

João Ferreira de Borba Junior

**Aplicação de Controladores Ressonantes e  
Repetitivos para Estabilização Lateral em  
Elevadores de Alta Velocidade**

**Porto Alegre - RS, Brasil**

**2014**

João Ferreira de Borba Junior

# **Aplicação de Controladores Ressonantes e Repetitivos para Estabilização Lateral em Elevadores de Alta Velocidade**

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Área de concentração: Sinais, Sistemas e Tecnologia da Informação

Linha de Pesquisa: Automação e Sistemas.

Pontifícia Universidade do Rio Grande do Sul – PUCRS

Faculdade de Engenharia

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Orientador: Aurélio Tergolina Salton

Porto Alegre - RS, Brasil

2014



Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul

FACULDADE DE ENGENHARIA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

## **APLICAÇÃO DE CONTROLADORES RESSONANTES E REPETITIVOS PARA ESTABILIZAÇÃO LATERAL EM ELEVADORES DE ALTA VELOCIDADE**

**CANDIDATO: JOÃO FERREIRA DE BORBA JUNIOR**

Esta Dissertação de Mestrado foi julgada para obtenção do título de MESTRE EM ENGENHARIA ELÉTRICA e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul.

**DR. AURELIO TERGOLINA SALTON - ORIENTADOR**

### **BANCA EXAMINADORA**

**DR. DIEGO ECKHARD - INSTITUTO DE MATEMÁTICA, DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA - UFRGS**

**DRA. LETÍCIA MARIA BOLZANI POEHLS - PPGE - FENG - PUCRS**

*Dedico esse trabalho primeiramente a Deus e a Maria Nossa Senhora fontes de fé onde alimento minha alma e minha mente, dedico também aos meus filhos Thiago e Ana Carolina que são os verdadeiros motivos por eu ter lutado para chegar até aqui, a minha amada Lucilene Piva por estar sempre ao meu lado e ser o meu porto seguro em todos os momentos, a minha mãe Dona Neyde, ao meu pai Seu João e aos meus irmãos Rogério, Paulinho, Marcelo e Rodrigo pelo apoio, compreensão e carinho em todos os momentos ao longo desta jornada.*

# Agradecimentos

Primeiramente gostaria de agradecer ao Prof. Dr. Jeferson Vieira Flores por ter tornado possível a realização deste trabalho através da sua disposição e profundo conhecimento na área de controle, agradecer também ao meu orientador, o Prof. Dr. Aurélio Tergolina Salton, pelo apoio, paciência, dedicação e ajuda ao longo do curso de mestrado e a toda a comissão coordenadora e equipe administrativa do PPGEE.

Agradeço a minha família pelo apoio, incentivo e dedicação para tornar este sonho uma realidade. Aos meus sogros seu Luis e dona Anair e meu enteado Victor Piva por todos os momentos que me acompanharam enquanto escrevia a dissertação, e também a minha cunhada Dilmara e meu sobrinhos Gustavo e Fernanda que sempre me deram amor, carinho e apoio, imprescindíveis para a conclusão desse trabalho.

Um agradecimento especial ao Mestre Eng. Nelso Biden, Eng. Carlos Eduardo Rambo, Eng. Igor Luiz Guisso, pelos conselhos, ajuda, parceria e pelo tempo em que estivemos compartilhando as mesmas aulas e tarefas durante o curso. Aos Eng. Ricardo Rieck, Mestre Eng. Leoci Rudi Galle e demais colegas da ThyssenKrupp Elevadores S/A pelas informações e conteúdo técnico sobre elevadores contidos neste trabalho.

E finalmente agradeço aos mestrandos, bolsistas e voluntários os quais tive o prazer de trabalhar no Grupo de Automação e Controle de Sistemas - GACS.

*“Dê ao mundo o melhor de você.  
Mas isso pode não ser o bastante.  
Dê o melhor de você assim mesmo.  
Veja você que, no final das contas,  
É tudo entre você e DEUS.  
Nunca foi entre você e os outros.”  
(Madre Teresa de Calcutá)*

# Resumo

Este trabalho apresenta a aplicação de controladores ressonantes e repetitivos em conjunto com a formulação baseada em desigualdades matriciais lineares (*do inglês, Linear Matrix Inequalities - LMI*), para controlar um sistema de roletes de guias ativos para elevadores de alta velocidade. Esses roletes de guias têm como função rejeitar vibrações laterais provenientes das irregularidades nas guias de alinhamento. O desenvolvimento dos controladores é baseado no uso de um modelo matemático linear em espaço de estados que representa a dinâmica do sistema em dois planos ortogonais. Um modelo computacional foi construído e utilizado para a realização de simulações computacionais com os controladores propostos. A eficiência dos controladores propostos será ilustrada através de exemplos de simulação. O presente trabalho foi alcançado em cooperação com a Hewlett-Packard Brasil Ltda. e com recursos provenientes da Lei de Informática (Lei nº 8.248, de 1991).

**Palavras-chaves:** Controlador Repetitivo, Controlador Ressonante, LMI, Roletes de Guias, Elevador.

# Abstract

This document addresses the application of resonant and repetitive controllers – designed with the aid of Linear Matrix Inequalities (LMI) – to active roller guides for high speed elevators. The active roller guides are used to reject lateral vibrations arising from irregularities in the alignment guides. The development of the controllers is based on a linear mathematical model in state space that represents the dynamics of the system in two orthogonal planes. A computational model was constructed and used to conduct computer simulations with the proposed controllers. The efficiency of the proposed controllers will be illustrated through simulation examples. This document was achieved in cooperation with Hewlett-Packard Brasil Ltda. using incentives of Brazilian Informatics Law (Law n° 8.248 of 1991).

**Key-words: Repetitive Controller, Resonant Controller, LMI, Elevator.**

# Lista de ilustrações

Figura 1 – Observador de estados de ordem plena . . . . .	26
Figura 2 – Sistema em malha fechada - Princípio do Modelo Interno - <i>PMI</i> . . . . .	30
Figura 3 – Magnitude (Diagrama de Bode) do <i>PMI</i> Ressonante ( $\omega_r = 1$ ) . . . . .	32
Figura 4 – Configuração básica do controlador repetitivo. . . . .	34
Figura 5 – Imagens Obtidas da ThyssenKrupp (2006) . . . . .	39
Figura 6 – Guias Irregulares (ThyssenKrupp, 2006) . . . . .	40
Figura 7 – Teoria do Skyhook Control . . . . .	41
Figura 8 – Convenção dos Eixos Cartesianos para Elevadores . . . . .	45
Figura 9 – Simulação Aerodinâmica - fonte: Kiyoshi et al. (2004) . . . . .	46
Figura 10 – Conexão das Guias às Paredes do Poço - Fonte: ThyssenKrupp (2006). . . . .	48
Figura 11 – Distúrbios inseridos pelas Guias no sistema - Fonte: Monteferro (2014). . . . .	49
Figura 12 – Distribuição Gaussiana Padronizada . . . . .	49
Figura 13 – Distúrbios inseridos pelas Conexões entre Guias - Fonte: Monteferro (2014). . . . .	50
Figura 14 – Sistema de Roletes Passivo de um Elevador (ThyssenKrupp, 2006) . . . . .	52
Figura 15 – Vista do Sistema Completo dos Roletes Ativos (ThyssenKrupp, 2006) . . . . .	52
Figura 16 – Vista de um dos Roletes de Guias Ativos (ThyssenKrupp, 2006) . . . . .	53
Figura 17 – Representação da Cabina no Plano $YZ$ mais os Roletes de Guias Ativos . . . . .	54
Figura 18 – Primeira Aproximação no plano $YZ$ . . . . .	56
Figura 19 – Sistema Equivalente Simplificado no plano $YZ$ . . . . .	57
Figura 20 – Diagrama de deslocamento no plano $YZ$ . . . . .	57
Figura 21 – Diagrama simplificado para pequenos deslocamento no plano $YZ$ . . . . .	58
Figura 22 – Diagrama de deslocamento no plano $XY$ . . . . .	62
Figura 23 – Diagrama de deslocamento Simplificado no plano $XY$ . . . . .	63
Figura 24 – Modelamento de 1/2 Suspensão de um Carro . . . . .	63
Figura 25 – Região do plano complexo associada ao $CP2$ . . . . .	70
Figura 26 – Controlador Ressonante com os ganhos por $LMI$ . . . . .	72
Figura 27 – Sistema Controlado . . . . .	72
Figura 28 – Sistema Observado e Controlado . . . . .	73
Figura 29 – Distúrbios Intrínsecos ao Sistema . . . . .	78
Figura 30 – Distúrbios de Ensaio para Sistema . . . . .	79
Figura 31 – FFT dos Distúrbios Inseridos no Sistema . . . . .	80
Figura 32 – Comparativo entre o Deslocamento de Cabina e a Perturbação Inserida no Sistema $YZ$ . . . . .	82
Figura 33 – Saída do sistema considerando diferentes configurações do controlador Múltiplo Ressonante para um distúrbio do tipo $S1$ . . . . .	82

Figura 34 – Saída do sistema considerando diferentes configurações do controlador Múltiplo Ressonante para um distúrbio do tipo $S2$ . . . . .	83
Figura 35 – Saída do sistema considerando diferentes configurações do controlador Múltiplo Ressonante para um distúrbio do tipo $S3$ . . . . .	84
Figura 36 – Saída do sistema considerando diferentes configurações do controlador Múltiplo Ressonante para um distúrbio do tipo $S4$ . . . . .	86
Figura 37 – Saída do sistema considerando diferentes configurações do controlador Múltiplo Ressonante para um distúrbio do tipo $S5$ . . . . .	88
Figura 38 – Comparativo entre o Deslocamento de Cabina e a Perturbação Inserida no Sistema $XY$ . . . . .	89
Figura 39 – Saída do sistema considerando diferentes configurações do controlador Múltiplo Ressonante para um distúrbio do tipo $S1$ . . . . .	90
Figura 40 – Saída do sistema considerando diferentes configurações do controlador Múltiplo Ressonante para um distúrbio do tipo $S2$ . . . . .	91
Figura 41 – Saída do sistema considerando diferentes configurações do controlador Múltiplo Ressonante para um distúrbio do tipo $S3$ . . . . .	92
Figura 42 – Saída do sistema considerando diferentes configurações do controlador Múltiplo Ressonante para um distúrbio do tipo $S4$ . . . . .	94
Figura 43 – Saída do sistema considerando diferentes configurações do controlador Múltiplo Ressonante para um distúrbio do tipo $S5$ . . . . .	96
Figura 44 – Controlador Repetitivo com os ganhos por LMI . . . . .	101
Figura 45 – Comparativo entre o Deslocamento de Cabina e a Perturbação Inserida no Sistema $YZ$ . . . . .	104
Figura 46 – Saída do sistema com controlador Repetitivo para um distúrbio do tipo $S1$ . . . . .	105
Figura 47 – Saída do sistema com controlador Repetitivo para um distúrbio do tipo $S2$ . . . . .	106
Figura 48 – Saída do sistema com controlador Repetitivo para um distúrbio do tipo $S3$ . . . . .	107
Figura 49 – Saída do sistema com controlador repetitivo para um distúrbio do tipo $S4$ . . . . .	109
Figura 50 – Saída do sistema com controlador repetitivo para um distúrbio do tipo $S5$ . . . . .	110
Figura 51 – Comparativo entre o Deslocamento de Cabina e a Perturbação Inserida no Sistema $XY$ . . . . .	111
Figura 52 – Saída do sistema com controlador Repetitivo para um distúrbio do tipo $S1$ . . . . .	112
Figura 53 – Saída do sistema com controlador Repetitivo para um distúrbio do tipo $S2$ . . . . .	113

Figura 54 – Saída do sistema com controlador Repetitivo para um distúrbio do tipo $S3$ . . . . .	114
Figura 55 – Saída do sistema com controlador Repetitivo para um distúrbio do tipo $S4$ . . . . .	116
Figura 56 – Saída do sistema com controlador Repetitivo para um distúrbio do tipo $S5$ . . . . .	117
Figura 57 – Comparativo do Deslocamento da Cabina no Plano $YZ$ - Distúrbio do tipo $S1$ . . . . .	119
Figura 58 – Comparativo do Sinal de Controle no Plano $YZ$ - Distúrbio do tipo $S1$	120
Figura 59 – Comparativo do Deslocamento da Cabina no Plano $YZ$ - Distúrbio do tipo $S4$ . . . . .	120
Figura 60 – Comparativo do Deslocamento da Cabina no Plano $YZ$ - Distúrbio do tipo $S5$ . . . . .	121
Figura 61 – Comparativo do Deslocamento da Cabina no Plano $XY$ - Distúrbio do tipo $S1$ . . . . .	121
Figura 62 – Comparativo do Sinal de Controle no Plano $XY$ - Distúrbio do tipo $S1$	122
Figura 63 – Comparativo do Deslocamento da Cabina no Plano $XY$ - Distúrbio do tipo $S4$ . . . . .	122
Figura 64 – Comparativo do Deslocamento da Cabina no Plano $XY$ - Distúrbio do tipo $S5$ . . . . .	122

# Lista de tabelas

Tabela 1 – Parâmetros do Elevador para as Simulações . . . . .	61
Tabela 2 – Deslocamento da Cabina para Diferentes Harmônicas . . . . .	81

# Lista de abreviaturas e siglas

ISO	<i>International Organization for Standardization</i>
PID	<i>Proporcional-Integral-Derivativo</i>
PI	<i>Proporcional-Integral</i>
PD	<i>Proporcional-Derivativo</i>
MPC	<i>Model Predictive Control</i>
SMC	<i>Sliding Mode Controllers</i>
LTI	<i>Linear e Invariante no Tempo</i>
BIBO	<i>Entrada limitada Saída Limitada</i>
PMI	<i>Princípio do Modelo Interno</i>
SISO	<i>Single Input - Single Output</i>
MIMO	<i>Multiple Input - Multiple Output</i>
FFT	<i>Fast Fourier Transform</i>
LMI	<i>Linear Matrix Inequalities</i>
LQR	<i>Linear Quadratic Regulator</i>
ASMC	<i>Adaptive Sliding Mode Controller</i>
SCR	<i>Silicon-Controlled Rectifier</i>
MGVC	<i>Motor Generator Velocity Control</i>
VSC	<i>Variable Structure Control</i>
ARC	<i>Adaptative Robust Control</i>
LQC	<i>Linear Quadratic Control</i>
SAS	<i>Stability Augmentation System</i>

# Lista de símbolos

$t_0$	tempo no instante 0
$n$	enésima
$\mathbb{N}$	conjunto de números naturais
$\mathbb{R}$	conjunto dos números reais
$\mathbb{R}^n$	espaço euclidiano de ordem $n$
$\mathbb{R}^{n \times m}$	espaço das matrizes reais de dimensão $n \times m$
$A^T$	transposta da matriz $A$
$I$	matriz identidade
$t \rightarrow \infty$	tempo tendendo ao infinito.
$\ \phi\ $	norma de $\phi$ no espaço vetorial.
$\Delta G$	função de transferência das incertezas da planta.
$G_{r1}$	função de transferência do controlador ressonante de 1 <sup>a</sup> harmônica.
$\omega_r$	frequência de ressonância com ganho infinito.
$G_k$	função de transferência do controlador ressonante de $k$ harmônicas.
$G_{rc}^f$	função de transferência do controlador ressonante com filtro.
$\mathcal{R}^m$	conjunto dos números reais de ordem $m$ .
$\mathbb{H}$	matriz hessiana.
$N_h$	número de harmônicas.
$\xi$	Coefficiente de amortecimento.

# Sumário

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>17</b>
1.1	Motivação	17
1.2	Objetivos do trabalho	18
1.3	Organização do texto	19
1.4	Sistema no Espaço de Estados	20
1.4.1	Formulação Básica	21
1.4.2	Controlabilidade e Observabilidade	22
1.4.3	Controle por Realimentação de Estados	23
1.4.4	Método de Alocação de Pólos	24
1.4.5	Observadores de Estados	25
1.4.5.1	Observador de Distúrbios	27
1.5	Segmento de Referências de Perturbações Periódicas	29
1.5.1	Princípio do Modelo Interno - PMI	29
1.5.2	Controlador PMI - Ressonante	31
1.5.3	Controlador PMI - Repetitivo	33
1.6	Síntese por LMI	34
1.6.1	Crítério - Estabilidade	35
1.6.2	Crítério - Realimentação de Estados	36
1.6.3	Crítério - $\mathcal{H}_2$ Custo Garantido	37
1.7	Elevadores	39
1.7.1	Fontes de Vibrações nos Elevadores	44
1.7.1.1	Fontes de Perturbação de Alta Frequência	45
1.7.1.2	Forças de Perturbação de Baixa Frequência	47
1.7.1.3	Perturbações Intrínsecas ao Sistema Elevador	47
1.7.1.4	Perturbações de Ensaio	50
1.7.2	Roletes de Guias Ativos e Passivos	51
<b>2</b>	<b>MODELAGEM MATEMÁTICA</b>	<b>53</b>
2.1	Equacionamentos das Forças que Atuam na Cabina do Elevador	53
2.2	Modelagem Matemática da Cabina no Plano $YZ$	54
2.3	Representação por Espaço de Estados do Plano $YZ$	58
2.4	Modelamento da Cabina no Plano $XY$	62
2.5	Representação por Espaço de Estados do Plano $XY$	64
<b>3</b>	<b>CONTROLADORES MÚLTIPLOS RESSONANTES</b>	<b>68</b>
3.1	Introdução	68

<b>3.2</b>	<b>Formulação Básica</b>	<b>68</b>
<b>3.3</b>	<b>Condições LMI para Análise do Ganho F</b>	<b>70</b>
<b>3.4</b>	<b>Observador de Estados no Controlador Ressonante</b>	<b>72</b>
<b>3.5</b>	<b>Parâmetros Utilizados nas Simulações</b>	<b>76</b>
3.5.1	Situações de Distúrbios Utilizadas nas Simulações	77
<b>3.6</b>	<b>Simulações para o Plano <math>YZ</math></b>	<b>81</b>
3.6.1	Situações Intrínsecas	81
3.6.1.1	Perturbação $S1$	82
3.6.1.2	Perturbação $S2$	83
3.6.1.3	Perturbação $S3$	84
3.6.2	Situações de Ensaio	85
3.6.2.1	Perturbação $S4$	85
3.6.2.2	Perturbação $S5$	87
<b>3.7</b>	<b>Simulações para o Plano <math>XY</math></b>	<b>89</b>
3.7.1	Situações Intrínsecas	89
3.7.1.1	Perturbação $S1$	90
3.7.1.2	Perturbação $S2$	91
3.7.1.3	Perturbação $S3$	92
3.7.2	Situações de Ensaio	93
3.7.2.1	Perturbação $S4$	93
3.7.2.2	Perturbação $S5$	95
<b>3.8</b>	<b>Considerações Finais</b>	<b>97</b>
3.8.1	Situações Intrínsecas	97
3.8.2	Situações de Ensaio	97
<b>4</b>	<b>CONTROLADORES REPETITIVOS</b>	<b>99</b>
<b>4.1</b>	<b>Introdução</b>	<b>99</b>
<b>4.2</b>	<b>Formulação Básica</b>	<b>99</b>
<b>4.3</b>	<b>Condições LMI para Análise do Ganho F</b>	<b>100</b>
<b>4.4</b>	<b>Observador de Estados no Controlador Repetitivo</b>	<b>101</b>
<b>4.5</b>	<b>Parâmetros Utilizados nas Simulações</b>	<b>103</b>
<b>4.6</b>	<b>Simulações para o Plano <math>YZ</math></b>	<b>103</b>
4.6.1	Situações Intrínsecas	104
4.6.1.1	Perturbação $S1$	105
4.6.1.2	Perturbação $S2$	106
4.6.1.3	Perturbação $S3$	107
4.6.2	Situações de Ensaio	108
4.6.2.1	Perturbação $S4$	109
4.6.2.2	Perturbação $S5$	110
<b>4.7</b>	<b>Simulações para o Plano <math>XY</math></b>	<b>111</b>

4.7.1	Situações Intrínsecas . . . . .	111
4.7.1.1	Perturbação $S1$ . . . . .	112
4.7.1.2	Perturbação $S2$ . . . . .	113
4.7.1.3	Perturbação $S3$ . . . . .	114
4.7.2	Situações de Ensaio . . . . .	115
4.7.2.1	Perturbação $S4$ . . . . .	116
4.7.2.2	Perturbação $S5$ . . . . .	117
<b>4.8</b>	<b>Considerações Finais . . . . .</b>	<b>118</b>
4.8.1	Situações Intrínsecas . . . . .	118
4.8.2	Situações de Ensaio . . . . .	118
<b>4.9</b>	<b>Comparação entre os Controladores . . . . .</b>	<b>119</b>
4.9.1	Comparação no Plano $YZ$ . . . . .	119
4.9.2	Comparação no Plano $XY$ . . . . .	121
<b>5</b>	<b>CONCLUSÃO . . . . .</b>	<b>123</b>
<b>5.1</b>	<b>Conclusão . . . . .</b>	<b>123</b>
<b>5.2</b>	<b>Trabalhos Futuros . . . . .</b>	<b>124</b>
	<b>Referências . . . . .</b>	<b>125</b>

# 1 Introdução

Neste capítulo serão descritos os motivos e objetivos que serviram de ponto de partida para a elaboração desse trabalho. Também faz parte deste capítulo uma fundamentação teórica sobre conceitos e técnicas de controle de sistemas modernos. Estes temas servirão como base para a elaboração dos controladores ressonantes e repetitivos que são o foco principal deste trabalho e serão aplicados para a estabilização lateral de elevadores de alta velocidade. Ainda dentro deste capítulo será realizada uma descrição sobre o elevador, suas partes e as perturbações que estão associadas a este sistema.

## 1.1 Motivação

Em elevadores modernos, devido as necessidades atuais de prédios cada vez mais altos e com fluxo intenso de passageiros, a velocidade com que a cabina percorre a caixa de corrida é cada vez mais maior. Até o final dos anos 80, não era comum existirem elevadores com velocidade acima de 2 m/s ou 3 m/s, pois as tecnologias dos motores da época somente disponham de velocidades rotacionais elevadas e conseqüentemente necessitavam de um sistema de engrenagens e sem fim acoplados a uma polia. Por essa polia eram passados os cabos que conseqüentemente tracionava a cabina.

Com o passar do tempo foram desenvolvidos motores de rotações menores e assim passou-se a utilizar esses motores diretamente acoplados aos cabos de tração da cabina, sem a necessidade da utilização de engrenagens e polias e possibilitando então o surgimento dos elevadores com velocidades acima de 3 m/s ou também denominados de alta velocidade.

A partir do desenvolvimento de elevadores de alta velocidade, a exposição do corpo humano à vibração passou a estar presente em inúmeras situações, podendo ser fonte de desconforto e causa de problemas de saúde. Particularmente no caso da vibração transmitida ao corpo inteiro, isso pode ocasionar problemas como indisposição seguida de enjoos, tonturas e vômitos. Sendo assim, sua investigação é de extrema importância. Especificações sobre vibrações transmitidas ao corpo como um todo através de superfícies de sustentação são referenciadas pela norma ISO2631-1 (1997) *Mechanical vibration and shock – Evaluation of human exposure to whole-body vibration*. Os procedimentos para verificar e validar essas medições são realizadas de acordo com os requisitos indicados pela norma ISO18738 (2003), *Measurement of Lift Ride Quality* e atendendo aos critérios da norma ISO8041 (2005) *Human response to vibration – Measuring instrumentation*.

Segundo Roger (2007) entende-se que o conforto e a qualidade de uma viagem de elevador são dois conceitos distintos e independentes, definidos pela percepção dos passageiros, consultores e fabricantes de elevadores. Para os elevadores que possuem velocidades pequenas e conseqüentemente de baixa aceleração, sistemas de amortecimento de vibrações passivos convencionais são suficientes para atingir as especificações de conforto e qualidade. Porém para elevadores de alta velocidade o sistema de roletes de guias ativos proporciona um conforto maior nas viagens e assim é possível atender as especificações exigidas pelas normas citadas anteriormente.

O conceito de roletes de guias ativos, ou em alguns casos denominado de suspensão ativa, não tem sido aplicado em elevadores de baixa velocidade que são comumente utilizados nos prédios comerciais de pequeno porte e residências. Porém, a aplicação deste conceito é largamente aplicada no caso de prédios comerciais de alto fluxo bem como os empreendimentos do tipo arranha-céu, também conhecidos como skyscrapers, que devido ao volume de passageiros e número de pavimentos necessitam de elevadores de alta velocidade que devem ter desempenho superiores. Nesses tipos de empreendimentos são exigidos através de normativas, patamares maiores de segurança e conforto, que sejam suficientes para atingir as expectativas dos seus usuários, de forma a tornar o elevador um meio de transporte confortável e seguro. Sendo assim, espera-se que com a utilização do sistema de roletes de guias ativos possa se atingir os padrões especificados pelas normas e o conforto almejado pelos usuários.

No caso específico de elevadores, a bibliografia sobre os conceitos e desenvolvimentos na área de controle de vibrações na cabina são restritos pois a competitividade entre as empresas desta área é muito alta, sendo que poucos artigos sobre o controle do nível de vibrações em elevadores foram encontrados. Alguns exemplos mais recentes que podem ser citados são os trabalhos de Perondi e Rivas (2008) e Perondi, Rivas e Roland (2010).

## 1.2 Objetivos do trabalho

Este trabalho tem por objetivo estudar a viabilidade da aplicação dos controladores ressonantes e repetitivos a um sistema de roletes de guias ativos acoplados a base da estrutura da cabina de um elevador para rejeitar vibrações e oscilações laterais.

O modelo matemático do elevador é baseado no modelo linearizado apresentado em Perondi, Rivas e Roland (2010). A síntese dos controladores será realizada através da solução de um problema de otimização com restrições na forma de Desigualdades Lineares Matriciais (*do inglês Linear Matrix Inequalities - LMIs*) que garantem a estabilidade e desempenho do sistema em malha fechada. Resultados de simulação serão utilizados com o objetivo de comparar o desempenho do dois controladores propostos.

Vale salientar que os alguns dos conceitos e métodos empregados no desenvolvimento dos equacionamentos matemáticos das forças que atuam na cabina do elevador também são aplicadas no projeto de sistemas de controle de veículos automotivos que em alguns casos possuem suspensões ativas o que nos permite alcançar o objetivo de equacionar as as forças que atuam no elevador aplicando esses mesmos conceitos.

A partir dos resultados das simulações será possível concluir que os controladores utilizados neste trabalho podem ser aplicados no controle de sistemas de roletes de guias com um desempenho satisfatório e também que esses métodos são eficazes na neutralização de vibrações na cabina do elevador oriundas de perturbações provenientes das guias do poço que servem como referência para o deslocamento do sistema.

### 1.3 Organização do texto

Para permitir a visualização geral da estrutura deste trabalho, é feita a seguir uma descrição sucinta de cada assunto descrito no restante deste documento.

Na Capítulo 1 são incluídos os conceitos básicos que servirão de referência para descrever as implantações e nortear o desenvolvimento desse trabalho. Também é feita uma revisão bibliográfica dos principais artigos e livros que abordam os assuntos relacionados a este trabalho, como o desenvolvimento de modelos teóricos, o levantamento de propriedades experimentais e projetos de suspensões, dentre outros.

A Seção 1.7.1 relata as possíveis fontes de vibrações que podem afetar um elevador e nas Seções 1.7.1.3 e 1.7.1.4 são apresentadas as perturbações que serão inseridas no sistema elevador e irão ser utilizadas como base para as simulações, bem como para a avaliação do desempenho dos controladores que são o foco deste trabalho.

Também neste capítulo a Seção 1.7.2 apresenta uma breve introdução aos componentes básicos que constituem um elevador e o sistema de roletes de guias ativos e passivos.

No Capítulo 2 é apresentado o desenvolvimento teórico dos modelos dinâmicos e descrito o modelamento matemático da cabina do elevador e seus graus de liberdade. A partir da definição de variáveis básicas, graus de liberdade e movimentos relativos de componentes, como molas e amortecedores, determina-se o modelo dinâmico do elevador em dois planos ortogonais de interesse. Os sistemas de equações diferenciais dos modelos teóricos são obtidos pela aplicação da equação de equilíbrio dinâmico de Newton. O modelo final do sistema é colocado na forma de variáveis de estado.

No Capítulo 3 é apresentado o projeto do sistema de roletes de guias ativos do elevador com a aplicação do controlador múltiplo ressonante e demonstrado os resultados obtidos para os dois planos ortogonais de interesse através de simulações realizadas para este controle onde são descritas perturbações conhecidas do sistema que são inseridas através das guias de referência do elevador. Neste capítulo essas perturbações são demonstradas através de catálogos dos fabricantes de guias e realizada a análise matemática das frequências que compõem esses distúrbios.

No Capítulo 4 é apresentado o controlador repetitivo como opção de controle para o projeto do sistema de roletes de guias ativos do elevador e também demonstrado os resultados obtidos para os dois planos ortogonais de interesse através de simulações realizadas para este controle com as perturbações descritas no capítulo anterior.

No Capítulo 5 são apresentadas as conclusões, enfatizando os principais resultados, pontos em aberto e observações do presente trabalho, também sendo propostas sugestões para o desenvolvimento de trabalhos futuros.

## 1.4 Sistema no Espaço de Estados

Segundo Ogata (1996) os sistemas complexos modernos podem ter muitas entradas e muitas saídas e elas podem ser inter-relacionadas de maneiras complicadas. Para analisar esse sistema é essencial reduzir a complexidade das expressões matemáticas, bem como recorrer aos computadores para a maioria dos processamentos tediosos necessários à análise. A abordagem com base no espaço de estados é a mais apropriada para analisar um sistema por esse ponto de vista.

Conforme descrito por Chen (1970), o estado de um sistema no instante  $t_0$  é o conjunto de informações adicionais que, junto com a entrada  $u(t)$ , para  $t \geq t_0$ , determina completamente o comportamento do sistema para qualquer instante  $t \geq t_0$ , ou seja,  $\forall t \geq t_0$ .

Enquanto a teoria de controle clássico é fundamentada na descrição da relação do sistema entrada-saída, como por exemplo a função de transferência, a teoria de controle moderno é fundamentada na descrição de um sistema de equações em termos de  $n$  equações diferenciais de primeira ordem, que podem ser combinadas em uma equação diferencial matricial de primeira ordem.

### 1.4.1 Formulação Básica

Todo o sistema linear de dimensão finita pode ser descrito por um conjunto de equações diferenciais de primeira ordem na seguinte forma matricial.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \vdots \\ \dot{x}_n(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}(t) & \cdots & a_{1n}(t) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1}(t) & \cdots & a_{nn}(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11}(t) & \cdots & b_{1m}(t) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1}(t) & \cdots & b_{nm}(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(t) \\ \vdots \\ u_m(t) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} y_1(t) \\ \vdots \\ y_p(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11}(t) & \cdots & c_{1n}(t) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{p1}(t) & \cdots & c_{pn}(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_{11}(t) & \cdots & d_{1m}(t) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{p1}(t) & \cdots & d_{pm}(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(t) \\ \vdots \\ u_m(t) \end{bmatrix}$$

Também pode-se representar um sistema linear na seguinte forma compacta:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A(t)x(t) + B(t)u(t), \\ y(t) &= C(t)x(t) + D(t)u(t). \end{aligned} \tag{1}$$

Onde:

$$\dot{x} := dx(t)/dt;$$

$x(t) \in \mathbb{R}^{n \times 1}$  : Vetor de estados do sistema  $\Rightarrow n$  dimensões do sistema;

$u(t) \in \mathbb{R}^{m \times 1}$  : Vetor de entradas do sistema;

$y(t) \in \mathbb{R}^{p \times 1}$  : Vetor de saídas do sistema;

$A(t)$  é a matriz de transição dos estados de dimensão  $n \times n$ ;

$B(t)$  é a matriz de entrada de dimensão  $n \times m$ ;

$C(t)$  é a matriz de saída ou matriz dos sensores de dimensão  $p \times n$ ;

$D(t)$  é a matriz de alimentação direta de dimensão  $p \times m$ ;

Qualquer sistema dinâmico Linear Invariante no Tempo (*LIT*) pode ser escrito na forma de espaço de estados. Um sistema dinâmico de ordem  $n$  é representado usando  $n$  equações diferenciais de primeira ordem. Considerando a formulação apresentada em 1, este sistema pode ser representado por matrizes constantes:

$$\mathbf{A} = A(t), \quad \mathbf{B} = B(t), \quad \mathbf{C} = C(t), \quad \text{e} \quad \mathbf{D} = D(t)$$

Sendo assim a representação no espaço de estados fica conforme a equação abaixo:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \mathbf{A}x(t) + \mathbf{B}u(t), \\ y(t) &= \mathbf{C}x(t) + \mathbf{D}u(t). \end{aligned} \tag{2}$$

Em um sistema com somente uma entrada e uma saída (*do inglês Single Input Single Output - SISO*) tem-se ( $m = p = 1$ ) e a representação no espaço de estados é descrito pelas matrizes:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \vdots \\ \dot{x}_n(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} u(t)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} c_1 & \cdots & c_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}, \quad \mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n \times 1}, \quad \mathbf{C} \in \mathbb{R}^{1 \times n} \text{ e } \mathbf{D} \in \mathbb{R}^{1 \times 1}$$

Várias técnicas podem ser utilizadas para a obtenção da representação no espaço de estados a partir de funções de transferência, entre elas podemos citar as representações nas formas controlável, observável, diagonal ou na forma canônica de Jordan (Ogata, 1996).

### 1.4.2 Controlabilidade e Observabilidade

A controlabilidade de um sistema dinâmico se refere à capacidade do sinal de entrada  $u(t)$  deste sistema de influenciar ou não diretamente no comportamento de cada um dos seus estados. De forma geral significa que o sistema pode ou não ser controlado.

A ideia de controlabilidade foi introduzidas por Kalman (1960), Kalman, em meados da década de 60, como uma forma de explicar porque o projeto de controladores para sistemas instáveis cancelando os polos instáveis com zeros estava condenado ao fracasso, embora o cancelamento fosse perfeito, na prática este método não é viável, pois o cancelamento perfeito de um sistema real não é possível.

Segundo Ogata (1996), um sistema é considerado controlável no tempo  $t_0$  se é possível transferi-lo desde qualquer estado inicial  $x(t_0)$  até qualquer outro estado  $x(t)$ , mediante um vetor de controle sem restrições em um intervalo de tempo finito.

Existem dois tipos de sistema não controláveis, aqueles cuja parte não controlável é estável e aqueles cuja parte não controlável é instável. Um sistema do primeiro tipo é chamado de estabilizável e a sua matriz de controlabilidade  $\mathcal{C}$  é definida como:

$$\mathcal{C} = [B \quad AB \quad \cdots \quad A^{n-1}B]_{n \times n}$$

Onde as matrizes  $A$  e  $B$  são definidas de acordo com a equação (2).

Para que um sistema seja completamente controlável é necessário que o rank da matriz

$$[B \quad AB \quad \cdots \quad A^{n-1}B]_{n \times n}$$

seja igual a  $n$ , o que significa dizer que um sistema representado de acordo com a equação (2) é completamente controlável se, e somente se, os vetores  $B, AB, \dots, A^{n-1}B$  sejam linearmente independentes, ou seja, a matriz  $\mathcal{C}$  tenha rank igual a  $n$ .

Nesta seção também discute-se outro conceito apresentado por Ogata (1996), a observabilidade de sistemas lineares. Segundo o autor, um sistema é completamente observável se o vetor de estados  $x(t_0)$  pode ser determinado a partir da medição de  $y(t)$  durante um tempo finito,  $t_0 \leq t \leq t_1$ . Portanto, o sistema é completamente observável se todas as mudanças de estados afetam a todos os elementos do vetor de saída.

Similarmente, existem sistemas não observáveis cuja parcela não observável é estável e sistemas cujas parcelas não observáveis são instáveis. Aqueles que a sua parcela não observável é estável são definidos como sistemas detectáveis.

Para que o sistema definido pela equação (2) seja completamente observável é necessário e suficiente que a matriz

$$\mathcal{O} = [C^T \quad A^T C^T \quad \cdots \quad (A^T)^{n-1} C^T]$$

tenha rank  $n$  ou  $n$  vetores colunas linearmente independentes.

### 1.4.3 Controle por Realimentação de Estados

Uma das maneiras mais usuais de controlar um sistema dinâmico no espaço dos estados é realizada por meio da realimentação dos estados do sistema de forma a gerar um sinal de entrada,  $u(t)$ , que produza o sinal de saída,  $y(t)$ , desejado. Contudo, o grande problema do controle por realimentação dos estados é exigir que os estados do sistema estejam disponíveis para serem realimentados, ou seja, é necessário medir todos os estados do sistema, ou pelo menos estimá-los por meio de um observador de estados.

Existem dois tipos básicos de controladores por realimentação dos estados:

- Regulador de estados  $\Rightarrow$  esse tipo tem o objetivo de manter o sistema em uma condição fixa de operação;
- Sistema servo  $\Rightarrow$  já esse tem o objetivo de fazer com que as saídas do sistema sigam um comando desejado.

Dado um sistema dinâmico *LIT* definido pelas matrizes  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$  e  $\mathbf{C}$ , controlável e observável e sendo a lei de controle dada por:

$$u(t) = \mathbf{K}x(t) \quad (3)$$

onde  $\mathbf{K}$  é a matriz de ganhos do controlador com dimensão  $m \times n$ , ou seja:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \cdots & k_{1n} \\ k_{21} & k_{22} & \cdots & k_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{m1} & k_{m2} & \cdots & k_{mn} \end{bmatrix}$$

A representação do sistema em malha fechada do regulador é obtida substituindo a equação (3) em 2, obtendo-se:

$$\dot{x}(t) = \mathbf{A}x(t) + \mathbf{B}\mathbf{K}x(t) \quad (4)$$

ou

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= [\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{K}]x(t) = \mathbf{A}_{\mathbf{mf}}x(t) \\ y(t) &= \mathbf{C}x(t) \end{aligned}$$

onde  $\mathbf{A}_{\mathbf{mf}}$  é a matriz da dinâmica do sistema em malha fechada.

O projeto do controlador com realimentação de estados consiste em determinar a matriz de ganhos  $\mathbf{K}$  de forma que a matriz da malha fechada ( $\mathbf{A}_{\mathbf{mf}}$ ) tenha as propriedades desejadas. O mais usual é escolher os ganhos do controlador de forma a localizar os polos da malha fechada em posições desejadas no plano  $s$ .

#### 1.4.4 Método de Alocação de Pólos

Como visto na Seção 1.4.3, através da realimentação de estados e a escolha de uma matriz de ganhos apropriada, é possível forçar o sistema a ter polos nas localizações desejadas. Existem, todavia, custos associados à alocação de todos os polos em malha fechada, uma vez que tal realocação requer a possibilidade de conhecimento dos valores de todas as variáveis de estado ao longo do tempo ou, então, a inclusão de um observador de estados no sistema. Além disso, há necessidade que os atuadores imponham a dinâmica desejada.

Neste trabalho, o objetivo do controle é fazer com que a cabina do elevador rejeite, tanto quanto possível, os efeitos de perturbações. Isso caracteriza um problema clássico de controle, ou seja, as ações devem ser tais que, a partir de um estado de equilíbrio, a saída de interesse deve ser mantida próxima a zero, mesmo que o sistema seja sujeito a perturbações que em determinados momentos desviem a saída do ponto de equilíbrio.

Os autovalores da matriz  $(\mathbf{A} + \mathbf{BK})$  são denominados polos do sistema regulador. Se os autovalores são adequados, a matriz  $(\mathbf{A} + \mathbf{BK})$  será estável e, para qualquer valor de  $x(0)$  diferente de zero, é possível fazer com que  $x(t)$  tenda a zero com  $t$  tendendo ao infinito. Segundo Ogata (2003), antes de tentar alocar os polos em posições arbitrárias, é necessário estudar o sistema para verificar se ele é completamente controlável. Isso resulta do fato de que a condição necessária e suficiente para a alocação arbitrária dos polos é que o sistema seja completamente controlável.

### 1.4.5 Observadores de Estados

Na realimentação de estados apresentada na Seção 1.4.4, foi suposto que todas as variáveis de estado estivessem disponíveis para sua realimentação. Porém, na prática muitas vezes nem todas as variáveis de estado são acessíveis.

A estimação de variáveis de estado é denominada normalmente de *observação* e o sistema que estima ou observa as variáveis de estado é chamado de *observador de estados*.

Um observador de estados estima as variáveis de estado baseado na medição das variáveis de saída e é usado para reconstruir os estados do sistema, que por algum motivo, não podem ser medidos. Se o observador de estados estima todas as variáveis do sistema, sem considerar que alguma delas possa ser medida diretamente, este sistema é chamado de *observador de estado de ordem plena*.

