumo:</b>	O objetivo deste trabalho foi de investigar uma abordagem de ensino da Trigonometria desde o triângulo retângulo até sua forma analítica no ciclo trigonométrico. Pretendeu-se formular atividades com diferentes metodologias que relacionassem tanto a necessidade do estudo da Trigonometria no triângulo retângulo, quanto sua relação com o ciclo trigonométrico gerando as funções trigonométricas. Pretendeu-se ainda contextualizar as diversas aplicações destas funções. A hipótese de trabalho é que se pode construir uma aprendizagem significativa para o aluno por meio de novos conhecimentos do professor. Tais conhecimentos permitem ao professor transcender os limites da lousa e giz e trabalhar com dinamismo e movimento envolvendo os elementos da Trigonometria. Para tanto, elaborou-se quatro atividades que exploram a Trigonometria e, construiu-se uma sequência de aplicativos que usam o software livre de geometria dinâmica Geogebra fundamentando o ciclo e as funções trigonométricas. A maioria destas atividades foram aplicadas nos colégios de nível médio nos quais a pesquisadora é professora (OLIVEIRA, 2010, p. 8).
<b>Palavras-chave:</b>	Ensino de Matemática. Trigonometria. Prática docente. Aprendizagem significativa.
<b>Objetivo:</b>	Avaliar a mudança da prática docente e do ensino de Trigonometria a partir da busca de novos conhecimentos (OLIVEIRA, 2010, p. 130).
<b>Fundamentação teórica:</b>	Não apresentou explicitamente o referencial teórico adotado.
<b>Metodologia:</b>	Neste trabalho foram estruturadas algumas atividades, com diferentes metodologias, que abordam os diversos contextos da Trigonometria: Em uma primeira atividade optou-se pelo estudo das razões trigonométricas no triângulo retângulo através de manipulação de triângulos semelhantes, coleta de dados, registro em tabelas e confronto dos resultados obtidos com as tábuas trigonométricas. Na segunda atividade, foi escolhido fazer um experimento prático com a manipulação de um objeto rústico chamado inclinômetro para a exploração de alturas inacessíveis. A terceira atividade confronta a necessidade de usar o radiano como unidade de medida de ângulos e arcos. A transição é explorada através da quantidade de raios que cabem no comprimento da circunferência. A quarta atividade promove a transição das funções trigonométricas do ciclo trigonométrico para o plano cartesiano através da manipulação de materiais concretos como barbante e canudos para a construção do gráfico da função seno. Ainda há o momento da produção de aplicativos que relaciona a Trigonometria do triângulo retângulo, o ciclo trigonométrico e as funções trigonométricas usando geometria dinâmica e a tecnologia disponível na sala de aula (OLIVEIRA, 2010, p. 19).
<b>Tecnologia:</b>	Geogebra.
<b>Conclusão:</b>	Pode-se apontar um grande impacto na proposta docente a partir do uso da tecnologia. Os aplicativos contemplam a teoria estudada. Os alunos mudam efetivamente de postura com

	<p>a professora a partir dessas aulas.</p> <p>Trata-se de uma contribuição inovadora, que além de mudar o dinamismo das aulas, dá um caráter diferenciado através do movimento. E a tecnologia na educação, quando usada de maneira planejada, é capaz de atingir objetivos esperados na busca de formar um cidadão capaz de raciocinar e habilitado a enfrentar o mercado de trabalho e as oportunidades da vida (OLIVEIRA, 2010, p. 130).</p> <p>As contribuições para a aplicação da atividade e a obtenção de bons resultados dependem de conhecer profundamente o conteúdo trabalhado e buscar diversas informações para fundamentar as ideias e argumentações. As atividades devem ser sempre experimentadas antes de serem propostas (OLIVEIRA, 2010, p. 132).</p>
<b>Referências:</b>	

#### 4.6 PEDROSO (2012)

<b>Autor:</b>	Leonor Wierzynski Pedroso
<b>Título:</b>	Uma proposta de ensino da Trigonometria com uso do <i>software</i> Geogebra
<b>Instituição:</b>	Universidade Federal do Rio Grande do Sul
<b>Páginas:</b>	271
<b>Orientador(a):</b>	Elisabete Zardo Búrigo
<b>Resumo:</b>	Esta dissertação apresenta uma proposta de ensino da Trigonometria para estudantes do Ensino Médio, baseada na utilização do <i>software</i> Geogebra. Seu principal objetivo é avaliar a aprendizagem da Trigonometria propiciada por uma sequência de ensino desenvolvida em um ambiente informatizado e dinâmico. A metodologia utilizada na pesquisa foi o estudo de caso. As atividades da experiência didática foram aplicadas em uma escola particular de Porto Alegre em duas etapas: inicialmente, com uma turma de 45 alunos e, posteriormente, com um grupo de 7 alunos dessa turma. A análise dos dados coletados foi baseada na Teoria dos Campos Conceituais de Gerard Vergnaud e enfocou a identificação e interpretação de conceitos-em-ação utilizados pelos alunos nas resoluções das atividades. A aprendizagem dos conceitos de ângulo, razões trigonométricas, círculo trigonométrico e funções trigonométricas e propriedades a eles relacionadas foi favorecida pelo uso do <i>software</i> de geometria dinâmica, que propiciou a observação e compreensão de relações entre elementos de uma construção, permitiu a experimentação de hipóteses e elaboração de conclusões, instigou discussões e tornou as aulas mais dinâmicas, com o professor assumindo o papel de mediador na aprendizagem, e o trabalho cooperativo entre os alunos organizados em grupos (PEDROSO, 2012, p. 5).
<b>Palavras-chave:</b>	Ensino de Matemática. Educação Matemática. Trigonometria. Ensino da Trigonometria. Geogebra. Geometria dinâmica. Teoria dos Campos Conceituais.
<b>Objetivo:</b>	A sequência foi construída com o objetivo de que as atividades desenvolvidas com o auxílio do programa Geogebra auxiliassem os alunos a construir noções e conceitos trigonométricos, isto é, de que o trabalho com a geometria dinâmica, a interatividade dos alunos com as construções e a autonomia na realização das tarefas, auxiliassem os alunos a entender e a utilizar os conceitos trigonométricos e não apenas decorar definições, valores e procedimentos (PEDROSO, 2012, p. 45).
<b>Fundamentação teórica:</b>	Teoria dos Campos Conceituais de Gerard Vergnaud.
<b>Metodologia:</b>	A coleta de dados em sala de aula foi feita através de gravações de áudio de todas as aulas e através dos materiais das atividades que os alunos realizaram nesse processo. As atividades foram resolvidas no próprio Geogebra (PEDROSO, 2012, p. 48).
<b>Tecnologia:</b>	Geogebra.
<b>Conclusão:</b>	A utilização do Geogebra e a análise das resoluções das atividades e das falas dos alunos,

	<p>baseada na Teoria dos Campos Conceituais, permitiram não só identificar as dificuldades e os erros cometidos, mas acima de tudo, permitiu compreender melhor os raciocínios dos alunos frente aos desafios e assim, a professora pôde fazer intervenções mais adequadas à construção dos conceitos. O uso dos recursos do <i>software</i> foi importante para destacar os elementos que estavam desconsiderando ou relações entre os objetos que não estavam percebendo (PEDROSO, 2012, p. 225).</p> <p>O uso do Geogebra mostrou-se um programa eficaz como auxílio na elaboração de situações de aprendizagem escolar ricas em possibilidades de construção de conhecimentos. As manipulações das figuras apresentadas para os alunos, bem como as construções realizadas por eles, promoveram dinamismo nas atividades, possibilidades de realização de tentativas, confirmação de hipóteses, observação de relações entre objetos variáveis e fixos (PEDROSO, 2012, p. 228).</p> <p>Gostaria de ter aplicado as atividades com toda a turma até o final. Dessa maneira, seria possível analisar a experimentação de toda a sequência com uma turma regular do Ensino Médio. Também seria possível analisar se, de fato, as confusões que apareceram para o grupo inicial foram esclarecidas ao final da primeira etapa, pois poder-se-ia observar se iriam reaparecer nas atividades seguintes. Por outro lado, com um grupo menor de alunos, percebi que os diálogos entre eles e entre eles e a professora foram mais produtivos (PEDROSO, 2012, p. 230).</p>
<b>Referências:</b>	

#### 4.7 SOUZA (2010)

<b>Autor:</b>	Edílson Paiva de Souza
<b>Título:</b>	As funções seno e cosseno: diagnóstico de dificuldades de aprendizagem através de sequências didáticas com diferentes mídias
<b>Instituição:</b>	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
<b>Páginas:</b>	134
<b>Orientador(a):</b>	Gerson Pastre
<b>Resumo:</b>	<p>Esta pesquisa tem como objetivo diagnosticar as dificuldades de alunos do Ensino Médio em relação aos conceitos das funções trigonométricas seno e cosseno. A investigação está fundamentada nos princípios da Engenharia Didática e embasada na Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval. A sequência didática apresentada orienta-se nas análises de livros didáticos do Ensino Médio e pesquisas que utilizaram o <i>software</i> gráfico no processo de ensino aprendizagem para melhoria do conhecimento. As ferramentas utilizadas na aplicação da sequência foram o lápis e o papel e o <i>software Graphmatic</i>. A sequência foi aplicada com alunos do segundo ano do Ensino Médio, de uma escola pública da capital de São Paulo. Foram analisados os protocolos de oito duplas que participaram de quatro sessões. Os dados coletados foram analisados e levaram a concluir que a utilização da tecnologia, através de um processo de ensino dinâmico proporcionado pelo <i>software</i> gráfico <i>Graphmatic</i>, propiciou um aumento no conhecimento sobre os conceitos das funções seno e cosseno (SOUZA, 2010, p. 6).</p>
<b>Palavras-chave:</b>	Funções seno e cosseno. Registros de Representação Semiótica. Tecnologias na Educação Matemática.
<b>Objetivo:</b>	<p>Diagnosticar as dificuldades que alunos do Ensino Médio podem apresentar em relação aos conceitos das funções trigonométricas seno e cosseno, empregando uma dupla abordagem: atividades comum à rotina escolar dos estudantes, realizadas em sala de aula, bem como com a utilização de tecnologias através de um <i>software</i> gráfico, o <i>Graphmatic</i> (Souza, 2010, p. 19).</p>
<b>Fundamentação</b>	A pesquisa foi fundamentada na Teoria dos Registros de Representação Semiótica de

<b>teórica:</b>	Raymond Duval (2003), a Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau (1986) e os princípios da Engenharia Didática, de Michele Artigue (1996), na qual foi elaborada uma sequência didática (SOUZA, 2010, p. 24).
<b>Metodologia:</b>	As atividades foram realizadas com oito duplas, na intenção de provocar a interação entre os alunos. A discussão das atividades ficava limitada apenas as duplas e foram orientados para que não apagassem as tentativas de resolução, mesmo aquelas que julgassem erradas, para que durante a análise dessas atividades fosse possível entender através da estratégia utilizada de resolução a maneira de pensar dos participantes (SOUZA, 2010, p. 56). A atividade será realizada em dois momentos, primeiramente com lápis e papel e posteriormente com o uso do <i>software Graphmatic</i> , que permite a interação do aluno com o meio material de forma dinâmica, no momento de representar a função apresentada no registro algébrico para representação gráfica (SOUZA, 2010, p. 58).
<b>Tecnologia:</b>	<i>Graphmatic</i> .
<b>Conclusão:</b>	O uso do <i>software Graphmatic</i> propiciou ao aluno condições de simular várias construções gráficas, ajudando-o a entender e suprir algumas dificuldades nos conceitos abordados, que durante as atividades realizadas com lápis e papel não foram possíveis. Com os resultados obtidos na análise das atividades pode-se concluir que o uso do computador aliado ao <i>software</i> gráfico contribui para a evolução da aprendizagem e proporcionou um aumento cognitivo de conceitos relacionados a função seno e cosseno, através de um processo dinâmico, que permitiu a articulação entre as representações algébricas e gráficas (SOUZA, 2010, p. 106).
<b>Referências:</b>	ARTIGUE, M. <b>Engenharia didática</b> . In: Didactica das Matemáticas. Org. Brun, Jean. Trad. Maria José Figueiredo, Delacahux et Niestlé, 1996, p. 193 – 217. DUVAL, R. <b>Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática</b> . In: Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica (Organizadora Sílvia Dias Alcântara Machado). Campinas, SP: Papirus, 2003.

## 5. META-ANÁLISE QUALITATIVA DAS DISSERTAÇÕES

A proposta deste capítulo é realizar uma síntese parcial por meio dos resultados obtidos pelos fichamentos realizados anteriormente. Para isso, realizou-se uma meta-análise qualitativa, comparando os objetivos, os referenciais teóricos, os recursos tecnológicos utilizados e as metodologias. Para isso, copiou-se integralmente cada resultado obtido nos fichamentos para em seguida proceder as meta-análises, isto é, as comparações em busca de convergências, divergências e, principalmente complementaridade entre os trabalhos analisados, na tentativa de responder as questões de pesquisa.