Em algumas situações, não é necessário estimar todas as variáveis do sistema, apenas aquelas que não se obtêm diretamente suas medidas. Sendo assim, o observador que estima um número menor que as  $n$  variáveis do sistema é chamado de *observador de estado de ordem reduzida*, onde  $n$  é a dimensão do vetor de estado.

Neste trabalho será considerado a necessidade de ser estimadas todas as variáveis de estados utilizando assim um observador de estados pleno para implementação do controle de roletes de guias ativos.

Outro fator importante a ser considerado no projeto do observador é o conceito de observabilidade, pois um observador de estados pode ser projetado somente se a condição de observabilidade é satisfeita.

O modelo matemático do observador de estados apresentado por Ogata (1996) considera que sendo um sistema representado pela equação (2) e a matriz  $\mathbf{D} = 0$ , suas expressões tornam-se basicamente as mesmas que a do modelo da planta, contendo, porém, um termo a mais para compensar as imprecisões nas matrizes  $\mathbf{A}$  e  $\mathbf{B}$  e o erro de estimativa do estado inicial  $x(0)$ .

Sendo assim, o observador de estados de ordem plena é definido pelas expressões:

$$\dot{\hat{x}} = \mathbf{A}\hat{x} + \mathbf{B}u + L(y - \hat{y}) \quad (5)$$

$$\hat{y} = \mathbf{C}\hat{x} \quad (6)$$

Onde  $\hat{x}$  é o estado estimado e  $\mathbf{C}\hat{x}$  é a saída estimada  $\hat{y}$ .

Substituindo-se a expressão da saída estimada dentro da equação do observador de estados obtém-se:

$$\dot{\hat{x}} = \mathbf{A}\hat{x} + \mathbf{B}u + L(y - \mathbf{C}\hat{x}) \quad (7)$$

$$= \mathbf{A}_{obs}\hat{x} + \mathbf{B}u + L(y) \quad (8)$$

Sendo  $\mathbf{A}_{obs} = \mathbf{A} - LC$ . As entradas do observador de estados são a saída  $y$  do sistema e a entrada de controle  $u$ .

A matriz  $L$  é o vetor de ganhos do observador de estados que contém os termos de ponderação cuja sua finalidade é minimizar o erro entre as variáveis do sistema real e as observadas. A matriz de ponderação  $L$  deve basicamente satisfazer a dois critérios: tornar a matriz  $(\mathbf{A} - LC)$  negativa definida e possuir uma velocidade de resposta satisfatória. Estes termos de ponderação corrigem de maneira contínua a saída do modelo e determina o comportamento do sistema.

A Figura 1 apresenta o diagrama de blocos que representa um sistema que implementa um observador de estados de ordem plena.

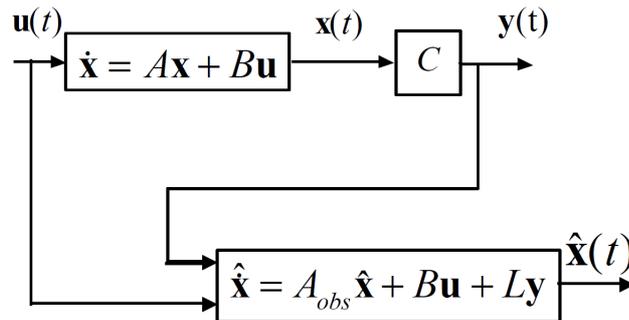


Figura 1 – Observador de estados de ordem plena

Sendo o erro do observador a diferença entre a saída medida e a saída estimada, para obter-se a equação de erro de estimação do observador de estados pode-se substituir (7) em (2) como apresentado abaixo:

$$\dot{x} - \dot{\hat{x}} = \mathbf{A}x - \mathbf{A}\hat{x} - L(\mathbf{C}x - \mathbf{C}\hat{x}) = (\mathbf{A} - LC)(x - \hat{x}) \quad (9)$$

Define-se a diferença entre  $x$  e  $\hat{x}$  como o vetor erro  $e = x - \hat{x}$ . Substituindo-se assim o erro  $e$  na equação (9) tem-se:

$$\dot{e} = (\mathbf{A} - LC)e \quad (10)$$

A partir da equação (10) pode-se concluir que o comportamento dinâmico do erro de estimação é determinado pelos autovalores da matriz  $\mathbf{A}_{obs}$ . Se os autovalores desta matriz estão posicionados no semi plano esquerdo do plano complexo,  $e$  converge para zero a partir de qualquer vetor de erros inicial  $e(0)$ , ou seja,  $\hat{x}(t)$  converge para  $x(t)$  independentemente dos valores de  $x(0)$  e  $\hat{x}(0)$ .

Se o sistema é completamente observável, é possível escolher uma matriz  $L$ , tal que,  $\mathbf{A}_{obs}$  tenha autovalores arbitrários. Determina-se a matriz de ganhos do observador  $L$  de maneira tal que a dinâmica do erro definida pela equação (10) seja assintoticamente estável, com uma velocidade de resposta suficiente para executar o controle do sistema através da realimentação dos estados. Dessa forma, o projeto do observador de estados, compreende-se na determinação de uma matriz de ponderação  $L$  que possua autovalores especificados pelo projetista através da definição da dinâmica do sistema.

#### 1.4.5.1 Observador de Distúrbios

Distúrbios externos ao sistema podem provocar efeitos indesejáveis no desempenho do controle de uma planta que possua um observador de estados.

Segundo Hendrik et al. (2000) esses distúrbios podem ser descritos como uma saída de um sistema autônomo descrito por:

$$\begin{aligned} \dot{x}_w &= A_w x_w \\ w &= C_w x_w \end{aligned}$$

Originalmente apresentado em Ohnishi (1987), o observador de distúrbios (*do inglês Disturbance Observer - DOB*), tem sido aplicado com sucesso em muitos problemas práticos em diversas áreas, tais como sistemas servo motores, robótica, unidades de disco ótico, e veículos automotores (Umeno; Hori, 1991; Umeno; Kaneko; Hori, 1993; Eom; Suh; Chung, 1997; Huang; Messner, 1998; Ryoo; Doh; Chung, 2002).

A observação de distúrbios fornece uma estimativa da perturbação  $d(t)$ , a qual é utilizada para realizar uma compensação através de um realimentação negativa. Segundo Francis e Wonham (1976), uma componente de realimentação deve ser incluída na dinâmica da planta para tenta atenuar o distúrbio. A estrutura do controlador que inclui esse tal modelo é o observador de distúrbio Johnson (1971).

O controlador deve ser projetado de maneira que a saída da malha fechada acompanhe a sua entrada de referência, então o sinal na entrada do modelo deve ser aproximadamente igual à entrada da planta adicionada do distúrbio e, como se supõe que a entrada é conhecida, pode-se estimar o distúrbio.

Os conceitos gerais da teoria do observador de estados já foram descritos na Seção 1.4.5. Estes mesmos conceitos também se aplicam ao observador de distúrbios e para avaliar os efeitos dos sinais de distúrbios na dinâmica do sistema, pode-se considerar um sistema linear *SISO* com distúrbio descrito por:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= \mathbf{A}x(t) + \mathbf{B}_u u(t) + B_d d(t) \\ y(t) &= \mathbf{C}x(t)\end{aligned}$$

Onde  $d(t) \in \mathbb{R}^n$  é o vetor de distúrbios externos. E a expressão da estimativa de erro sendo:

$$\hat{x}(t) = (\mathbf{A} - L\mathbf{C})\hat{x}(t) + B_u u(t) + Ly(t)$$

A presença do sinal de distúrbio  $d(t)$  não muda a dinâmica do sistema e seus autovalores. Como o sistema é projetado para ser estável, conclui-se que os sinais de distúrbios funcionaram como referências indesejadas que o sistema em malha fechada será forçado a seguir.

O observador de distúrbios incluí na formulação do observador de estados a equação dos sinais de perturbação para compensar o efeito desses sinais no sistema e para aumentar o grau de liberdade do observador.

A dinâmica aumentada do sistema com a inclusão do observador de distúrbio é descrita como:

$$\begin{aligned}\hat{x}(t) &= A_a + B_a u(t) - (LC_a)\hat{x}(t) + Ly(t) \\ \hat{w} &= C_w \hat{x}_w\end{aligned}$$

Onde as matrizes de estado são:

$$A_a = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B}C_w \\ 0 & A_w \end{bmatrix}, \quad B_a = \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C_a = [\mathbf{C} \quad 0], \quad L_a = \begin{bmatrix} L \\ L_d \end{bmatrix}$$

No controle utilizado neste trabalho os distúrbios considerados no projeto dos roletes de guias ativos são as imperfeições das guias e as variações que elas podem causar no movimento do elevador. Estas características serão descrita na Seção 1.7.1 com mais detalhes e como elas podem causar vibrações durante o deslocamento da cabina.

## 1.5 Segmento de Referências de Perturbações Periódicas

O seguimento de referência, ou também conhecido como rastreamento, pode ser visto como um problema de controle onde se necessita manter as variáveis de interesse de um sistema a ser controlado dentro de patamares pré-estabelecidos rejeitando as perturbações inseridas no sistema, e com isto ajustar o erro em regime permanente na resposta à referência constante.

Em outras palavras, dado um sinal de referência, deseja-se encontrar um controlador tal que a saída do processo, ou seja, o sinal a ser controlado, siga o sinal de referência em regime permanente, mesmo que haja uma flutuação nos parâmetros do processo.

Alguns tipos de controladores podem ser utilizados como seguidores de referência e/ou rejeição de distúrbios, entre eles pode-se citar os controladores de correção do ganho estático (Wang; Chu; Tsao, 2009), os controladores proporcionais integrais - PI e os proporcionais derivativos - PD, controladores preditivos baseados em modelo - MPC (Jiang; Liu, 2009), controladores de estrutura variável - SMC (Lu; Hwang, 2009), controladores ressonantes e repetitivos entre outros.

Nesta seção serão apresentadas as duas principais metodologias de seguimento e/ou rejeição utilizadas ao longo deste trabalho, o controlador ressonante e o repetitivo, ambas baseadas no Princípio do Modelo Interno (*PMI*) e com um enfoque voltado para o seguimento e/ou rejeição de sinais periódicos.

### 1.5.1 Princípio do Modelo Interno - PMI

Proposto inicialmente por Francis e Wonham (1976), o conceito de Princípio do Modelo Interno - PMI define que para se seguir um determinado sinal com erro nulo em regime permanente, deve-se inserir na malha de controle do sistema um bloco gerador com as mesmas características dos sinais a serem seguidos e/ou rejeitados. Com isso, o sistema de controle é capaz de seguir e/ou rejeitar perturbações que possuam as mesmas características do sinal de referência.

Segundo Fukuda e Yoda (2001), Chen e Longman (1999), para que um sistema de controle realimentado possa seguir assintoticamente um sinal de referência com erro nulo em regime permanente o seu sinal de referência deve satisfizer a duas condições:

- O sistema em malha fechada deve ser assintoticamente estável;
- o controle e/ou a planta do sistema devem incluir termos que reproduzam matematicamente a representação em frequência dos sinais a serem seguidos e/ou rejeitados.

Definindo então um sinal de referência pela equação:

$$r(s) = \frac{\phi_n(s)}{\phi(s)\phi_e(s)} \quad (11)$$

Analisando as características deste sinal tem-se que:

$\phi(s)$  representa o polinômio que possui as raízes dos modos instáveis e marginalmente estáveis de  $r(s)$ ;

$\phi_e(s)$  contém os modos estáveis de  $r(s)$ ;

$\phi_n(s)$  representa o polinômio correspondente ao numerador de  $r(s)$ , sendo que suas raízes devem ser diferentes das raízes de  $\phi(s)$  e  $\phi_e(s)$ .

Pela Transformada de Inversa de Laplace pode-se concluir que apenas os sinais associados às raízes de  $\phi(s)$  influenciam em regime permanente, ou seja, as raízes de  $\phi(s)$  são os modos instáveis de  $r(s)$ . O que demonstra que o seguimento e/ou rejeição deste sinal de referência será garantido se a função de transferência  $\Phi(s) = 1/\phi(s)$  for inserida no caminho direto da malha de controle.

Na Figura 2 é apresentado um sistema em malha fechada o qual tem a função de garantir a estabilidade e as especificações de desempenho transitório. Os blocos que

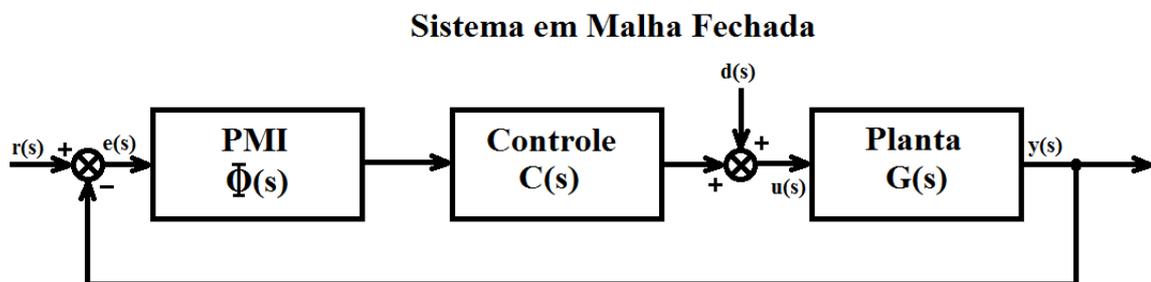


Figura 2 – Sistema em malha fechada - Princípio do Modelo Interno - *PMI*

compõem este sistema são:

$G(s)$  é a planta a ser controlada;

$\phi(s)$  é o módulo PMI que garante o seguimento e/ou rejeição do sinal de referência;

$C(s)$  é o controlador que dará a estabilidade do sistema em malha fechada.

Assume-se que não deve haver cancelamento dos polos bloco PMI ( $\phi(s)$ ) com os zeros do controlador ( $C(s)$ ).

Considerando que a planta e o controlador da figura 2 sejam descritos como  $G(s) = \frac{N_P}{D_P}$  e  $C(s) = \frac{N_C}{D_C}$  onde  $N_P$  e  $N_C$  são os numeradores e  $D_P$  e  $D_C$  são os denominadores em função dos polinômios em  $s$ .

Sendo assim a função de transferência do sistema em malha fechada será dada por:

$$\begin{aligned} M_F(s) &= \frac{\phi(s)C(s)G(s)}{1 + \phi(s)C(s)G(s)} \\ &= \frac{N_C(s)N_P(s)}{\phi(s)D_C D_P + N_C(s)N_P(s)} \end{aligned} \quad (12)$$

Observando a equação do sistema em malha fechada 12 pode-se concluir que se as raízes dos polinômios que compõem o denominador desta equação estiverem no semiplano esquerdo do plano complexo o sistema será estável.

A função de transferência do sinal de erro do sistema apresentado na Figura 2 é descrita como:

$$\begin{aligned} e_{M_F}(s) &= \frac{1}{1 + \Phi(s)C(s)G(s)} r(s) \\ &= \frac{\phi(s)D_C(s)D_P(s)}{\phi(s)D_C D_P + N_C(s)N_P(s)} r(s) \end{aligned} \quad (13)$$

Substituindo-se 11 em 13 obtêm-se então:

$$e_{M_F}(s) = \frac{\phi(s)D_C(s)D_P(s)}{\phi(s)D_C D_P + N_C(s)N_P(s)} \frac{\phi_n(s)}{\phi_e(s)} \quad (14)$$

Aplicando o Teorema do valor final descrito por Haykin e Van Veen (2002) na equação 14 tem-se o seguinte erro em regime permanente para o sistema em malha fechada:

$$e(\infty) = \lim_{s \rightarrow \infty} s e_{M_F}(s) = \lim_{s \rightarrow \infty} s \frac{\phi(s)D_C(s)D_P(s)}{\phi(s)D_C D_P + N_C(s)N_P(s)} \frac{\phi_n(s)}{\phi_e(s)} = 0. \quad (15)$$

A partir do descrito pode-se verificar que o PMI será insensível aos distúrbios inseridos no sistema, fazendo com que tenha-se erro nulo em regime permanente e rejeição de perturbações de maneira robusta.

### 1.5.2 Controlador PMI - Ressonante

Baseado nos conceitos do controlador *PMI*, estes controladores se caracterizam por possuírem na sua estrutura um modelo que obtenha erro nulo em regime permanente e seguimento e/ou rejeição de distúrbios para sinais senoidais. Ao ser submetida a um sinal de erro periódico com frequência definida apresenta uma dinâmica semelhante ao do controlador *PI* para um sinal de erro constante.

Essa implementação produz um ganho infinito sempre que o erro possui uma frequência  $\omega_r$ , porém para pequenas variações de frequência o valor da ação de controle decai drasticamente, praticamente não exercendo nenhuma ação sobre o sinal de erro.

Sabendo-se que através da Série de Fourier pode-se representar qualquer sinal periódico a partir da soma ponderada de senoides, pode-se considerar um sinal de referência e um sinal de distúrbio descrito como segue:

$$r(t) = \sum_{i=1}^{n_r} a_{r_i} \sin(\omega_{r_i} + \varphi_{r_i})$$

$$d(t) = \sum_{i=1}^{n_d} a_{d_i} \sin(\omega_{d_i} + \varphi_{d_i})$$

Sendo que cada senoide contribui com  $s^2 + \omega_i^2$  tem-se:

$$\phi_r(s) = \prod_{i=1}^{n_r} (s^2 + \omega_{r_i}^2) \quad , \quad \phi_d(s) = \prod_{i=1}^{n_d} (s^2 + \omega_{d_i}^2)$$

Caracterizando um controlador ressonante pelo seu ganho infinito em uma determinada frequência de ressonância  $\omega_r$  que, por exemplo, pode ser igual à frequência do sinal de referência periódica. Sendo então, o modo  $\Phi$  do PMI para um sinal de referência:

$$\Phi(s) = \frac{1}{\phi} = \frac{1}{s^2 + \omega_r^2} \quad (16)$$

A Figura 3 apresenta a magnitude do sinal de saída em relação a variação de frequência de um PMI ressonante onde se pode observar a tendência de ganho infinito na frequência  $\omega_r$  que também é denominada frequência de ressonância. O mesmo raciocínio

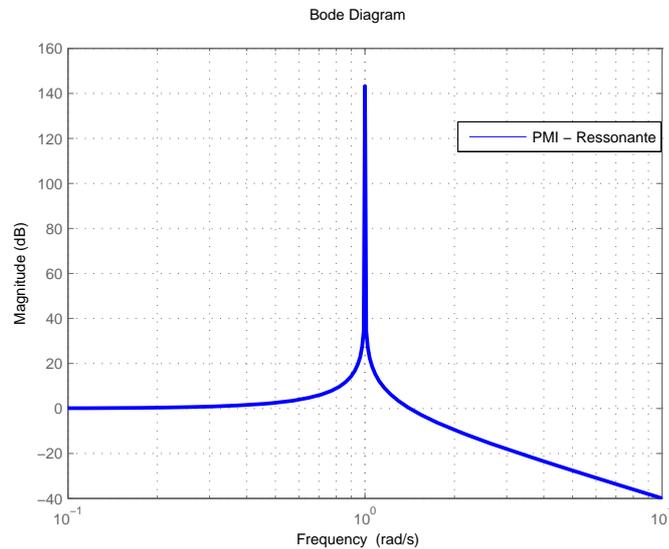


Figura 3 – Magnitude (Diagrama de Bode) do PMI Ressonante ( $\omega_r = 1$ )

utilizado para o controlador ressonante com um único sinal de referência pode ser aplicado para manipular sinais periódicos de referência mais complexos tendo  $n$  componentes senoidais em diferentes frequências. Neste caso, o problema de seguimento da referência pode ser tratada por meio de  $n$  controladores ressonantes que conduzem a um controlador de ressonâncias múltiplas ou Múltiplo Ressonante.

A ideia principal é gerar uma dinâmica oscilante (modo senoidal) correspondente a frequência fundamental do sinal de interesse e suas respectivas harmônicas mais significativas (Pereira et al., 2014). De acordo com o Princípio do Modelo Interno (CHEN, 1970), o seguimento e a rejeição será garantido, assumindo o sistema em malha fechada estável, se o controlador

$$\dot{x}_{mr}(t) = A_{mr}x(t) + B_{mr}e(t) \quad (17)$$

for inserido na malha de controle onde  $diag\{A, B\}$  denota a matriz bloco diagonal obtida a partir dos elementos  $A$  e  $B$ :

$$A_{mr} = diag\{\Xi(\omega_1), \Xi(\omega_2), \dots, \Xi(\omega_N)\}$$

$$B_{mr} = [\Lambda' \quad \Lambda' \quad \dots \Lambda']'$$

$$\Xi(\omega_h) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_h^2 & 0 \end{bmatrix}, \quad \Lambda = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Note que os termos em  $A_{mr}$  representam a combinação dos modos ressonantes dos sinais de referência e perturbação  $\omega_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, N_h$ , onde  $N_h$  determina o número de harmônicas significativas a serem compensadas. Além disso, é importante ressaltar que o espectro de um sinal contínuo tem infinitas componentes de frequência e, neste caso, existe um erro de seguimento que diminui conforme  $N_h$  aumenta.

### 1.5.3 Controlador PMI - Repetitivo

O controlador repetitivo foi inicialmente proposto em (Inoue; S.; Nakano, 1981) para a garantia de seguimento e rejeição de sinais periódicos. Para isto, um elemento de atraso temporal de  $\tau$  segundos é inserido na malha de controle em um laço de realimentação positiva como ilustrado na Figura 4. Neste caso,  $\tau$  é o período fundamental dos sinais a serem seguidos e/ou rejeitados. Note que a função de transferência do sinal de erro para a saída é dada por:

$$G_{rc}(s) := \frac{Y_{rc}(s)}{E(s)} = \frac{1}{1 - e^{-\tau \cdot s}} \quad (18)$$

a qual tem ganho infinito para todas as frequências  $\omega_k = k\omega_0$  [rad/sec],  $k = 1, 2, \dots$ , e  $\omega_0 = 2\pi/\tau$  [rad/sec].

Assumindo que o sistema em malha fechada é estável, então o ganho infinito nessas frequências garante o seguimento e a rejeição com erro nulo. Na Figura 4 é demonstrada a configuração básica de um controlador repetitivo.

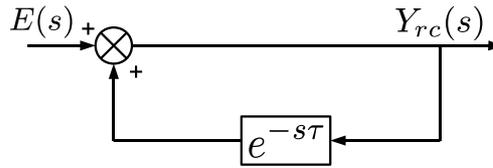


Figura 4 – Configuração básica do controlador repetitivo.

Devido a uma série de problemas de implementação (Flores et al., 2011), este controlador não pode ser estabilizado por um controlador racional. Portanto, (Hara et al., 1988) sugere a introdução de um filtro passa baixas  $\omega_c/(s + \omega_c)$  em série com o elemento de atraso, resultando em:

$$G_{rc}(s) = \frac{1}{1 - \frac{\omega_c}{s + \omega_c} e^{-\tau s}} \quad (19)$$

onde  $\omega_c$  é a frequência de corte do filtro.

## 1.6 Síntese por LMI

A formulação por desigualdades matriciais lineares (*do inglês - Linear Matrix Inequalities - LMI*) tem como objetivo descrever matematicamente as condições necessárias para o sistema ser estável e apresentar a resposta dinâmica especificada.

A formulação de uma LMI é dada por:

$$F(\varphi) := F_0 + \sum_{i=1}^m \varphi_i F_i > 0 \quad (20)$$

onde  $\varphi \in \mathbb{R}^n$  é a variável de decisão e  $F_i = F_i^T \in \mathbb{R}^{n \times n}$ , são as matrizes conhecidas. A matriz  $F(\varphi)$  é definida positiva, se for encontrada uma solução factível para  $\varphi$ .

As LMIs apresentam importantes propriedades que motivam sua utilização em projetos de controladores. Entre essas propriedades destacam-se:

- Restrição convexa em  $\varphi$  geram Soluções numéricas eficientes;
- Várias restrições na forma LMI podem ser reescritas como uma única restrição LMI;
- Todas as especificações do projeto podem ser descritas em LMIs e solucionadas simultaneamente;
- Vários pacotes computacionais eficientes dedicados a edição e resolução de problemas na forma LMI.

A solução de um problema LMI pode ser caracterizado por um problema de factibilidade (que busca uma solução qualquer que satisfaça um conjunto de restrições na forma LMI) ou por um problema de otimização (que determina a solução ótima de uma função custo linear sujeita a um conjunto de restrições na forma LMI).

Os problemas de otimização com restrições na forma de LMI, são resolvidos numericamente através de softwares matemáticos. Um Analisador Sintático (*do inglês - Parser*) traduz o problema LMI para a formulação genérica e serve de interface para os softwares que encontram a solução para problemas LMI chamados de *solvers* como exemplo destes softwares temos o SeDuMi (Sturm, 1998) ou LMILab (Gahinet; Nemirovskii, 1993) ou SDPT3.

### 1.6.1 Critério - Estabilidade

Intuitivamente a estabilidade de um sistema dinâmico está associada a função energia deste sistema (Trofino, 2000). A teoria de Lyapunov nos diz que a estabilidade de um sistema não-linear está vinculada a um ponto de equilíbrio deste sistema e sendo assim as derivadas dos estados neste ponto são iguais a zero. A origem pode ser considerado um exemplo de ponto de equilíbrio de um sistema não-linear.

Lyapunov apresenta uma função que mede a energia de um sistema, e se essa energia decresce em relação ao tempo, então este sistema tende a um dado ponto de equilíbrio ou seja suas trajetórias tendem a origem.

Para sistemas *LIT* o ponto de equilíbrio é estável em uma região  $\mathcal{B}(x)$  se existe uma função  $V(x)$  tal que:

- $V(x) > 0, \quad \forall x \neq 0 \in \mathcal{B}(x);$
- $\dot{V}(x) < 0, \quad \forall x \neq 0 \in \mathcal{B}(x);$

Se  $\dot{V}(x)$  não for negativa, ainda não se pode afirmar que o sistema não é estável, ou seja, essa condição é apenas suficiente pois depende da escolha de  $V(x)$ . Se  $\mathcal{B}(x) = \mathbb{R}^n$  então pode-se afirmar que o sistema é globalmente estável.

A função clássica de Lyapunov é a função quadrática descrita por:

$$V(x) = x(t)'Px(t) \tag{21}$$

Suas características são:

- Definição em sinal da função depende somente da matriz  $P$ ;
- Função tem apenas um mínimo global;
- Suas curvas de nível são conjuntos elipsoidais;

- Pode ser facilmente convertida em LMI uma vez que  $V(x) > 0$  para  $P$  positiva definida ou seja  $P > 0$ .

O ponto de equilíbrio do sistema  $\dot{x}(t) = Ax(t)$  é estável em uma região  $\mathcal{B}(x)$  se existe uma matriz simétrica positiva (que possui autovalores positivos) definida por  $P$  tal que:

$$A'P + PA < 0$$

A estabilidade quadrática para sistemas variantes no tempo será verdadeira se o ponto de equilíbrio do sistema  $\dot{x}(t) = A(\delta(t))x(t)$  é estável em uma região  $\mathcal{B}_\delta(x)$  se existe uma matriz simétrica positiva definida por  $P$  tal que:

$$A(\delta)'P + PA(\delta) < 0$$

Desde que seja satisfeita a condição  $\forall \delta(t) \in \mathcal{B}(\delta)$ . (Trofino, 2000)

## 1.6.2 Critério - Realimentação de Estados

Nesta Seção será discutido a aplicação de LMI para o cálculo do ganho  $K$  da realimentação de estados para que o sistema seja estável.

Supondo que o sistema em malha fechada resultante seja:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= (A + BK)x(t) \\ z(t) &= (C_z + D_zK)x(t)\end{aligned}$$

O problema a ser resolvido por LMI será determinar o ganho  $K$  tal que o sistema seja estável, e para que isto ocorra deve existir uma matriz  $P = P' > 0$  e um ganho  $K$  tal que:

$$(A + BK)'P + P(A + BK) < 0 \quad (22)$$

Observa-se que o produto  $PBK$  não permite a utilização de LMI pois é não-linear em  $P$  e  $K$ . A solução para essa situação é multiplicar a equação (22) por  $P^{-1}$  em ambos os lados. Ao executar essa multiplicação obtém-se:

$$P^{-1}A' + AP^{-1} + P^{-1}K'B' + BKP^{-1} < 0$$

Considera-se então a mudança de variáveis  $Q = P^{-1}$  e  $Y = KP^{-1} = KQ$  passando o critério de desempenho a ser:

$$QA' + AQ + Y'B' + BY < 0$$

Com essa mudança de variáveis pode-se calcular indiretamente o ganho  $K$  através da solução de LMI para as variáveis  $Q$  e  $Y$  e posteriormente obtendo o ganho  $K$  pela equação:

$$K = YQ^{-1}$$

### 1.6.3 Critério - $\mathcal{H}_2$ Custo Garantido

Um dos principais objetivos quando se desenvolve um controlador é atingir certas especificações de performance pré-determinadas, além de garantir a estabilidade interna do sistema. Uma das técnicas utilizadas para atingir esses objetivos é a determinação da quantidade de energia dos estados do sistema, onde podemos ter uma ideia do grau de influência das perturbações externas sobre o estado de interesse ou também denominadas variáveis de performance.

Sendo as perturbações sinais de distúrbio externos e os estados de interesse os sinais que se deseja controlar, o objetivo é verificar se a quantidade de energia da variável de performance se mantém pequena na presença de sinais de perturbação externa gerados por distúrbios inseridos aleatoriamente ao sistema.

Tomando como exemplo um sistema *LIT* definido por:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + B_w w \\ z &= Cx + D_w w\end{aligned}\tag{23}$$

Sendo:

$x \in \mathbb{R}^n$  sendo o vetor dos estados do sistema,

$w \in \mathbb{R}^r$  sendo as entradas de perturbações e

$z(t) \in \mathbb{R}^q$  sendo as saídas de interesse.

Tem-se que, para o sistema descrito, a relação entre a perturbação e a saída de interesse é dada por:

$$G_{wz} = C(sI - A)^{-1} + B_w + D_w$$

Portanto, a performance do sistema depende diretamente da relação entre  $w(t)$  e  $z(t)$ .

Quando as perturbações que afetam o sistema são sinais conhecidos, é possível representá-las como um sistema dinâmico excitado por um impulso, logo esta dinâmica pode ser incorporada a relação  $G_{wz}(s)$ . Desta forma, pode-se considerar que o sistema  $G_{wz}(s)$  é excitado por sinais  $w(t)$  com formato de impulsos e definir que a energia da resposta ao impulso, que é a energia do sinal de saída  $z(t)$ , que será finita se a matriz  $A$  do sistema possuir todas as suas raízes no semi plano esquerdo (*Hurwitz*) e a matriz  $D_w$  foi equivalente a zero.

A norma  $\mathcal{H}_2$  de  $G_{wz}(s)$  é definida como sendo:

$$\|G_{wz}\|_2^2 = \int_0^\infty \text{traço}[g(t)g'(t)]dt\tag{24}$$

onde  $g(t)$  é a resposta impulsiva do sistema 23 com  $A$  *Hurwitz*,  $D_w \equiv 0$  e  $g(t) = 0$  para  $-\infty < t < 0$ .

A norma  $\mathcal{H}_2$  do sistema esta relacionada com a teoria de estabilidade de Lyapunov e essa relação nos permite calcular a norma  $\|G_{wz}\|_2$  através de LMIs.

A partir do descrito até aqui, optou-se por uma formulação  $\mathcal{H}_2$  nos critérios das LMIs que irão determinar os ganhos dos controladores repetitivo e ressonante deste trabalho, de forma a minimizar os efeitos das perturbações externas na variável de performance que nos caso deste trabalho é o deslocamento da cabina do elevador e também para garantir a estabilidade interna do sistema.

O *Custo Garantido* do sistema, que é determinado pela minimização da norma  $\mathcal{H}_2$ , tem como objetivo reduzir a energia de transferência da entrada do sistema para a saída provocada pelos distúrbios externos. Sua descrição temporal é representada pela área da curva de resposta ao impulso.

A partir de um estado inicial  $x_0$ , tem-se o objetivo de garantir o menor valor de energia da resposta do sistema para este estado inicial, ou seja, encontrar uma constante  $J$  ou o *Custo Garantido* do sistema definido pela equação:

$$J = \int_0^{\infty} z' z dt$$

Supondo que exista uma função quadrática de Lyapunov  $v(\xi) = \xi' P \xi$  tal que:

$$\begin{aligned} P &> 0 \\ \dot{v}(x) &\leq -z' z \end{aligned} \quad (25)$$

Para todo  $x$  e  $z$  que satisfaçam o sistema. Integrando-se a equação (25) em ambos os lados de 0 a  $T$  tem-se então que:

$$v(x(T)) - V(x(0)) \leq - \int_0^T z' z dt$$

Para todo  $T \geq 0$ . Como  $v(x(T)) \geq 0$ , pode-se concluir que  $V(x(0)) = x_0' P x_0 \geq J$ , portanto  $V(x(0))$  é um limitante superior para energia da saída  $z$  na condição inicial  $x_0$ . As condições  $x_0' P x_0 \geq J$  e  $\dot{v}(x) \leq -z' z$  podem ser descritas na forma da seguinte LMI:

$$x_0' P x_0 \geq J, \quad \begin{bmatrix} A' P + P A & C' \\ C & -I \end{bmatrix} < 0$$

Sendo assim, estas condições de LMIs, incluídas nos cálculos das simulações utilizadas para a determinação dos ganhos dos controladores ressonante e repetitivo descritos neste trabalho.

## 1.7 Elevadores

Nesta seção serão descritos alguns detalhes sobre o elevador e as perturbações que este sistema pode conter. Esses conhecimentos são necessários para o desenvolvimento do presente trabalho sendo apresentados através da revisão bibliográfica de diversos temas que contribuem para a compreensão do sistema de transporte, metodologias de controle normalmente aplicadas a esses sistemas e a modelagem dinâmica do elevador.

As principais partes de um elevador estão representadas na Figura 5 onde pode-se observar os componentes básicos que compõem este equipamento.

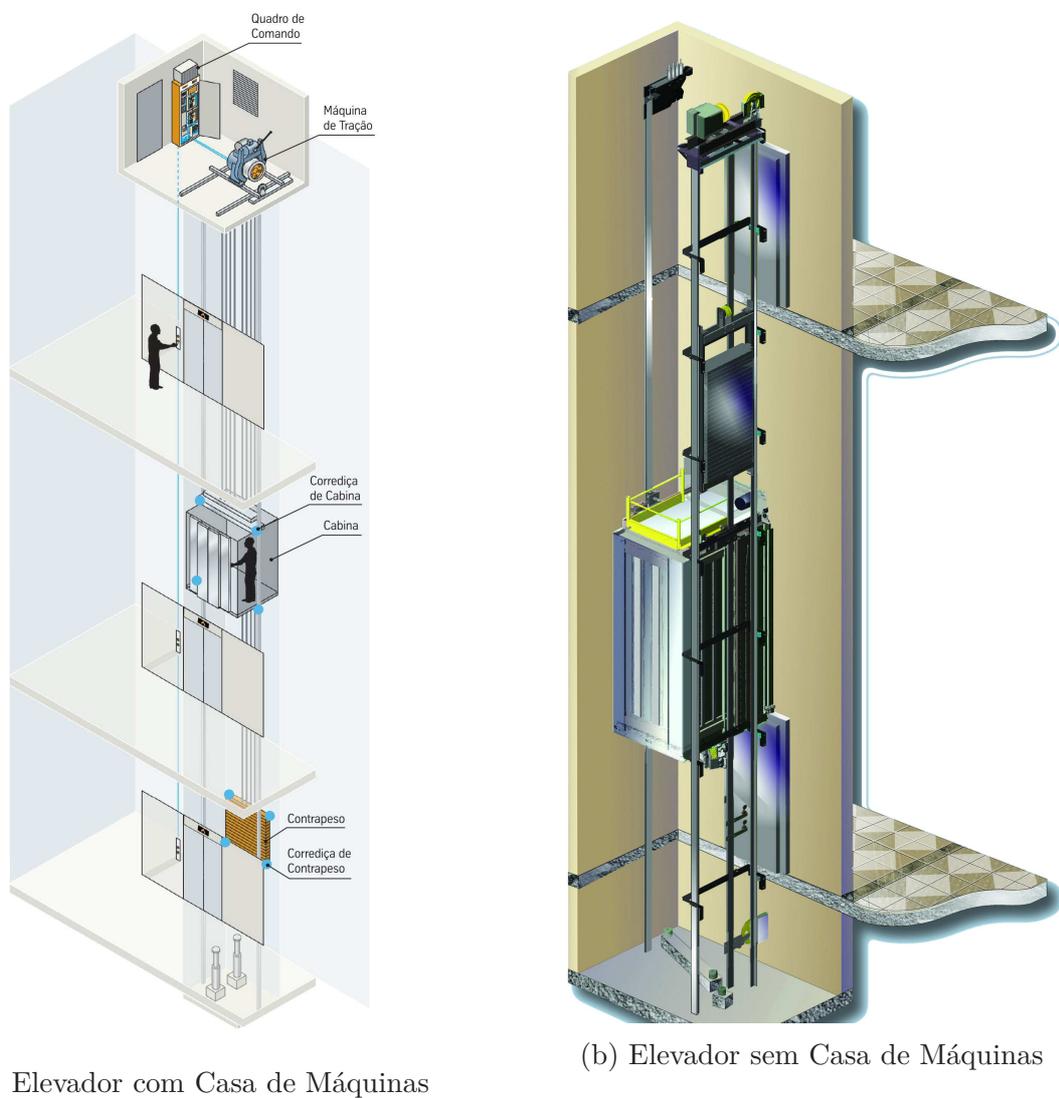


Figura 5 – Imagens Obtidas da ThyssenKrupp (2006)

Como já foi descrito em capítulos anteriores, o presente trabalho trata sobre o desenvolvimento de um sistema de roletes de guias ativos para elevadores de alta velocidade e desempenho visando reduzir as vibrações laterais na base da cabine do elevador.

As oscilações são causadas principalmente pelas perturbações durante o movimento do elevador que vêm do contato dos roletes presos na estrutura da cabina com as guias de alinhamento que são fixadas nas paredes do poço do elevador em edifícios de grande porte.

Para exemplificar essas possibilidades de vibrações a Figura 6 representa uma situação que caracteriza uma cabina de elevador se movimentando por um conjunto de guias com irregularidades no seu alinhamento.

As guias, apesar dos modernos processos de manufatura e instalação, apresentam sempre pequenos desalinhamentos e torções que são causados, normalmente, por problemas nos processos de transporte, instalação, dilatações térmicas e efeitos de envelhecimento dos materiais, entre outros.

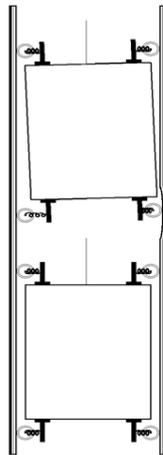


Figura 6 – Guias Irregulares (ThyssenKrupp, 2006)

Os movimentos ou vibrações causados por esses desajustes, fundamentalmente em elevadores de alta velocidade instalados em edifícios de alto padrão, podem comprometer a estabilidade da viagem dos usuários de elevadores, bem como contribuir para o não cumprimento das exigências estabelecidas pelas normas de segurança e conforto estabelecidas pelos órgãos internacionais competentes.

Conseqüentemente, as empresas fabricantes de elevadores que possuem produtos de alta tecnologia realizam grandes investimentos no desenvolvimento de sistemas modernos, como o controle de roletes de guias ativos, para melhorar o desempenho dos elevadores, em relação ao conforto dos usuários, sem aumentar seu tamanho e peso. Esta situação pode ser comprovada pelo número elevado de patentes que têm sido apresentadas nessa área desde do início do novo século. Por exemplo, Peng, Winston e Finn (2006), usam um sistema de suspensão baseado no controle das forças repulsivas de eletro-ímãs para cancelar perturbações laterais.

Em suas solicitações, Utsunomiya, Okamoto e Yumura (2004) e Utsunomiya, Okamoto e Yumura (2006), patentearam um sistema ativo de suspensão que usa as acelerações medidas (com o uso de acelerômetros situados no centro do elevador) para comparar as vibrações da cabine com os valores desejados e assim aplicar forças laterais por meio de atuadores eletromagnéticos.

Husmann (2005), descreve um sistema ativo de amortecimento da cabina baseado na medida das deformações da estrutura do elevador. A aceleração é medida com sensores eletro-resistivos fixados a essa estrutura, no sentido perpendicular ao movimento. Motores elétricos lineares aplicam as forças solicitadas pelo sistema de controle.

Em relação aos controladores de sistemas de amortecimento, a técnica de controle mais utilizada pelas indústrias são os clássicos controladores PID. Como descrito em Ogata (2003), esses controladores possuem vasta literatura, implementação simples e basicamente necessitam do ajuste dos seus parâmetros P, I e D, porém, essa técnica de controle não se mostra apropriada para o seguimento e/ou rejeição de sinais periódicos, sendo adequada para o uso em sistemas onde os sinais envolvidos são constantes.

Algumas técnicas desenvolvidas em trabalhos para suspensão ativa e semi-ativa para veículos pesados utilizam o conceito de "gancho para o céu" (*do inglês "Skyhook"*), como citado por Sá (2006). Seu conceito foi introduzido por Karnopp, Crosby e Harwood (1974) que considerou que através de um amortecedor fictício, uma massa suspensa poderia ser ligada a uma referência inercial posicionada no céu. O objetivo principal desta teoria é isolar a massa suspensa da vibração proveniente do ponto de contato da massa com a fonte de vibração, que no caso dos veículos, este ponto de contato é a via.

Já no caso deste trabalho, o ponto de contato são as guias do elevador. Uma vez que este tipo de referencial não é possível de existir, o que se faz na prática é calcular o coeficiente de amortecimento da suspensão de modo que a força gerada seja equivalente a força gerada por este amortecedor fictício. A Figura 7 ilustra a estratégia do controle Skyhook.

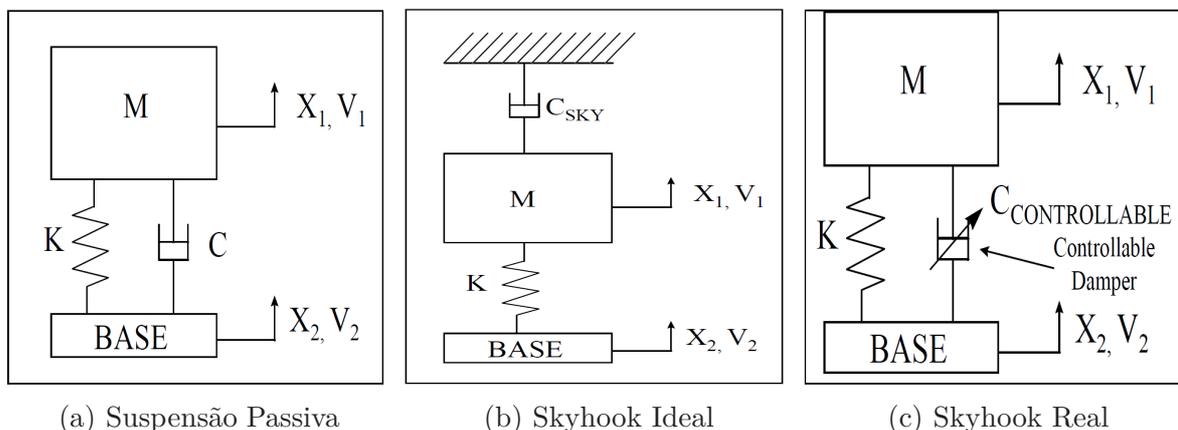


Figura 7 – Teoria do Skyhook Control

Observa-se que o controle Skyhook ideal tem seu foco principal na massa suspensa. A medida que o coeficiente de amortecimento do amortecedor fictício  $C_{sky}$  aumenta, a isolamento desta massa melhora em relação aos distúrbios provenientes do ponto de contato. Em Schneider, Huck e Schwarz (2001) são obtidos modelos da dinâmica de um elevador visando à aplicação de técnicas de redes neurais para controle da aceleração e desaceleração do elevador.

Encontraram-se na bibliografia alguns poucos artigos específicos sobre o controle ativo de suspensão de elevadores comerciais. Por exemplo, em Istif, Sagirli e Kutlu (2002), é utilizada uma representação por gráficos (*Bond Graphs*) para construir um modelo em espaço de estados de um sistema ativo de suspensão. O projeto do controlador baseia-se em um esquema proporcional-derivativo (PD) aplicado para comandar um sistema hidráulico no sentido vertical do deslocamento do elevador. O sistema ativo é usado para controlar a aceleração e a desaceleração do elevador.

Nai, Forsythe e Goodall (1994), desenvolveram um modelo do elevador expresso por um conjunto de 20 equações de 2ª ordem. A dinâmica é invariante no tempo e depende da posição, da quantidade de passageiros e do eixo que está sendo considerado. São usadas duas estratégias diferentes para o controle, uma baseada na variação da velocidade para controlar as vibrações dos cabos e dos isoladores do elevador (baixas frequências), e outra baseada no uso de atuadores no sistema de suspensão para controlar as ressonâncias nos cabos e nos isoladores com o uso do método da alocação de polos.

Sha, Bajic e Yang (2002) apresentam um modelo dinâmico de um elevador acionado por um sistema hidráulico usando as equações de Newton e leis da continuidade. Os diferentes mecanismos de atrito envolvidos no sistema também são levados em conta. A solução proposta para o controle é por modos deslizantes (*do inglês Adaptive Sliding Mode Controller - ASMC*) para sistemas discretos do tipo SISO, ou seja, uma entrada e uma saída. Esta estratégia de controle combina o controle realimentado não-linear baseado no método direto de Lyapunov com um esquema de controle por modos deslizantes adaptativo. A dinâmica de referência para o sistema é especificada com o uso do método de alocação de polos. A estratégia de controle proposta é comparada com um PID (*Proporcional, Integral e Derivativo*) clássico e os resultados mostram melhor comportamento com a técnica de controle proposta.

Skalski (1984) apresenta e compara dois métodos usados atualmente para o controle da velocidade, aceleração e desaceleração de elevadores. Os métodos são a Velocidade Controlada por Retificador (*do inglês Silicon Controlled Rectifier - SCR*) e a Velocidade Controlada por Motor Gerador (*do inglês Motor Generator Velocity Control - MGVC*).

Ambos envolvem basicamente um controle PI (*Proporcional e Integral*) que age diretamente no motor do elevador. Os resultados experimentais e das simulações mostram que ambos os sistemas conseguiram bons resultados, sendo que com o *SCR* obtém-se os melhores desempenhos.

No campo do desenvolvimento de suspensões automotivas, por exemplo, Kruczek e Stribrsky (2004) e Sammier, Sename e Dugard (2003) discutem as vantagens e desvantagens dos sistemas passivos, semi-ativos e ativos, desenvolvendo uma modelagem para o caso de suspensão ativa de veículos e mostrando diferenças entre a alocação dos atuadores em série ou paralelo com o sistema passivo (molas-amortecedores).

Giua, Melasa e Seatzu (2004) apresentam um sistema de suspensão que usa um atuador magneto-reológico que aumenta ou diminui a constante de amortecimento, de acordo com as perturbações da estrada.

Chellaboina, Haddad e Jin-Hyoung (1999), desenvolveram um controlador baseado em uma unidade micro controlada para uma suspensão ativa hidro-pneumática com 2 graus de liberdade. A estratégia de controle consiste em uma combinação de um controle com estrutura variável (*do inglês Variable Structure Control - VSC*) com um esquema PID. Os resultados apresentados foram considerados bons.

Ikenaga et al. (2000) e Campos et al. (1999) usam uma estratégia de controle baseada no chamado sistema de aumento de estabilidade (*do inglês Stability Augmentation System - SAS*), usado classicamente no controle de aviões. Neste método, o problema é dividido em duas partes: uma isola o corpo do carro das vibrações da estrada e a outra parte controla as manobras do veículo.

Ben Gaid, Cela e Kocik (2004), apresentam um regulador quadrático linear (LQR) que isola a massa do veículo das perturbações externas e otimiza a dirigibilidade do carro. O modelo do carro é baseado em um sistema de 7 graus de liberdade introduzido por Ikenaga et al. (2000). Os resultados são obtidos através de simulação com Matlab/Simulink e comparados com os resultados de um modelo da suspensão passiva.

Chantranuwathana e Peng (2004) usam o modelo de um quarto de carro com um atuador em paralelo com o sistema passivo para o sistema da suspensão. O atuador utilizado na parte ativa do sistema é hidráulico. Primeiramente foi suposto que todos os estados estão disponíveis e que inclusive a força, ou seja, o sinal de entrada é medido. Nesta situação foram simulados os casos passivos, ativo com controlador adaptativo robusto (*do inglês Adaptive Robust Control - ARC*), ativo com um controlador PID e, finalmente, com um Controlador Ótimo Linear Quadrático (*do inglês Linear Quadratic Control - LQC*).

Posteriormente, foi suposto que a força não podia ser medida e se construiu um observador de estados. Nesta situação foram repetidas as simulações substituindo-se o controlador *ARC* por um controlador robusto adaptativo com realimentação da saída. As simulações mostram os melhores resultados para o controlador *ARC* com o observador.

Neste trabalho, diferente dos projetos descritos até aqui, foram aplicados os conceitos dos controladores ressonante e repetitivo aplicados no desenvolvimento de um algoritmo de controle para um sistema de roletes de guias ativos em elevadores de alta velocidade. A utilização destes controladores tem por objetivo aplicar conceitos mais modernos de controle com características mais apropriadas aos tipos de perturbações existentes no sistema elevador em particular aquelas vinculadas a estrutura e o movimento da cabina.

Foram desenvolvidos modelos mais simplificados para descrever as forças que atuam durante o movimento da cabina do elevador utilizando-se métodos clássicos da dinâmica de corpos rígidos. Tendo o deslocamento da cabina similaridades ao comportamento de uma veículo em movimento, também foram aplicados alguns conceitos amplamente utilizados no projeto de sistemas de controle de suspensões ativas de veículos automotivos para descrever o modelo matemático do elevador.

No desenvolvimento que será apresentado no Capítulo 2, pode-se observar que o modelo considerado para o elevador é similar ao modelo clássico de meio carro, já estudado extensamente e com ampla bibliografia disponível. Sendo assim, as considerações teóricas encontradas em livros, patentes e artigos para estes sistemas podem ser, em sua maioria, extrapoladas para o caso de elevadores sem perdas consideráveis no modelamento.

### 1.7.1 Fontes de Vibrações nos Elevadores

As vibrações sentidas pelos passageiros dentro de uma cabina do elevador são aquelas relacionadas à cabina como sendo um corpo rígido. As vibrações podem ocorrer em seis graus de liberdade em relação ao seu sistema de coordenadas fixo.

Neste trabalho são consideradas basicamente as vibrações de translação ao longo das direções  $X$  e  $Y$ , ou seja, o plano paralelo ao piso da cabina (*frente-fundo* e *esquerda-direita* respectivamente), assumindo que o elevador tem seu deslocamento vertical na direção do eixo  $Z$ , bem como os graus de liberdade rotacionais em torno dos mesmos eixos.

As principais fontes de vibrações na direção da viagem do elevador, eixo  $Z$ , são originadas no controle do motor e nos cabos de tração e portanto, são de natureza diferente das descritas anteriormente. Para a atenuação dessas vibrações são necessários equipamentos e técnicas de controle atuando junto as suas fontes. Este não é o propósito do sistema de roletes de guias ativos e conseqüentemente essas vibrações não serão analisadas neste trabalho pois não afetam diretamente o desempenho do sistema.

A Figura 8 demonstra a convenção utilizada neste trabalho para os eixos cartesianos em relação aos movimentos da cabina de um elevador.

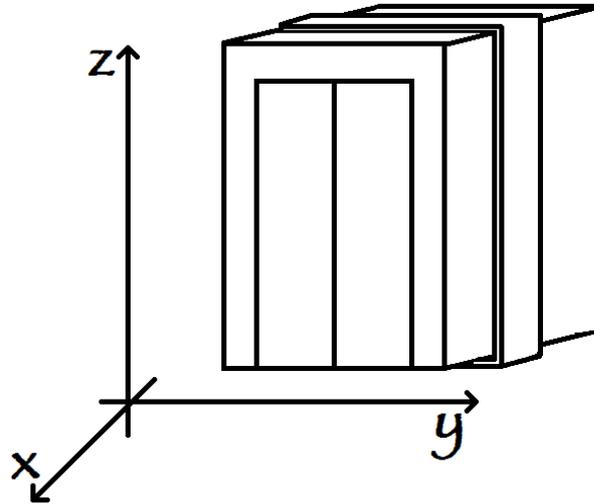


Figura 8 – Convenção dos Eixos Cartesianos para Elevadores

As fontes de vibrações na cabina durante o movimento do elevador podem ser oriundas de focos de alta frequência e de baixa frequência que podemos descrever como segue:

#### 1.7.1.1 Fontes de Perturbação de Alta Frequência

- *Irregularidade nas guias:*

Fornecidas pelos fabricantes de aço, as guias normalmente não são perfiladas completamente em linha reta. Também devido à montagem imprecisa dessas guias nas paredes da caixa de corrida e os diferentes coeficientes de expansão térmica da parede e das guias, são fatores que contribuem com oscilações da cabina dos elevadores. A qualidade das caixas de corrida variam muito de um prédio para outro. Segundo Ayman (1997), pode se esperar um espectro de oscilações oriundo das guias dos elevadores na faixa de até 10 Hz. Na Figura 6, apresentada no início deste capítulo, foi dada uma ideia de como essas irregularidades influenciam no deslocamento da cabina do elevador.

- *Forças aerodinâmicas:*

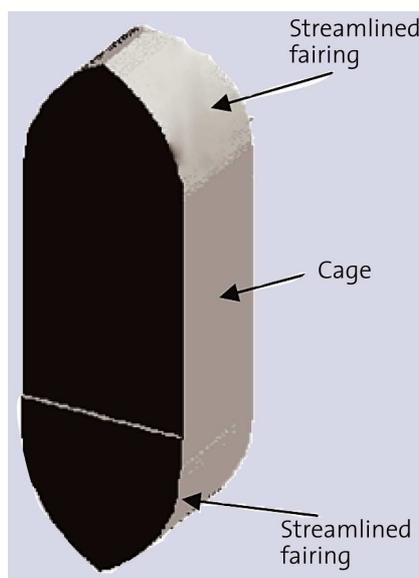
O movimento da cabina no interior do poço do elevador resulta em forças aerodinâmicas que também afetam a estabilidade do elevador bem como podem também influenciar o conforto de outros elevadores que estejam funcionando em um poço próximo. A magnitude e as componentes em frequência dessas forças são dependentes da velocidade de deslocamento da cabina dentro do poço.

Essas forças também são influenciadas pelas dimensões e a forma do interior do poço do elevador, o número de elevadores que existem no mesmo poço, bem como o número de contra-pesos e as suas localizações.

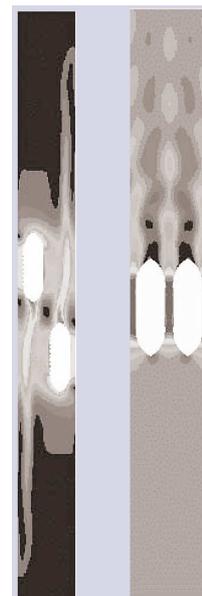
O mecanismo que gera estas forças é, portanto, bastante complexo. Enquanto não há informação suficiente disponível sobre os seus espectros de excitação, é razoável assumir que elas não são maiores do que as geradas pelas irregularidades do poço do elevador sobre as guias (Ayman, 1997).

A Figura 9 apresenta o modelamento aerodinâmico de uma cabina de elevador (9a) e também os resultados para uma simulação do fluxo de deslocamento do ar contido em um poço para dois elevadores (9b). A simulação demonstra as forças aerodinâmicas geradas quando o elevador está em deslocamento.

Nesta simulação são apresentadas duas situações importantes, uma é o fluxo de ar com a passagem de uma cabina por outra em sentidos opostos. Já na segunda situação é apresentada o fluxo resultante quando as duas cabinas viajam lado a lado no mesmo sentido.



(a) Modelo Aerodinâmico



(b) Resultados Aerodinâmicos

Figura 9 – Simulação Aerodinâmica - fonte: Kiyoshi et al. (2004)

- *Outras fontes de distúrbios em alta frequência:*

O movimento dos passageiros no interior da cabina e as forças exercidas pelo mecanismo de abertura e fechamento da porta também podem ser fontes, relativamente menores, de distúrbios internos de alta frequência que atuam diretamente sobre a cabina do elevador.

### 1.7.1.2 Forças de Perturbação de Baixa Frequência

- *Carga assimétrica da cabine:*

A presença de uma grande carga no interior da cabina do elevador, concentrada em um ponto que não seja sobre a linha que une o centro de gravidade com o ponto de suspensão dos cabos de tração, podem causar momentos que conseqüentemente acabam mudando o sentido de orientação da viagem da cabina.

- *Cabos de tração:*

Os cabos de tração representam outra fonte de forças que podem agir mudando lentamente a direção da cabina. As magnitudes dessas forças são proporcionais ao comprimento dos cabos e, conseqüentemente, a posição da cabina ao longo da caixa de corrida.

Outra classificação importante das fontes de perturbação nos elevadores é quanto ao ponto de ocorrência dessa perturbação. Os distúrbios nas guias afetam a cabina através das conexões com os roletes, enquanto as outras fontes afetam a estrutura da cabine ou a cabine diretamente. As vibrações nas guias são as fontes de perturbação mais importantes e que serão descritas neste trabalho.

Distúrbios que variam lentamente, abaixo de 0,01 Hz, não produzem vibrações que serão detectadas pelos passageiros. No entanto, como elas afetam o sistema de amortecimento ativo a ser instalado na cabina do elevador, devem ser levadas em consideração.

Cada uma das fontes de vibrações descritas nesta seção, podem ser uma única fonte de perturbação ao sistema ou ocorrerem simultaneamente, e sendo que em alguns casos essas vibrações podem permanecer durante parte de um deslocamento da cabina ou serem incorporadas permanentemente ao sistema. Conseqüentemente influenciam na estabilidade da cabina durante o deslocamento do elevador.

Sendo assim, pode-se considerar essas vibrações como perturbações periódicas e que se repetem a medida que o elevador passa pela estrutura interna do poço, o que justifica a utilização de controladores que tenham o objetivo de rejeitar vibrações periódicas conforme será descrito no decorrer desse trabalho.

### 1.7.1.3 Perturbações Intrínsecas ao Sistema Elevador

As guias de alinhamento que são utilizadas pelo elevador como referência para o deslocamento da cabina pelos pavimentos de um edifício, têm características dimensionais que são intrínsecas ao seu processo de fabricação, tipo de material utilizado, tolerâncias admitidas pelo fabricante entre outros fatores.

Ao percorrer os pavimentos, a cabina do elevador tem os roletes conectados as guias que por sua vez estão presas as paredes do poço do elevador através de fixadores, que também são conhecidos pelo termo *brackets*, como pode ser observado na Figura 10.

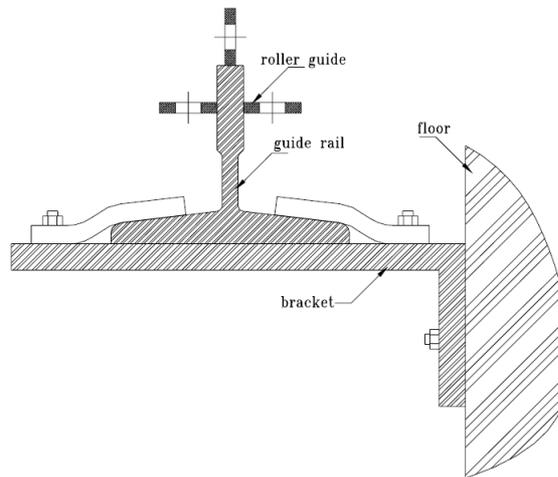


Figura 10 – Conexão das Guias às Paredes do Poço - Fonte: ThyssenKrupp (2006).

Um dos fatores que influenciam diretamente no movimento da cabina é a curva de linearidade de uma guia. Esse fator é uma característica importante em uma guia de elevador pois sua variação insere no sistema de controle da estabilização da cabina perturbações que se repetem a cada comprimento de guia ao longo do poço. Essas perturbações são cíclicas pois a cada comprimento de guia tem um comportamento repetitivo conforme descrito pelo curva de linearidade e ainda podem ser amplificadas pela pressão exercida pela cabina contra as guias.

A Figura 11 apresenta os dados técnicos contido no catálogo de um dos fornecedores de guias para elevadores de alta velocidade da ThyssenKrupp Elevadores S/A. Através dos dados fornecidas por esse fabricante são obtidas as informações de comprimento de cada guia, que no caso do elevador utilizado nas simulações possui 6 metros de comprimento e a curva de linearidade ao longo da guia, sendo que essas variações de linearidade acontecem tanto na parte frontal da guia, onde serão analisadas nas simulações para o plano  $YZ$ , como também acontecem lateralmente e serão analisadas no plano  $XY$ .

Através das informações obtidas no catálogo do fabricante pode-se determinar a periodicidade deste tipo de distúrbio que é definida pela relação da velocidade do elevador e o comprimento das guias e a variação da perturbação no decorrer do tempo é descrita pela curva de linearidade.

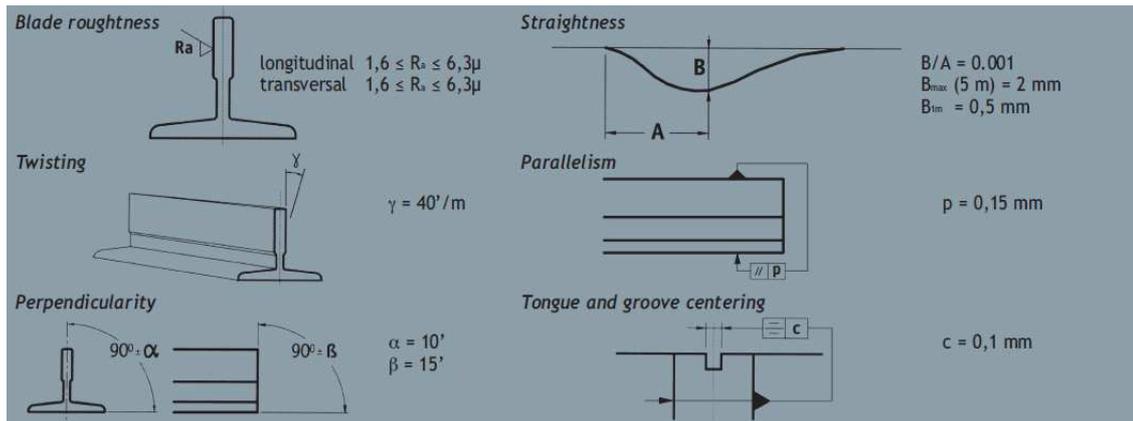


Figura 11 – Distúrbios inseridos pelas Guias no sistema - Fonte: Monteferro (2014).

Para analisar os resultados apresentados pelos controladores que serão apresentados nos capítulos seguintes foi desenvolvida uma simulação da curvatura da linearidade das guias do elevador baseado em uma distribuição Normal ou Gaussiana.

A equação matemática que descreve a curva da distribuição Gaussiana é demonstrada a seguir:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi\sigma^2)}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

A qual é especificada usando-se dois parâmetros: a média  $\mu$ , e o desvio padrão  $\sigma$ . Para

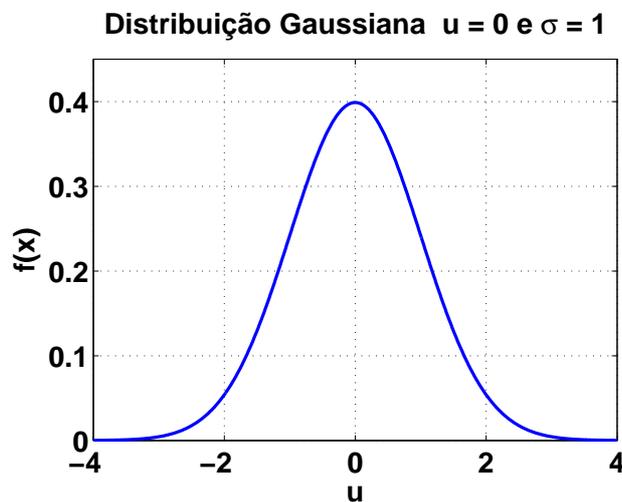


Figura 12 – Distribuição Gaussiana Padronizada

as simulações utilizadas neste trabalho considerou-se uma distribuição Gaussiana padronizada onde utiliza-se uma média  $\mu = 0$  e um desvio padrão  $\sigma = 1$ .

E sendo assim a equação que será utilizada para caracterizar a variação da linearidade das guias será como segue:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

Outro item importante na distribuição das guias no poço são as ligações entre guias. As conexões ou também denominadas de emendas de guias, são realizadas através de suportes presos as pontas das guias que serão interligadas mecanicamente. Esse processo de conexão é realizado através de um placa de conexão, parafusos de fixação, porcas e arruelas de pressão como pode ser observado na Figura 13.

O alinhamento entre uma guia e outra depende basicamente do aperto dado pelo montador de guias nos parafusos desse conjunto de fixação. Com o passar do tempo essas conexões também se alteram pois o movimento da cabina ou a diferença de dilatação térmica entre os materiais das paredes do poço, dos parafusos e das guias podem contribuir para gerar esse tipo de desalinhamento. Sendo assim as emendas de guias também são pontos de perturbação ao longo dos pavimentos. Essas perturbações serão indicadas nas simulações como degraus de variação de linearidade no início de cada curva, simulando assim um desnível de alguns milímetros entre o final de uma curva de linearidade e o início de outra.

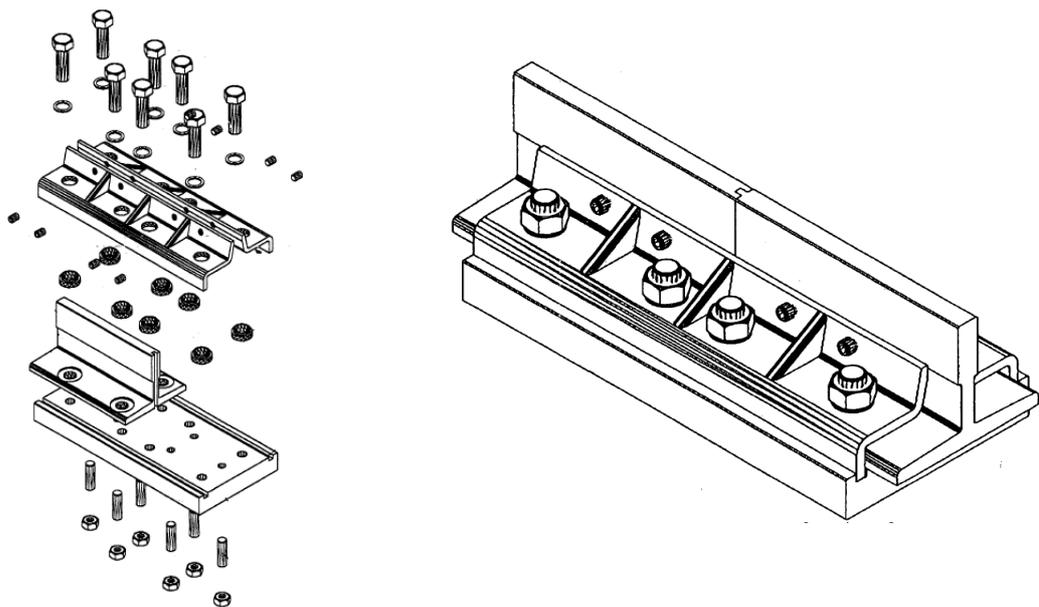


Figura 13 – Distúrbios inseridos pelas Conexões entre Guias - Fonte: Monteferro (2014).

Todas essas perturbações estão diretamente inseridas dentro do sistema elevador e fazem parte das análises e simulações deste trabalho pois estão diretamente ligadas a equação de estabilidade da cabina e conseqüentemente ao conforto do usuário do elevador.

#### 1.7.1.4 Perturbações de Ensaio

Nesta seção serão apresentadas perturbações que ajudarão na análise do comportamento do sistema de roletes de guias. Mesmo estes sinais tendo características próximas as desenvolvidas anteriormente, seus resultados são tratadas de maneira isolada, pois não são de ocorrência natural do sistema.

Esses distúrbios são sinais criados especificamente para os controladores que serão apresentados durante este trabalho para desempenhar a função de minimizar as vibrações na cabina do elevador. O objetivo de inserir esses tipos de distúrbios na planta será para analisar o comportamento dos controladores que serão apresentados como solução para compensar as diferentes vibrações da cabina do elevador em relação a amplitude da saída de interesse do sistema, que no caso deste trabalho é o posicionamento da cabina do elevador, e também verificar se esses controladores respeitam os limites de tensão de entrada do sinal de controle sem exceder os patamares estabelecidos pelas características dos componentes que fazem parte do conjunto de roletes de guias ativos mesmo que sejam situações atípicas ou mesmo adversas, que normalmente não ocorrem no funcionamento normal do elevador.

Os valores dos limites máximo e mínimo da amplitude do sinal de controle será de  $\pm 88.5V$ , esse limitadores foram definidos a partir das características elétricas e magnéticas dos atuadores. Estas limitações estão relacionadas ao campo magnético dos ímãs e a capacidade de corrente das bobinas dos atuadores dos roletes de guias ativo. Esta corrente é diretamente proporcional a tensão gerada nos terminais das bobinas decorrente da velocidade que o campo magnético dos ímãs lineares se movimentam. O movimento do campo magnético é decorrente das irregularidades nas guias e uma corrente no sentido contrário ao campo gerado é inserida nas bobinas para neutralizar os distúrbios causados pelas irregularidades das guias do elevador.

Os resultados das simulações de todas as situações descritas nestas seções serão apresentadas separadamente para cada controlador que será proposto.

### 1.7.2 Roletes de Guias Ativos e Passivos

Os limites de amortecimento que um sistema de roletes de guias passivo pode diminuir ou eliminar as vibrações na cabina são determinados pela rigidez das molas que pressionam os roletes contra as guias, o número de roletes de borracha e consequentemente as características dessas borrachas. As borrachas dos roletes são eficazes contra as perturbações de maior frequência, acima de 10 Hz, enquanto que as molas acopladas aos roletes são eficazes contra distúrbios de baixa frequência.

Desta forma, as características das molas e das borrachas são os fatores limitantes para a capacidade de amortecimento do sistema de roletes de guias passivo.

A Figura 14b apresenta um sistema completo de roletes passivo de guia e a 14a nos mostra cada um dos conjuntos que são acoplados em cada ponto de intersecção da cabina com as guias.

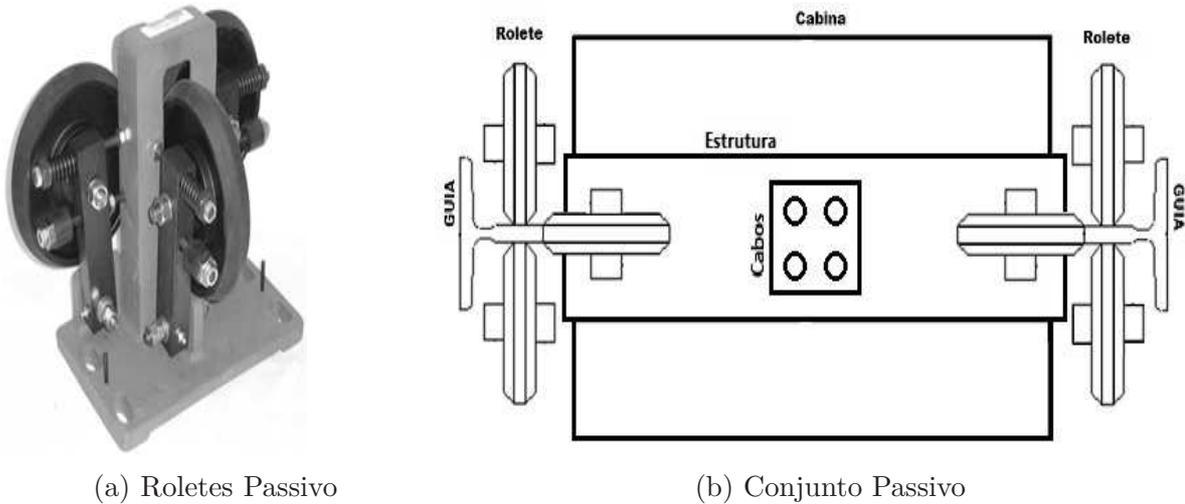


Figura 14 – Sistema de Roletes Passivo de um Elevador (ThyssenKrupp, 2006)

Um sistema de amortecimento ativo utiliza uma fonte externa de energia para contrapor aos efeitos das perturbações produzidas na cabina. Este sistema altera as características dinâmicas do elevador e, portanto, é capaz de melhorar substancialmente o conforto da viagem.

Deve-se notar que os limites que um sistema de amortecimento ativo pode atingir são determinados pelas características do hardware, como por exemplo as especificações técnicas dos atuadores e sensibilidade dos sensores.

Na Figura 15 é apresentado uma visão do sistema de roletes de guias ativos em ambos os lados da cabina que possuem atuadores lineares nos eixos  $X$  e  $Y$ .

Esses atuadores, comandados por um controlador, geram uma força contrária ao sentido de deslocamento das perturbações geradas por algumas das fontes relacionadas anteriormente, de forma a compensar os efeitos causados por essas perturbações.

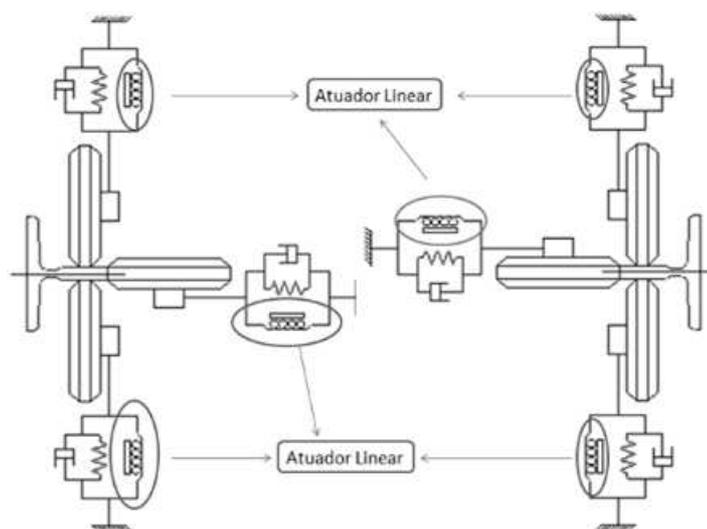


Figura 15 – Vista do Sistema Completo dos Roletes Ativos (ThyssenKrupp, 2006)

## 2 Modelagem Matemática

De uma maneira simplificada, pode-se dizer que um conjunto elevador é composto pela cabina de passageiros fixada a uma estrutura de cabina, também chamada de *frame* que conseqüentemente se conecta às guias de alinhamento do elevador por meio de um conjunto de roletes. A estrutura de cabina é a parte do elevador que possui os pontos de interligação com os cabos de tração que suspendem o elevador.

Na Figura 16 são detalhados os componentes que constituem cada um dos roletes que compõem um conjunto de roletes de guias ativos. O contato entre a estrutura da cabine e as guias “T” fixadas no poço do elevador é constituído por três roletes de borracha montados em uma construção mecânica em cada um dos quatro cantos da estrutura de cabina. Os roletes de borracha são mantidos em contato com as guias por esforço das molas helicoidais.

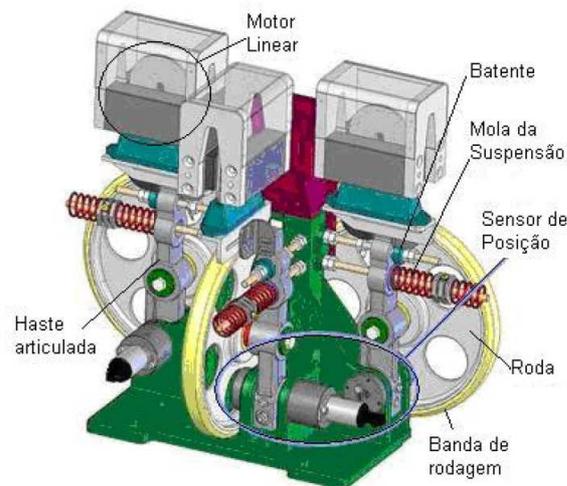


Figura 16 – Vista de um dos Roletes de Guias Ativos (ThyssenKrupp, 2006)

### 2.1 Equacionamentos das Forças que Atuam na Cabina do Elevador

Para realizar o modelamento matemático do sistema de forças que envolvem a suspensão da cabina do elevador foi utilizado um equacionamento desenvolvido por Perondi (2006).

Todos os levantamentos dos parâmetros do modelo, testes de verificação e análises foram realizadas em um elevador da torre de desenvolvimento da fábrica da ThyssenKrupp Elevadores S/A que fica na cidade de Guaíba RS.

## 2.2 Modelagem Matemática da Cabina no Plano $YZ$

Na Figura 17 é apresentado uma vista frontal de uma cabina de elevador para se analisar os efeitos físicos atuantes nos quatro conjuntos de roletes de guias ativos em referência ao deslocamento pendular no plano  $YZ$  deste sistema. Conforme representado na Figura 8 este plano representa o movimento que a cabina do elevador no sentido da esquerda para direita ou vice-versa considerando a equivalência dos quatros sistemas de roletes de guias ativos, um em cada extremidade da cabina como sendo demonstrado abaixo:

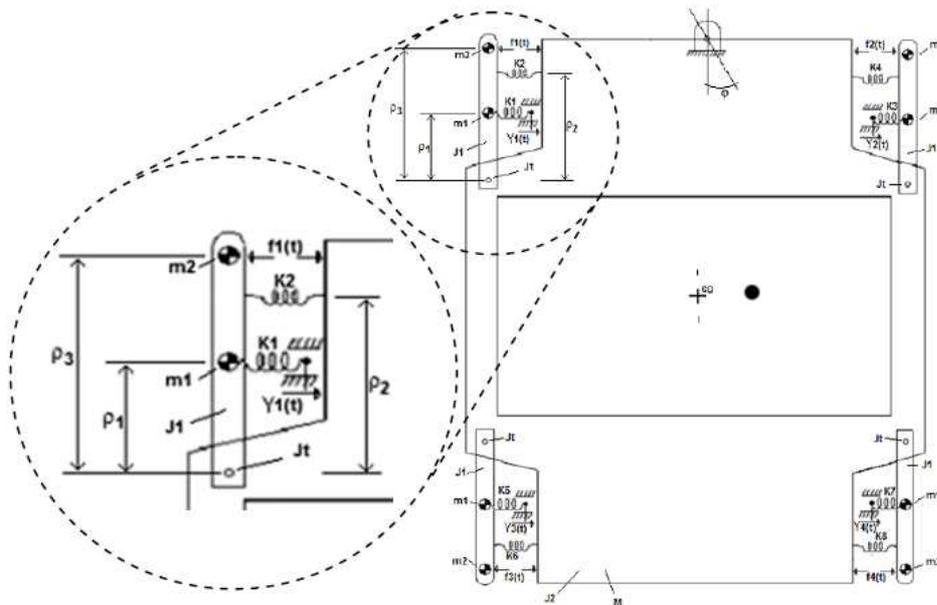


Figura 17 – Representação da Cabina no Plano  $YZ$  mais os Roletes de Guias Ativos

O movimento pendular da cabine pode ser representado a partir do esquemático da Figura 17 onde:

- $f_1(t), f_2(t), f_3(t)$  e  $f_4(t)$  são as forças aplicadas pelos atuadores.
- $Y_1(t), Y_2(t), Y_3(t)$  e  $Y_4(t)$  são os deslocamentos dos roletes que estão em contato com as guias.
- $m_1$  é a massa equivalente de cada rolete.
- $m_2$  é a massa móvel do atuador linear.
- $M$  é a massa total do elevador.

- $\rho_1, \rho_2$  e  $\rho_3$  são as distancias do braço do rolete, da mola e da massa móvel do atuador respectivamente.
- $J_1$  é o momento de inércia do braço relacionado com o centro de rotação.
- $J_t$  é o momento de inércia da massa total:

$$J_t = m_1 \cdot \rho_1^2 + m_2 \cdot \rho_3^2 + J_1$$

- $m_x$  é a massa equivalente do sistema de rolete de guias ativo.

$$m_x = J_t / \rho_3^2$$

- $K_2, K_4, K_6$  e  $K_8$  são as constantes de molas.
- $K_1, K_3, K_5$  e  $K_7$  são as constantes de mola das borrachas dos roletes.
- $J_2$  é o momento de inércia do elevador em relação ao centro de rotação superior onde os cabos estão ligados a estrutura que é dado pela equação  $J_2 = Me \cdot l^2/3$  sendo  $l$  a altura da cabina do elevador.

Para elaborar o equacionamento matemático deste plano foi realizada uma primeira simplificação desse sistema a qual é descrita na figura 18 onde são considerados os movimentos de rotação em torno do ponto onde os cabos de tração da cabina estão ligados a estrutura.