### 5.1 COMPARAÇÃO DOS OBJETIVOS

As primeiras questões de pesquisa são: para que objetivos elas se voltam? Eles são respondidos? Com o foco em respondê-las seguem os objetivos das pesquisas. Conforme a necessidade foram negritadas algumas expressões relevantes para efeito de comparação .

**Quadro 4:** Comparação dos objetivos

Fernandes (2010)	O objetivo desta dissertação é a <b>construção da aprendizagem significativa dos conceitos básicos da trigonometria, especificamente os conceitos seno e cosseno, e sua representação no plano cartesiano, abordando o erro e usando-o como recurso para tal aprendizagem</b> , entre alunos de uma classe de 2º ano do Ensino Médio, utilizando para a construção do significado mídias como o lápis, régua, transferidor e, posteriormente, a informática com o <i>software</i> Geogebra (FERNANDES, 2010, p.23).
Lopes (2010)	<b>Analisar as potencialidades e limitações do <i>software</i> Geogebra no ensino-aprendizagem dos conceitos básicos de trigonometria</b> (LOPES, 2010, p. 16).
Moreira (2012)	<b>Elaborar, aplicar e analisar uma sequência didática para o ensino de funções trigonométricas</b> , utilizando o <i>software</i> Geogebra para favorecer estratégias didático-pedagógicas de ensino, fazendo uso das tecnologias de forma planejada com objetivos antecipadamente constituídos <b>de forma que o aluno possa observar e fazer conjecturas, para assim, levantar hipóteses, generalizar e abstrair tais processos, que são importantes para o desenvolvimento do pensamento matemático</b> (MOREIRA, 2012, p. 14).
Neto (2010)	<b>Apresentar uma possibilidade de uso do <i>software</i> Geogebra como ferramenta didática para o estudo das funções seno e cosseno</b> tendo por base a teoria de aprendizagem matemática dos Registros de Representação Semiótica de R. Duval (NETO, 2010, p. 16).
Oliveira (2010)	<b>Avaliar a mudança da prática docente e do ensino de Trigonometria</b> a partir da busca de novos conhecimentos (OLIVEIRA, 2010, p. 130).
Pedroso (2012)	A sequência foi construída com o objetivo de que as atividades desenvolvidas com o auxílio do programa Geogebra auxiliassem os alunos a <b>construir noções e conceitos trigonométricos</b> , isto é, de que o trabalho com a geometria dinâmica, a interatividade dos alunos com as construções e a autonomia na realização das tarefas, auxiliassem os alunos a entender e a utilizar os conceitos trigonométricos e não apenas decorar definições, valores

	e procedimentos (PEDROSO, 2012, p. 45).
Souza (2010)	<b>Diagnosticar as dificuldades que alunos do Ensino Médio podem apresentar em relação aos conceitos das funções trigonométricas seno e cosseno</b> , empregando uma dupla abordagem: atividades comum à rotina escolar dos estudantes, realizadas em sala de aula, bem como com a utilização de tecnologias através de um <i>software</i> gráfico, o <i>Graphmatic</i> (Souza, 2010, p. 19).

Em uma síntese parcial entre os objetivos de pesquisa, verificou-se que a maioria das dissertações selecionadas se volta para os conceitos básicos da Trigonometria, especialmente os conceitos seno e cosseno, e sua representação no plano cartesiano. Também é possível perceber que um dos objetivos das dissertações é fazer com que o aluno possa observar e fazer conjecturas para assim, levantar hipóteses, generalizar e abstrair tais processos, que são importantes para o desenvolvimento do pensamento matemático.

De acordo com as principais questões observadas nesse estudo, foi confrontando os principais objetivos que pode-se verificar que todas as pesquisas analisadas sugerem, direta ou indiretamente, caminhos alternativos para os professores utilizarem em seus planos de aula, *softwares* de geometria dinâmica.

Verificou-se que seis pesquisas se preocupam em proporcionar aos alunos uma aprendizagem significativa; uma pesquisa se preocupa em analisar as potencialidades e limitações do uso do *software* no ensino e na aprendizagem de Trigonometria; todas as sete pesquisas elaboraram, aplicaram e analisaram sequências didáticas com o uso do *software* nos diversos ramos da Trigonometria; uma pesquisa se preocupou em avaliar a mudança da prática docente, uma pesquisa abordou o erro e usou-o como recurso para tal aprendizagem e todas as pesquisas elencaram as dificuldades apresentadas pelos alunos no decorrer das atividades.

**Quadro 5:** Síntese dos objetivos

	Fernandes (2010)	Lopes (2010)	Moreira (2012)	Neto (2010)	Oliveira (2010)	Pedroso (2012)	Souza (2010)
Aprendizagem significativa	X	X	X	X	X	X	X
Conceitos básicos da Trigonometria	X	X				X	
Conceitos de seno e cosseno	X			X			X
Representação no plano cartesiano	X						
Análise do erro	X						
Potencialidades do <i>software</i>		X		X			

Limitações do <i>software</i>		X					
Sequência didática	X	X	X	X	X	X	X
Desenvolvimento do pensamento matemático			X			X	
Mudança da prática docente			X		X		
Mudança no ensino de Trigonometria	X	X	X	X	X	X	X
Dificuldades dos alunos							X

## 5.2 COMPARAÇÃO DOS REFERENCIAIS TEÓRICOS

Nessa comparação respondeu-se à questão “Há alguma convergência no emprego de referenciais teóricos?”, para tal, nos valeu-se dos teóricos citados de forma explícita nas dissertações analisadas.

**Quadro 6:** Síntese dos referenciais teóricos

Autor	Fernandes (2010)	Lopes (2010)	Moreira (2012)	Neto (2010)	Oliveira (2010)	Pedroso (2012)	Souza (2010)
Ausubel	X						
Borba e Penteadó		X					
Brousseau							X
Duval				X			X
Sequência de Fedathi			X				
Valente		X					
Vergnaud						X	
Zulatto		X					

Em relação aos referenciais teóricos, pode-se observar que não houve repetição de referenciais teóricos em mais de duas dissertações, o que evidencia uma diversidade de referenciais teóricos.

Duas dissertações fundamentam-se nas perspectivas de Duval (2003) referente aos Registros de Representação Semiótica, por considerarem sua importância no processo de amadurecimento no ensino de Trigonometria. Em uma dissertação fez-se o uso apenas dos Registros de Representação Semiótica como referencial teórico. Já em outra dissertação, além da teoria de Duval, foi utilizada a teoria das situações didáticas de Brousseau (1986).

Uma dissertação fundamentou-se na teoria de Ausubel (1986), referente à aprendizagem significativa. A teoria dos campos conceituais de Vergnaud esteve como referencial teórico em apenas uma dissertação.

A dissertação de LOPES (2010) tomou como base o referencial da Didática da Matemática, adotando as concepções de Borba e Penteadó (2007), Valente (1999) e Zulatto (2002, 2007) no que se refere ao uso da tecnologia informática na sala de aula de Matemática.

A postura do professor e os processos de ensino e de aprendizagem, de modo que seja possível propor uma “ensinagem”, foram abordados na dissertação de MOREIRA (2012) e somente uma dissertação não apresentou explicitamente o referencial teórico adotado.

### 5.3 COMPARAÇÃO DAS METODOLOGIAS

Neste momento, passar-se-á comparar as metodologias que os autores dizem ter aplicado nas dissertações, na intenção de responder às questões: As dissertações se pautam em referenciais teóricos-metodológicos? Ou apresentam procedimentos de pesquisa sem explicitarem referenciais teórico-metodológicos?

**Quadro 7:** Síntese dos referenciais teóricos-metodológicos

Autor	Fernandes (2010)	Lopes (2010)	Moreira (2012)	Neto (2010)	Oliveira (2010)	Pedroso (2012)	Souza (2010)
Artigue	X		X				X

Com base no quadro acima, pode-se perceber que três dissertações empregam a Engenharia Didática, de Artigue (1996), como referencial teórico-metodológico. As demais dissertações apresentaram os procedimentos de pesquisa sem explicitarem referenciais teórico-metodológicos.

Diante disso, para uma melhor análise, procedeu-se a uma comparação das metodologias utilizadas (Quadro 8), em que serão expostos, em negrito, expressões que evidenciem os procedimentos de pesquisa.

**Quadro 8:** Comparação dos referenciais teóricos-metodológicos

Fernandes (2010)	Através dos princípios da engenharia didática de Artigue (1996), foram feitas as <b>análises a priori</b> de todas as sessões realizadas, destacando as variáveis didáticas e as estratégias previamente pensadas. Posteriormente, procede-se à <b>experimentação</b> , ao processo de <b>análise à posteriori</b> e à <b>validação</b> (FERNANDES, 2010, p. 66).
------------------	---

Lopes (2010)	A fim de elaborar e definir com mais precisão os nossos instrumentos diagnósticos e sequência de ensino, realizamos um “ <b>estudo de referência</b> ”, isto é, uma aplicação preliminar da <b>sequência didática</b> com um grupo de alunos da Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Norte (LOPES, 2010, p. 59). O “estudo de referência” foi composto por um <b>minicurso</b> e uma <b>entrevista</b> . Com os alunos foram realizadas <b>sete atividades</b> , envolvendo Trigonometria, no <i>software</i> Geogebra. (LOPES, 2010, p. 60).
Moreira (2012)	Os princípios da Engenharia Didática, de Michele Artigue (1996), na qual foi elaborada uma <b>sequência didática</b> (MOREIRA, 2012, p. 42). Enquanto metodologia de pesquisa, o uso da engenharia didática transcorre por <b>quatro fases: análise preliminar, análise a priori, experimentação e análise a posteriori</b> (OREIRA, 2012, p. 43). Desta forma, a pesquisa foi realizada em quatro fases distintas: Fase 1 ( <b>Pré-teste</b> ), Fase 2 ( <b>Formação dos discentes do IFRN</b> ), Fase 3 ( <b>Experimentação</b> ) e Fase 4 ( <b>Pós-teste</b> ) (MOREIRA, 2012, p. 57).
Neto (2010)	A pesquisa está dividida em <b>três etapas</b> : a primeira delas constituiu em um <b>estudo bibliográfico</b> a fim de conhecer as discussões já feitas em torno do tema de pesquisa. A segunda fase constituiu na <b>elaboração</b> e na <b>experimentação</b> da sequência didática. As atividades propostas foram elaboradas a partir dos estudos feitos na primeira etapa. <b>Foram coletados dados por meio de observação, questionários, entrevistas individuais ou em pequenos grupos realizados a qualquer momento do ensino, e até após seu término</b> . No caso, entregou-se fichas com proposta de trabalho em cada uma das aulas e registrou-se todas as conclusões dos alunos nestes documentos e em arquivos do próprio Geogebra. Após a experimentação deu início a última etapa, que por meio dos dados levantados inicia-se o processo de <b>validação</b> das hipóteses iniciais com base no confronto da análise antes e após da aplicação da sequência didática (NETO, 2010, p. 17).
Oliveira (2010)	Neste trabalho foram estruturadas algumas <b>atividades, com diferentes metodologias, que abordam os diversos contextos da Trigonometria</b> . Em uma primeira atividade optou-se pelo estudo das razões trigonométricas no triângulo retângulo através de manipulação de triângulos semelhantes, coleta de dados, registro em tabelas e confronto dos resultados obtidos com as tábuas trigonométricas. Na segunda atividade, foi escolhido fazer um experimento prático com a manipulação de um objeto rústico chamado inclinômetro para a exploração de alturas inacessíveis. A terceira atividade confronta a necessidade de usar o radiano como unidade de medida de ângulos e arcos. A transição é explorada através da quantidade de raios que cabem no comprimento da circunferência. A quarta atividade promove a transição das funções trigonométricas do ciclo trigonométrico para o plano cartesiano através da manipulação de materiais concretos como barbante e canudos para a construção do gráfico da função seno. Ainda há o momento da produção de aplicativos que relaciona a Trigonometria do triângulo retângulo, o ciclo trigonométrico e as funções trigonométricas usando geometria dinâmica e a tecnologia disponível na sala de aula (OLIVEIRA, 2010, p. 19).
Pedroso (2012)	<b>A coleta de dados em sala de aula foi feita através de gravações de áudio</b> de todas as aulas e através dos materiais das atividades que os alunos realizaram nesse processo. As atividades foram resolvidas no próprio Geogebra (PEDROSO, 2012, p. 48).
Souza (2010)	As atividades foram realizadas com oito duplas, na intenção de provocar a interação entre os alunos. A discussão das atividades ficava limitada apenas as duplas e foram orientados para que não apagassem as tentativas de resolução, mesmo aquelas que julgassem erradas, para que durante a análise dessas atividades fosse possível entender através da estratégia utilizada de resolução a maneira de pensar dos participantes (SOUZA, 2010, p. 56). <b>A atividade será realizada em dois momentos</b> , primeiramente com <b>lápiz e papel</b> e posteriormente com o <b>uso do software Graphmatic</b> , que permite a interação do aluno com o meio material de forma dinâmica, no momento de representar a função apresentada no registro algébrico para representação gráfica (SOUZA, 2010, p. 58).