Onde:

- $l_0$  é o comprimento dos cabos do elevador que geram o pêndulo em relação ao centro de rotação superior.
- $M$  é a massa da cabina do elevador mais a sua capacidade de transporte.
- $K_{1e}$  a  $K_{8e}$  é a translação equivalente das molas.
- $Y_t$  e  $Y_b$  são as translações no ponto superior e inferior.
- $m_x$  é a massa equivalente dos braços relacionado com o seu centro de rotação.
- $\phi$  é o ângulo do elevador relacionado com o centro de rotação cabos.
- $K_{tg0}$  é a mola de torção do efeito pêndulo na estrutura do elevador.
- $K_{tg1}$  é a mola de torção do movimento de rotação do elevador em torno da conexão de cabos.
- $Y_{1e}$  a  $Y_{4e}$  são os deslocamento devido as imperfeições das guias corrigido para a parte superior do braço.

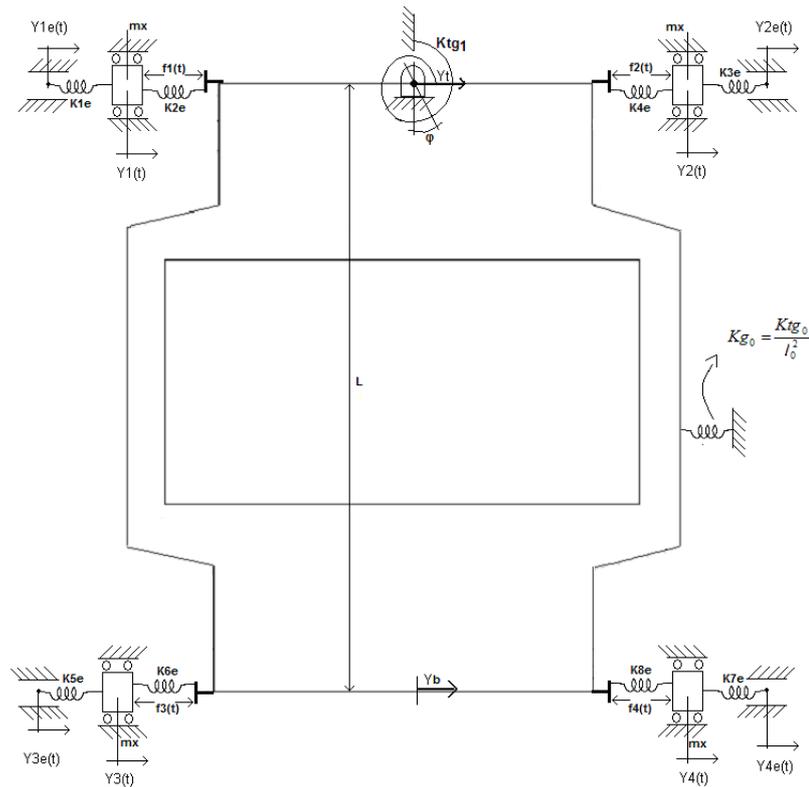


Figura 18 – Primeira Aproximação no plano YZ

- $K_{g0}$  é a translação equivalente das constantes de mola relacionadas com o efeito gravitacional da torção da mola causada pela gravidade, considerando a existência de um pêndulo sendo formado pelo elevador e os cabos, formam assim uma roldana de tração.

A partir da representação da Figura 18 são realizadas várias aproximações em relação ao movimento de rotação em torno do ponto onde os cabos estão ligados, que segundo o autor desses equacionamentos Perondi (2006), não afetam os resultados dos equacionamentos propostos.

Também são considerados os efeitos da translação do pêndulo em torno do ponto de conexão de cabos na estrutura, sendo a constante de mola equivalente igual a:

$$K_{g1} = K_{tg1}/l^2$$

Onde:

- $K_{tg1}$  é a mola de torção do movimento de rotação do elevador em torno da conexão de cabos.

$$K_{tg1} = m_e * l_0$$

sendo  $m_e$  a massa equivalente da cabina  $m_e = J_2/l^2$ .

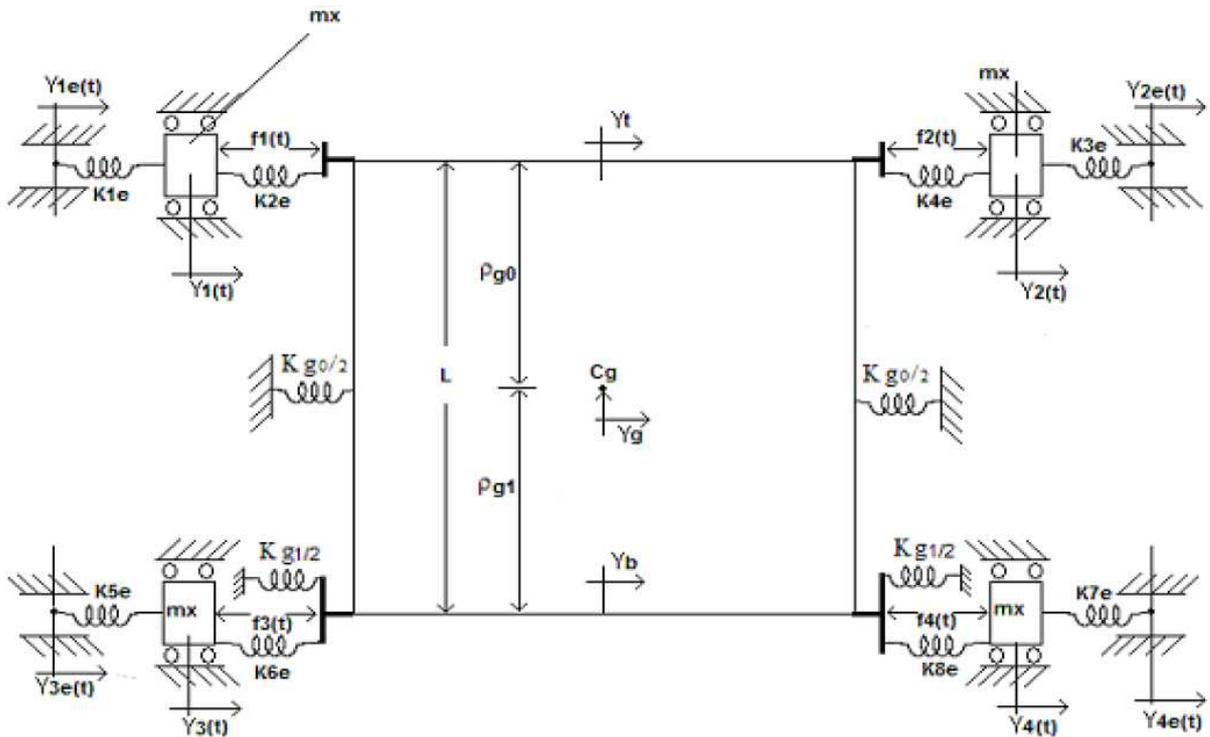


Figura 19 – Sistema Equivalente Simplificado no plano YZ

Com o intuito de obter uma condição de eixo simétrico, é necessário dividir o efeito das molas  $K_{g0}$  e  $K_{g1}$ . Outra abordagem simplificada é obtida considerando dois atuadores simetricamente posicionados na base. Esta aproximação pode ser obtida através da interpretação do desenho esquemático abaixo:

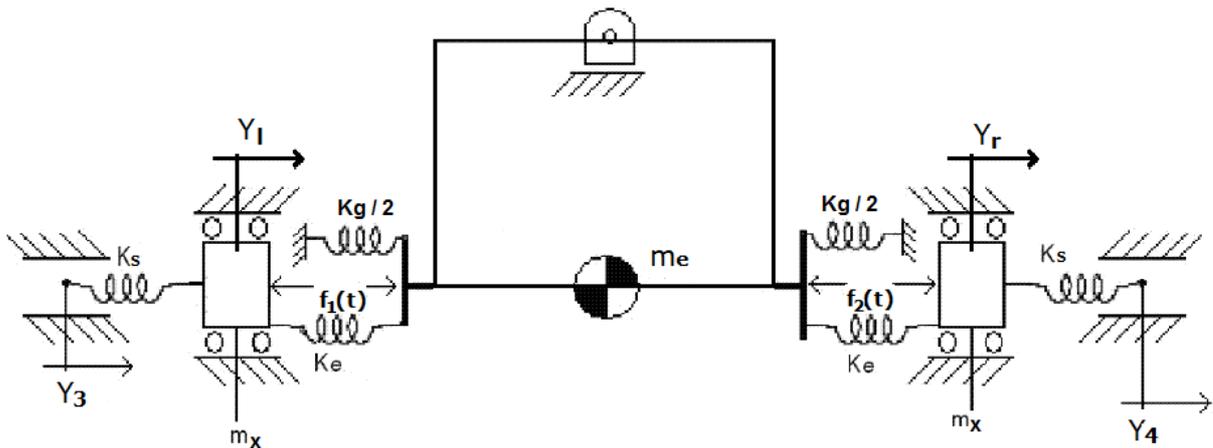


Figura 20 – Diagrama de deslocamento no plano YZ

Considerando que os deslocamentos no entorno do centro de massa do sistema são pequenos, segue que o movimento pendular pode ser aproximado por um movimento linear conforme apresentado na Figura 21.

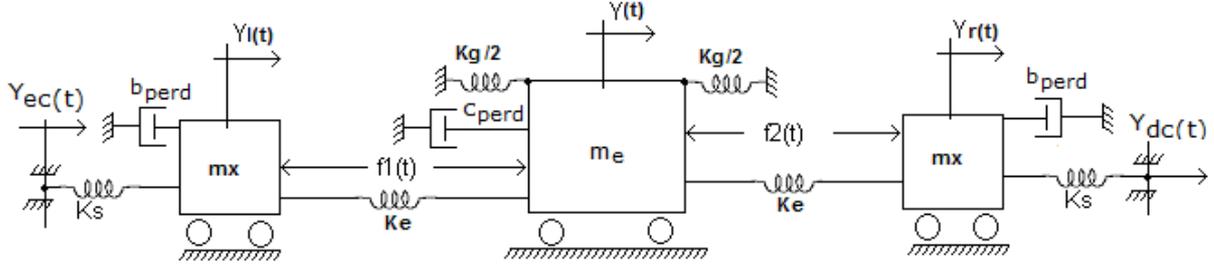


Figura 21 – Diagrama simplificado para pequenos deslocamento no plano  $YZ$

Os efeitos gravitacionais foram compactados na constante de mola de translação  $K_g$ , que é calculado pela equação:

$$K_g = K_{g_0} + K_{g_1}$$

Um diagrama simplificado do sistema é representada na Figura 21. Nesta representação é incluído também o efeito das perdas e desgastes na cabina e nas guias através da utilização de amortecedores viscosos equivalentes  $c_{perd}$  e  $b_{perd}$  respectivamente.

Para este trabalho a massa da cabina do elevador é considerada constante, porém este parâmetro pode ser definido como um valor incerto e estendido formulações aplicadas para sistemas incertos conforme apresentados nos trabalhos de Pereira et al. (2014) e Flores et al. (2011).

### 2.3 Representação por Espaço de Estados do Plano $YZ$

Neste ponto, tendo em vista uma simplificação da representação de conjunto de equações, a notação do sistema foi modificada. A atuação das forças  $f_3(t)$  e  $f_4(t)$ , foram alterados para  $f_1(t)$  e  $f_2(t)$ . As molas  $K_{5e}$  e  $K_{7e}$  foram chamadas de  $K_s$  e as molas  $K_{6e}$  e  $K_{8e}$  alteradas para  $K_e$ . Os efeitos gravitacionais compactados  $K_g$  e os fatores de amortecimento  $c_{perd}$  e  $b_{perd}$  não foram alteradas.

O deslocamento do braço esquerdo  $Y_3(t)$  foi alterado para  $Y_l(t)$ , enquanto que o deslocamento a partir do rolete direito  $Y_4(t)$  foi mudado para  $Y_r(t)$ , o deslocamento da cabina será denominado de  $Y(t)$ , os deslocamento dos roletes que tocam as guias do lado esquerdo e direito serão denominados de  $Y_{ec}(t)$  e  $Y_{dc}(t)$  respectivamente.

Assim, estas alterações podem ser dadas por:

$$f_3(t) \Rightarrow f_1(t) \quad f_4(t) \Rightarrow f_2(t)$$

$$Y_{3e}(t) \Rightarrow Y_l(t) \quad Y_{4e}(t) \Rightarrow Y_r(t)$$

$$K_{5e} \Rightarrow K_s \quad K_{7e} \Rightarrow K_s$$

$$K_{6e} \Rightarrow K_e \quad K_{8e} \Rightarrow K_e$$

A partir dessas simplificações são determinadas as equações diferenciais do sistema que são:

$$\begin{aligned} m_x \frac{d^2}{dt} Y_l + b_{perd} \frac{d}{dt} Y_l + K_s Y_l + K_e Y_l - K_e Y &= K_s Y_{ec} + f_1 \\ m_e \frac{d^2}{dt} Y + c_{perd} \frac{d}{dt} Y - K_e Y_l - K_e Y_r + K_g Y + 2K_e Y &= f_1 + f_2 \\ m_x \frac{d^2}{dt} Y_r + b_{perd} \frac{d}{dt} Y_r + K_s Y_r + K_e Y_r - K_e Y &= K_s Y_{dc} + f_2 \end{aligned}$$

Definindo as variáveis, como equações de espaço de estado:

$$\begin{aligned} x_1 &= Y_l & x_2 &= \frac{d}{dt} Y_l \\ x_3 &= Y & x_4 &= \frac{d}{dt} Y \\ x_5 &= Y_r & x_6 &= \frac{d}{dt} Y_r \end{aligned}$$

Sendo as forças dos atuadores as entradas  $u(t)$  do sistema :

$$u_1 = f_1 \quad u_2 = f_2$$

E os deslocamentos oriundos das imperfeições das guias como sendo os distúrbios  $d(t)$  do sistema:

$$d_{y_1} = Y_{ec} \quad d_{y_2} = Y_{dc}$$

A partir das equações dinâmicas que descrevem o movimento do elevador conforme apresentado, segue que este sistema pode ser representado no espaço de estados por:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + B_d d(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) \end{aligned} \tag{26}$$

onde:

$$x_{YZ}(t) = [Y_l \dot{Y}_l Y \dot{Y} Y_r \dot{Y}_r]' \in \mathbb{R}^6 \text{ é o vetor de estados,}$$

$$u_{YZ}(t) = [f_1 \ f_2]' \in \mathbb{R}^2 \text{ é a entrada de controle,}$$

$$y_{YZ}(t) = Y \in \mathbb{R} \text{ é a saída e}$$

$$d(t) = [d_{y_1} \ d_{y_2}]' \in \mathbb{R}^2 \text{ é um vetor de distúrbios.}$$

As matrizes  $A$ ,  $B$ ,  $B_d$  e  $C$  são matrizes reais e constantes com dimensões adequadas dadas por:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{K_s+K_e}{m_x} & -\frac{b_{perd}}{m_x} & \frac{K_e}{m_x} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{K_e}{m_e} & 0 & -\frac{2K_e+K_g}{m_e} & -\frac{c_{perd}}{m_e} & \frac{K_e}{m_e} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{K_e}{m_x} & 0 & -\frac{K_e+K_s}{m_x} & -\frac{b_{perd}}{m_x} \end{bmatrix}$$

$$B_u = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{1}{m_x} & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{m_e} & \frac{1}{m_e} \\ 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{m_x} \end{bmatrix} \quad B_d = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{K_s}{m_x} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{K_s}{m_x} \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad D = 0$$

E as matrizes da entrada  $u$  e distúrbio  $d$  são:

$$u = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix} \quad d = \begin{bmatrix} d_{y1} \\ d_{y2} \end{bmatrix}$$

As informações descritas na Tabela 1 foram adquiridas a partir das medições realizadas em um elevador instalado na torre de testes da ThyssenKrupp Elevadores S/A na cidade de Guaíba - RS - Brasil, que possui características mecânicas e elétricas desenvolvidas para prédios comerciais com velocidade de 180 m/min., capacidade para 16 passageiros, percorrendo um poço de uma torre de 10 andares com aproximadamente 36 metros de percurso.

As matrizes de estado do sistema para o plano  $YZ$  são:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0.0001 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1.5336 & -0.0036 & 0.1085 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0001 & 0 & 0 \\ 0.0017 & 0 & -0.0040 & -0.0002 & 0.0017 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0001 \\ 0 & 0 & 0.1085 & 0 & -1.5336 & -0.0036 \end{bmatrix} * 1 \times 10^4$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0.0570 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0.0009 & 0.0009 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0.0570 \end{bmatrix} \quad B_d = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1.4251 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1.4251 \end{bmatrix} * 1 \times 10^4$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad D = 0$$

Tabela 1 – Parâmetros do Elevador para as Simulações

Dado	Valor	Unidade
$m_e$	1120	$kg$
$m_1$	2,59	$kg$
$m_2$	0,626	$kg$
$J_1$	0,026	$kg \cdot m^2$
$g$	9,81	$m/s^2$
$\rho_1$	0,085	$m$
$\rho_2$	0,16	$m$
$\rho_3$	0,362	$m$
$l$	3	$m$
$K_1, K_3, K_5, K_7$	250000	$N/m$
$K_2, K_4, K_6, K_8$	5370	$N/m$

A partir dos dados acima pode-se analisar a controlabilidade do sistema para o plano  $YZ$ . Como descrito na seção 1.4.2 a matriz de controlabilidade  $\mathcal{C}_{YZ}$  do sistema é dada por:

$$\mathcal{C}_{YZ} = [B \quad AB \quad A^2B \quad A^3B \quad A^4B \quad A^5B]$$

Para que o sistema de roletas de guias ativos descrito pelas matrizes  $A$  e  $B$  seja completamente controlável é necessário que o rank da matriz  $\mathcal{C}_{YZ}$  seja igual a 6 que é o número de estados deste plano.

Substituindo os valores descritos na tabela 1 nas matrizes  $A$  e  $B$  obtem-se o comprovação da controlabilidade do sistema.

Para definir a observabilidade do sistema como descrito na seção 1.4.2 a matriz

$$\mathcal{O}_{YZ} = [C^T \quad A^T C^T \quad (A^T)^2 C^T \quad (A^T)^3 C^T \quad (A^T)^4 C^T \quad (A^T)^5 C^T]$$

também deve ter o seu rank igual a 6.

O que também pode-se constatar utilizando os valores da tabela 1 nas matrizes  $A$  e  $C$ . Sendo assim constata-se que o sistema de roletes de guia ativos é controlável e observável no plano  $YZ$ .

## 2.4 Modelamento da Cabina no Plano $XY$

No plano  $XY$  o sistema elevador pode ser representado pela Figura 22:

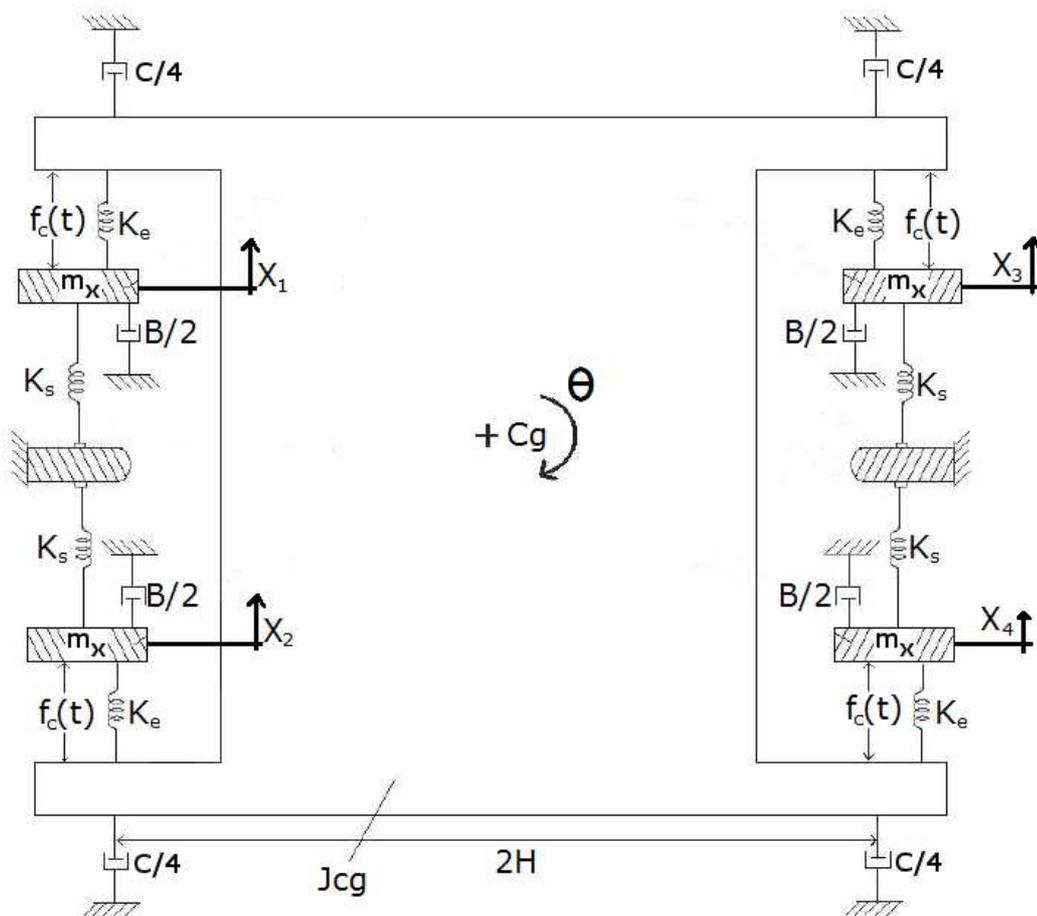


Figura 22 – Diagrama de deslocamento no plano  $XY$

Neste diagrama são observados seis graus de liberdade sendo quatro relacionados com a translação dos roletes  $x_1, x_2, x_3$  e  $x_4$ , um relacionado com a rotação  $\theta$  e outro relacionado com a translação da massa total do elevador.

Para simplificar a análise, é proposto uma representação equivalente do sistema conforme representado na Figura 23. Esta simplificação translada todos as forças do sistema para o mesmo semi plano fazendo com que a cabina seja analisada como se estivesse tocando somente um dos lados da guia no plano  $XY$ . O sistema pode ser então interpretado como um clássico modelo de suspensão de meio carro (*do inglês - one-half-body model*) sendo o modelo composto pelos mecanismos direito e esquerdo da cabina.

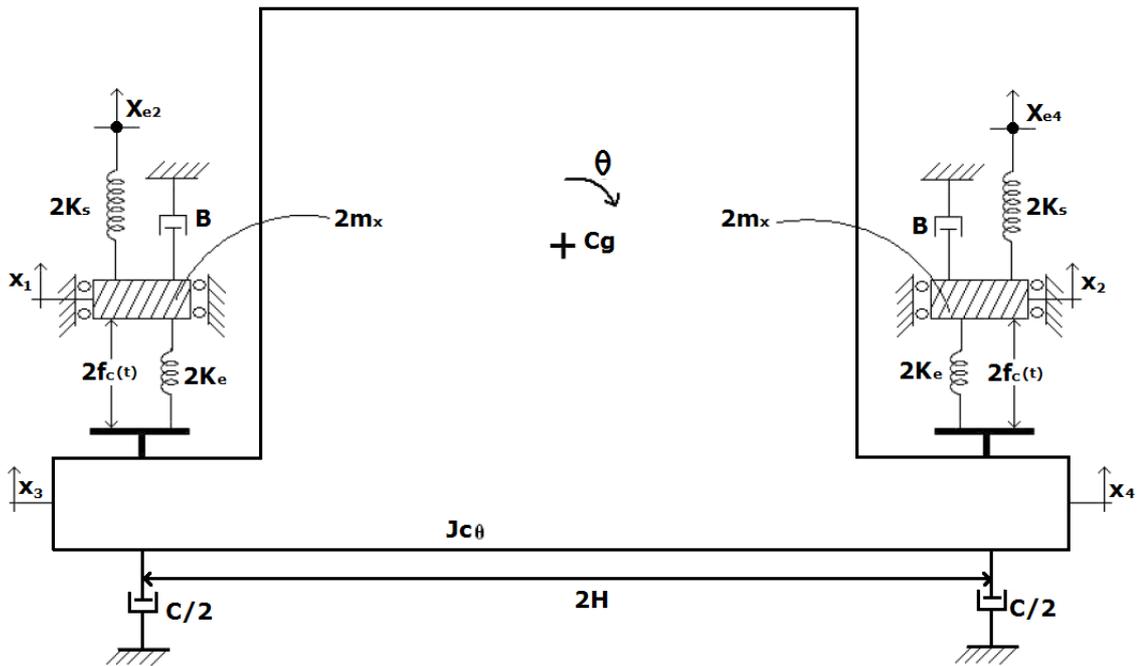


Figura 23 – Diagrama de deslocamento Simplificado no plano XY

Este modelo simplificado apresenta quatro graus de liberdade: duas translações  $x_1$  e  $x_2$  relacionadas com os roletes e a rotação  $\theta$  e a translação da cabina relacionada com a massa total do elevador.

A Figura 24 apresenta o modelo clássico de suspensão de meio carro.

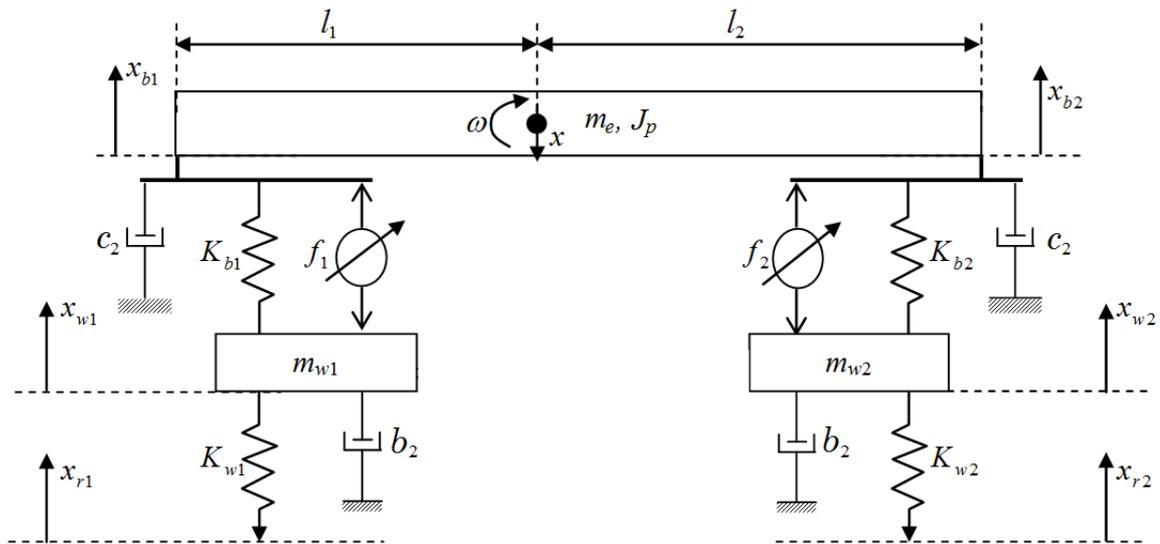


Figura 24 – Modelamento de 1/2 Suspensão de um Carro

O sistema elevador é determinado por sua massa  $m$  [kg] (considerando apenas metade da massa total), comprimento  $l$  [m] ( $l = l_1 + l_2$ ), centro gravitacional (dado por  $l_1$  e  $l_2$ ) e momento de inércia  $J_p$  [kgm<sup>2</sup>].

Onde:

- $m_{w1}, m_{w2}$  são as massas dos sistemas de roletes.
- $m_e$  é a massa total do elevador.
- $K_{b1}, K_{b2}$  são as constantes das molas passivas do sistema de roletes.
- $K_{w1}, K_{w2}$  são as constantes de mola das borrachas dos roletes.
- $b_2$  é o coeficiente de amortecimento do sistema de roletes.
- $c_2$  é o coeficiente de amortecimento do elevador.
- $f_1, f_2$  são as forças exercidas pelo sistema de roletes  $[N]$ .
- $x_{r1}, x_{r2}$  são os deslocamentos das guias  $[m]$ .
- $x_{b1}, x_{b2}$  são os deslocamentos da cabina  $[m]$ .
- $x_{w1}, x_{w2}$  são os deslocamentos do sistema de roletes  $[m]$ .
- $x$  é o deslocamento do centro gravitacional da estrutura da cabina do elevador  $[m]$ .

## 2.5 Representação por Espaço de Estados do Plano $XY$

As equações dinâmicas de equilíbrio dos sistemas de roletes são dadas por:

$$\begin{aligned} m_{w1}\ddot{x}_{w1} &= f_1 - K_{b1}(x_{w1} - x_{b1}) - K_{w1}(x_{w1} - x_{r1}) - b_{perd}\dot{x}_{w1} \\ m_{w2}\ddot{x}_{w2} &= f_2 - K_{b2}(x_{w2} - x_{b2}) - K_{w2}(x_{w2} - x_{r2}) - b_{perd}\dot{x}_{w2} \end{aligned}$$

Onde  $b_{perd} = 2b_2$ .

As forças que atuam sobre a estrutura do elevador pode ser descrita pelas equações:

$$\begin{aligned} F_1 &= f_1 - K_{b1}(x_{b1} - x_{w1}) - c_{perd}\dot{x}_{b1} \\ F_2 &= f_2 - K_{b2}(x_{b2} - x_{w2}) - c_{perd}\dot{x}_{b2} \end{aligned}$$

Onde  $c_{perd} = 2c_2$ .

A equação rotacional é definida por:

$$F_1l_1 - F_2l_2 - J_p\dot{\omega} = 0$$

E o movimento do centro rotacional é dado por:

$$F_1 + F_2 - m\ddot{x} = 0$$

Onde  $\ddot{x}$  é a aceleração do centro gravitacional e  $\omega = \dot{\theta}$  representa a velocidade angular de um corpo rígido. Além disso, as coordenadas  $x_{b1}$ ,  $x_{b2}$ ,  $x$  e  $\theta$  estão acopladas em relação a estrutura da cabina do elevador. Considerando que:

$$x_{b1} = x + \theta l_1$$

$$x_{b2} = x - \theta l_2$$

Substituindo  $x_{b1}$  e  $x_{b2}$  nas equações das forças que atuam na estrutura do elevador e no sistema de roletes:

$$F_1 = f_1 - K_{b1}(x + \theta l_1 - x_{w1}) - c_{perd}\dot{x}_{b1} \quad (27)$$

$$F_2 = f_2 - K_{b2}(x - \theta l_2 - x_{w2}) - c_{perd}\dot{x}_{b2} \quad (28)$$

$$m_{w1}\ddot{x}_{w1} = f_1 - K_{b1}(x_{w1} - x + \theta l_1) - K_{w1}(x_{w1} - x_{r1}) - b_{perd}\dot{x}_{w1} \quad (29)$$

$$m_{w2}\ddot{x}_{w2} = f_2 - K_{b2}(x_{w2} - x - \theta l_2) - K_{w2}(x_{w2} - x_{r2}) - b_{perd}\dot{x}_{w2} \quad (30)$$

A partir das equações (27), (28), (29) e (30) que descrevem o movimento do elevador no plano  $XY$ , pode-se definir as seguintes variáveis de estado:

$$x_1 = x_{w1} \quad x_5 = x_{w2}$$

$$x_2 = \dot{x}_{w1} \quad x_6 = \dot{x}_{w2}$$

$$x_3 = x \quad x_7 = \theta$$

$$x_4 = \dot{x} \quad x_8 = \dot{\theta}$$

As matrizes  $A$ ,  $B_u$ ,  $B_d$ ,  $C$  e  $D$  que contém as variáveis de estado do sistema neste plano são:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{K_{w1}+K_{b1}}{m_{w1}} & -\frac{K_{b1}}{m_{w1}} & \frac{K_{b1}}{m_{w1}} & 0 & 0 & 0 & \frac{K_{b1}l_1}{m_{w1}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{K_{b1}}{m} & 0 & -\frac{K_{b1}+K_{b2}}{m} & -\frac{c_{perd}}{m} & \frac{K_{b2}}{m} & 0 & -\frac{l_1 K_{b1}+l_2 K_{b2}}{m} & \frac{c_2(l_2-l_1)}{m} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{K_{b2}}{m_{w2}} & 0 & -\frac{K_{w2}+K_{b2}}{m_{w2}} & -\frac{b_{perd}}{m_{w2}} & -\frac{K_{b2}l_2}{m_{w2}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{K_{b1}l_1}{J_p} & 0 & -\frac{l_1 K_{b1}+l_2 K_{b2}}{J_p} & \frac{c_2(l_2-l_1)}{J_p} & -\frac{K_{b2}l_2}{J_p} & 0 & -\frac{l_1^2 K_{b1}+l_2^2 K_{b2}}{J_p} & -\frac{c_2(l_2^2+l_1^2)}{J_p} \end{bmatrix}$$

$$B_u = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{1}{m_{w1}} & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{m} & \frac{1}{m} \\ 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{m_{w2}} \\ 0 & 0 \\ \frac{l_1}{J_p} & -\frac{l_2}{J_p} \end{bmatrix} \quad B_d = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{K_{w1}}{m_{w1}} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{K_{w2}}{m_{w2}} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad D = 0$$

E as matrizes da entrada  $u$  e distúrbio  $d$  são:

$$u = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix} \quad d = \begin{bmatrix} d_{x_1} \\ d_{x_2} \end{bmatrix}$$

Considerando um elevador com as mesmas características que as apresentadas na tabela 1 que está descrita na seção 2.3 tem-se as seguintes matrizes de estado para o plano  $XY$ :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0.0001 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1.5818 & -0.0808 & 0.1209 & 0 & 0 & 0 & 0.0831 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0001 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0090 & 0 & -0.0180 & -0.0006 & 0.0090 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0001 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1209 & 0 & -1.5818 & -0.0808 & -0.0831 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0001 \\ 0.0120 & 0 & 0 & 0 & -0.0120 & 0 & -0.0165 & -0.0006 \end{bmatrix} \times 10^4$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -0.0159 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0.0012 & 0.0012 \\ 0 & 0 \\ 0 & -0.0159 \\ 0 & 0 \\ 0.0016 & -0.0016 \end{bmatrix} \quad B_d = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1.4609 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1.4609 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \times 10^4$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad D = 0$$

A partir dos dados obtidos podemos analisar a controlabilidade do sistema para o plano  $XY$  pode-se calcular o rank da matriz de controlabilidade  $\mathcal{C}_{XY}$  que neste caso é descrita como:

$$\mathcal{C}_{XY} = [B \quad AB \quad A^2B \quad A^3B \quad A^4B \quad A^5B \quad A^6B \quad A^7B]$$

Para que o sistema de roletes de guias ativos descrito pelas matrizes  $A$  e  $B$  seja completamente controlável é necessário que o rank da matriz  $\mathcal{C}_{XY}$  seja igual a 8 que é o número de estados deste plano.

Para definirmos a matriz de observabilidade  $\mathcal{O}_{XY}$  do sistema como descrito na seção 1.4.2 temos que

$$\mathcal{O}_{XY} = [C^T \quad A^T C^T \quad (A^T)^2 C^T \quad (A^T)^3 C^T \quad (A^T)^4 C^T \quad (A^T)^5 C^T \quad (A^T)^6 C^T \quad (A^T)^7 C^T]$$

Também deve ter o seu rank igual a 8. O que pode-se constatar utilizando os valores da tabela 1 nas matrizes  $A$  e  $C$ .

## 3 Controladores Múltiplos Ressonantes

### 3.1 Introdução

Neste capítulo será elaborado a síntese do controlador ressonante para controlar o sistema de roletes de guias ativos conforme apresentado na Seção 1.5.2. Serão apresentadas as implementações e simulações para os planos  $YZ$  e  $XY$ .

Primeiramente serão definidas as matrizes aumentadas do sistema e posteriormente será definida as condições de LMIs para o calculo dos ganhos do controlador.

Uma vez definido os parâmetros do controlador será definido o ganho  $L$  do observador e por último, será apresentado e analisado os resultados para diferentes tipos de distúrbios.

Para este trabalho será considerado um sinal de referência  $r(t) = 0$ .

### 3.2 Formulação Básica

Vários controladores ressonantes irão desempenhar um papel importante no controle do sistemas roletes de guias ativos, rejeitando perturbações de diferentes fontes de vibrações tanto para o controle do plano  $YZ$  quanto do plano  $XY$ .

A ideia principal dos controladores múltiplos-ressonantes é gerar uma dinâmica oscilante (modo senoidal) correspondente a frequência fundamental do sinal de interesse e suas respectivas harmônicas mais significativas (Pereira et al., 2014).

A principal desvantagem relativa à utilização de vários controladores de ressonância é a inclusão de dois polos ao longo do eixo imaginário para cada um dos modos de ressonância. Este fato leva a uma dificuldade para estabilizar o sistema em malha fechada. Para superar este problema, dois zeros podem ser adicionados a cada uma das estruturas ressonantes. Como resultado, a estrutura de ressonância fundamental apresentada em (16) é modificada e apresentada a seguir:

$$G_{zr_1}(s) = \frac{\alpha_2 s^2 + \alpha_1 s + \alpha_0}{s^2 + \omega_{r_1}^2} \quad (31)$$

Neste caso, a estrutura múltipla ressonante fica:

$$G_{zr_n}(s) = \frac{\alpha_2 s^2 + \alpha_1 s + \alpha_0}{s^2 + \omega_{r_1}^2} + \dots + \frac{\alpha_{n-2} s^2 + \alpha_{n-1} s + \alpha_n}{s^2 + \omega_{r_n}^2} \quad (32)$$

A formulação do controlador múltiplo ressonante no espaço de estados é descrita

por Chen (1970) como sendo:

$$\dot{x}_{mr}(t) = A_{mr}x(t) + B_{mr}e(t) \quad (33)$$

Onde:

$$\begin{aligned} A_{mr} &= \text{diag}\{\Xi(\omega_1), \Xi(\omega_2), \dots, \Xi(\omega_N)\} \\ B_{mr} &= [\Lambda' \quad \Lambda' \quad \dots \quad \Lambda']' \\ \Xi(\omega_h) &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_h^2 & 0 \end{bmatrix}, \quad \Lambda = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Note que os termos em  $A_{mr}$  representam a combinação dos modos ressonantes dos sinais de referência e perturbação  $\omega_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, N_h$ , onde  $N_h$  determina o número de harmônicas significativas a serem compensadas. Além disso, é importante ressaltar que o espectro de um sinal contínuo tem infinitas componentes de frequência, neste caso, existe um erro de seguimento que diminui conforme  $N_h$  aumenta. Considerando o estado aumentado *planta + controlador* temos:

$$x_a(t) = [x(t)' \quad x_{mr}(t)']' \in \mathbb{R}^{6+2N_h}$$

Segue que:

$$\dot{x}_a(t) = A_a x_a(t) + B_a u(t) + B_{ar} r(t) + B_{ad} d(t) \quad (34)$$

Sendo:

$$\begin{aligned} A_a &= \begin{bmatrix} A & -B_{mr}C \\ 0 & A_{mr} \end{bmatrix}, \quad B_a = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} \\ B_{ar} &= \begin{bmatrix} 0 \\ B_{mr} \end{bmatrix}, \quad B_{ad} = \begin{bmatrix} B_d \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

O sinal de controle  $u(t)$  é definido como

$$u(t) = F_p x(t) + F_c x_{mr}(t) = F x_a(t) \quad (35)$$

onde  $F = [F_p \quad F_c]$  o qual resulta em

$$\dot{x}_a(t) = (A_a + B_a F) x_a(t) + B_q q(t) \quad (36)$$

onde  $q(t) = [r(t)' \quad d(t)']'$  e

$$B_q = \begin{bmatrix} 0 & B_d \\ B_{mr} & 0 \end{bmatrix}$$

### 3.3 Condições LMI para Análise do Ganho F

Para a determinação do ganho  $F$  os seguintes critérios de estabilidade e desempenho são considerados:

**CP1:** Minimizar a função custo

$$J(\phi(t), u) := \|p(t)\|_2^2 = \int_0^\infty p(t)'p(t)dt \quad (37)$$

que serve como medida de desempenho do sistema e  $p(t)$  é a saída de desempenho dada por

$$p(t) := C_p x_a(t) + D_p u(t) \quad (38)$$

com  $C_p$  e  $D_p$  sendo matrizes de dimensão apropriada.

**CP2:** Posicionamento dos Polos

Os polos  $p_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, 6 + 2N_h$  em malha fechada do sistema aumentado estão no interior da região  $\mathcal{D}$  do plano complexo definida como a intersecção das regiões

$$\begin{aligned} R_{TC} &= \{p_i \in \mathbb{C} : \text{Re}(p_i) \leq -\sigma, \sigma \in \mathbb{R}^+\} \\ R_{CA} &= \{p_i \in \mathbb{C} : |p_i| \leq r, r \in \mathbb{R}^+\} \\ R_{FN} &= \left\{p_i \in \mathbb{C} : \tan^{-1} \frac{|\text{Im}(p_i)|}{|\text{Re}(p_i)|} \leq \theta, \theta \in \mathbb{R}^+\right\} \end{aligned}$$

Onde  $\sigma$  define a taxa de convergência das trajetórias do sistema,  $\theta$  define o coeficiente de amortecimento tal que  $\xi = \cos(\theta)$ , e  $r$  limita a frequência natural, conforme apresentado na Figura 25.