Com base no quadro acima, realizou-se uma síntese das metodologias (Quadro 9) e dos procedimentos de pesquisa utilizados (Quadro 10), como podemos ver a seguir:

**Quadro 9:** Síntese das metodologias utilizadas

	Fernandes (2010)	Lopes (2010)	Moreira (2012)	Neto (2010)	Oliveira (2010)	Pedroso (2012)	Souza (2010)
Análise preliminar			X				
Análise a priori	X		X				
Experimentação	X		X	X			
Análise à posteriori	X		X				
Validação	X			X			
“Estudo de referência”		X					
Sequência didática	X	X	X	X	X	X	X
Minicurso		X					

**Quadro 10:** Síntese dos procedimentos de pesquisa utilizados

	Fernandes (2010)	Lopes (2010)	Moreira (2012)	Neto (2010)	Oliveira (2010)	Pedroso (2012)	Souza (2010)
Entrevista com os alunos		X		X			
Estudo bibliográfico				X			
Gravações de áudio						X	
Uso do lápis e papel X uso do <i>software</i>							X

Com base nos Quadros 9 e 10 foi possível perceber que todas as dissertações fazem uso de sequências didáticas em suas dissertações e também é possível verificar as metodologias e os procedimentos de pesquisa utilizados na coleta dos dados.

#### 5.4 COMPARAÇÃO DOS RECURSOS TECNOLÓGICOS UTILIZADOS

A seguir, apresenta-se a comparação entre os recursos tecnológicos utilizados com o objetivo de responder às questões: Que tecnologias da informação e da comunicação são empregadas? Há alguma privilegiada?

Resalta-se a importância de trazer novamente os trechos dos fichamentos relacionados ao tópico tecnologia utilizada para a transparência do tratamento dos dados, na análise qualitativa.

**Quadro 11:** Síntese dos recursos tecnológicos utilizados

<i>Software</i>	Fernandes (2010)	Lopes (2010)	Moreira (2012)	Neto (2010)	Oliveira (2010)	Pedroso (2012)	Souza (2010)
Geogebra	X	X	X	X	X	X	
<i>Graphmatic</i>							X

Com base no quadro acima, pode-se perceber que seis, das sete, dissertações fizeram uso do *software* Geogebra. E somente a dissertação de Souza (2010) utilizou o *software* *Graphmatic*. Desta forma, pode-se dizer que todas as dissertações selecionadas utilizam *software* como Tecnologia da Informação e Comunicação, mesmo existindo outras tecnologias para a pesquisa no assunto, tais como as calculadoras científicas, com recursos gráficos, inclusive programáveis; as calculadoras on-line, etc.

O *software* Geogebra foi escolhido pelos pesquisadores pelas seguintes razões:

- Facilita a construção e a visualização dos conceitos trigonométricos (FERNANDES, 2010, p. 21).
- O aluno tem a possibilidade de arrastar os objetos construídos pela tela do computador e permite movimentos interativos (LOPES, 2010, p. 42).
- Por realizarem construções em que podem ser utilizados régua e compasso, programas de geometria dinâmica são conhecidos como régua e compasso virtuais. Ao utilizar qualquer programa de geometria dinâmica, o usuário se depara com um grande conjunto de recursos que possibilitam a construção do seu conhecimento em diversas áreas (MOREIRA, 2012, p. 41).
- Uma importante vantagem desse aplicativo é a possibilidade de se criar ambientes de aprendizagem interativos e poder salvá-los como páginas da Internet, possibilitando ambientes experimentais que podem ser compartilhados por professores e estudantes (NETO, 2010, p. 74).
- Com o Geogebra é possível construir pontos, vetores, segmentos, retas, seções cônicas bem como funções e alterar todos esses objetos dinamicamente após a construção estar finalizada, Traz a vantagem didática de apresentar, ao mesmo tempo, duas representações diferentes de um mesmo objeto que interagem entre si: sua representação geométrica e sua representação algébrica (OLIVEIRA, 2010, p. 58).

- É um *software* livre, portanto pode ser utilizado nas escolas sem necessidade de qualquer investimento financeiro extra para aquisição de *softwares* (PEDROSO, 2012, p. 51).

Já Souza (2010) escolheu o *software Graphmatic*, porque em Trigonometria o *software* trabalha com ângulo em graus ou em radianos. Os gráficos podem ser representados em coordenadas cartesianas ou em polares, facilitando a criação de figuras envolvendo funções trigonométricas (SOUZA, 2010, p. 28).

## 5.5 COMPARAÇÃO DAS VANTAGENS E DAS DESVANTAGENS APONTADAS, DE CADA RECURSO TECNOLÓGICO

A seguir, respondeu-se às seguintes questões de pesquisa: As dissertações analisadas apresentaram vantagens e/ou desvantagens no uso da tecnologia para o aprendiz no ensino e aprendizagem de Trigonometria? Quais as vantagens apresentadas? Quais as desvantagens apresentadas?

Após a leitura integral das dissertações e a análise dos fichamentos, foi possível elaborar os quadros abaixo, com o intuito de responder às questões de pesquisa, apresentando as vantagens e as desvantagens de utilizar os *softwares* Geogebra e *Graphmatic*.

### 5.5.1 Geogebra

**Quadro 12:** Comparação das vantagens e das desvantagens apresentadas no Geogebra

	VANTAGENS	DESVANTAGENS
Fernandes (2010)	Mobiliza conhecimentos matemáticos.	Falta de formação dos professores.
	Permite visualizar as projeções com maior facilidade.	
	Facilita a construção da circunferência.	
Lopes (2010)	Aumenta o poder de argumentação do aluno através do processo de arrastar as figuras pela tela do computador, fazendo sucessivos testes.	Linguagem de programação desconhecida na caixa de entrada.
	Possibilita construção, dinamismo, investigação, visualização e argumentação.	Falta de tempo.
	Encoraja o processo de descoberta e de autoavaliação dos alunos.	Dificuldade na instalação do <i>software</i> - não permite a cópia de um computador para o outro, falta de Java compatível (Linux).
	Auxilia na resolução de problemas de Trigonometria.	
	Permite a exploração visual das figuras	