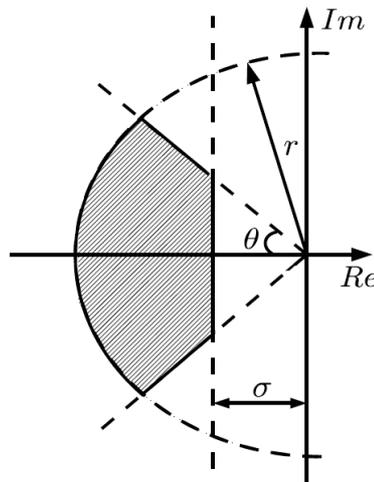


Figura 25 – Região do plano complexo associada ao CP2

A partir destes critérios, o seguinte Teorema apresenta condições para a determinação do ganho  $F$ :

**Teorema 3.3.1.** *Se existir a matriz simétrica definida positiva  $W \in \mathbb{R}^{(6+2N_h) \times (6+2N_h)}$ , uma matriz  $Y \in \mathbb{R}^{2 \times (6+2N_h)}$  e o escalar positivo  $\lambda$  tal que a LMI*

$$\begin{bmatrix} He\{A_a W + B_a Y\} & WC'_p + Y'D'_p \\ C_p W + D_p Y & -\lambda I_{n_z} \end{bmatrix} < 0 \quad (39)$$

*Seja verificada, então o sistema em malha fechada (36) com  $F = YW^{-1}$  é assintoticamente estável e a função custo (48) satisfaz  $\|p(t)\|_2^2 \leq \lambda V(0)$  com*

$$V(0) = x_a(0)' W^{-1} x_a(0)$$

A formulação LMI para o critério PC2 é dada por Chilali e Gahinet (1996):

$$\begin{aligned} \mathbf{L}_1 \otimes W + He\{\mathbf{M}_1 \otimes \Gamma(W, Y)\} &< 0 \\ \mathbf{L}_2 \otimes W + He\{\mathbf{M}_2 \otimes \Gamma(W, Y)\} &< 0 \\ \mathbf{L}_3 \otimes W + He\{\mathbf{M}_3 \otimes \Gamma(W, Y)\} &< 0 \end{aligned} \quad (40)$$

assumindo os parâmetros  $\sigma$ ,  $\theta$  e  $r$  conhecidos e onde  $\otimes$  denota o produto de Kronecker. No caso da região da Figura 25 segue que:

$$\begin{aligned} \mathbf{L}_1 &= 2\sigma, \quad \mathbf{M}_1 = 1, \\ \mathbf{L}_2 &= \begin{bmatrix} -r & 0 \\ 0 & -r \end{bmatrix}, \quad \mathbf{M}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{L}_3 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{M}_3 = \begin{bmatrix} \sin(\theta) & \cos(\theta) \\ -\cos(\theta) & \sin(\theta) \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

*Observação 1.* A prova do Teorema 3.3.1 não foi apresentada por ser conhecidas na literatura, podendo ser encontrada, por exemplo, em Pereira et al. (2014).

O ganho referente ao controlador múltiplo-ressonante pode ser obtido através da solução do seguinte problema de otimização:

$$\min_{W, Y} \lambda \text{ sujeito a (39) e (40)}$$

As Figuras 26 e 27 apresentam o modelo do controlador ressonante e o sistema completo dos roletes de guias ativos utilizado neste trabalho e conseqüentemente nas simulações. Os ganhos  $F_p$  e  $F_c$  são calculados através das LMIs descritas anteriormente:

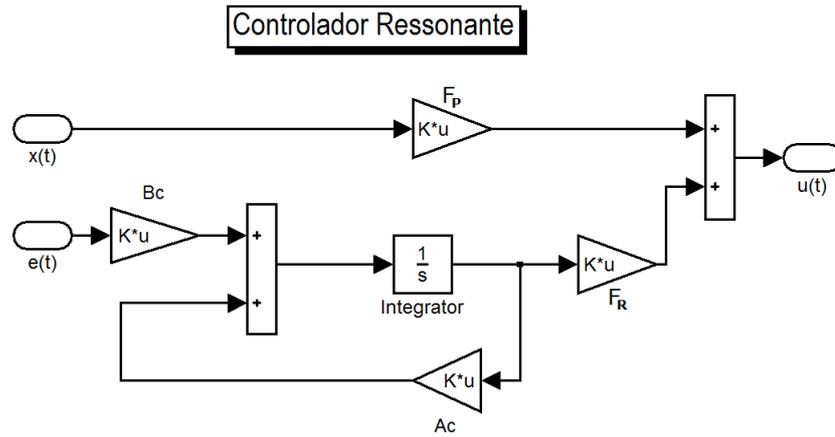


Figura 26 – Controlador Ressonante com os ganhos por LMI

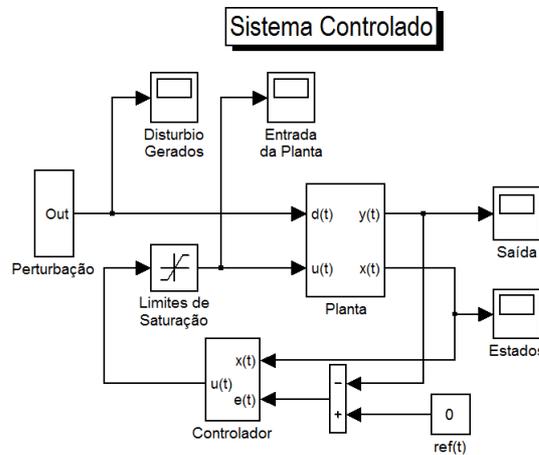


Figura 27 – Sistema Controlado

### 3.4 Observador de Estados no Controlador Ressonante

Algumas variáveis utilizadas na realimentação de estados apresentam desafios reais na realização das suas medições. No sistema de roletes de guias ativos obtivemos a medição do deslocamento dos roletes de guia no lado direito e no lado esquerdo através de potenciômetros colocados nesses roletes. Na cabina foram colocados acelerômetros que através da integração deste sinais podemos medir a velocidade de deslocamento da cabina em relação aos planos  $XY$  e  $YZ$ . Considerando que um observador de estados tem erro diferente de zero quando o sistema é passivo de perturbações e além disso, como os estados escolhidos originalmente para a modelagem dos roletes de guias ativos podem não coincidirem completamente com as variáveis medidas no sistema físico real (a determinação experimental da posição da cabina, por exemplo, é um problema difícil de ser resolvido), optou-se por projetar e implementar um observador de estados para estimar os estados que não podem ser medidos diretamente na planta. Levando-se em consideração que as irregularidades das guias do elevador são perturbações desconhecidas optou-se por observar-se os distúrbios de acordo com o que foi dito na Seção 1.4.5.1.

Na Figura 28 encontra-se a representação do observador de distúrbio implementado juntamente com o sistema de controle utilizado nas simulações. a saída  $y_c(t)$  representa somente o estado que contém a posição da cabina e a saída  $Cx(t)$  são os estados medidos pelos sensores do sistema.

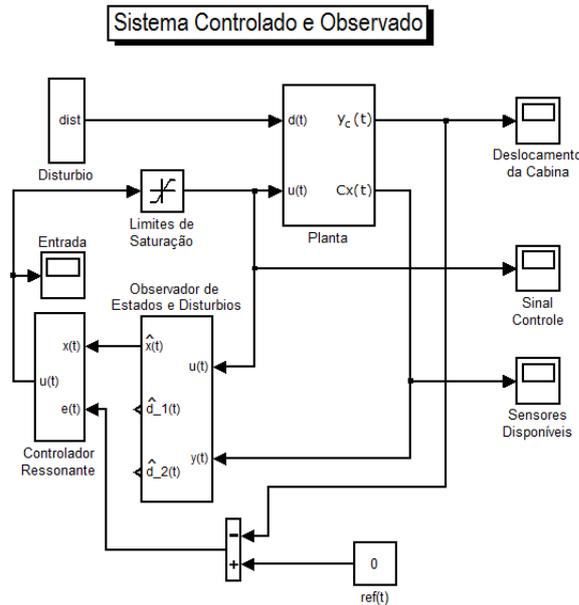


Figura 28 – Sistema Observado e Controlado

A obtenção dos ganhos do observador de estados para o sistema de roletes de guias ativos será descrito a seguir. Ainda que os distúrbios não sejam usados na malha de controle do sistema, a inclusão da estimação destes distúrbios no observador de estados resulta em um desempenho melhor do controlador.

Considerando que para o sistema de roletes de guias tem-se dois pontos de distúrbios distintos que podem ser oriundos das guias do lado esquerdo e/ou das guias do lado direito da cabina, as matrizes de distúrbio são  $A_{d1}$ ,  $A_{d2}$ ,  $B_{d1}$ ,  $B_{d2}$ ,  $C_{d1}$  e  $C_{d2}$  como estão descritas a seguir:

$$A_{d1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -w_{d1}^2 & 0 \end{bmatrix} \quad A_{d2} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -w_{d2}^2 & 0 \end{bmatrix} \quad (41)$$

$$B_{d1} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{K_s}{m_x} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad B_{d2} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{K_s}{m_x} \end{bmatrix} \quad (42)$$

$$C_{d1} = [0 \ 1] \quad C_{d2} = [0 \ 1] \quad (43)$$

Conforme descrito na seção 3.3 as matrizes aumentadas para o observador do sistema são:

$$\begin{aligned}
 A_{OBS_{eixoYZ}} &= \begin{bmatrix} A_y & B_{d1}C_{d1} & B_{d2}C_{d2} \\ 0_{2 \times 6} & A_{d1} & 0_{2 \times 2} \\ 0_{2 \times 6} & 0_{2 \times 2} & A_{d2} \end{bmatrix} & A_{OBS_{eixoXY}} &= \begin{bmatrix} A_x & B_{d1}C_{d1} & B_{d2}C_{d2} \\ 0_{2 \times 8} & A_{d1} & 0_{2 \times 2} \\ 0_{2 \times 8} & 0_{2 \times 2} & A_{d2} \end{bmatrix} \\
 B_{OBS_{eixoYZ}} &= \begin{bmatrix} B_y \\ 0_{4 \times 2} \end{bmatrix} & B_{OBS_{eixoXY}} &= \begin{bmatrix} B_x \\ 0_{4 \times 2} \end{bmatrix} \\
 C_{OBS_{eixoYZ}} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0_{1 \times 4} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0_{1 \times 4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0_{1 \times 4} \end{bmatrix} & C_{OBS_{eixoXY}} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0_{1 \times 6} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0_{1 \times 6} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0_{1 \times 6} \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Para este trabalho foi definido que o observador de estados tenha uma dinâmica  $G = 20$  vezes mais rápida que a do sistema de roletes de guias ativos. Sendo assim a condição desejada é obtida através da multiplicação deste ganho aos autovalores da planta do sistema mais os polos de distúrbios.

$$Autovalores_{planta} = eig(A + BK_s)$$

$$Autovalores_{planta_{YZ}} = \begin{bmatrix} -117.12 & +83.07i \\ -117.12 & -83.07i \\ -26.07 & +107.49i \\ -26.07 & -107.49i \\ -43.14 & +86.9i \\ -43.14 & -86.9i \end{bmatrix}$$

$$Autovalores_{planta_{XY}} = \begin{bmatrix} -787.46 \\ -787.45 \\ -169.02 + 108.81i \\ -169.02 - 108.81i \\ -023.29 + 9.93i \\ -23.29 - 9.93i \\ -19.49 \\ -18.52 \end{bmatrix}$$

Para o cálculo dos auto valores desejados serão necessários além de incluir os dois polos de distúrbios, também mais dois polos diferentes destes, a matriz de autovalores desejados. Como mencionado antes, será considerando o observador com uma dinâmica  $G = 20$  vezes maior que o sistema, os seguintes autovalores são obtidos:

$$Autovalores_{desejado} = G * [Autovalores_{planta}; -w_{d1}; -w_{d1} - 1; -w_{d2}; -w_{d2} - 1]$$

$$Autovalores_{desejados_{YZ}} = \begin{bmatrix} -2342.4 + 1661.3i \\ -2342.4 - 1661.3i \\ -521.4 + 2149.8i \\ -521.4 - 2149.8i \\ -862.9 + 1738i \\ -862.9 - 1738i \\ -201.1 \\ -221.1 \\ -201.1 \\ -221.1 \end{bmatrix}$$

$$Autovalores_{desejados_{XY}} = \begin{bmatrix} -1.4962 \\ -1.4962 \\ -0.3211 + 0.2067i \\ -0.3211 - 0.2067i \\ -0.0442 + 0.0189i \\ -0.0442 - 0.0189i \\ -0.0370 \\ -0.0352 \\ -0.0191 \\ -0.0210 \\ -0.0191 \\ -0.0210 \end{bmatrix} 1 \times 10^4$$

Obtêm-se assim o ganho  $L$  do observador através da função `place` do MatLab que retorna o ganho necessário para a planta se posicione nos polos (autovalores) desejados.

$$L = place(A'_{OBS}, C'_{OBS}, Autovalores_{desejado})'$$

O ganho  $L$  obtido é:

$$L_{YZ} = \begin{bmatrix} 0.0034 & -0.0006 & -0.0001 \\ 6.9605 & 0.6357 & -0.2664 \\ 0.0540 & -0.0860 & 0.0129 \\ -0.0001 & 0.0027 & -0.0011 \\ -0.0011 & 0.0003 & 0.0021 \\ -1.2320 & 2.0705 & 4.9394 \\ -0.6695 & 0.6435 & -0.0597 \\ 0.4145 & -0.2941 & 0.0243 \\ 0.3593 & -0.5157 & -0.0859 \\ -0.1930 & 0.2853 & 0.1087 \end{bmatrix} 1 \times 10^6$$

$$L_{XY} = \begin{bmatrix} 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & -0.0000 & -0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ -0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ -0.0000 & 0.0000 & -0.0000 \\ 0.1092 & 0.0219 & 0.0073 \\ -1.6338 & -0.3300 & -0.1123 \\ -0.0009 & -0.0002 & -0.0001 \\ -0.0062 & -0.0012 & -0.0004 \\ 0.0009 & 0.0002 & 0.0001 \\ 0.0062 & 0.0012 & 0.0004 \end{bmatrix} 1 \times 10^{12}$$

### 3.5 Parâmetros Utilizados nas Simulações

Todos os parâmetros utilizados nas simulações apresentadas nesta seção foram mensurados e definidos a partir das características de um elevador comercial com velocidade de cabina de 180 m/min, com capacidade para 16 passageiros ou 1300 Kg, instalado em uma torre de 10 andares com aproximadamente 36 metros de comprimento e que possui os parâmetros descritos conforme a Tabela 1. Este modelo de elevador e as suas respectivas características são as mesmas que foram utilizadas por Perondi (2006) para definir os equacionamentos matemático da modelagem do sistema.

A partir das informações relatadas nas Seções 1.7.1.3 e 1.7.1.4 serão definidas as situações onde os sinais de distúrbios estão inseridos e conseqüentemente serão introduzidos no sistema de roletes de guias ativos. Essas situações farão parte das análises do desempenho dos controladores que serão apresentadas nas seções a seguir.

As simulações serão realizadas primeiramente para plano  $YZ$  e depois para o plano  $XY$  tanto para o controlador Múltiplo Ressonante como para o controlador Repetitivo. Com o objetivo de apresentar o desempenho de cada controlador para as diferentes situações de distúrbios, Os resultados das simulações serão sempre apresentados 3 representações gráficas descritas no tempo versus amplitude na seguinte sequência:

- Figura 1 - Representação gráfica do distúrbio utilizado na simulação
- Figura 2 - Representação gráfica do deslocamento de cabina - sinal de interesse
- Figura 3 - Representação gráfica do sinal de controle aplicado ao sistema

### 3.5.1 Situações de Distúrbios Utilizadas nas Simulações

As situações de distúrbios descritas nesta seção serão divididas em dois grupos conforme foram apresentadas na Seção 1.7.

As situações  $S1$ ,  $S2$  e  $S3$  fazem parte do grupo de perturbações intrínsecas as partes que compõem o elevador e sendo assim os resultados das simulações para estes tipos de situações estarão nas seções denominadas de *Situações Intrínsecas*. As figuras 29a, 29b e 29c demonstram graficamente cada uma das situações Intrínsecas onde se pode observar que foram aplicadas simultaneamente para os conjuntos de guias do lado esquerdo e lado direito da cabina.

As situações  $S4$  e  $S5$  fazem parte do grupo de perturbações que serão utilizadas para evidenciar o comportamento dos controladores em relação as necessidades de minimização das vibrações na cabina e limitações do sinal de controle. Os resultados das simulações dessas situações serão apresentados nas seções denominadas de *Situações de Ensaio* por serem perturbações que não estão agregadas ao elevador e de incidência muito improvável. As Figuras 30a e 30b caracterizam graficamente as situações  $S4$  e  $S5$ .

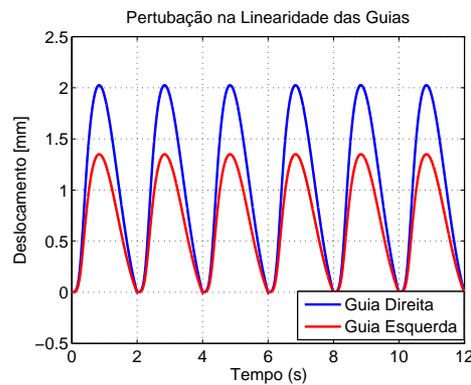
As situações que incluem os distúrbios descritos são como segue:

- S1 - Este distúrbio representa a curva de linearidade da guia durante o percurso do poço do elevador. Como a cabina do elevador considerado nas simulações tem uma velocidade nominal de 180 m/min. ou 3 m/s e as guias são de 6 metros cada uma, a cabina percorre uma guia a cada 2 segundos sendo que as simulações supõem um percurso de 36 metros, conseqüentemente serão percorridas 6 guias durante 12 segundos. A variação da amplitude deste distúrbio está representada conforme os dados do catálogo de guias citados anteriormente.
- S2 - Este distúrbio considera as características apresentadas na situação  $S1$  mais a soma das variações de alinhamento nas emendas de guia no sentido de afastamento das guias em relação a cabina. Essas variações são representadas nessa situação como degraus de amplitude no sinal de linearidade a cada 2 segundos pois nestes instantes a cabina do elevador passa por conexões entre guias.
- S3 - Este distúrbio considera as características apresentadas na situação  $S2$  porém com as variações de alinhamento no sentido de diminuir o espaçamento de entre-guias, ou seja, as guias tem degraus de amplitude que pressionam os roletes de guias ativos.
- S4 - Onda senoidal de período 1s e amplitude correspondente a um deslocamento de 2mm durante 5s nos roletes de guia ativos do lado esquerdo da cabina e outra onda senoidal de mesmo período com início após 2,5s nos roletes de guia ativos do lado direito da cabina do elevador.

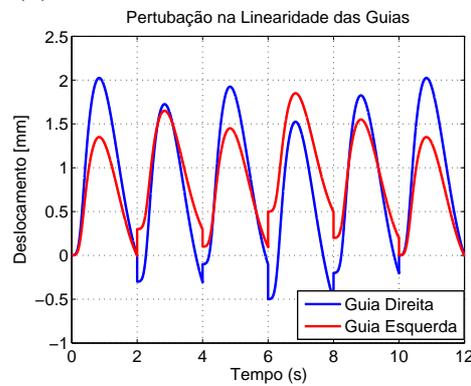
São variações que ocorrerão em um determinado momento nas guias do lado esquerdo e em momentos diferentes nas guias do lado direito.

S5 - Onda triangular de período 1s e amplitude correspondente a um deslocamento de 1mm durante 5s nos roletes de guias ativos do lado esquerdo da cabina do elevador. Esta situação será inserida nas simulações para contemplar casos onde as vibrações possuam vários harmônicos.

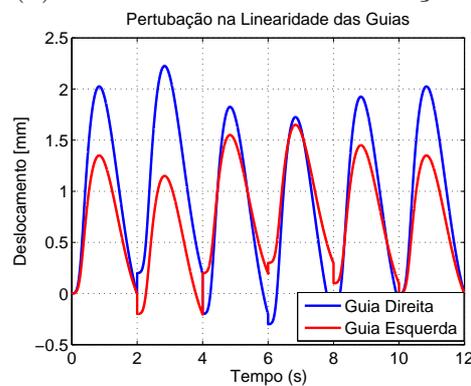
As figuras que descrevem as situações de distúrbios utilizadas nas simulações estão representadas a seguir:



(a) Distúrbio Conforme a Situação S1



(b) Distúrbio Conforme a Situação S2



(c) Distúrbio Conforme a Situação S3

Figura 29 – Distúrbios Intrínsecos ao Sistema

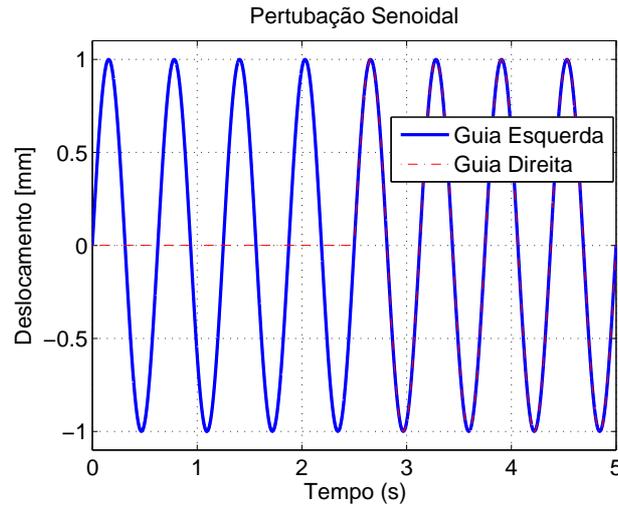
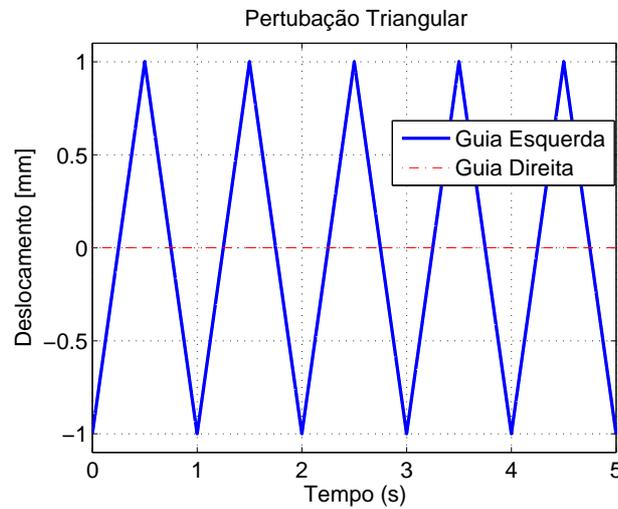
(a) Distúrbio Conforme a Situação  $S4$ (b) Distúrbio Conforme a Situação  $S5$ 

Figura 30 – Distúrbios de Ensaio para Sistema

Para o controlador múltiplo ressonante é necessário determinar quais os componentes harmônicos das frequências inseridas no sistema que devem ser compensados. Para visualizar o comportamento destes sinais no domínio da frequência foi incluído nas simulações um módulo de análise da amplitude em frequência através da Transformada Rápida de Fourier - FFT.

Os sinais de perturbação descritos nas situações  $S1$ ,  $S2$ ,  $S3$ ,  $S4$  e  $S5$  foram injetados neste analisador e o resultado é apresentado na Figura 31.

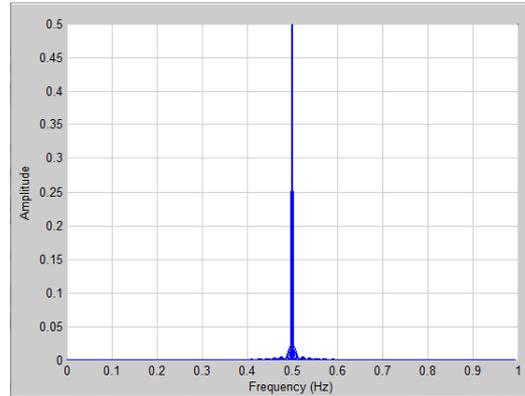
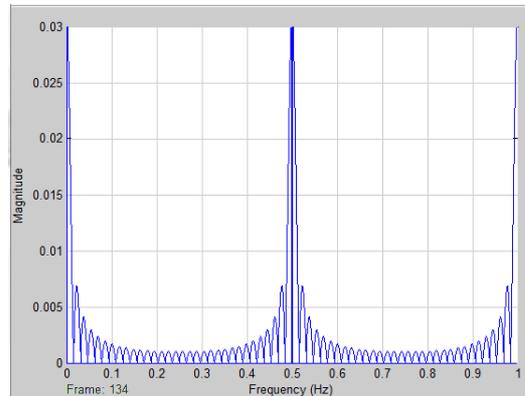
(a) FFT dos Distúrbios  $S_1$ ,  $S_2$  e  $S_3$ (b) FFT do Distúrbio  $S_4$  e  $S_5$ 

Figura 31 – FFT dos Distúrbios Inseridos no Sistema

A partir da análise das informações obtidas pela FFT concluiu-se que para as Situações Intrínsecas somente a frequência fundamental necessita ser compensada no controlador Múltiplo Ressonante. Para essas simulações, os parâmetros de desempenho da  $\mathcal{D}$ -estabilidade foram arbitrados em  $\alpha = 17$ ,  $\theta = \pi/2$  e  $r = 200$ .

Para as Situações de Ensaio a FFT demonstra graficamente que existem, além da frequência fundamental, frequências harmônicas a serem compensados e baseado nestas informações foi estabelecido que para as Situações de Ensaio serão consideradas as configurações do controlador Múltiplo Ressonante onde serão compensadas as seguintes frequências: fundamental e terceira harmônica; fundamental, terceira e quinta harmônicas e fundamental, terceira, quinta e sétima harmônicas.

Esta definição foi evidenciada a partir da tabela 2 que apresenta os valores máximo e mínimo de deslocamento da cabina do elevador quando perturbada por um distúrbio do tipo senoidal e descreve os resultados para diferentes configurações de números frequências harmônicas a serem compensadas pelo controlador múltiplo ressonante.

Resultados muito parecidos foram constatados para a perturbação triangular para as mesmas simulações e sendo assim optou-se por manter essa padronização para todas as demonstrações deste controlador para os dois planos ortogonais utilizados neste trabalho.

Tabela 2 – Deslocamento da Cabina para Diferentes Harmônicas

Harmônicos	Valor Máx. [mm]	Valor Mín. [mm]
<i>Fundamental.</i>	$1,68E - 3$	$-1,68E - 3$
3 <sup>a</sup>	$1,04E - 3$	$-1,04E - 3$
5 <sup>a</sup>	$0,60E - 3$	$-0,60E - 3$
7 <sup>a</sup>	$0,43E - 3$	$-0,43E - 3$
9 <sup>a</sup>	$0,41E - 3$	$-0,41E - 3$
11 <sup>a</sup>	$0,40E - 3$	$-0,40E - 3$

Para as Simulações de Ensaio, os parâmetros de desempenho da  $\mathcal{D}$ -estabilidade foram arbitrados em  $\alpha = 9$ ,  $\theta = \pi/2$  e  $r = 107$ . Para todas as simulações o problema a ser considerado pelo controle dos roletes de guias ativos é o de regulação de posição, ou seja, que o deslocamento da cabina seja mantido em  $r(t) = 0$ .

## 3.6 Simulações para o Plano $YZ$

As simulações para o plano  $YZ$  estão divididas em Situações Intrínsecas e Situações de Ensaio conforme já descrito anteriormente. Para cada um dos resultados apresentados serão descrito os ganhos calculados pelas LMIs, os quais foram aplicados no controlador Múltiplo Ressonante, e as representações gráficas do deslocamento de cabina e do sinal de controle para cada uma das situações descritas na Seção 3.5. Também serão apresentadas as análises dos resultados das simulações conforme cada situação.

### 3.6.1 Situações Intrínsecas

Os ganhos  $F$  obtidos pelas LMIs para o controlador Múltiplo Ressonante que foram utilizados no controlador para as Situações Intrínsecas no plano  $YZ$  estão descritos a seguir conforme segue:

$$F_{PYZ} = \begin{bmatrix} -7.3941 & -0.3663 & -7.3999 & -0.1480 & 0.3259 & 0.0173 & -0.3489 & -0.0405 \\ 0.3830 & 0.0176 & -8.6942 & -0.1700 & -7.2241 & -0.3554 & 0.2813 & 0.0457 \end{bmatrix} 1 \times 10^5$$

$$F_{C_{YZ}} = \begin{bmatrix} 0.1889 & 1.6499 \\ 0.2242 & 2.0116 \end{bmatrix} 1 \times 10^8$$

Nas Figuras 33, 34 e 35 são apresentados o comportamento da saída da planta e do sinal de controle para cada uma das situações  $S1$ ,  $S2$  e  $S3$  respectivamente. Ao analisar os resultados das simulações pode-se perceber que a saída de interesse do sistema, neste caso o deslocamento da cabina, sofre alterações com a inclusão de degraus na curva de linearidade. São percebidos alguns picos de posicionamento e nestes mesmos pontos existem um aumento na tensão de controle para corrigir estas alterações e quanto maior o degrau de amplitude maior o aumento da tensão de controle. Na Figura 32 é apresentado um comparativo entre a magnitude do distúrbio em relação a magnitude do deslocamento da cabina.

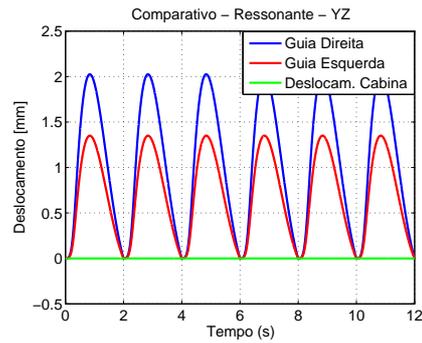
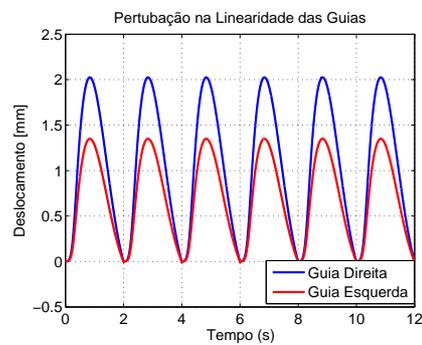
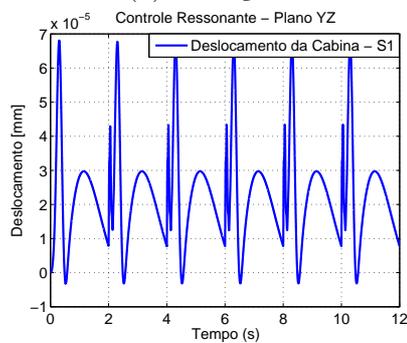


Figura 32 – Comparativo entre o Deslocamento de Cabina e a Perturbação Inserida no Sistema YZ

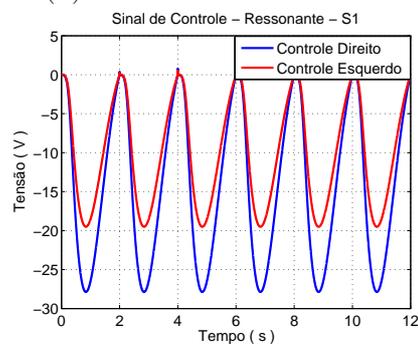
### 3.6.1.1 Perturbação S1



(a) Situação 1



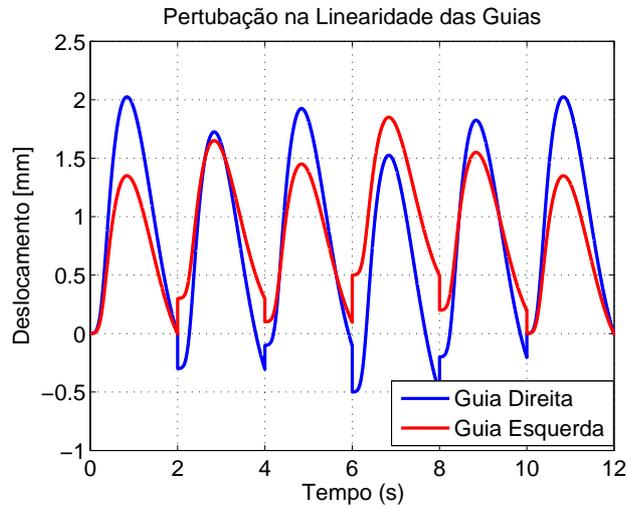
(b) Deslocamento da Cabina



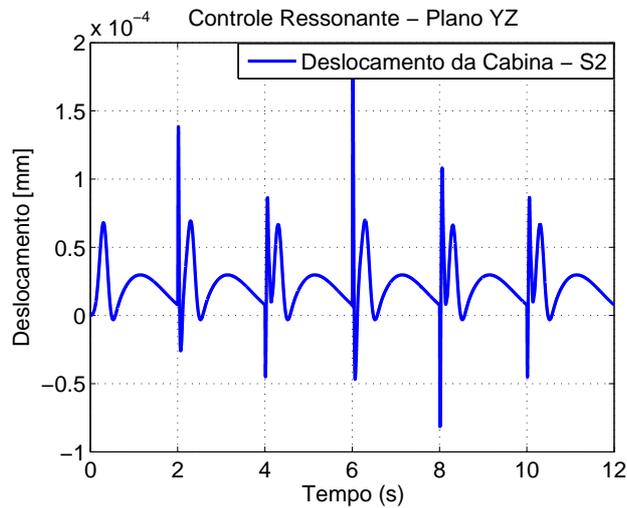
(c) Sinal de Controle

Figura 33 – Saída do sistema considerando diferentes configurações do controlador Múltiplo Ressonante para um distúrbio do tipo S1

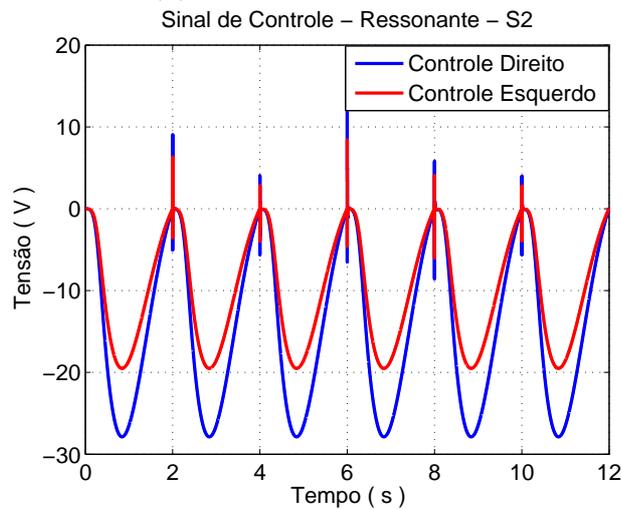
3.6.1.2 Perturbação  $S_2$



(a) Situação 2



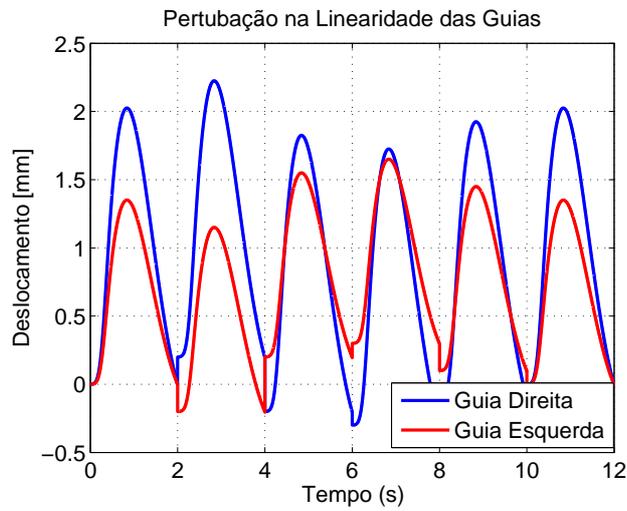
(b) Deslocamento da Cabina



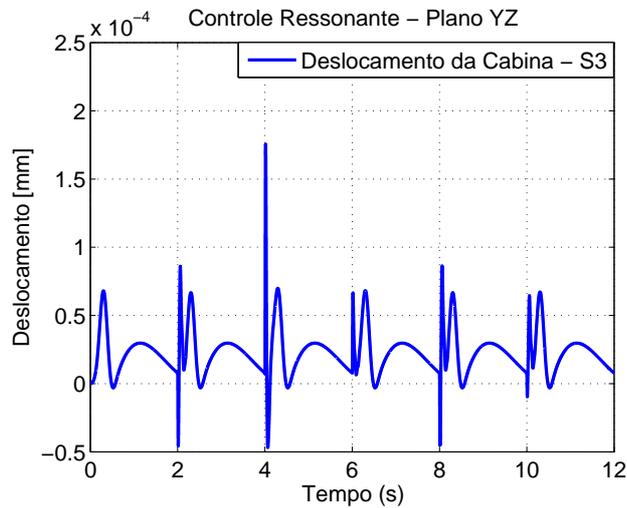
(c) Sinal de Controle

Figura 34 – Saída do sistema considerando diferentes configurações do controlador Múltiplo Ressonante para um distúrbio do tipo  $S_2$

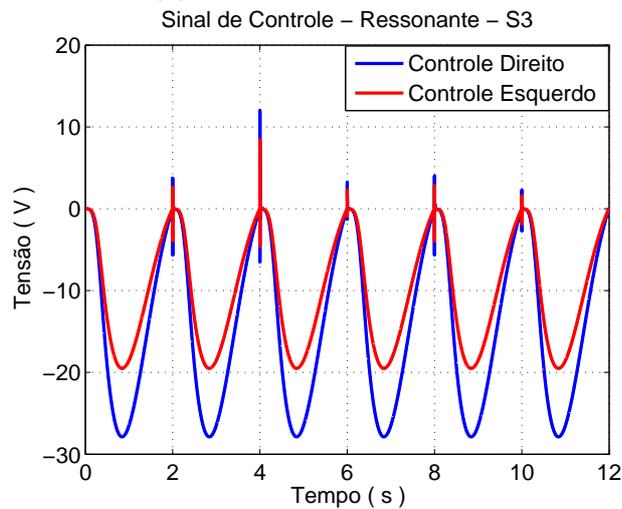
3.6.1.3 Perturbação  $S_3$



(a) Situação 3



(b) Deslocamento da Cabina



(c) Sinal de Controle

Figura 35 – Saída do sistema considerando diferentes configurações do controlador Múltiplo Ressonante para um distúrbio do tipo  $S_3$

### 3.6.2 Situações de Ensaio

Nas Figuras 36 e 37 são apresentados o comportamento da saída do sistema e a magnitude do sinal de controle para as situações de distúrbio  $S4$  e  $S5$  respectivamente, onde os resultados são demonstradas para diferentes configurações do controlador Múltiplo Ressonante.

Como esperado, o deslocamento da cabina diminui quando o sistema está em regime permanente conforme o número de harmônicas compensadas aumenta.

A amplitude do sinal de controle permanece dentro dos limites estabelecidos pelos parâmetros do sistema conforme definidos na Seção 3.5.