	construídas.	
	Facilidade do aluno em construir as figuras.	
	Permite que os dados sejam alterados graficamente, mantendo as características da construção (geometria dinâmica).	
Moreira (2012)	Aquisição de saberes por parte dos estudantes.	
	A visualização e a experimentação desempenham papel de guia em algumas investigações.	
Neto (2010)	Manipulação de objetos abstratos.	O aluno precisa se envolver ao máximo com as atividades propostas, caso contrário, ele responde qualquer coisa, e não observa todos os detalhes disponíveis na tela, não explora os diversos recursos disponíveis.
	Permite realizar várias manipulações ao mesmo tempo.	Suporte técnico inadequado, com máquinas desatualizadas no laboratório.
	Possibilita a manipulação dinâmica dos diferentes registros de representação semiótica.	
Oliveira (2010)	Promove um grande aperfeiçoamento profissional do docente.	
	Mudança de postura dos alunos.	
Pedroso (2012)	Dinamismo e interatividade.	Em algumas situações, o Geogebra reforça ideias errôneas.
	Mudança na relação entre o professor e os alunos.	

Com o quadro, pode-se perceber que há muitas vantagens na utilização do *software* Geogebra como recurso tecnológico nas aulas de Matemática. No entanto, algumas desvantagens são apresentadas: duas referentes ao *software* e, as demais, referem-se à infraestrutura da escola, falta de formação do professor, falta de tempo e o envolvimento do aluno.

### 5.5.2 Graphmatic

**Quadro 13:** Comparação das vantagens e das desvantagens apontadas no *Graphmatic*

	VANTAGENS	DESVANTAGENS
Souza (2010)	Contribui na aprendizagem do conceito estudado.	
	Desperta o interesse e a motivação do aluno, no momento de realizar e explorar as atividades.	

Para Souza, o *software Graphmatic* apresenta duas vantagens com a sua utilização: contribui na aprendizagem do conceito estudado e desperta o interesse e a motivação do aluno, no momento de realizar e explorar as atividades. Em relação às desvantagens, não foi apresentada nenhuma.

## 6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Por questão de clareza, retoma-se aqui o tema dessa pesquisa: tecnologias no ensino e aprendizagem de Trigonometria: uma meta-análise de dissertações e teses brasileiras nos últimos cinco anos, que abarca seu objetivo. No desenrolar deste trabalho, por não terem sido encontradas teses no tema utilizam-se somente às dissertações. Das sete dissertações analisadas duas foram publicadas em 2012 e cinco em 2010. Com isso, podemos perceber que as dissertações que apresentavam este tema eram trabalhos que foram publicados apenas nos últimos anos. Acredita-se que isto se dá pelo fato de professores e de alunos estarem cada vez mais interessados no uso de tecnologias no ensino e na aprendizagem, repercutindo no aumento de pesquisas que visam estudar o efeito deste recurso tecnológico na Educação Matemática.

Realizou-se análises e uma meta-análise com a intenção de buscar convergências e divergências entre os objetivos das pesquisas selecionadas. Todas as dissertações têm como objetivo propor alguma atividade (sequência didática) e se preocupam com a mudança no ensino de Trigonometria, uma dissertação se preocupa com a mudança na prática docente e uma outra, se preocupa com as dificuldades encontradas pelos alunos.

Quanto ao questionamento se os objetivos são ou não respondidos, no nosso entender, os autores procuraram atender aos objetivos a que se propuseram.

A maioria das dissertações selecionadas se volta para os conceitos básicos da Trigonometria, especialmente os conceitos seno e cosseno, e sua representação no plano cartesiano. Também é possível perceber que um dos objetivos das dissertações é fazer com que o aluno possa observar e fazer conjecturas para, assim, levantar hipóteses, generalizar e abstrair tais processos, que são importantes para o desenvolvimento do pensamento matemático.

Para responder à questão “Há alguma convergência no emprego de referenciais teóricos?” verificou-se teóricos explicitados pelos autores das dissertações.

Em relação aos referenciais teóricos, pode-se observar que não houve repetição de referenciais teóricos em mais de duas dissertações, o que evidencia uma diversidade de referenciais teóricos. Duas dissertações fundamentam-se nas perspectivas de Duval, referente aos Registros de Representação Semiótica, por considerarem sua importância no processo de amadurecimento no ensino de Trigonometria. As demais dissertações fazem uso dos seguintes autores: Ausubel, Borba e Penteado, Brousseau, Valente, Vergnaud e Zulatto. Apenas uma dissertação não apresentou explicitamente o referencial teórico adotado.

Pode-se concluir que, as dissertações analisadas não abordam a história da Trigonometria em suas atividades, mas trabalham o ensino de Trigonometria conforme é proposto pelos documentos oficiais.

A comparação entre os referenciais teóricos-metodológicos mostrou que quatro pesquisas não os explicitam e as demais pesquisas utilizam como referencial a Engenharia Didática de Artigue.

Quanto aos procedimentos de pesquisa, verificou-se que apenas uma das obras estudadas inclui entre seus procedimentos o estudo bibliográfico, uma dissertação utiliza entrevista com os alunos e outra, gravações de áudio.

Na tentativa de responder às questões voltadas às tecnologias da informação e comunicação, a saber “Que tecnologias da informação e comunicação são empregadas? Há alguma privilegiada?”, verificou-se, em síntese, que todas as dissertações selecionadas utilizam *software* como tecnologia da informação e comunicação, ressalta-se que o *software* Geogebra aparece em seis das sete dissertações.

Salienta-se a identificação de apenas uma tecnologia da informação: o *software*, mesmo existindo outras tecnologias para a pesquisa no assunto, tais como as calculadoras científicas, com recursos gráficos, inclusive programáveis ; as calculadoras on-line, etc.

Quanto às vantagens apresentadas pelas pesquisas, no uso da tecnologia para o ensino e aprendizagem de Trigonometria, pode-se dizer que todas as dissertações enumeraram diversas razões para utilizar os *softwares* nas aulas de Matemática, principalmente no ensino de Trigonometria como, por exemplo, desperta o interesse e a motivação do aluno, no momento de realizar e explorar as atividades e aumenta o poder de argumentação do aluno através do processo de arrastar as figuras pela tela do computador, fazendo sucessivos testes.

Em relação às desvantagens apresentadas, a mais mencionada foi o suporte técnico inadequado na escola, com máquinas desatualizadas ou limitadas no laboratório.

A partir das análises realizadas um professor que deseja trabalhar com o auxílio de uma tecnologia no ensino de Trigonometria pode verificar qual instrumento tecnológico julga mais apropriado, refletindo sobre os pontos positivos e negativos que tal metodologia de ensino pode acarretar.

Após este trabalho, eu particularmente, tenho maior conhecimento de como posso lecionar utilizando tecnologia no ensino de Trigonometria. Em consequência, para minha formação profissional todo este estudo repercutiu no meu aprimoramento como educadora, pois fez com que eu tivesse contato com várias metodologias de ensino que podem facilitar o trabalho docente e torná-lo bem sucedido. Logo, acredito ser uma profissional melhor

qualificada para o trabalho docente por ter progredido nos meus conhecimentos em como tornar o aprendizado mais eficaz e mais interessante para o aluno.

Acredito que a presente pesquisa pode facilitar a trajetória do profissional da educação e em particular os professores interessados em pesquisas acerca da Trigonometria envolvendo as TIC, pois já avançaram diversos passos a serem percorridos para conhecer os resultados do presente estudo. Isso importa, porque em nosso sistema de ensino, antes pautado apenas na fala do professor e na mídia escrita, o livro didático insiste o emprego das demais mídias, visto que lidamos com alunos que empregam a comunicação instantânea em sua vida diária.

Esta pesquisa não só pode colaborar para a prática docente como também mostrar possíveis caminhos de pesquisa no contexto da Educação Matemática. Contudo, é necessário ressaltar que tais dados apresentados poderiam ser outros, se as produções escolhidas fossem outras. E, se outra amostra for escolhida, novas considerações poderão emergir.

Portanto, futuras sínteses em outros segmentos de ensino são necessárias, no mesmo tema, para que possamos ter uma visão mais ampla da utilização das TIC aliadas à Educação Matemática, além das investigações que focalizem a Trigonometria e abarquem as TIC que mencionamos antes.

Este trabalho mostrou que a ferramenta informática bem gerada, pode construir uma ajuda real à aprendizagem, isto é, o controle do processo de construção do conhecimento está nas mãos do aluno. Enfim, pode-se concluir que a inserção do ambiente computacional pode conduzir a uma melhora no ensino de Trigonometria.

## REFERÊNCIAS

AABOA, A. **Episódios da História Antiga da Matemática**. Trad. J. B. Pitombeira de Carvalho. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 1984.

BAPTISTA, R. D. **Comunicação, cultura e novas tecnologias: transição, fascínio e repressão**, 2007. Disponível em: <[http://www.cibersociedad.net/recursos/art\\_div.php?id=180](http://www.cibersociedad.net/recursos/art_div.php?id=180)>Acesso em: 16 de setembro de 2012.

BELL, E. T. **The Development of Mathematics**. New York: McGraw – Hill Book Company, INC, 1945.

BIZELLI, M. H. S. S.; BORBA, M. C. O conhecimento matemático e o uso de *softwares* gráficos. **Educação Matemática em Revista** – SBEM, Blumenau, v. 6, n. 7, p. 45 – 54, 1999.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2001. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

\_\_\_\_\_. **Pesquisa em informática e Educação Matemática**. In: Dossiê: a pesquisa em Educação Matemática, Educação em Revista, Belo Horizonte: universidade Federal de Minas Gerais, 2002.

BOYER, C. **História da Matemática**. Trad. Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blucher, 1996.

BRASIL. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Lei nº 9394, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da Educação Nacional. Brasília, DF, 1996.

\_\_\_\_\_. **Programa Nacional de Informática na Educação – PROINFO – Diretrizes**. Brasília: MEC/SEED, 1997.

\_\_\_\_\_. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

\_\_\_\_\_. **Parâmetros Curriculares para o Ensino Médio: Matemática**. Brasília: Ministério da Educação e Cultura, 1999.

\_\_\_\_\_. **PCN+ Ensino Médio: Orientações Educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Linguagens, códigos e suas tecnologias**. Brasília: Ministério da Educação/Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 2002.

\_\_\_\_\_. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio**. Brasília: MEC/SEB, 2006.

CAULLEY, D. N. **Document Analysis in Program Evaluation** (Nº 60 na série Paper and Report Series of the Research on Evaluation Program). Portland, Or. Northwest Regional Educational Laboratory, 1981.

CORREIA LIMA, M. **Conteúdo e didática frente a emergência da sociedade informacional: a experiência universitária**. In: VIII ENCONTRO ANUAL DA

ASSOCIAÇÃO NACIONAL DOS CURSOS DE GRADUAÇÃO EM ADMINISTRAÇÃO. Rio de Janeiro: Niterói, 1997.

COSTA, N. M. L. **Funções seno e cosseno**: uma sequência de ensino a partir dos contextos do “Mundo Experimental” e do computador. 1997. 250 f. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática), PUCSP, São Paulo, 1997.

CURY, H. N.; BAZZO, W. A formação crítica em matemática: uma questão curricular? **Bolema** (Boletim de Educação Matemática). Unesp, Rio Claro (SP), ano 14, n. 16, p. 29 – 47, 2001.

DEMO, P. **Educação e Conhecimento**: Relação necessária, insuficiente e controversa. Petrópolis: Vozes, 2000.

FERREIRA, A. B. H. **Novo dicionário Aurélio da Língua Portuguesa**. Rio de Janeiro: Nova fronteira, 1993.

\_\_\_\_\_. **Novo Aurélio do Século XXI**: o dicionário da Língua Portuguesa. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1999.

FERREIRA, N. S. A. As pesquisas denominadas “estado da arte”. **Educação & Sociedade**, Campinas, v. 23, n. 79, p. 257 – 272, ago. 2002.

FIORENTINI, D. Mapeamento e balanço dos trabalhos do GT – 19 (Educação Matemática) de 1998 a 2001. In: REUNIÃO ANUAL DA ASSOCIAÇÃO NACIONAL DE PÓS – GRADUAÇÃO E PESQUISA EM EDUCAÇÃO. 25., 2002, Caxambu. **Anais...** Caxambu: Associação Nacional de Pós – Graduação e Pesquisa em Educação, 2002. Disponível em: <<http://www.anped.org.br/reunioes/25/te25.htm>>. Acesso em: 10 out. 2011.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática**: percursos teóricos e metodológicos. Campinas: Autores Associados, 2006. (Coleção Formação de Professores).

FLICK, U. **Qualitative Forschung**. Reinbek: Rowohlt, 1995.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. São Paulo: Atlas, 2006.

\_\_\_\_\_. **Como elaborar projetos de pesquisa**. São Paulo: Atlas, 2007.

GIRAFFA, L. M. M. Uma odisséia no ciberespaço: o software educacional dos tutoriais aos mundos virtuais. **Revista Brasileira de Informática na Educação**. v.17, n.1, 2009.