#### 3.6.2.1 Perturbação $S4$

Os ganhos obtidos pelas LMIs para os controladores Múltiplo Ressonante com compensação para as 3<sup>a</sup>, 5<sup>a</sup> e 7<sup>a</sup> harmônicas quando perturbados por distúrbio do tipo senoidal são descritos a seguir conforme segue:

$$F_{P_3} = \begin{bmatrix} 0.0263 & -0.0010 & -3.6793 & -0.0658 & -0.0777 & -0.0001 \\ -0.0777 & -0.0001 & -3.6793 & -0.0658 & 0.0263 & -0.0010 \end{bmatrix} 1 \times 10^6$$

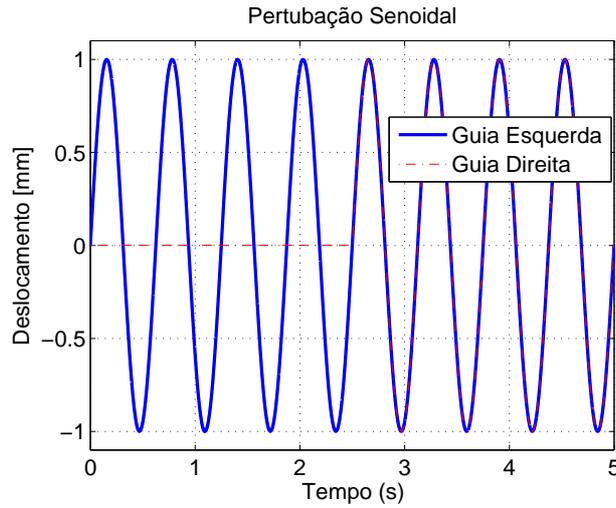
$$F_{C_3} = \begin{bmatrix} 0.4426 & -0.6808 & 0.5461 & 1.8818 \\ 0.4426 & -0.6808 & 0.5461 & 1.8818 \end{bmatrix} 1 \times 10^8$$

$$F_{P_5} = \begin{bmatrix} 0.0107 & -0.0010 & -5.8304 & -0.0868 & -0.0957 & -0.0001 \\ -0.0957 & -0.0001 & -5.8304 & -0.0868 & 0.0107 & -0.0010 \end{bmatrix} 1 \times 10^6$$

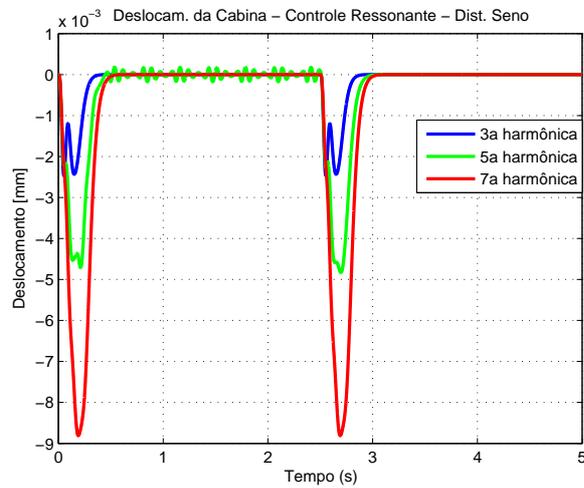
$$F_{C_5} = \begin{bmatrix} 0.0364 & -0.1464 & 0.0540 & -1.2503 & 0.0854 & -0.7311 \\ 0.0364 & -0.1464 & 0.0540 & -1.2503 & 0.0854 & -0.7311 \end{bmatrix} 1 \times 10^9$$

$$F_{P_7} = \begin{bmatrix} -0.0090 & -0.0008 & -8.5651 & -0.1142 & -0.1129 & 0.0000 \\ -0.1129 & 0.0000 & -8.5652 & -0.1142 & -0.0090 & -0.0008 \end{bmatrix} 1 \times 10^6$$

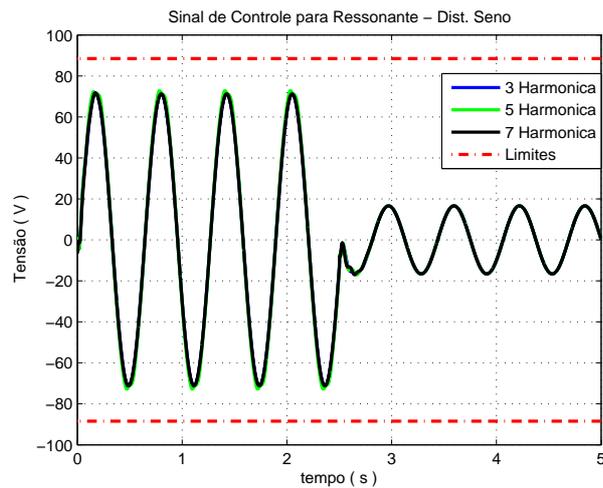
$$F_{C_7} = \begin{bmatrix} 0.0287 & -0.1605 & 0.0295 & -1.6522 & 0.0573 & -4.8891 & 0.1168 & -4.8385 \\ 0.0287 & -0.1605 & 0.0295 & -1.6522 & 0.0573 & -4.8891 & 0.1168 & -4.8385 \end{bmatrix} 1 \times 10^9$$



(a) Situação 4 - Seno



(b) Deslocamento da Cabina



(c) Sinal de Controle

Figura 36 – Saída do sistema considerando diferentes configurações do controlador Múltiplo Ressonante para um distúrbio do tipo  $S_4$

3.6.2.2 Perturbação  $S5$ 

Os ganhos obtidos pelas LMIs para os controladores Múltiplo Ressonante com compensação para as 3<sup>a</sup>, 5<sup>a</sup> e 7<sup>a</sup> harmônicas quando perturbados por distúrbios do tipo triangular são descritos a seguir conforme segue:

$$F_{P_3} = \begin{bmatrix} 0.8348 & -0.0071 & -3.3854 & -0.1821 & -0.1995 & -0.0013 \\ -0.1995 & -0.0013 & -3.3854 & -0.1821 & 0.8348 & -0.0071 \end{bmatrix} 1 \times 10^5$$

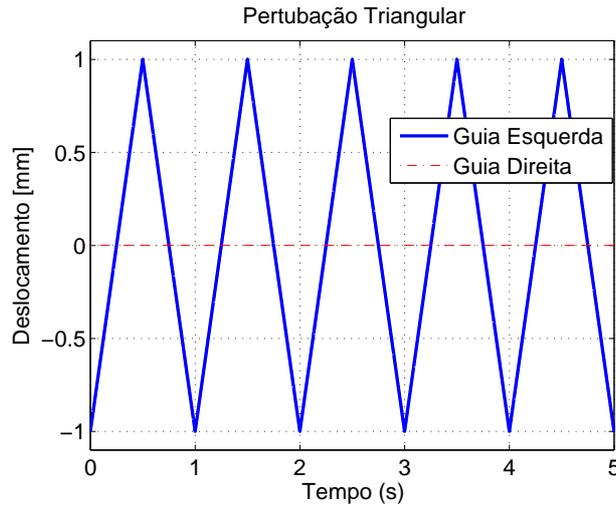
$$F_{C_3} = \begin{bmatrix} 0.0510 & -0.3752 & 0.0463 & -5.6584 \\ 0.0510 & -0.3752 & 0.0463 & -5.6584 \end{bmatrix} 1 \times 10^7$$

$$F_{P_5} = \begin{bmatrix} 0.7662 & -0.0076 & -5.7674 & -0.2336 & -0.2469 & -0.0017 \\ -0.2469 & -0.0017 & -5.7674 & -0.2336 & 0.7662 & -0.0076 \end{bmatrix} 1 \times 10^5$$

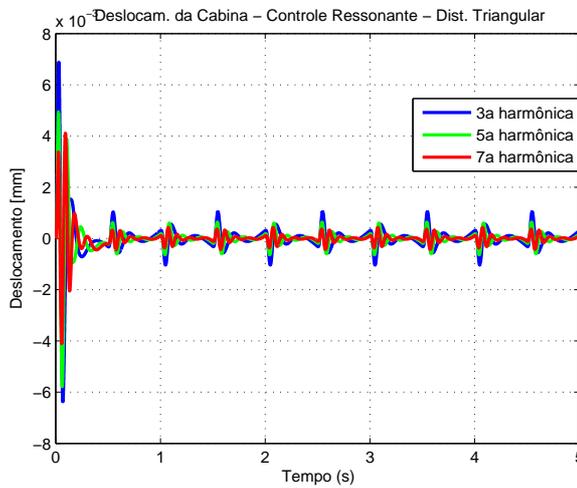
$$F_{C_5} = \begin{bmatrix} 0.0035 & -0.0367 & -0.0112 & -0.5994 & 0.0048 & -2.4233 \\ 0.0035 & -0.0367 & -0.0112 & -0.5994 & 0.0048 & -2.4233 \end{bmatrix} 1 \times 10^8$$

$$F_{P_7} = \begin{bmatrix} 0.7005 & -0.0076 & -8.2591 & -0.2845 & -0.3023 & -0.0020 \\ -0.3023 & -0.0020 & -8.2591 & -0.2845 & 0.7005 & -0.0076 \end{bmatrix} 1 \times 10^5$$

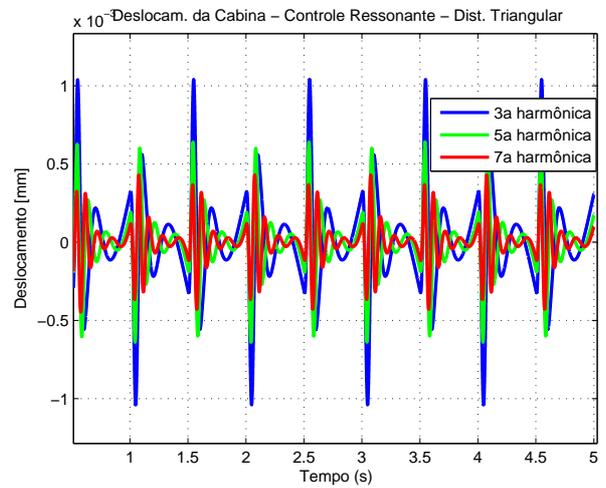
$$F_{C_7} = \begin{bmatrix} 0.0028 & -0.0335 & -0.0167 & -0.4632 & -0.0407 & -2.3165 & 0.0013 & -6.1440 \\ 0.0028 & -0.0335 & -0.0167 & -0.4632 & -0.0407 & -2.3165 & 0.0013 & -6.1440 \end{bmatrix} 1 \times 10^8$$



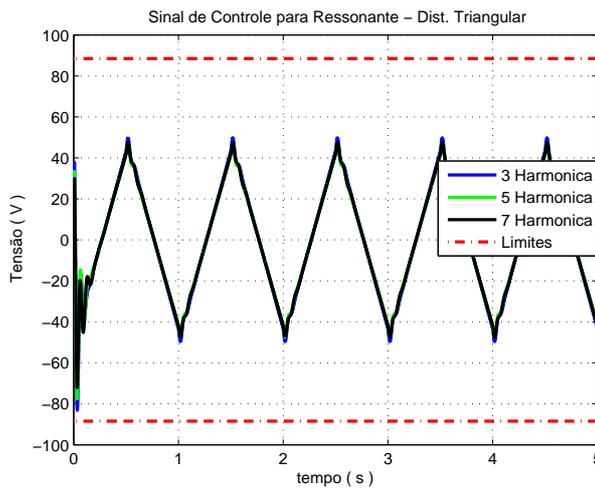
(a) Situação 5 - Triangular



(b) Deslocamento da Cabina



(c) Detalhe do Deslocamento da Cabina



(d) Sinal de Controle

Figura 37 – Saída do sistema considerando diferentes configurações do controlador Múltiplo Ressonante para um distúrbio do tipo  $S_5$

## 3.7 Simulações para o Plano $XY$

As simulações para o plano  $XY$ , assim como no plano  $YZ$ , estão divididas em Situações Intrínsecas e Situações de Ensaio e o formato da apresentação dos resultados obtidos também segue o mesmo modelo utilizado anteriormente.

### 3.7.1 Situações Intrínsecas

Os ganhos  $F$  obtidos pelas LMIs para o controlador Múltiplo Ressonante que foram utilizados no controlador para as Situações Intrínsecas no plano  $XY$  estão descritos a seguir conforme segue:

$$F_{P_{XY}} = \begin{bmatrix} -7.3941 & -0.3663 & -7.3999 & -0.1480 & 0.3259 & 0.0173 & -0.3489 & -0.0405 \\ 0.3830 & 0.0176 & -8.6942 & -0.1700 & -7.2241 & -0.3554 & 0.2813 & 0.0457 \end{bmatrix} 1 \times 10^5$$

$$F_{C_{XY}} = \begin{bmatrix} 0.1889 & 1.6499 \\ 0.2242 & 2.0116 \end{bmatrix} 1 \times 10^8$$

Nas Figuras 39, 40 e 41 são apresentados o comportamento da saída da planta e do sinal de controle para cada uma das situações  $S1$ ,  $S2$  e  $S3$  respectivamente. Ao analisar os resultados das simulações pode-se perceber que a saída de interesse do sistema, neste caso o deslocamento da cabina, sofre alterações com a inclusão de degraus na curva de linearidade. São percebidos alguns picos de posicionamento e nestes mesmos pontos existem um aumento na tensão de controle para corrigir estas alterações e quanto maior o degrau de amplitude maior o aumento da tensão de controle. Na Figura 38 é apresentado um comparativo entre a magnitude do distúrbio em relação a magnitude do deslocamento da cabina.

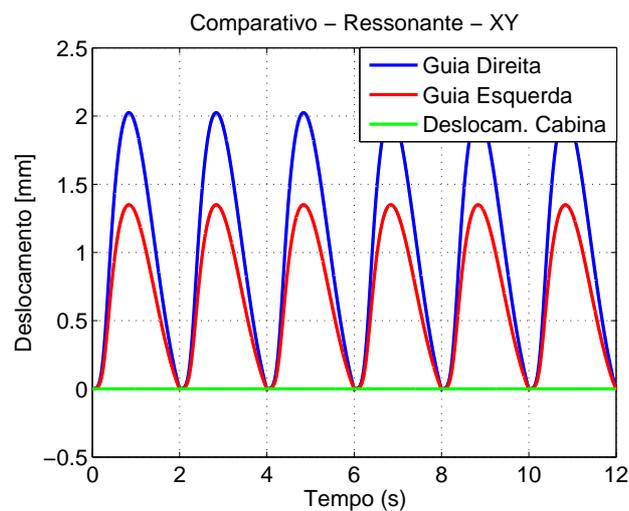
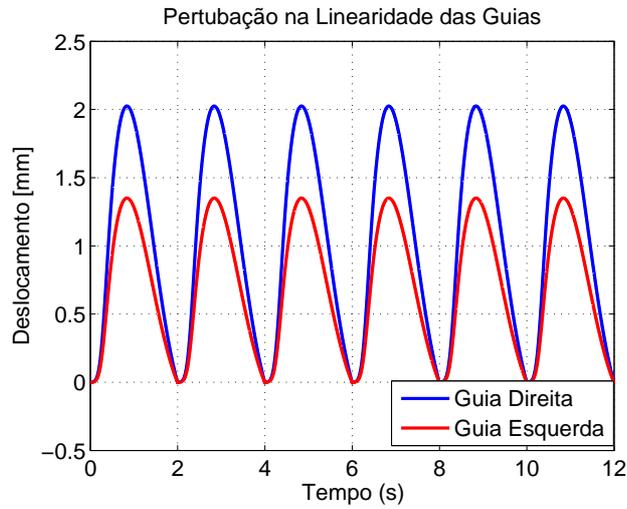
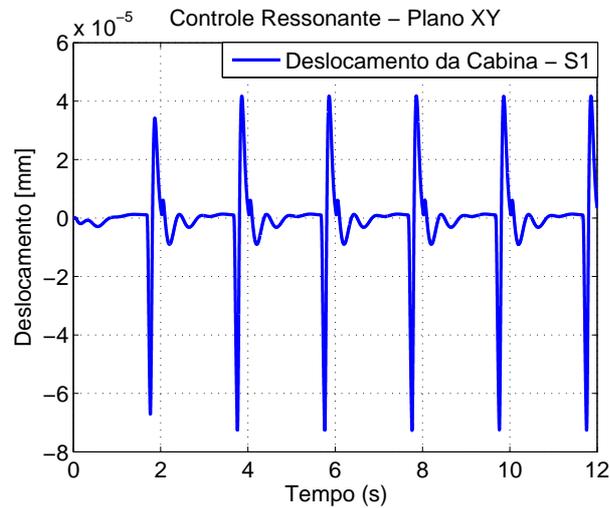


Figura 38 – Comparativo entre o Deslocamento de Cabina e a Perturbação Inserida no Sistema  $XY$

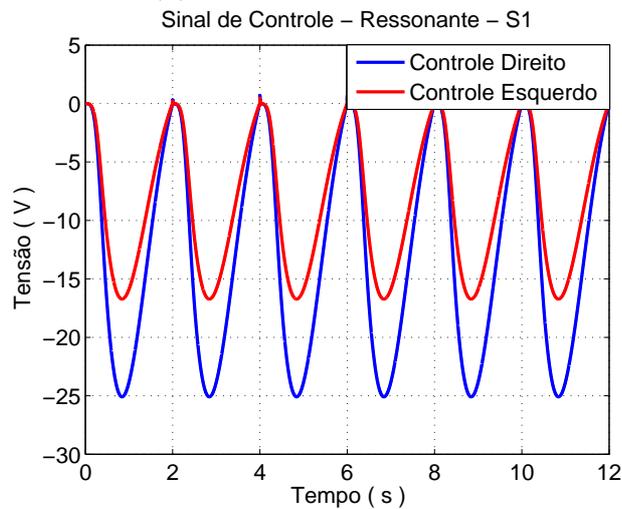
3.7.1.1 Perturbação S1



(a) Situação 1



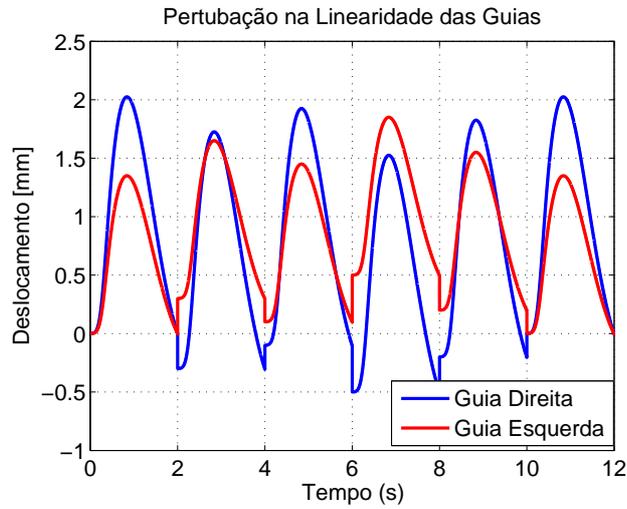
(b) Deslocamento da Cabina



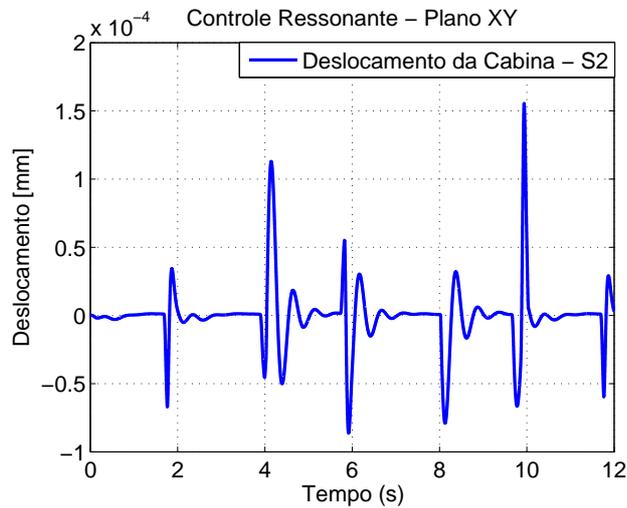
(c) Sinal de Controle

Figura 39 – Saída do sistema considerando diferentes configurações do controlador Múltiplo Ressonante para um distúrbio do tipo S1

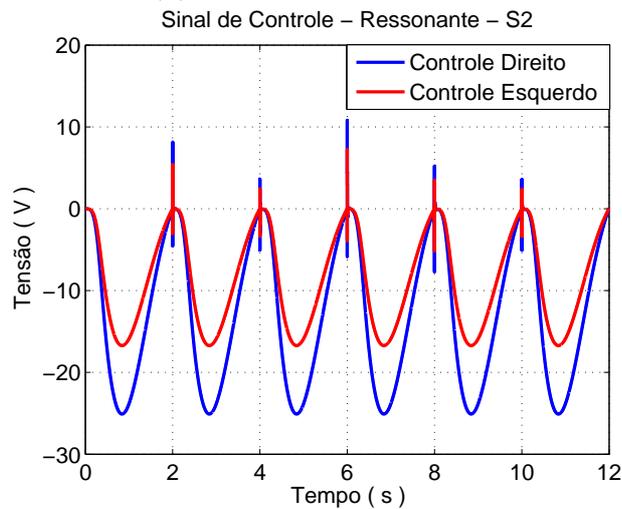
3.7.1.2 Perturbação  $S_2$



(a) Situação 2



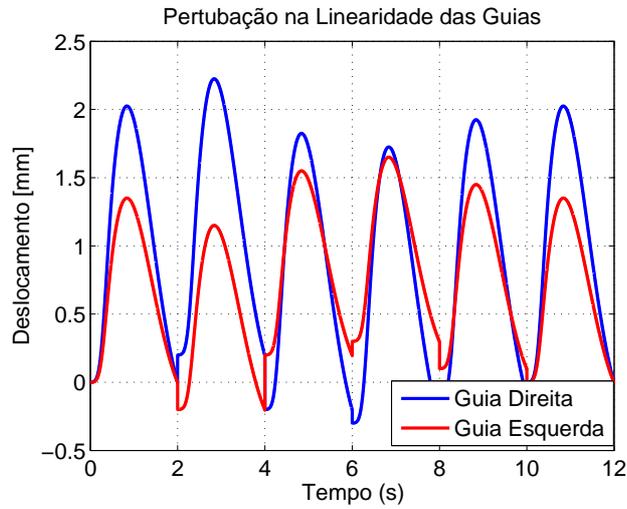
(b) Deslocamento da Cabina



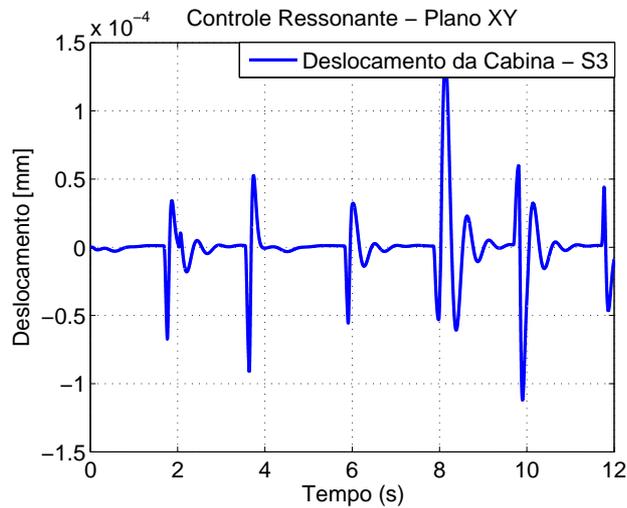
(c) Sinal de Controle

Figura 40 – Saída do sistema considerando diferentes configurações do controlador Múltiplo Ressonante para um distúrbio do tipo  $S_2$

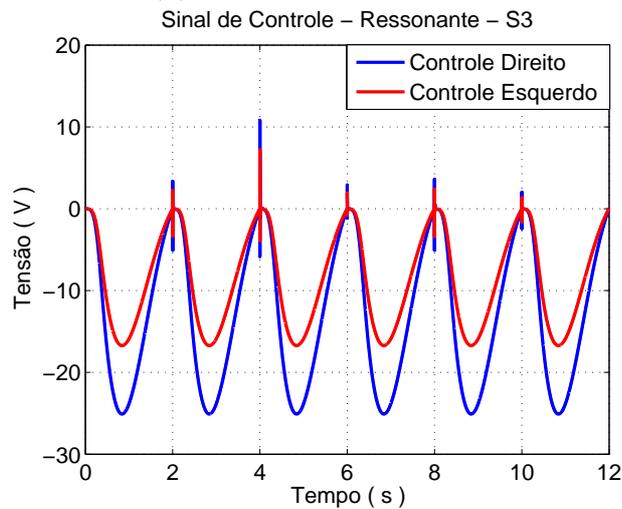
3.7.1.3 Perturbação  $S_3$



(a) Situação 3



(b) Deslocamento da Cabina



(c) Sinal de Controle

Figura 41 – Saída do sistema considerando diferentes configurações do controlador Múltiplo Ressonante para um distúrbio do tipo  $S_3$

### 3.7.2 Situações de Ensaio

Nas Figuras 42 e 43 são apresentados o comportamento da saída do sistema e a magnitude do sinal de controle para as situações de distúrbio  $S4$  e  $S5$  respectivamente, onde os resultados são demonstradas para diferentes configurações do controlador Múltiplo Ressonante.

Como esperado, o deslocamento da cabina diminui quando o sistema está em regime permanente conforme o número de harmônicas compensadas aumenta.

A amplitude do sinal de controle permanece dentro dos limites estabelecidos pelos parâmetros do sistema conforme definidos na Seção 3.5.

#### 3.7.2.1 Perturbação $S4$

Os ganhos obtidos pelas LMIs para os controladores Múltiplo Ressonante com compensação para as 3<sup>a</sup>, 5<sup>a</sup> e 7<sup>a</sup> harmônicas quando perturbados por distúrbio do tipo senoidal são descritos a seguir conforme segue:

$$F_{P_3} = \begin{bmatrix} -0.0702 & -0.0001 & -2.7705 & -0.0563 & -0.0201 & -0.0000 & -0.0984 & -0.0096 \\ -0.0161 & -0.0000 & -2.7132 & -0.0546 & -0.0677 & -0.0001 & 0.0893 & 0.0092 \end{bmatrix} 1 \times 10^6$$

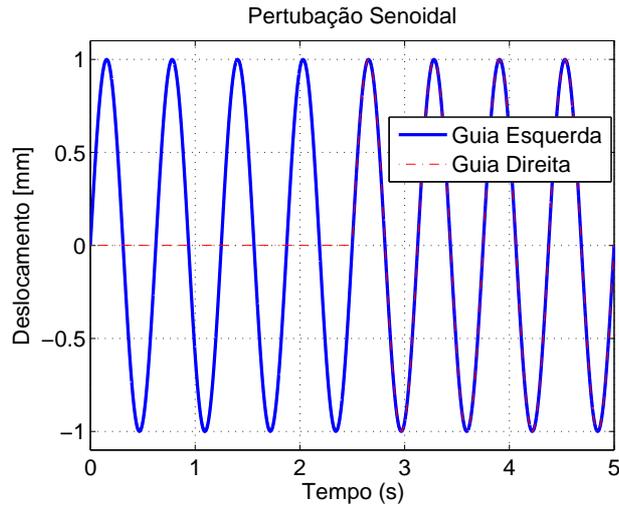
$$F_{C_3} = \begin{bmatrix} 0.1753 & -0.7047 & 0.3350 & -6.7779 \\ 0.1692 & -0.6953 & 0.3303 & -6.6937 \end{bmatrix} 1 \times 10^8$$

$$F_{P_5} = \begin{bmatrix} -0.0586 & -0.0001 & -5.9092 & -0.0798 & -0.0088 & -0.0000 & -0.1280 & -0.0111 \\ -0.0152 & -0.0000 & -5.9231 & -0.0808 & -0.0583 & -0.0001 & 0.1222 & 0.0102 \end{bmatrix} 1 \times 10^6$$

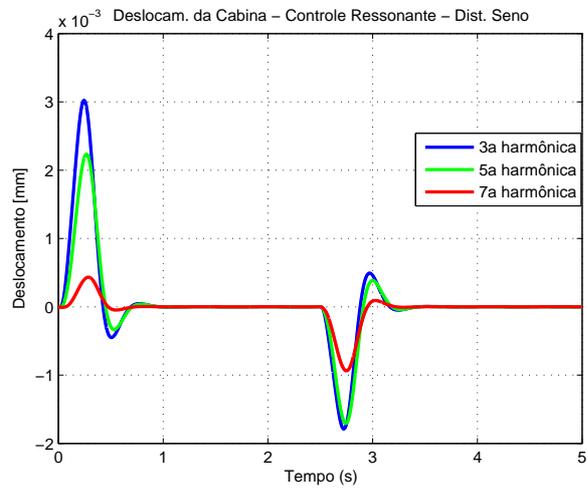
$$F_{C_5} = \begin{bmatrix} 0.0196 & -0.1122 & 0.0247 & -1.6253 & 0.1016 & -3.4080 \\ 0.0188 & -0.1131 & 0.0231 & -1.6437 & 0.1021 & -3.5460 \end{bmatrix} 1 \times 10^9$$

$$F_{P_7} = \begin{bmatrix} -0.0061 & -0.0000 & -1.3255 & -0.0127 & -0.0006 & 0.0000 & -0.0127 & -0.0011 \\ -0.0008 & 0.0000 & -1.2928 & -0.0125 & -0.0063 & -0.0000 & 0.0083 & 0.0009 \end{bmatrix} 1 \times 10^7$$

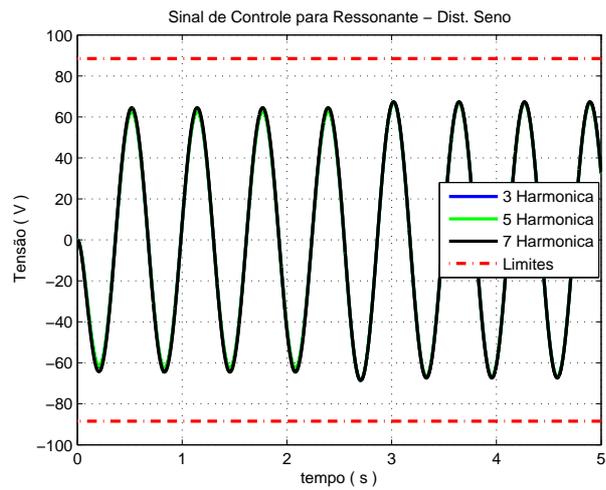
$$F_{C_7} = \begin{bmatrix} 0.0030 & -0.0185 & 0.0018 & -0.2722 & 0.0091 & -1.0168 & 0.0331 & -0.8713 \\ 0.0029 & -0.0184 & 0.0017 & -0.2657 & 0.0088 & -0.9929 & 0.0322 & -0.8518 \end{bmatrix} 1 \times 10^{10}$$



(a) Situação 4 - Seno



(b) Deslocamento da Cabina



(c) Sinal de Controle

Figura 42 – Saída do sistema considerando diferentes configurações do controlador Múltiplo Ressonante para um distúrbio do tipo  $S_4$

3.7.2.2 Perturbação  $S5$ 

Os ganhos obtidos pelas LMIs para os controladores Múltiplo Ressonante com compensação para as 3<sup>a</sup>, 5<sup>a</sup> e 7<sup>a</sup> harmônicas quando perturbados por distúrbio do tipo triangular são descritos a seguir conforme segue:

$$F_{P_3} = \begin{bmatrix} -0.0080 & -0.0000 & -1.1139 & -0.0138 & 0.0037 & 0.0000 & -0.0161 & -0.0019 \\ -0.0019 & -0.0000 & -1.0807 & -0.0137 & -0.0034 & -0.0000 & 0.0342 & 0.0019 \end{bmatrix} 1 \times 10^7$$

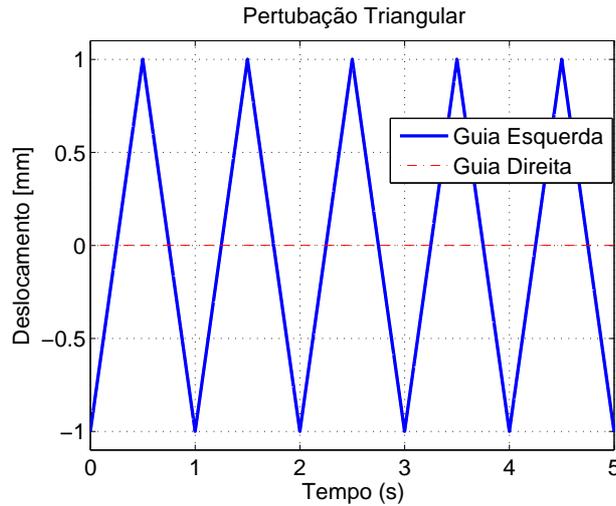
$$F_{C_3} = \begin{bmatrix} 0.3310 & 0.8517 & 0.0661 & 4.8099 \\ 0.3196 & 0.8294 & 0.0633 & 4.6188 \end{bmatrix} 1 \times 10^9$$

$$F_{P_5} = \begin{bmatrix} -0.0070 & -0.0000 & -1.1089 & -0.0115 & -0.0011 & -0.0000 & -0.0209 & -0.0016 \\ -0.0021 & -0.0000 & -1.1232 & -0.0117 & -0.0063 & -0.0000 & 0.0247 & 0.0017 \end{bmatrix} 1 \times 10^7$$

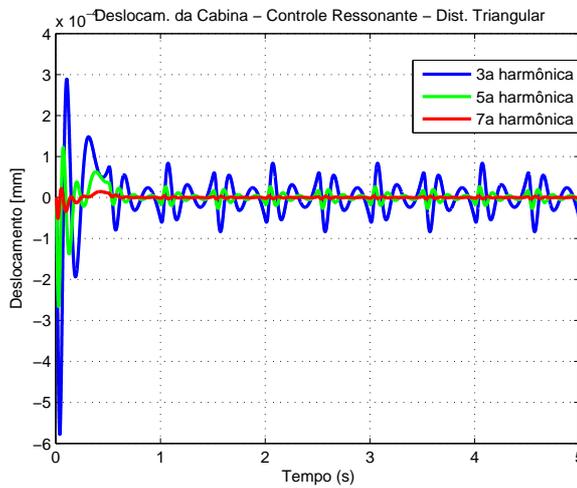
$$F_{C_5} = \begin{bmatrix} 0.2299 & 0.1596 & 0.2374 & 2.1000 & 0.0525 & 7.4536 \\ 0.2218 & 0.1040 & 0.2428 & 1.9445 & 0.0591 & 7.5819 \end{bmatrix} 1 \times 10^9$$

$$F_{P_7} = \begin{bmatrix} -0.0058 & -0.0000 & -1.8714 & -0.0152 & -0.0025 & -0.0000 & -0.0221 & -0.0014 \\ -0.0004 & 0.0000 & -1.8510 & -0.0150 & -0.0072 & -0.0000 & 0.0163 & 0.0015 \end{bmatrix} 1 \times 10^7$$

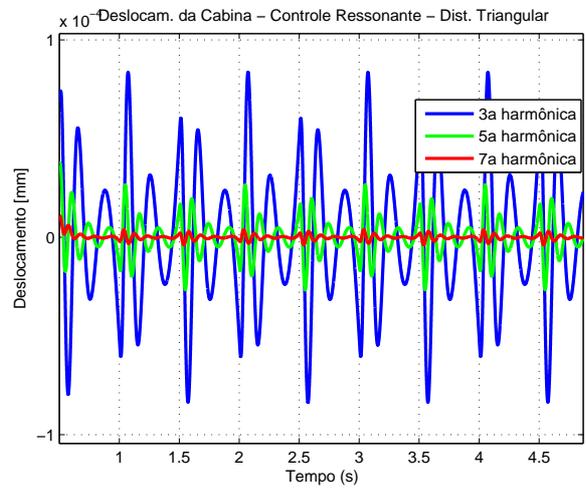
$$F_{C_7} = \begin{bmatrix} 0.0301 & -0.0054 & 0.0390 & 0.0099 & 0.0469 & 0.8458 & -0.0015 & 2.0278 \\ 0.0304 & -0.0048 & 0.0390 & 0.0195 & 0.0464 & 0.8572 & -0.0021 & 2.0169 \end{bmatrix} 1 \times 10^{10}$$



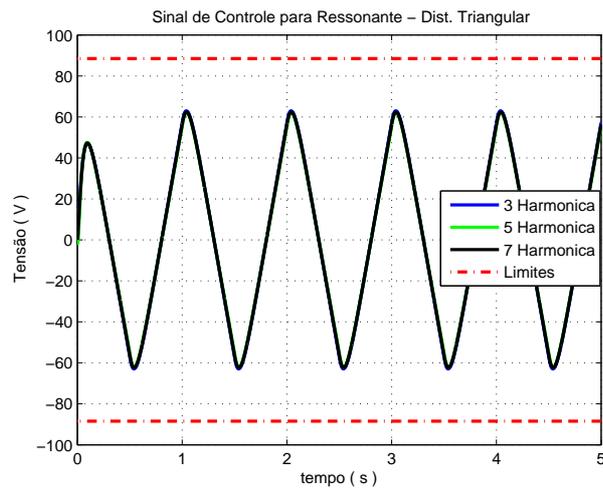
(a) Situação 5 - Triangular



(b) Deslocamento da Cabina



(c) Detalhe do Deslocamento da Cabina



(d) Detalhe em regime permanente

Figura 43 – Saída do sistema considerando diferentes configurações do controlador Múltiplo Ressonante para um distúrbio do tipo  $S_5$

## 3.8 Considerações Finais

Os resultados das simulações foram divididas em duas partes que representam a composição dos dois planos ortogonais discutidos neste trabalho. Primeiramente foram apresentadas as simulações para o plano  $YZ$  e posteriormente foram descritas as simulações para o plano  $XY$ .

Em cada plano ortogonal considerado nas simulações foram simuladas diferentes situações de distúrbio conforme descrito na Seção 3.5.

A partir da descrição das situações de distúrbios as mesmas foram divididas em dois grupos:

- Situações Intrínsecas que caracterizam os distúrbio que estão presentes no sistema elevador fazendo parte das fontes de vibrações da cabina e as
- Situações de Ensaio as quais foram utilizadas para avaliar o comportamento do Controlador Múltiplo Ressonante em relação aos limites do sistema.

A partir do cálculo das FFTs dos sinais de perturbação inseridos no sistema definiu-se que para as Situações Intrínsecas somente a frequência fundamental necessitou ser compensada pois suas frequências harmônicas não apresentam magnitudes importantes.

### 3.8.1 Situações Intrínsecas

Para as Situações Intrínsecas a saída de interesse do sistema, que no caso deste trabalho é o deslocamentos da cabina, apresentou uma amplitude menor em relação a amplitude dos distúrbios inseridos no sistema onde pode-se comprovar graficamente que as vibrações da cabina praticamente não são perceptíveis durante toda a inserção das perturbações.

O sinal de controle apresentou em todas nas simulações, picos de amplitude nos pontos de conexão entre guias do elevador o que demonstram uma reação do controlador para compensar estas irregularidade mantendo o posicionamento de cabina o mais invariante possível. Mesmo com a existência destes picos de amplitude o sinal de controle esteve abaixo dos limites estabelecidos na Seção 1.7.1.4.

### 3.8.2 Situações de Ensaio

Para as Situações de Ensaio foram utilizadas configurações do controlador Múltiplo Ressonante que compensaram as 3<sup>a</sup>, 5<sup>a</sup> e 7<sup>a</sup> frequências harmônicas. A partir da 7<sup>a</sup> harmônica os resultados de desempenho do controlador não foram significativos conforme análise da Tabela 2 sendo assim foi definido que somente estas compensações seriam necessárias.

Como observado nos resultados das simulações conforme o acréscimo do número de harmônicas compensadas o controlador Múltiplo Ressonante apresentou uma melhora no seu desempenho.

Mesmo em situações atípicas ao funcionamento normal do elevador, os deslocamentos da cabina em relação a amplitude dos distúrbios foram menores que a amplitude da perturbação inserida.

Para o caso do distúrbio descrito pela situação *S4* foram aplicadas perturbações em ambos os lados da cabina mais em momentos diferentes como se houvessem uma irregularidade somente a partir do centro de uma guia.

As simulações demonstram um deslocamento maior da cabina enquanto o distúrbio é inserido somente em um dos lados e conseqüentemente o controle ressonante aplica um sinal de controle maior. A partir da inserção da perturbação no outro lado da cabina o deslocamento diminui pois os distúrbios de ambos os lados estão em contra fase e o efeito de um lado compensa o lado oposto. Por esse fato pode-se observar uma diminuição do sinal de controle inserido pelo controlador.

O sinal de controle, para estas situações, apresentou um comportamento similar ao sinal de perturbação demonstrando que o controle atua para corrigir as vibrações inseridas no sistema. Os valores de amplitude deste sinal permaneceram dentro dos limites estabelecidos na Seção 1.7.1.4.

## 4 Controladores Repetitivos

### 4.1 Introdução

Neste capítulo será desenvolvido as particularidades do controlador repetitivo para controlar o sistema de roletes de guias ativos. Este tipo de controlador foi apresentado na Seção 1.5.3. Serão apresentadas as implementações e simulações para os planos  $YZ$  e  $XY$ .

Primeiramente serão definidas as matrizes aumentadas do sistema e as condições de LMIs para o calculo dos ganhos do controlador.

Assim como no capítulo anterior a partir dos auto valores da planta será definido os parâmetros do ganho  $L$  do observador e por último, será apresentado e analisado os resultados para os 3 tipos de distúrbios sugeridos por este trabalho.

Para este controlador também será considerado um sinal de referência  $r(t) = 0$

### 4.2 Formulação Básica

Neste trabalho, para a elaboração do controle dos roletes de guias ativos através do controlador repetitivo assume-se a seguinte formulação do controlador repetitivo no espaço de estados (Bonan et al., 2011)

$$\begin{aligned} \dot{x}_{rc}(t) &= -\omega_c x_{rc}(t) + \omega_c x_{rc}(t - \tau) + \omega_c e(t - \tau) \\ y_{rc}(t) &= x_{rc}(t) + e(t) \end{aligned} \quad (44)$$

onde  $x_{rc}(t)$  é o estado relativo ao filtro passa baixa.

Considerando que as definições do estado aumentado planta-controlador podem ser utilizadas igualmente no plano  $YZ$  e no plano  $XY$  temos então que:

$$x_a(t) = \begin{bmatrix} x(t)' & x_{rc}(t)' \end{bmatrix}' \in \mathbb{R}^{n+1},$$

Segue que:

$$\dot{x}_a(t) = A_a x_a(t) + A_d x_a(t - \tau) + B_a u(t) + B_{ar} r(t - \tau) + B_{ad} d(t) \quad (45)$$

Sendo:

$$A_a = \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & -\omega_c \end{bmatrix}, A_d = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -C\omega_c & \omega_c \end{bmatrix}$$

$$B_a = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}, B_{ar} = \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_c \end{bmatrix}, B_{ad} = \begin{bmatrix} B_d \\ 0 \end{bmatrix}$$

O sinal de controle  $u(t)$  é definido como:

$$u(t) = F_p x(t) + F_c y_{rc}(t) = F x_a(t) + F_c r(t) \quad (46)$$

O qual resulta em:

$$\dot{x}_a(t) = (A_a + B_a F)x_a(t) + A_d x_a(t - \tau) + B_q q(t) \quad (47)$$

Onde:

$$q(t) = [r(t - \tau)' \quad r(t)' \quad d(t)']'$$

e

$$F = \begin{bmatrix} (F_p - C F_c)' \\ F_c' \end{bmatrix}', \quad B_q = \begin{bmatrix} 0 & B F_c & B_d \\ \omega_c & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

### 4.3 Condições LMI para Análise do Ganho F

Devido ao atraso inserido pelo controlador repetitivo, a estabilidade do sistema será abordada através dos funcionais de Lyapunov-Krasovskii (Gu; Kharitonov; Chen, 2003). Neste caso, a análise é feita em relação a trajetória  $x_a(\theta)$ ,  $\theta \in [t - \tau, t]$  originada pela função inicial  $\phi(\vartheta)$ ,  $\vartheta \in [-\tau, 0]$ . Além da garantia de estabilidade e o mesmo critério de minimização de custo estabelecido no controlador ressonantes também foi incorporado ao problema de estabilização o critério de menor energia com:

**CP1:** Minimizar a função custo:

$$J(\phi(t), u) := \|z(t)\|_2^2 = \int_0^\infty z(t)' z(t) dt \quad (48)$$

**CP2:** Garantia de uma taxa de decaimento exponencial  $\alpha$  tal que:

$$\|x_a(t)\| \leq \beta \|\phi\|_\tau e^{-\alpha t}$$

sendo  $\beta$  uma constante positiva.

Em face destes critérios, em Bonan et al. (2011) é apresentado o seguinte teorema:

**Teorema 4.3.1.** *Dados  $\omega_c$  e  $\alpha$ , se existirem as matrizes simétricas definidas positivas  $W, S \in \mathbb{R}^{7 \times 7}$ , uma matriz  $Y \in \mathbb{R}^{2 \times 7}$  e o escalar positivo  $\lambda$  tal que a LMI  $He\{X\} = X + X'$*

$$\begin{bmatrix} He\{A_a W + B_a Y\} + S + 2\alpha W & e^{\alpha\tau} A_d W & WC'_p + Y' D'_p \\ e^{\alpha\tau} W A'_d & -S & 0 \\ C_p W + DY & 0 & -\lambda I_{n_z} \end{bmatrix} < 0 \quad (49)$$

*seja verificada, então o sistema em malha fechada (47) com  $F = YW^{-1}$  é assintoticamente estável e a função custo (48) satisfaz  $\|z(t)\|_2^2 \leq \lambda V(0)$  com:*

$$V(0) = x_a(0)' W^{-1} x_a(0) + \int_{-\tau}^0 x_a(\theta)' P S^{-1} P x_a(\theta) d\theta$$

A Figura 44 apresenta o modelo do controlador repetitivo utilizado nas simulações deste trabalho onde são utilizados os ganhos calculados pela LMI representados por  $F_c$  e  $F_p$ .

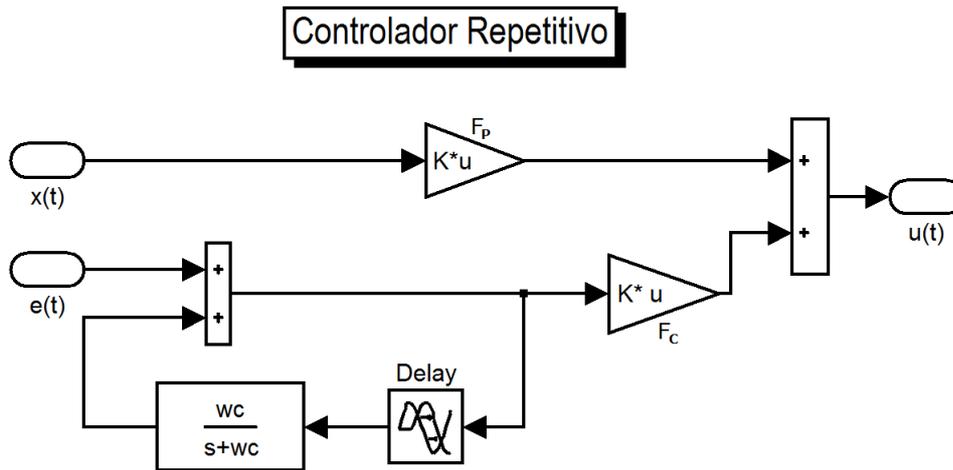


Figura 44 – Controlador Repetitivo com os ganhos por LMI

## 4.4 Observador de Estados no Controlador Repetitivo

Os mesmos motivos que levaram a implementação de um observador de estados no controlador ressonante também serviram de base para a inclusão de um observador no controlador repetitivo. Sendo assim a determinação do ganho  $L$  para uma dinâmica 20 vezes mais rápida é descrita a seguir. Os auto valores esperados para o sistema em malha fechada são:

$$AutoValores_{planta_{YZ}} = \begin{bmatrix} -167.64 \\ -2.62 \\ -18.34 + 123.01i \\ -18.34 - 123.01i \\ -17.91 + 122.54i \\ -17.91 - 122.54i \end{bmatrix}$$

$$AutoValores_{planta_{XY}} = \begin{bmatrix} -787.45 \\ -787.34 \\ -337.15 \\ -3.1581 + 12.138i \\ -3.1581 - 12.138i \\ -19.488 \\ -18.527 \\ -2.8068 \end{bmatrix}$$

$$G = 20$$

$$AA_{desejado} = G * [AA_{planta}; -w_{d1}; -w_{d1} - 1; -w_{d2}; -w_{d2} - 1]$$

$$AutoValores_{desejados_{YZ}} = \begin{bmatrix} -3352.8 \\ -52.3 \\ -366.8 + 2460.3i \\ -366.8 - 2460.3i \\ -358.1 + 2450.7i \\ -358.1 - 2450.7i \\ -201.1 \end{bmatrix}$$

$$AutoValores_{desejados_{XY}} = \begin{bmatrix} -15749 \\ -15747 \\ -6743 \\ -63.162 + 242.76i \\ -63.162 - 242.76i \\ -389.75 \\ -370.53 \\ -56.136 \\ -125.66 \end{bmatrix}$$

$$L = place(A'_{OBS}, C'_{OBS}, AA_{desejado})'$$

$$L_{YZ} = \begin{bmatrix} 0.0010 & -0.0001 & -0.0001 \\ 6.3536 & 0.2410 & -0.0803 \\ -0.0029 & -0.0184 & -0.0000 \\ -0.0002 & 0.0035 & -0.0007 \\ -0.0001 & -0.0001 & 0.0011 \\ -0.1176 & 0.8482 & 6.3380 \\ -0.1165 & 0.0046 & 0.0712 \\ 0.1478 & 0.0031 & -0.0360 \\ 0.0725 & -0.0147 & -0.1180 \\ -0.0368 & 0.0215 & 0.1479 \end{bmatrix} 1 \times 10^6$$

$$L_{XY} = \begin{bmatrix} 0.0012 & -0.0004 & -0.0000 \\ -0.2702 & -0.0303 & 0.0244 \\ -0.0003 & -0.0005 & 0.0010 \\ -0.0005 & 0.0011 & -0.0000 \\ -0.0000 & -0.0000 & 0.0015 \\ 0.0078 & 0.1212 & -0.5318 \\ 0.0580 & -0.1315 & -0.0944 \\ 3.8586 & -6.3132 & -1.9809 \\ 0.0044 & -0.0012 & 0.0041 \end{bmatrix} 1 \times 10^7$$

## 4.5 Parâmetros Utilizados nas Simulações

Nas simulações realizadas para o controlador Repetitivo foram utilizados os mesmos parâmetros e as mesmas situações aplicados para o controlador Múltiplo Ressonante. Desta maneira pode-se fazer comparações entre o desempenho dos controladores em relação ao deslocamento de cabina e a amplitude do sinal de saída.

Para as Simulações Intrínsecas os parâmetros de desempenho da  $\mathcal{D}$ -estabilidade foram definidas como  $\omega_c = 2\pi 0.5 \text{ Hz}$  e o ângulo  $\alpha = 1.3$ . Para as Simulações de Ensaio, os parâmetros de desempenho da  $\mathcal{D}$ -estabilidade foram consideradas uma frequência de corte do filtro  $\omega_c = 1$  e um angula  $\alpha = 2.6$ .

## 4.6 Simulações para o Plano $YZ$

Da mesma forma como foi realizado para o controlador Múltiplo Ressonante, as simulações para o plano  $YZ$  estão divididas em Situações Intrínsecas e Situações de Ensaio conforme já descrito anteriormente.

Para cada um dos resultados apresentados serão descrito os ganhos calculados pelas LMIs, os quais foram aplicados no controlador Múltiplo Ressonante, e as representações gráficas do deslocamento de cabina e do sinal de controle para cada uma das situações descritas na Seção 3.5. Também serão apresentadas as análises dos resultados das simulações conforme cada situação.

#### 4.6.1 Situações Intrínsecas

Os ganhos  $F$  obtidos pelas LMIs para o controlador repetitivo estão descritos a seguir conforme segue:

$$F_{P_{YZ}} = \begin{bmatrix} -0.0054 & -0.0001 & -2.8793 & -0.0605 & -0.0054 & -0.0001 \\ -0.0054 & -0.0001 & -2.8793 & -0.0605 & -0.0054 & -0.0001 \end{bmatrix} 1 \times 10^7$$

$$F_{C_{YZ}} = \begin{bmatrix} 2.7054 \\ 2.7054 \end{bmatrix} 1 \times 10^7$$

Nas Figuras 46, 47 e 48 são apresentados o comportamento da saída da planta e do sinal de controle para cada uma das situações  $S1$ ,  $S2$  e  $S3$  respectivamente. Ao analisar os resultados das simulações pode-se perceber que a saída de interesse do sistema, neste caso o deslocamento da cabina, sofre alterações com a inclusão de degraus na curva de linearidade. São percebidos alguns picos de posicionamento e nestes mesmos pontos existem um aumento na tensão de controle para corrigir estas alterações e quanto maior o degrau de amplitude maior o aumento da tensão de controle.

Na Figura 45 é apresentado um comparativo entre a magnitude do distúrbio em relação a magnitude do deslocamento da cabina.

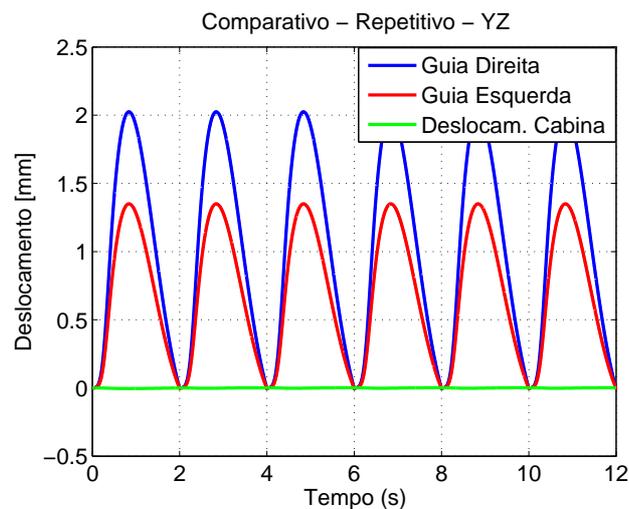
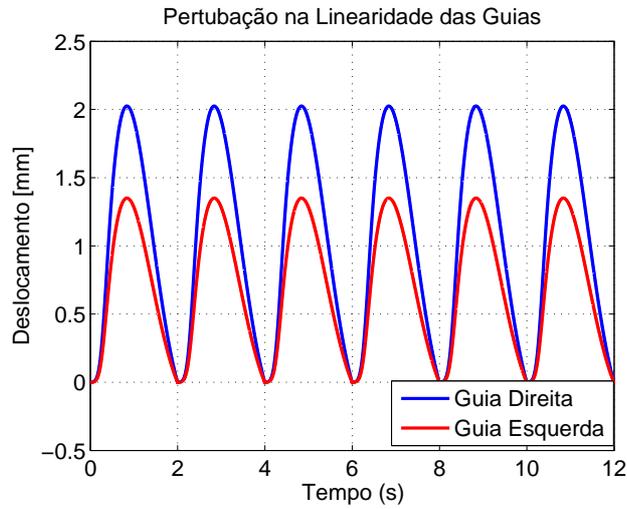
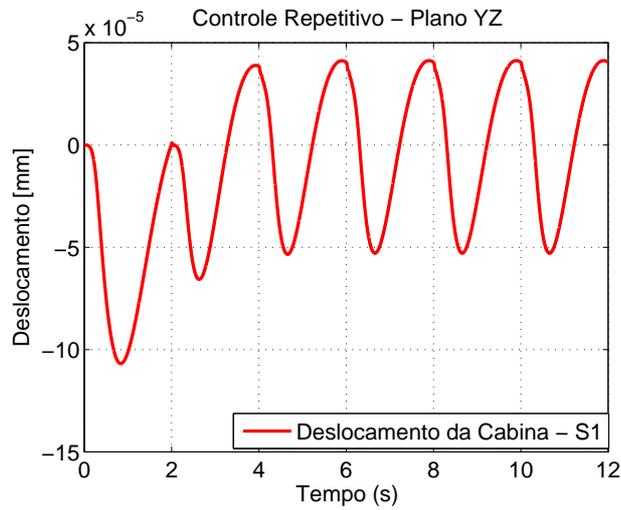


Figura 45 – Comparativo entre o Deslocamento de Cabina e a Perturbação Inserida no Sistema YZ

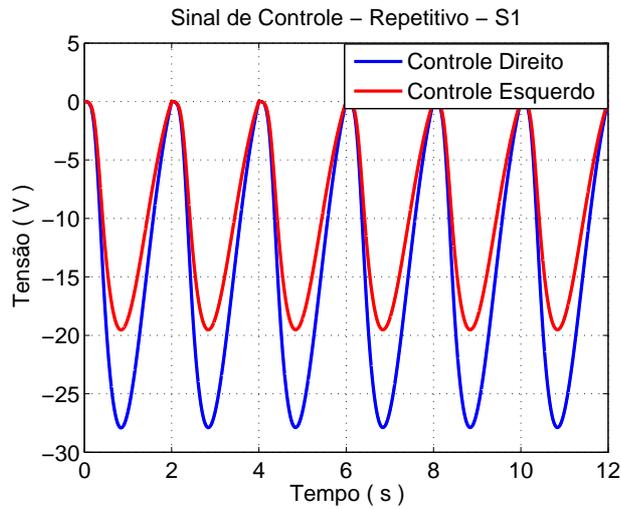
4.6.1.1 Perturbação S1



(a) Situação 1



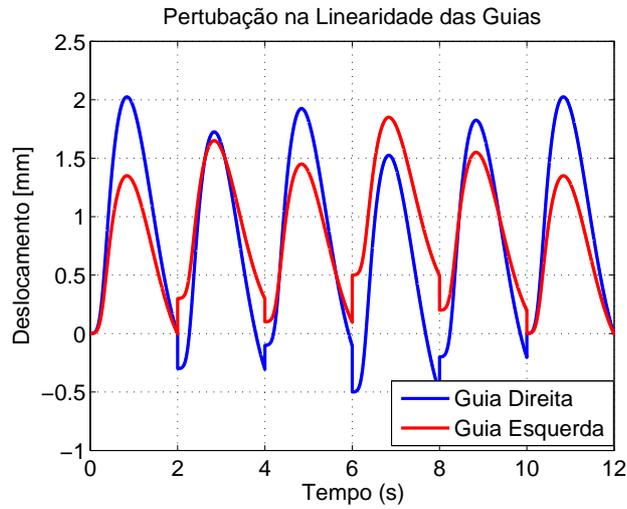
(b) Deslocamento da Cabina



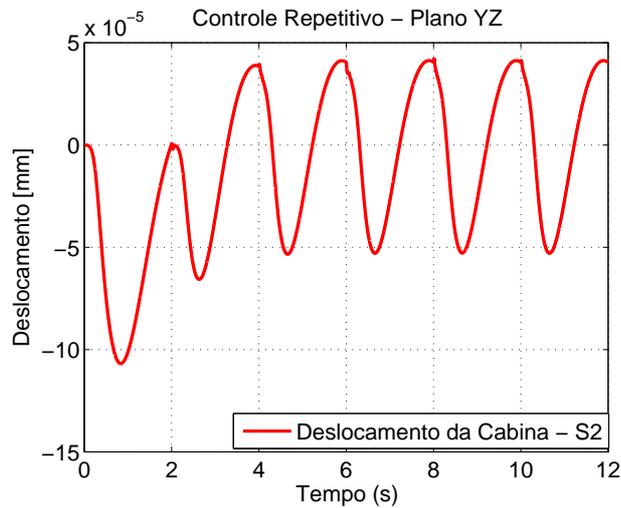
(c) Sinal de Controle

Figura 46 – Saída do sistema com controlador Repetitivo para um distúrbio do tipo S1

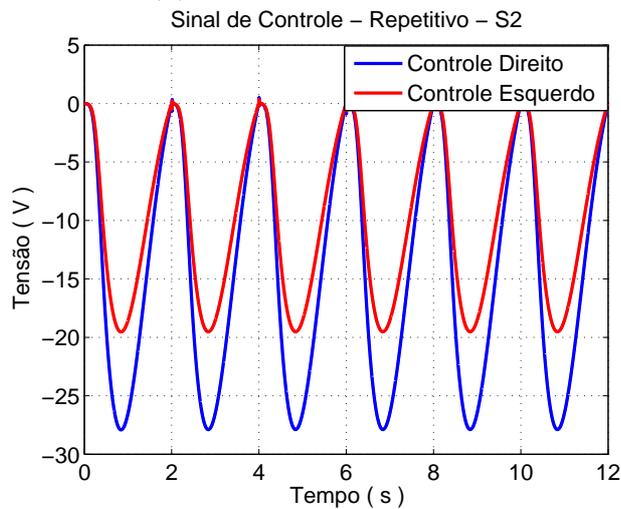
4.6.1.2 Perturbação  $S_2$



(a) Situação 2



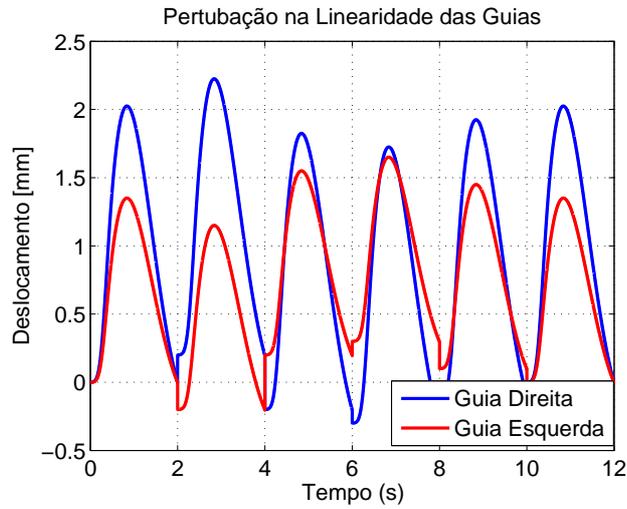
(b) Deslocamento da Cabina



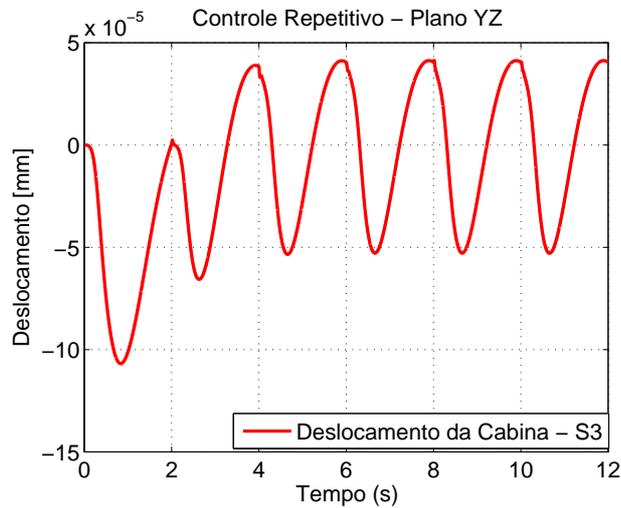
(c) Sinal de Controle

Figura 47 – Saída do sistema com controlador Repetitivo para um distúrbio do tipo  $S_2$

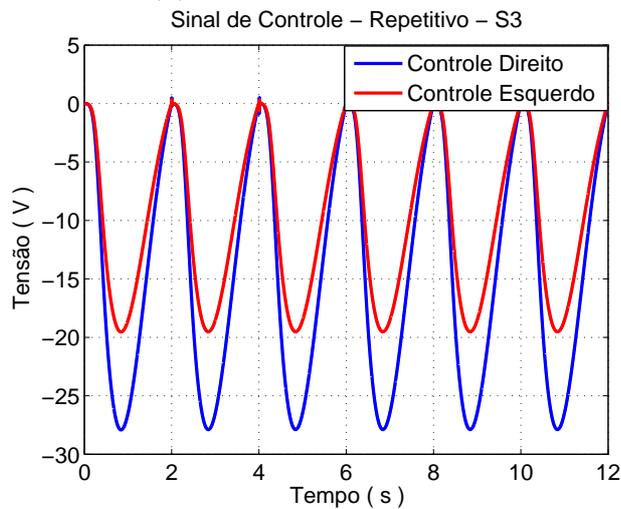
4.6.1.3 Perturbação S3



(a) Situação 3



(b) Deslocamento da Cabina



(c) Sinal de Controle

Figura 48 – Saída do sistema com controlador Repetitivo para um distúrbio do tipo S3

### 4.6.2 Situações de Ensaio

Nas Figuras 49 e 50 são apresentados o comportamento da saída do sistema e a magnitude do sinal de controle para as situações de distúrbio  $S4$  e  $S5$  respectivamente, onde os resultados são demonstradas para diferentes configurações do controlador Repetitivo.

- Distúrbio do tipo senoidal -  $S4$

Os ganhos obtidos pelas LMIs para o controlador repetitivo quando perturbado por distúrbios do tipo seno são descritos a seguir conforme segue:

$$F_{P_{YZ}} = \begin{bmatrix} -0.0092 & -0.0001 & -4.6516 & -0.1193 & -0.0092 & -0.0001 \\ -0.0092 & -0.0001 & -4.6516 & -0.1193 & -0.0092 & -0.0001 \end{bmatrix} 1 \times 10^6$$

$$F_{C_{YZ}} = \begin{bmatrix} 4.3345 \\ 4.3345 \end{bmatrix} 1 \times 10^6$$

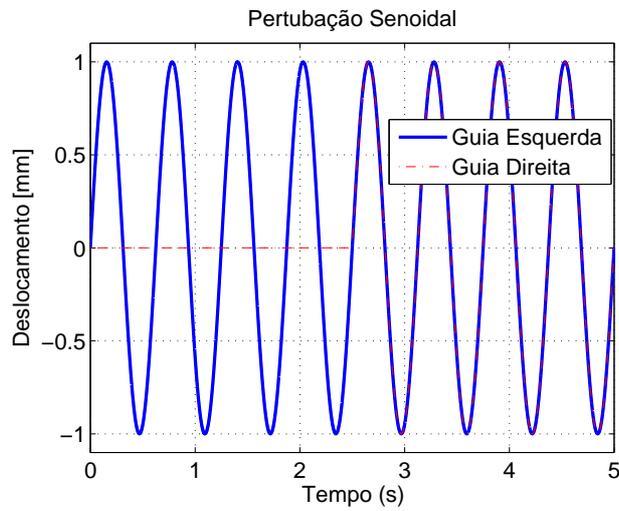
- Distúrbio do tipo triangular -  $S5$

Os ganhos obtidos pelas LMIs para o controlador repetitivo quando perturbado por distúrbios do tipo triangular são descritos a seguir conforme segue:

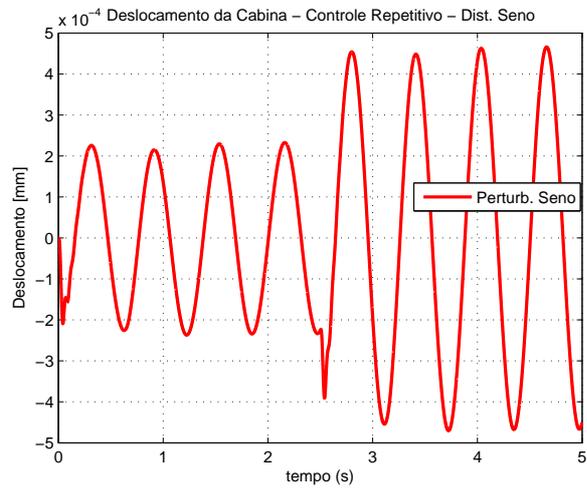
$$F_{P_{YZ}} = \begin{bmatrix} -0.0024 & -0.0000 & -1.3982 & -0.0250 & -0.0024 & -0.0000 \\ -0.0024 & -0.0000 & -1.3982 & -0.0250 & -0.0024 & -0.0000 \end{bmatrix} 1 \times 10^7$$

$$F_{C_{YZ}} = \begin{bmatrix} 1.3133 \\ 1.3133 \end{bmatrix} 1 \times 10^7$$

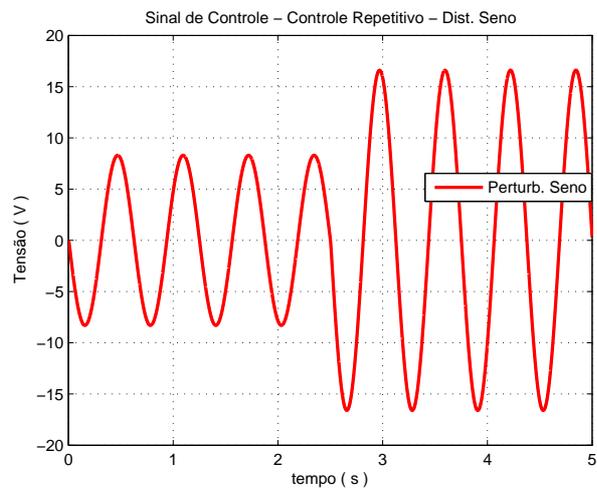
4.6.2.1 Perturbação  $S_4$



(a) Situação 4 - Seno



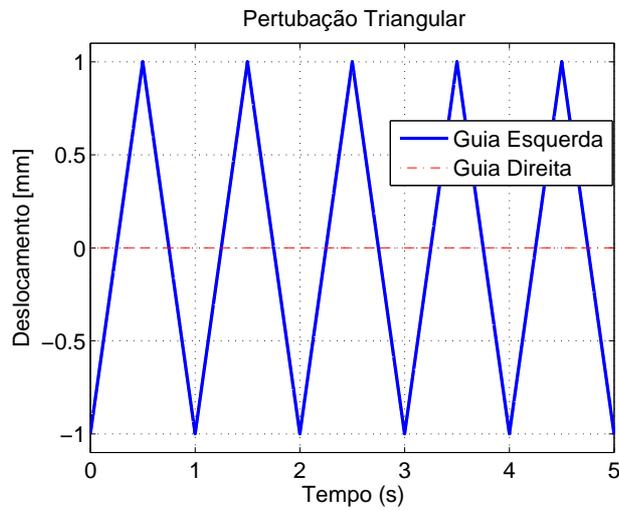
(b) Deslocamento da Cabina



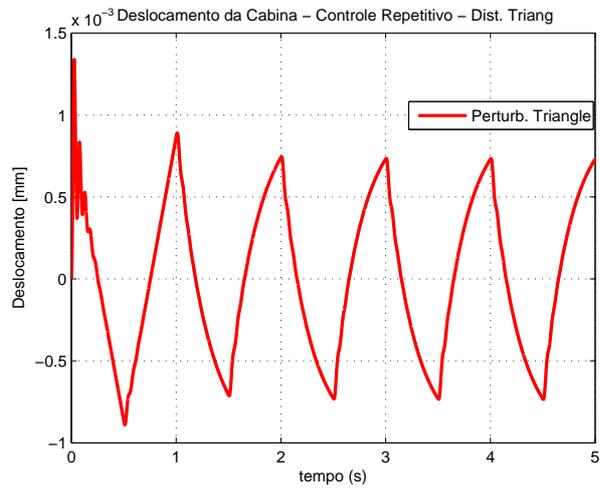
(c) Sinal de Controle

Figura 49 – Saída do sistema com controlador repetitivo para um distúrbio do tipo  $S_4$

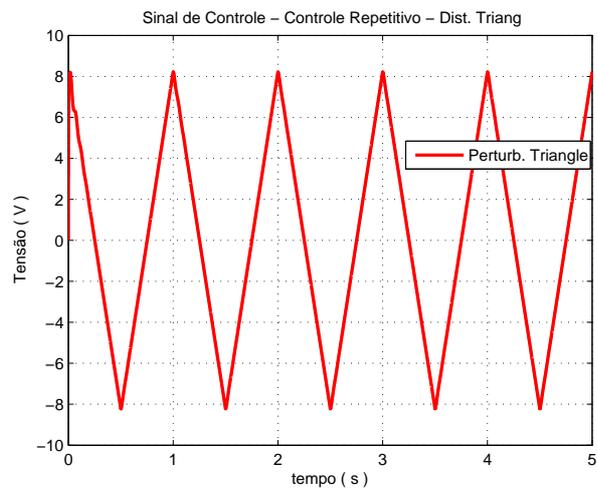
4.6.2.2 Perturbação  $S5$



(a) Situação 5 - Triangular



(b) Deslocamento da Cabina



(c) Sinal de Controle

Figura 50 – Saída do sistema com controlador repetitivo para um distúrbio do tipo  $S5$

## 4.7 Simulações para o Plano $XY$

As simulações para o plano  $XY$ , assim como no plano  $YZ$ , estão divididas em Situações Intrínsecas e Situações de Ensaio e o formato da apresentação dos resultados obtidos também segue o mesmo modelo utilizado anteriormente.

### 4.7.1 Situações Intrínsecas

Os ganhos  $F$  obtidos pelas LMIs para o controlador Repetitivo que foram utilizados no controlador para as Situações Intrínsecas no plano  $XY$  estão descritos a seguir conforme segue:

$$F_{P_{XY}} = \begin{bmatrix} -0.0016 & -0.0000 & -7.8841 & -0.0185 & -0.0016 & -0.0000 & -0.0000 & 0.0000 \\ -0.0016 & -0.0000 & -7.8840 & -0.0185 & -0.0016 & -0.0000 & -0.0000 & 0.0000 \end{bmatrix} 1 \times 10^8$$

$$F_{C_{XY}} = \begin{bmatrix} 7.8304 \\ 7.8304 \end{bmatrix} 1 \times 10^8$$

Nas Figuras 52, 53 e 54 são apresentados o comportamento da saída da planta e do sinal de controle para cada uma das situações  $S1$ ,  $S2$  e  $S3$  respectivamente.

Ao analisar os resultados das simulações pode-se perceber que a saída de interesse do sistema, neste caso o deslocamento da cabina, sofre alterações com a inclusão de degraus na curva de linearidade. São percebidos alguns picos de posicionamento e nestes mesmos pontos existem um aumento na tensão de controle para corrigir estas alterações e quanto maior o degrau de amplitude maior o aumento da tensão de controle.

Na Figura 51 é apresentado um comparativo entre a magnitude do distúrbio em relação a magnitude do deslocamento da cabina.

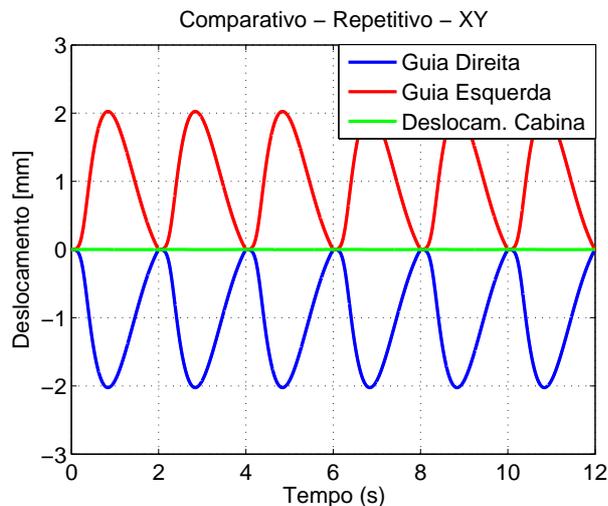
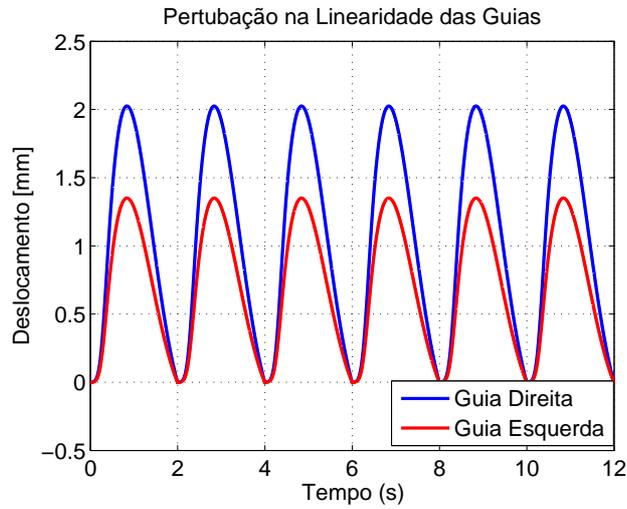
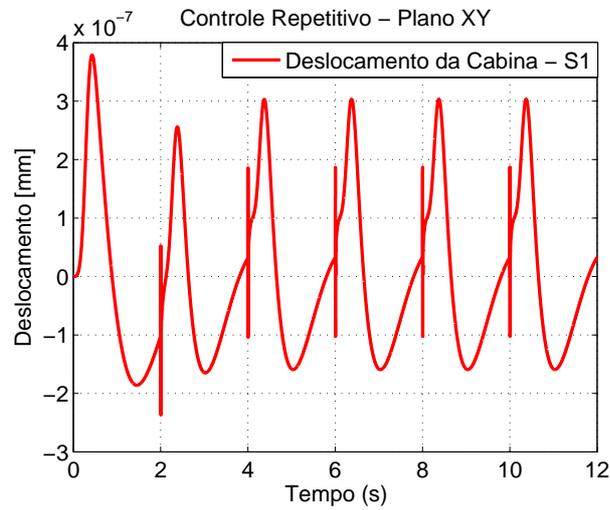


Figura 51 – Comparativo entre o Deslocamento de Cabina e a Perturbação Inserida no Sistema  $XY$

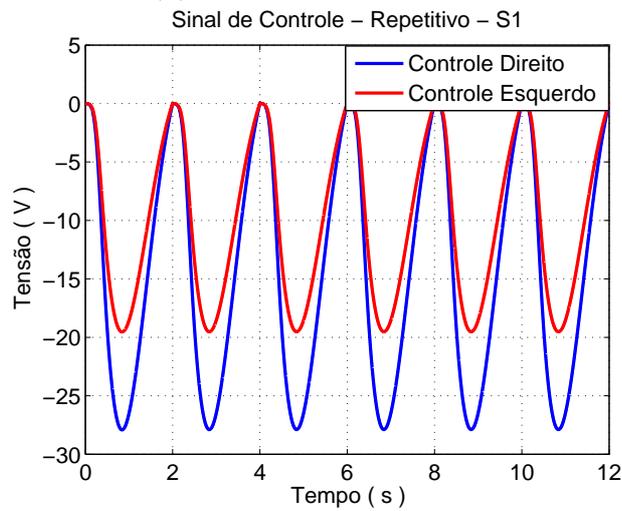
4.7.1.1 Perturbação S1



(a) Situação 1



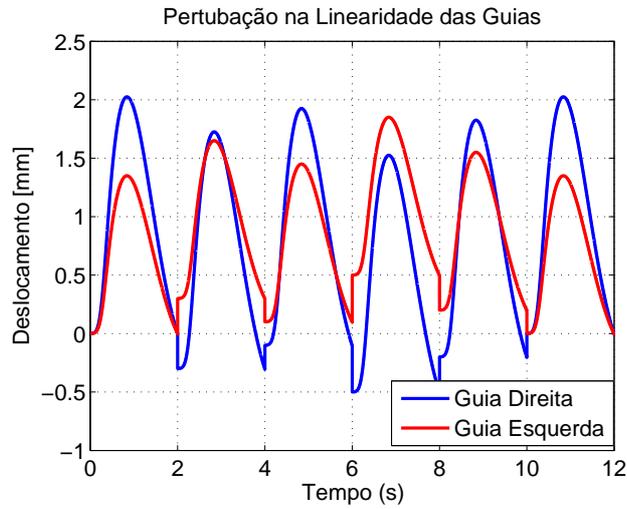
(b) Deslocamento da Cabina



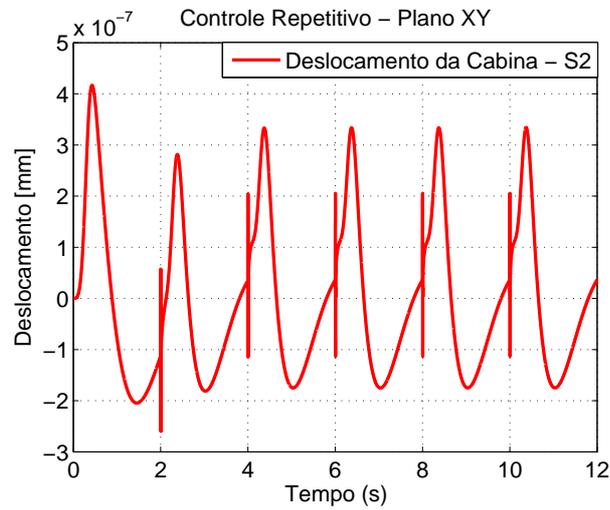
(c) Sinal de Controle

Figura 52 – Saída do sistema com controlador Repetitivo para um distúrbio do tipo S1

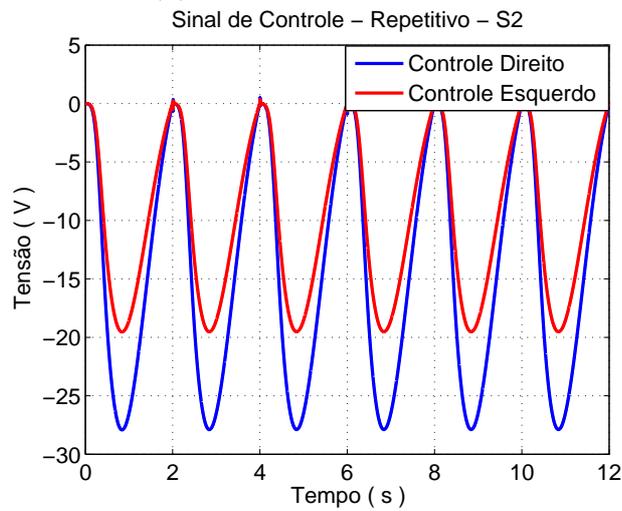
4.7.1.2 Perturbação  $S_2$



(a) Situação 2



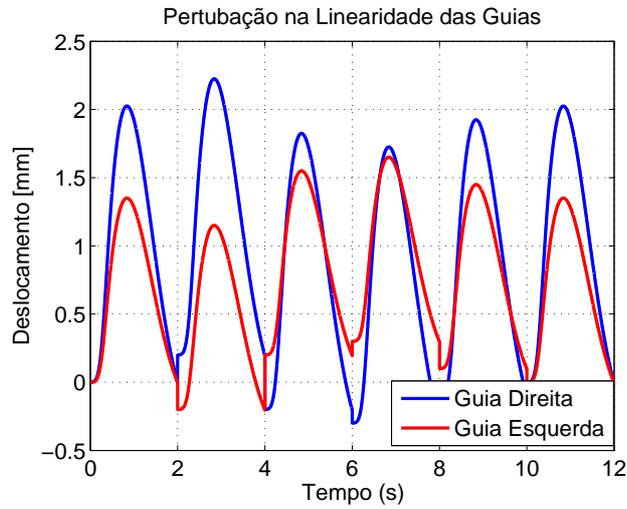
(b) Deslocamento da Cabina



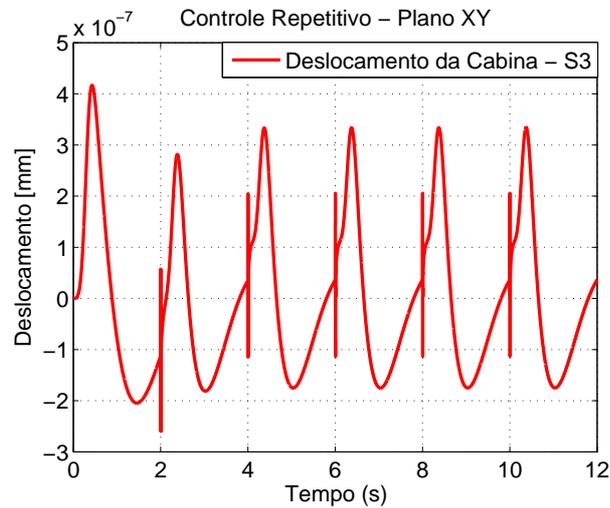
(c) Sinal de Controle

Figura 53 – Saída do sistema com controlador Repetitivo para um distúrbio do tipo  $S_2$

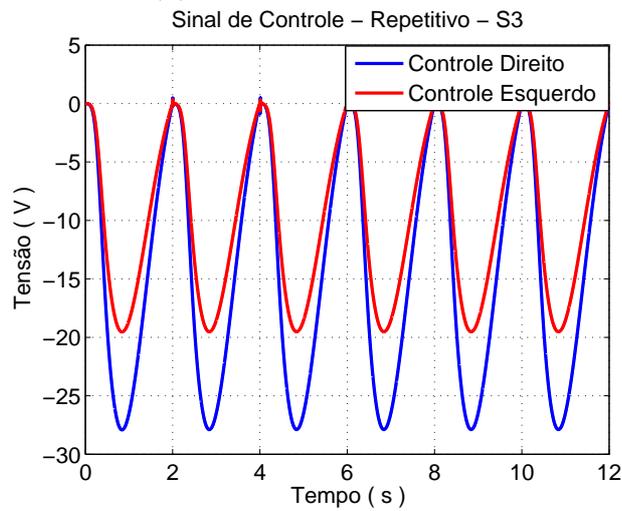
4.7.1.3 Perturbação S3



(a) Situação 3



(b) Deslocamento da Cabina



(c) Sinal de Controle

Figura 54 – Saída do sistema com controlador Repetitivo para um distúrbio do tipo S3

### 4.7.2 Situações de Ensaio

Nas Figuras 55 e 56 são apresentados, para o plano  $XY$ , o comportamento da saída do sistema para distúrbios conforme as situações 4 e 5 respectivamente, onde são demonstradas diferentes configurações do controlador repetitivo.