GÓMEZ, P. Tecnología y Educación Matemática. **Revista Informática Educativa**. UNIANDES – LIDIE. v.10, n. 1, p. 11 – 93, 1997.

GUBA, E. Toward a methodology of naturalistic inquiry in educational evaluation. **Monograph Series**. n. 8. Los Angeles, Center of the Study of Evaluation, 1978.

GUBA, E. G.; LINCOLN, Y. S. **Effective Evaluation**. San Francisco, Ca., Jossey – Bass, 1981.

GÜNTHER, H. Pesquisa Qualitativa *versus* Pesquisa Quantitativa: Esta é a questão? **Psicologia: Teoria e Pesquisa**. Brasília, v. 22, n. 2, maio – ago., 2006, p. 201 – 210.

HOLSTI, O. R. **Content Analysis for the Social Sciences and Humanities**. Reading, Mass., Addison – Wesley, 1969.

HUNT, M. **How science takes stock**. New York: Russel Sage Foundation, 1997.

KAPUT, J. J. **Technology as a transformative force in education: what else is needed to make it work?** 1998

KENNEDY, E. S. **História da Trigonometria**. Trad. Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1994. (Tópicos da História da Matemática para uso em sala de aula).

KENSKI, V. M. **Educação e Tecnologias: o novo ritmo da informação**. São Paulo: Papirus, 2007.

KÖNIG, E.; BENTHER, A. Arbeitsschritte im qualitativen Forschungsprozess. Ein Leitfaden. In B. Friebertshäuser & A. Prengel. (eds.). **Handbuch qualitative Forschungsmethoden in der Erziehungswissenschaft**. Weinheim: Juventa, p. 95 – 113, 1997.

KRIPPENDORFF, K. **Content Analysis**. Beverly Hills: SAGE, 1980.

LÉVY, P. **As tecnologias da inteligência**. Rio de Janeiro; Ed.34, 1993.

LIMA, E. L. **Meu professor de Matemática e outras histórias**. Rio de Janeiro: Vitae, 1991. (Coleção Professor de Matemática).

LOPES, J. A. **Livro didático de Matemática: concepção, seleção e possibilidades frente a descritores de análise e tendências em Educação Matemática**. 2000. 333 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, UNICAMP, Campinas, 2000.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, E. D. A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986. (Temas Básicos de Educação e Ensino).

LUIZ, A. J. B. Meta-análise: definição, aplicações e sinergia com dados espaciais. **Cadernos de Ciência e Tecnologia**. v.19, n.3. p.407-428, set/dez. Brasília, 2002.

MARANHÃO, M. C. S. et al. O que se entende por Álgebra? In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8., 2004, Recife. **Anais eletrônicos VIII Encontro Nacional de Educação Matemática**. Recife: SBEM, 2004. 1 CD – ROM.

MESSINA, G. Investigación en o investigación acerca de la formación docente: um estado del arte em los noventa. **Revista Iberoamericana de Educación**. n. 19, enero-abril, 1999.

MORAN, J. M. ; MASETTO, M. T. **Novas tecnologias e mediação pedagógica**. Campinas: Papirus, 2007. (Coleção Papirus Educação).

MOREIRA, M. A. **Linguagem e Aprendizagem Significativa**. II Encontro Internacional Linguagem, Cultura e Cognição, Belo Horizonte, 2000. Disponível em: <<http://www.if.ufrgs.br/~moreira>>. Acesso em: 11 out. 2011.

MORONA, D. **A informática na educação: uma análise da formação dos professores e da utilização desse recurso no ambiente escolar**. 2004. 96 f. Monografia (Especialização em Didática e Metodologia do Ensino Superior) – Universidade do Extremo Sul Catarinense, Criciúma, 2004. Disponível em: <<http://www.bib.unesc.net/biblioteca/sumario/000025/00002576.pdf>>. Acesso em: 21 set. 2011.

PAPERT, S. **A máquina das crianças: repensando a escola na era da informática**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1994.

PATTON, M. Q. **Qualitative Evaluation**. Beverly Hills: SAGE, 1980.

PHILLIPS, B. S. **Pesquisa Social**. Rio de Janeiro: Agir, 1974.

PONTE, J. P. Tecnologias de informação e comunicação na formação de professores: que desafios? **Revista Iberoamericana de Educación**, n. 24, p. 63 – 90, 2000.

PRENSKY, M. **“Não me atrapalhe, mãe - Estou aprendendo”**: como os videogames estão preparando nossos filhos para o sucesso no século XXI – como você pode ajudar; tradução Lívia Bergo. São Paulo: Phorte, 2010.

RODRIGUES, C. A abordagem processual no estudo da tradução: uma meta-análise qualitativa. **Cadernos de tradução**. Florianópolis, v.2, n.10, 2009.

ROSENTHAL, R. Writing meta-analytic reviews. **Psychological bulletin**, [S.I.]. v.118, n.2, p.183-192, 1995.

ROSENTHAL, R.; DIMATTEO, M. Meta-analysis: recent developments in quantitative methods for literature reviews. **Annual Review of Psychology**, [S.I.]. v.52, p.59-82, 2001.

SOUZA, C. A.; BASTOS, F. P.; ANGOTTI, J. A. P. **Atas Eletrônicas do II ENPEC**. Valinhos, 1999.

STEINKE, I. **Kriterien qualitativer Forschung**. Ansätze zur Bewertung qualitativ – empirischer sozialforschung. Weinheim: Juventa, 1999.

TALL, D. O. **Concept images, generic organizers, computers and curriculum change**. *For the learning of mathematics*, 9, n.3, 1989.

TIKHOMIROV, O. K. **The psychological consequences of computerization**. In: *The concept of activity in Soviet Psychology*. New York, 1981.

VALENTE, J. A. (Org.). **Computadores e conhecimento: repensando a educação**. Campinas: Unicamp, 1998.

\_\_\_\_\_. **O computador na sociedade do conhecimento.** Campinas: UNICAMP/NIED, 1999.

WEISS, A. M. L.; CRUZ, M. L. R. M. **A informática e os problemas escolares de aprendizagem.** Rio de Janeiro: DP&A, 2001.

WONG, N. **The influence of technology on the mathematics curriculum.** In: BISHOP, A. J.; CLEMENTS, M. A.; KEITEL, C.; KILLPATRICK, J.; LEUNG, F. K. S. *Second international handbook of mathematics education.* Kluwer Academic Publishers. Dordrech/Boston/London, 2003.