- Distúrbio do tipo senoidal -  $S4$

Os ganhos obtidos pelas LMIs para o controlador repetitivo quando perturbado por distúrbios do tipo seno são descritos a seguir conforme segue:

$$F_{P_{XY}} = \begin{bmatrix} -0.0467 & -0.0000 & -6.0300 & -0.0969 & -0.0467 & -0.0000 & -0.0000 & 0.0000 \\ -0.0467 & -0.0000 & -6.0300 & -0.0969 & -0.0467 & -0.0000 & -0.0000 & 0.0000 \end{bmatrix} 1 \times 10^6$$

$$F_{C_{XY}} = \begin{bmatrix} 5.8145 \\ 5.8145 \end{bmatrix} 1 \times 10^6$$

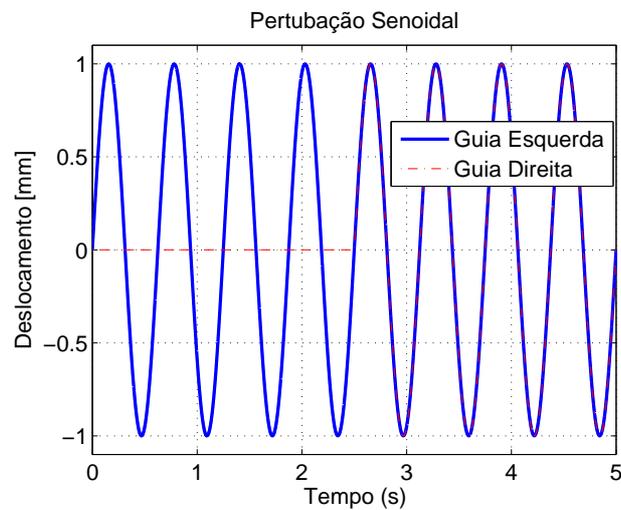
- Distúrbio do tipo triangular -  $S5$

Os ganhos obtidos pelas LMIs para o controlador repetitivo quando perturbado por distúrbios do tipo triangular são descritos a seguir conforme segue:

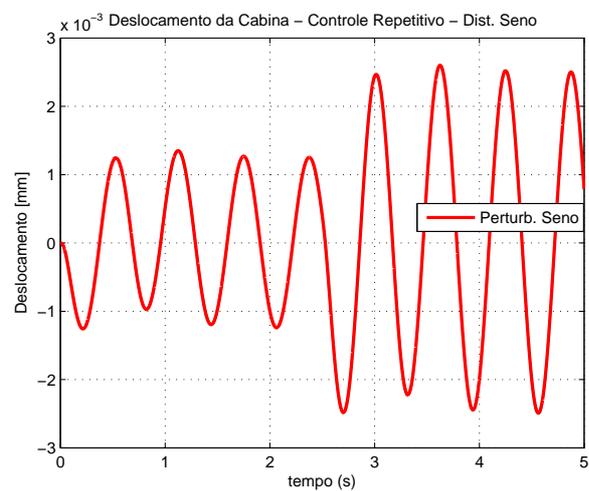
$$F_{P_{XY}} = \begin{bmatrix} -0.0045 & -0.0000 & -1.1234 & -0.0141 & -0.0045 & -0.0000 & -0.0000 & 0.0000 \\ -0.0045 & -0.0000 & -1.1234 & -0.0141 & -0.0045 & -0.0000 & -0.0000 & 0.0000 \end{bmatrix} 1 \times 10^7$$

$$F_{C_{XY}} = \begin{bmatrix} 1.0911 \\ 1.0911 \end{bmatrix} 1 \times 10^7$$

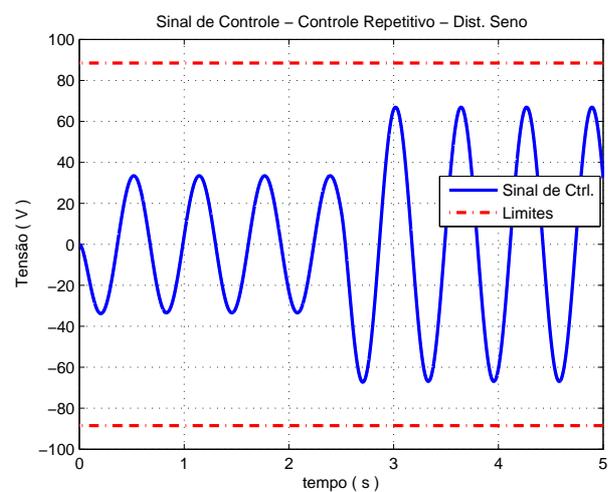
4.7.2.1 Perturbação S4



(a) Situação 4 - Seno



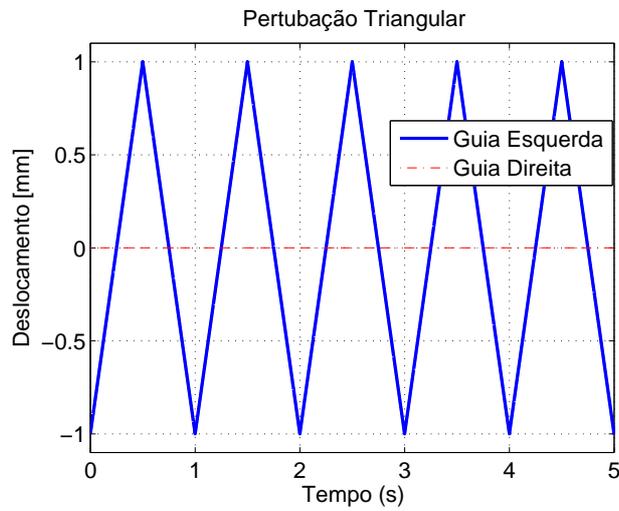
(b) Deslocamento da Cabina



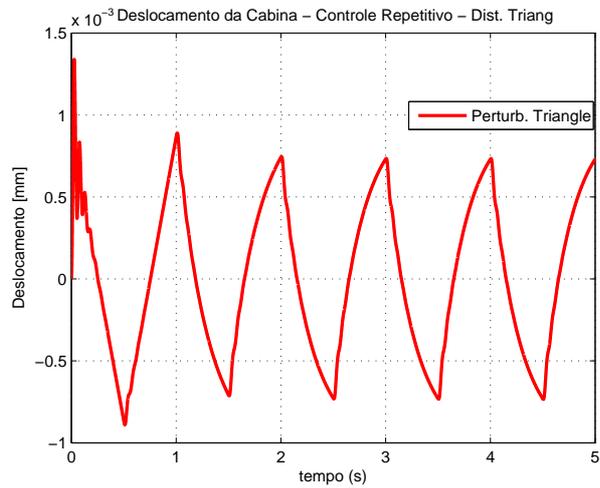
(c) Sinal de Controle

Figura 55 – Saída do sistema com controlador Repetitivo para um distúrbio do tipo S4

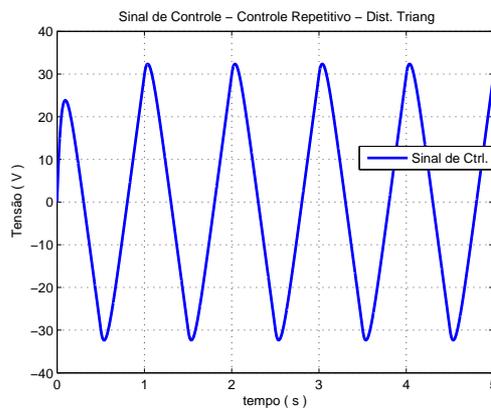
4.7.2.2 Perturbação  $S5$



(a) Situação 5 - Triangular



(b) Deslocamento da Cabina



(c) Sinal de Controle

Figura 56 – Saída do sistema com controlador Repetitivo para um distúrbio do tipo  $S5$

## 4.8 Considerações Finais

Os resultados das simulações para o controlador Repetitivo também foram divididas em duas partes que representam a composição dos dois planos ortogonais. Primeiramente foram apresentadas as simulações para o plano  $YZ$  e posteriormente foram descritas as simulações para o plano  $XY$ .

Em cada plano ortogonal considerado nas simulações foram simuladas diferentes situações de distúrbio conforme descrito na Seção 3.5.

### 4.8.1 Situações Intrínsecas

Para as Situações Intrínsecas a saída de interesse do sistema apresentou uma amplitude menor em relação a amplitude dos distúrbios inseridos no sistema onde se pode comprovar graficamente que as vibrações da cabina praticamente não são perceptíveis durante toda a inserção das perturbações.

O sinal de controle apresentou em todas nas simulações, picos de amplitude nos pontos de conexão entre guias do elevador o que demonstram uma reação do controlador para compensar estas irregularidade mantendo o posicionamento de cabina o mais invariante possível. Mesmo com a existência destes picos de amplitude o sinal de controle esteve abaixo dos limites estabelecidos na Seção 1.7.1.4.

### 4.8.2 Situações de Ensaio

Em cada plano ortogonal, considerado nas simulações, foram inseridas situações de distúrbio do tipo senoidal e triangular.

Mesmo em situações atípicas ao funcionamento normal do elevador, os deslocamentos da cabina em relação a amplitude dos distúrbios foram menores que a amplitude da perturbação inserida. Para o caso do distúrbio do tipo senoidal foram aplicadas perturbações em ambos os lados da cabina mais em momentos diferentes como se houvessem uma irregularidade somente a partir do centro de uma guia.

As simulações demonstram um deslocamento menor da cabina enquanto o distúrbio é inserido somente em um dos lados e conseqüentemente o controle ressonante aplica um sinal de controle menor. A partir da inserção da perturbação no outro lado da cabina o deslocamento aumenta devido a isto pode-se observar um aumento do sinal de controle inserido pelo controlador.

O sinal de controle, para estas situações, apresentou um comportamento similar ao sinal de perturbação demonstrando que o controle atua para corrigir as vibrações inseridas no sistema. Os valores de amplitude deste sinal permaneceram dentro dos limites estabelecidos na Seção 1.7.1.4.

## 4.9 Comparação entre os Controladores

Será apresentado nesta seção uma comparação gráfica entre os resultados das simulações obtidos para os dois controladores propostos neste trabalho.

As comparações serão realizadas para os dois planos ortogonais considerando o deslocamento da cabina e a amplitude do sinal de entrada para as mais importantes situações de distúrbios descritas anteriormente.

Através da comparação dos resultados apresentados nesta seção pode-se verificar que os dois controles apresentados têm respostas muito próximas e com diminuição significativa na amplitude das vibrações inseridas no sistema conforme representado nas figuras 57, 60 e 61.

O controlador Múltiplo Ressonante tem um comportamento melhor que o controlador Repetitivo nas Situações Intrínseca, ou seja, para distúrbios que se repetem ciclicamente. No deslocamento da cabina os resultados dos dois controladores tem amplitudes com valores próximos e o sinal de controle nos dois controladores apresentam comportamentos parecidos com picos de amplitude reduzidos.

As representações gráficas a seguir demonstram o comparativo do desempenho entre os dois controladores apresentados neste trabalho para os dois planos ortogonais onde pode ser observado as afirmações descritas anteriormente.

### 4.9.1 Comparação no Plano YZ

Comparação da resposta apresentada pelos controladores Múltiplo Ressonante e Repetitivo no plano YZ para o deslocamento de cabina do elevador com a inserção de distúrbios do tipo  $S1$ .

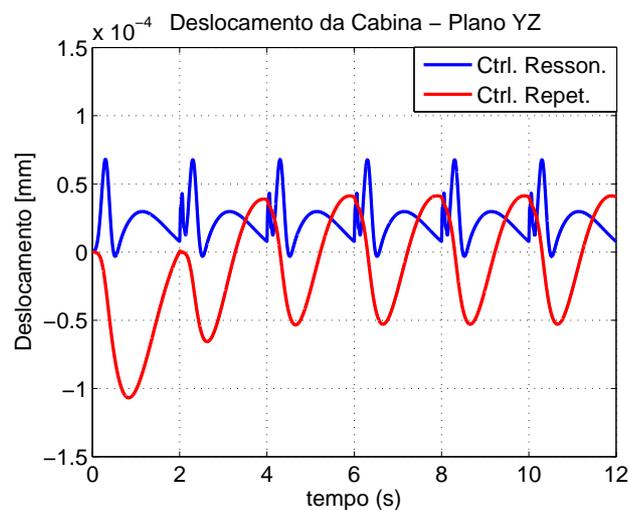


Figura 57 – Comparativo do Deslocamento da Cabina no Plano YZ - Distúrbio do tipo  $S1$

Comparação entre o controlador Múltiplo Ressonante e o controlador Repetitivo no plano YZ para o sinal de controle com a inserção de distúrbios  $S1$ .

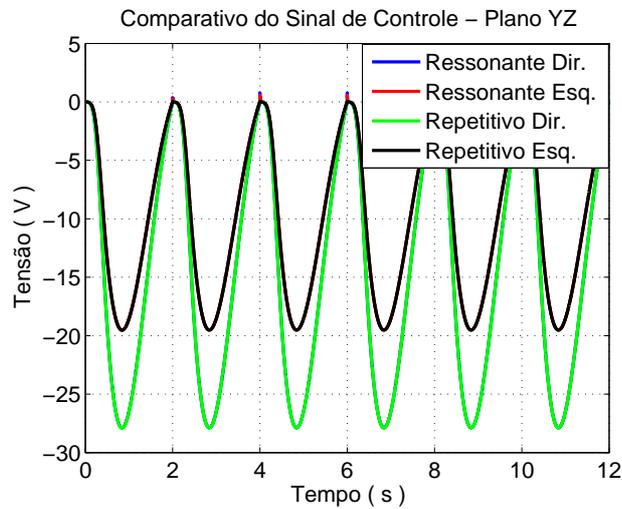
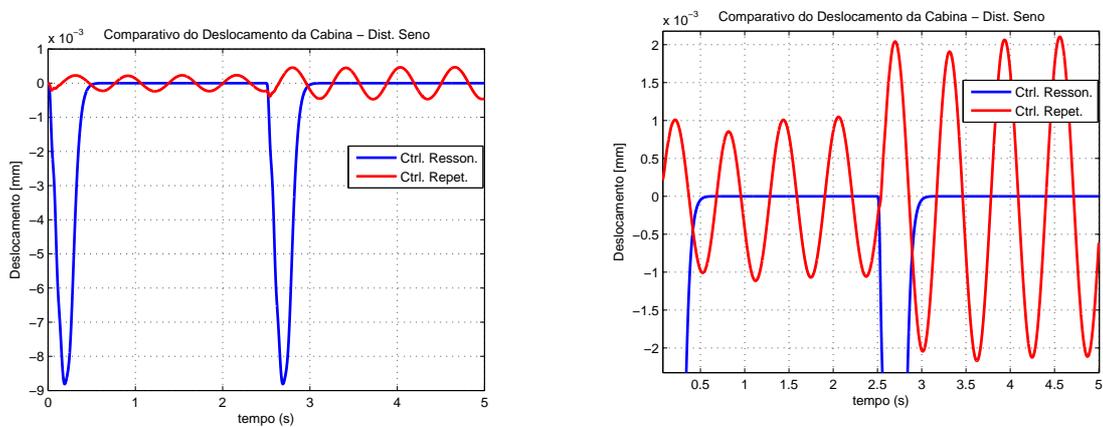


Figura 58 – Comparativo do Sinal de Controle no Plano YZ - Distúrbio do tipo  $S1$

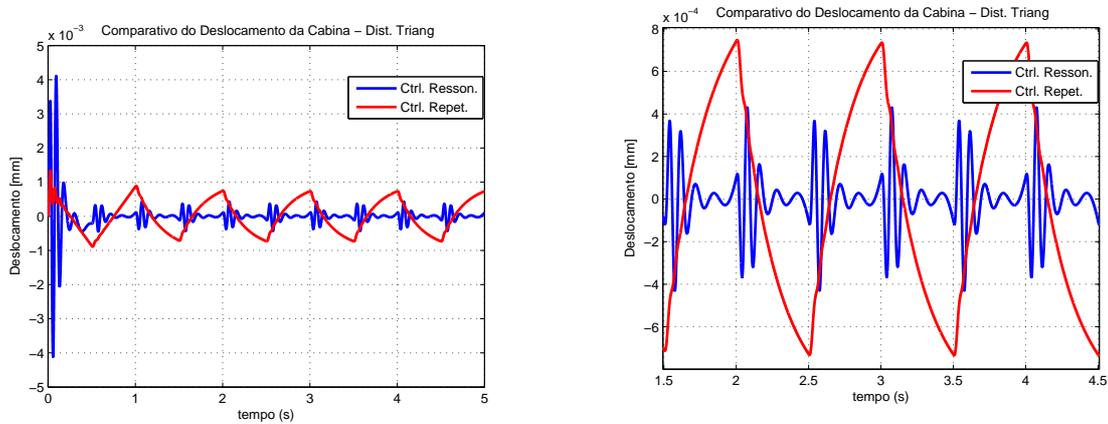
Comparação entre o controlador Múltiplo Ressonante e o controlador Repetitivo no plano YZ com o distúrbio do tipo  $S4$  para o deslocamento de cabina do elevador.



(a) Comparativo do Deslocamento da Cabina (b) Detalhe do Comparativo do Deslocamento da Cabina

Figura 59 – Comparativo do Deslocamento da Cabina no Plano YZ - Distúrbio do tipo  $S4$

Comparação entre o controlador Múltiplo Ressonante e o controlador Repetitivo no plano YZ com o distúrbio do tipo S5 para o deslocamento de cabina do elevador.



(a) Comparativo do Deslocamento da Cabina (b) Detalhe do Comparativo do Deslocamento da Cabina - Distúrbio do tipo S5

Figura 60 – Comparativo do Deslocamento da Cabina no Plano YZ - Distúrbio do tipo S5

#### 4.9.2 Comparação no Plano XY

Comparação da resposta apresentada pelos controladores Múltiplo Ressonante e Repetitivo no plano XY para o deslocamento de cabina do elevador.

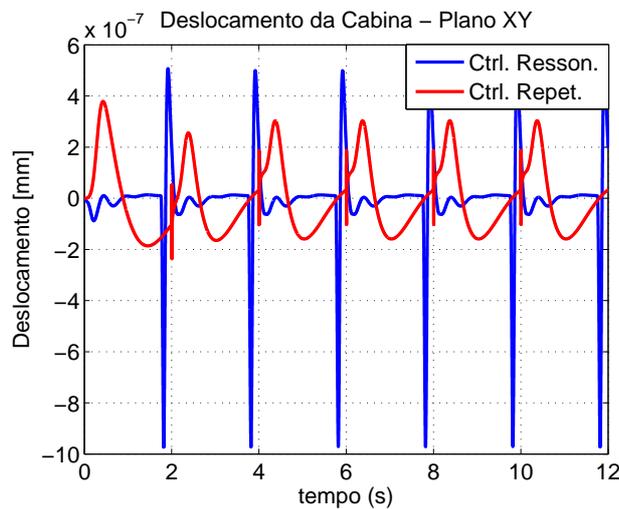


Figura 61 – Comparativo do Deslocamento da Cabina no Plano XY - Distúrbio do tipo S1

Comparação entre o controlador Múltiplo Ressonante e o controlador Repetitivo no plano  $YZ$  com o distúrbio do tipo  $S1$  para o sinal de controle.

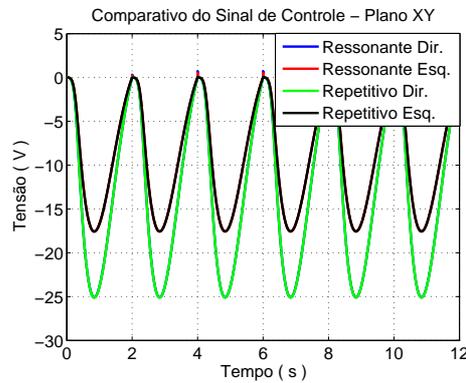


Figura 62 – Comparativo do Sinal de Controle no Plano  $XY$  - Distúrbio do tipo  $S1$

Comparação entre o controlador Múltiplo Ressonante e o controlador Repetitivo no plano  $XY$  com o distúrbio do tipo  $S4$  para o deslocamento de cabina do elevador.

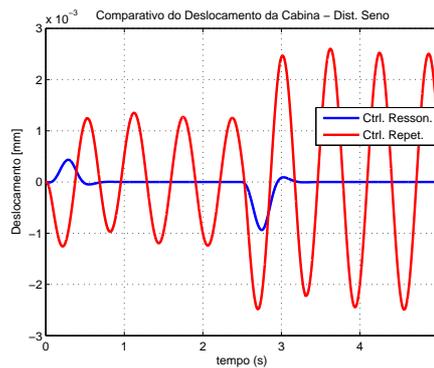


Figura 63 – Comparativo do Deslocamento da Cabina no Plano  $XY$  - Distúrbio do tipo  $S4$

Comparação entre o controlador Múltiplo Ressonante e o controlador Repetitivo no plano  $XY$  com o distúrbio do tipo  $S5$  para o deslocamento de cabina do elevador.

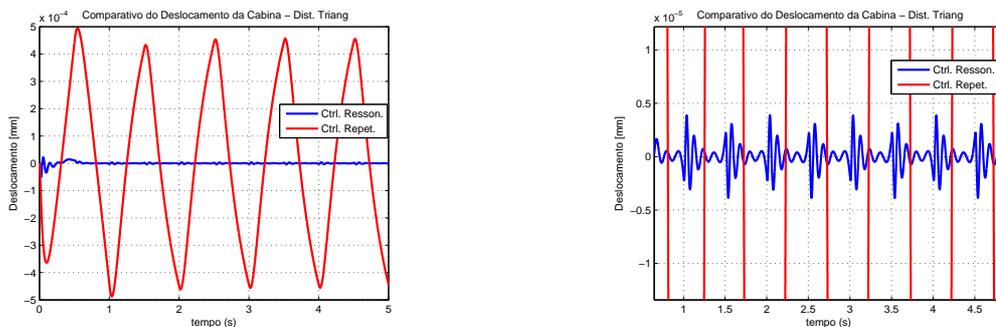


Figura 64 – Comparativo do Deslocamento da Cabina no Plano  $XY$  - Distúrbio do tipo  $S5$

## 5 Conclusões e Trabalhos Futuros

### 5.1 Conclusão

Neste trabalho foram analisadas as viabilidades da aplicação dos controladores repetitivo e múltiplo ressonante na estabilização lateral de elevadores de alta velocidade.

A partir de um modelo no espaço de estados para o deslocamento da cabina de um elevador foram apresentadas condições de síntese através de solução de um problema de otimização com restrições na forma de Desigualdades Lineares Matriciais - LMIs para os controladores citados.

Um sistema de roletes de guias ativos foi descrito para garantir a estabilidade de uma cabina de elevador que desenvolve velocidades elevadas com o objetivo de atender as necessidades de empreendimentos comerciais de alto padrão seguindo normas definidas por órgãos internacionais.

A partir de uma revisão de conceitos de engenharia de controle foram descritos as técnicas utilizadas para o desenvolvimento deste trabalho e aplicadas os conceitos de sistemas de espaço de estado, controlabilidade e observabilidade, realimentação de estados e alocação de polos para descrever as características do sistema e definir possibilidades de controle.

Uma descrição abrangente sobre os componentes de um elevador, suas características e os efeitos físicos que envolvem o deslocamento de uma cabina dentro de um poço de um prédio foi apresentada como forma de ilustrar o panorama que se insere o sistema de roletes de guias ativos.

Para controlar a planta utilizou-se os controladores Repetitivo e Múltiplo Ressonante juntamente com um observador de estados para estimar os estados não medidos e introduzir os distúrbios inerentes ao sistema.

A formulação das LMIs levaram em consideração os critérios de estabilidade, realimentação de estados e custo garantido como condições necessárias para calcular os ganhos dos controladores.

Resultados de simulação ilustraram as técnicas propostas, servindo como base de comparação entre os controladores propostos. A partir deste resultados pode-se concluir que os controladores Múltiplo Ressonante e Repetitivo apresentam resultados satisfatórios para aplicação no controle de roletes de guias ativos diminuindo significativamente a amplitude dos distúrbio e não excedem os limite estabelecidos para a amplitude do sinal de controle e sendo assim viáveis para esta aplicação.

## 5.2 Trabalhos Futuros

Como trabalhos futuros sugere-se a digitalização e implementação dos controladores propostos em um sistema real utilizando os resultados obtidos neste trabalho como ponto de partida para a realização de testes em prédios que possuam elevadores que necessitem desse nível de estabilidade e conforto.

Também pode-se incluir o projeto de um Filtro de Kalman para a estimação dos estados não mensuráveis da planta e aprimorar ainda mais o controle do sistema principalmente para situações de perturbações não relacionadas diretamente com as guias do elevador.

A inclusão de um controlador para o eixo  $Z$  no sistema de roletes de guias ativos interagindo com os controladores dos eixos  $Y$  e  $X$  e assim ajustar a velocidade do elevador para aumentar a eficiência do sistema e atender melhor o fluxo de usuários com mais conforto e segurança.

## Referências

- Ayman, S. H. *Active Damping of Vibrations in Elevator Cars*. Tese (Doutorado) — Swiss Federal Institute Of Technology, Cairo, Arab Republic of Egypt, 1997, 1997. Citado 2 vezes nas páginas 45 e 46.
- Ben Gaid, M.; Cela, A.; Kocik, R. Distributed control of a car suspension system. In: *5th EUROSIM Congress on Modeling and Simulation*. Noisy le Grand, France: [s.n.], 2004. p. 6–10. Citado na página 43.
- Bonan, G. et al. Repetitive controller design for uninterruptible power supplies: An lmi approach. In: *Proc. of 37th Annual Conf. of the IEEE Industrial Electronics Society (IECON 2011)*. [S.l.: s.n.], 2011. Citado 2 vezes nas páginas 99 e 100.
- Campos, J. et al. Active suspension control of ground vehicle heave and pitch motions. In: *Proceedings of the 7th IEEE Mediterranean Control Conference on Control and Automation*. Butterworths, London: [s.n.], 1999. Citado na página 43.
- Chantranuwathana, S.; Peng, H. Adaptive robust force control for vehicle active suspensions. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, p. 83–102, 2004. Citado na página 43.
- Chellaboina, V.; Haddad, W.; Jin-Hyoung, O. Fixed-structure controller design for discrete-time systems with actuator amplitude and rate saturation constraints. In: *Proceedings of the American Control Conference (ACC'99)*. [S.l.]: New York: IEEE, 1999. v. 3, p. 1992–1996. Citado na página 43.
- CHEN, C. *Linear System Theory and Design*. 2. ed. New York, NY: [s.n.], 1970. 679 p. Citado 3 vezes nas páginas 20, 33 e 69.
- CHEN, H.; LONGMAN, R. The importance of smooth updates in producing good error levels in repetitive control. In: *Proceedings of the 38th IEEE Conference on Decision and Control*. [S.l.: s.n.], 1999. v. 1, p. 258–263. Citado na página 29.
- Chilali, M.; Gahinet, P.  $h_\infty$  design with pole placement constraints: an lmi approach. *IEEE Transactions on Automatic Control*, New York, v. 41, n. 3, p. 358–367, 1996. Citado na página 71.
- Eom, K. S.; Suh, I.; Chung, W. K. Disturbance observer based path tracking control of robot manipulator considering torque saturation. In: *Advanced Robotics, 1997. ICAR '97. Proceedings., 8th International Conference on*. [S.l.: s.n.], 1997. p. 651–657. Citado na página 27.
- Flores, J. V. et al. Síntese de controladores repetitivos chaveados: uma aplicação à fontes ininterruptas de energia (UPS). *Revista Controle & Automação da Sociedade Brasileira de Automática*, v. 22, n. 2, p. 184–200, 2011. Citado 2 vezes nas páginas 34 e 58.
- Francis, B. A.; Wonham, W. M. The internal model principle in control theory. *Automatica*, v. 12, n. 5, p. 457–465, 1976. Citado 2 vezes nas páginas 27 e 29.

- FUKUDA, S.; YODA, T. A novel current-tracking method for active filters based on a sinusoidal internal model. *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. 37, n. 3, p. 888–895, 2001. Citado na página 29.
- Gahinet, P.; Nemirovskii, A. General-purpose lmi solvers with benchmarks. In: *Proceedings of the 32nd IEEE Conference on Decision and Control*. [S.l.: s.n.], 1993. p. 3162–3165 vol.4. Citado na página 35.
- Giua, A.; Melasa, M.; Seatzu, C. Design of a control law for a magneto-rheological suspension. In: *Proceedings of the IEEE International Conference Control Applications*. [S.l.: s.n.], 2004. v. 2, p. 1467–1472. Citado na página 43.
- Gu, K.; Kharitonov, V.; Chen, J. *Stability of time-delay systems*. [S.l.]: Birkhäuser, 2003. Citado na página 100.
- Hara, S. et al. Repetitive control system: a new type servo system for periodic exogenous signals. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, v. 33, n. 7, p. 659–668, Jul 1988. Citado na página 34.
- Haykin, S.; Van Veen, B. *Signals and Systems*. 2. ed. [S.l.]: Wiley, 2002. 802 p. Citado na página 31.
- Hendrik, J. C. et al. Design of disturbance observers for the compensation of low-frequency disturbances. In: SAMALI, B. (Ed.). *Proceedings of the 5th Int. Conf. on Motion and Vibration Control MoViC*. Sidney, Austrália: [s.n.], 2000. v. 1, p. 75–80. ISBN 1-86365-529-8. Citado na página 27.
- Huang, Y.; Messner, W. *A novel disturbance observer design for magnetic hard drive servo system with a rotary actuator*. 1998. 1892-1894 p. Disponível em: <<http://adsabs.harvard.edu/abs/1998ITM....34.1892H>>. Citado na página 27.
- Husmann, J. *Elevator car frame vibration damping device*. 2005. Patent number US6,959,787B2. Citado na página 41.
- Ikenaga, S. et al. Active suspension control of ground vehicle based on a full-vehicle model. In: *Proceedings of the American Control Conference*. [S.l.: s.n.], 2000. v. 6, p. 4019–4024. Citado na página 43.
- Inoue, T.; S., I.; Nakano, M. High accuracy control of a proton synchrotron magnet power supply. In: *Proceedings of the 8th World Congress of IFAC*. [S.l.: s.n.], 1981. p. 216–221. Citado na página 33.
- ISO18738. *Measurement of Lift Ride Quality*. [S.l.]: ISO copyright office, 2003. Citado na página 17.
- ISO2631-1. *Mechanical Vibration and Shock Evaluation of human exposure to whole body vibration*. [S.l.]: ISO copyright office, 1997. Citado na página 17.
- ISO8041. *Human Response to Vibration Measuring Instrumentation*. [S.l.]: ISO copyright office, 2005. Citado na página 17.
- Istif, I.; Sagirli, A.; Kutlu, K. Bond graph modeling and position control of an electrohydraulic elevator. *Proceedings of ESDA: 6th Biennial Conference on Engineering Systems Design and Analysis, Istanbul, Turkey.*, 2002. Citado na página 42.

- Jiang, Y.; Liu, S. Global disturbance rejection of a class of nonlinear systems with unknown exosystems. *Journal of Control Theory and Applications*, v. 7, n. 4, p. 379–383, 2009. Citado na página 29.
- Johnson, C. Accomodation of external disturbances in linear regulator and servomechanism problems. In: *Proceedings of the IEEE Transactions on Automatic Control*. [S.l.: s.n.], 1971. v. 6, p. 635–644. Citado na página 27.
- Kalman, R. E. On the general theory of control systems. In: *First IFAC Congress Automatic Control, Moscow*. Haifa, Israel: [s.n.], 1960. v. 1. Citado na página 22.
- Karnopp, D. C.; Crosby, M. J.; Harwood, R. Vibration control using semi-active force generators. *Journal of engineering for industry*, 1974. Citado na página 41.
- Kiyoshi, F. et al. *The Development of Active Vibration Dampers for Super High Speed Elevators*. 2004. [Online; acessado 15-Julho-2014]. Disponível em: <<http://www.lift-report.de/index.php/news/124/368/The-Development-of-Active-Vibration-Dampers-for-Super-High-Speed-Elevators>>. Citado 2 vezes nas páginas 8 e 46.
- Kruczek, A.; Stribrsky, A. A full-car active suspension - some practical aspects. In: *Proceedings of the IEEE International Conference Mechatronics*. [S.l.: s.n.], 2004. v. 4, p. 41–45. Citado na página 43.
- Lu, Y.-S.; Hwang, C.-S. Tracking control of a harmonic drive actuator with sliding-mode disturbance observers. In: *IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics, 2009. AIM 2009*. [S.l.: s.n.], 2009. p. 1798–1803. Citado na página 29.
- Monteferro, P. . S. *Guide Rails, Datasheet*. Via Como, 11 21020 Monvalle - Varese: [s.n.], 2014. Disponível em: <<http://www.monteferro.it>>. Citado 3 vezes nas páginas 8, 49 e 50.
- Nai, K.; Forsythe, W.; Goodall, R. Vibration reduction technics for high speed passenger elevators. *IEEE*, 1994. Citado na página 42.
- Ogata, K. *Modern Control Engineering*. [S.l.]: Prentice Hall, NJ, 1996. 21–74 p. Citado 4 vezes nas páginas 20, 22, 23 e 25.
- Ogata, K. *Modern Control Engineering*. [S.l.]: Prentice Hall, NJ, 2003. 779–871 and 882–897 p. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 41.
- Ohnishi, K. A new servo method in mechatronics. *Trans. of Japanese Society of Electrical Engineers*, v. 107-D, n. 3, p. 83–86, 1987. Citado na página 27.
- Peng, P.-Y.; Winston, H.; Finn, J.-H. *Elevator active suspension utilizing repulsive magnetic force*. 2006. Patent number US2006/0175150A1. Citado na página 40.
- Pereira, L. F. et al. Multiple resonant controllers for uninterruptible power supplies - a systematic robust control design approach. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 61, n. 3, p. 1528 – 1538, 2014. Available for access on IEEEXPLORE. Citado 4 vezes nas páginas 33, 58, 68 e 71.
- Perondi, E. A. Mathematical modeling of the active roller guide. *GPPAI-UFRGS*, 2006. Citado 3 vezes nas páginas 53, 56 e 76.

- Perondi, E. A.; Rivas, S. M. Development of a controller for an active suspension system for high performance elevators. *ABCM Symposium Series in Mechatronics*, v. 4, p. 62–71, 2008. Citado na página 18.
- Perondi, E. A.; Rivas, S. M.; Roland, M. S. Adaptive control for an active suspension of an elevator. *ABCM Symposium Series in Mechatronics*, v. 4, p. 62–71, 2010. Citado na página 18.
- Roger, E. H. *Elevator Ride Quality*. 2007. [Online; acessado 13-Junho-2013]. Disponível em: <<http://www.lift-report.de/index.php/news/176/368/Elevator-Ride-Quality>>. Citado na página 18.
- Ryoo, J. R.; Doh, T.-Y.; Chung, M. J. A qft design of disturbance observer for the track-following control system of an optical disk drive. In: *Advanced Motion Control, 2002. 7th International Workshop on*. [S.l.: s.n.], 2002. p. 209–214. Citado na página 27.
- Sá, R. L. *Controle Skyhook Aplicado a um Modelo de Suspensão Hidropneumática para Carretas Agrícolas*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual de Campinas, Campinas - SP, 2006, 2006. Citado na página 41.
- Sammier, D.; Sename, O.; Dugard, L. Skyhook and  $H_\infty$  control of semi-active suspensions: Some practical aspects. *Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility*, v. 39, p. 279–308, 2003. Citado na página 43.
- Schneider, P.; Huck, E.; Schwarz, P. A modeling approach for mechatronic systems modeling and simulation of an elevator system. *Symposium in Theoretical Electrical Engineering*, 2001. Citado na página 42.
- Sha, D.; Bajic, V.; Yang, H. New model and sliding mode control of hydraulic elevator velocity tracking system. *Elsevier Science B.V.*, 2002. Citado na página 42.
- Skalski, C. A. High performance elevator control system. *Elevator World*, 1984. Citado na página 42.
- Sturm, J. F. Using SeDuMi 1.02, a MATLAB toolbox for optimization over symmetric cones. *Optim. Methods and Soft.*, v. 11, p. 625–653, 1998. Citado na página 35.
- ThyssenKrupp, E. S. *Manuais Tecnicos da ThyssenKrupp Elevadores SA*. 2006. Informações Tecnicas Utilizadas em Manuais Internos da TKE. Citado 6 vezes nas páginas 8, 39, 40, 48, 52 e 53.
- Trofino, P. A. *Apostila de Controle Robusto*. Florianópolis - SC - Brasil: [s.n.], 2000. Citado 2 vezes nas páginas 35 e 36.
- Umeno, T.; Hori, Y. Robust speed control of dc servomotors using modern two degrees-of-freedom controller design. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, v. 38, n. 5, p. 363–368, Oct 1991. ISSN 0278-0046. Citado na página 27.
- Umeno, T.; Kaneko, T.; Hori, Y. Robust servosystem design with two degrees of freedom and its application to novel motion control of robot manipulators. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, v. 40, n. 5, p. 473–485, Oct 1993. ISSN 0278-0046. Citado na página 27.

Utsunomiya, K.; Okamoto, K.; Yumura, T. *Guide for elevator*. 2004. Patent number US6,786,304B2. Citado na página 41.

Utsunomiya, K.; Okamoto, K.; Yumura, T. *Active horizontal vibration reducing device for elevator*. 2006. Patente number US7,007,774B2. Citado na página 41.

Wang, Y.; Chu, K.; Tsao, T.-C. An analysis and synthesis of internal model principle type controllers. In: *Proceedings of the American Control Conference, 2009. ACC 2009*. [S.l.: s.n.], 2009. p. 488–493. Citado na página 29.